

이중면 불연속 구형 도파관의 특성 해석

강부식*, 이청민*, 장재성**

Characteristic Analysis of Double-Plane Steps in Rectangular waveguide Discontinuities

Boo-sig Kang*, Chung-min Lee*, and Jae-seong Chang**

ABSTRACT

Double-plane steps discontinuity in rectangular waveguide is investigated with TE_{mn}^z mode analysis. This method accounts for the influence of evanescent fields and power transmission due to higher order modes. For these discontinuities the electromagnetic fields are derived and the scattering matrix is derived by applying the continuous condition in discontinuity. The scattering coefficients of a X-band to Ku-band waveguide transition as well as of resonant iris with finite thickness ($t=2.0\text{mm}$) are calculated and compared with Patzelt's result. The scattering coefficients of the resonant iris ($a=7.112\text{mm}$, $b=3.556\text{mm}$, $a_1=4.0\text{mm}$, $b_1=1.0\text{mm}$, $t=0.5\text{mm}$) are calculated and compared with Bornemann's results.

I. 서 론

도파관은 마이크로파대의 신호를 전송하는데 이용하는 일종의 전송선로이다. 도파관은 물리적인 크기가 정해지면 통과할 수 있는 주파수가 결정되며 불연속 경계면이 존재하는 도파관에서는 물리적인 크기가 변하게 되어 전자파의 감쇄현상을 야기

시킨다. 이와 같은 불연속 경계면의 존재는 도파관 내에서 전파할 수 있는 기본모드와 더불어 비전파 모드인 evanescent 모드가 발생하는 원인이 된다. 이러한 evanescent 모드들은 거리에 따라 지수함수적으로 감소하는 특성을 가지며 기본모드만이 존재할 때와 달리 도파관내에서 통과되는 전력 및 주파수에 있어서도 차이를 나타낸다.^[1] 따라서

* 대학원 통신공학과

** 공과대학 통신공학과

불연속 경계면의 특성들을 이용하여 도파관 임피던스 변환기,⁽²⁾ 계단형 불연속 도파관 여파기,⁽³⁾ evanescent 모드 대역통과 여파기,⁽⁴⁾ 혼 안테나,⁽⁵⁾ 편파기,⁽⁶⁾ 다이플렉서,⁽⁷⁾ 전력 분배기⁽⁸⁾와 같은 마이크로파 소자들을 설계하고 있다.

불연속 경계면을 갖는 구형 도파관을 해석하는 방법에는 해석적인 방법과 수치해석적인 방법이 있다. 해석적인 방법에는 공진기의 특성과 도파관 감쇄정수를 구하는데 이용되는 perturbational 방법⁽⁹⁾과 공진 주파수와 임피던스를 구하는데 이용되는 variational 방법⁽¹⁰⁾이 있다. 수치해석적 방법에는 고유함수의 직교성을 이용하여 미지의 모드계수에 대한 무한 선형 대수식을 유도하고, 이식을 수치계산에 적용하기 위하여 무한 구간을 유한 구간으로 근사 시키는 모드 해석법이 있다. 모드 해석법에는 z성분을 갖는 두개의 벡터 포텐셜 $\vec{A} = A_z \hat{a}_z$, $F = F_z \hat{a}_z$ 로부터 불연속 경계면의 전자계 성분을 유도하는 TE_{mn}-TM_{mn} 모드 해석법과 x성분을 갖는 하나의 벡터 포텐셜 $\vec{F} = F_x \hat{a}_x$ 로부터 불연속 경계면의 전자계 성분을 유도하는 TE_{mn}^x} 모드 해석법이 있다.⁽¹¹⁾ TE_{mn}^x} 모드 해석법은 E_x 성분이 E_y, E_z 성분에 비해 매우 작다는 가정하에 전자계 성분들이 유도되기 때문에 다섯 개의 전자계 성분으로 불연속 경계면의 전자계를 정합 시킬 수 있다. 따라서 TE_{mn}^x} 모드 해석법은 TE_{mn}-TM_{mn} 모드 해석법에 비해 불연속 경계면에서의 산란행렬의 크기와 계산 시간을 줄일 수 있는 이점이 있다.

본 논문에서는 TE_{mn}^x} 모드 해석법을 이용하여 이중면 불연속 구형 도파관의 전자계를 유도하고, 이 전자계에 불연속 경계면에서의 정합조건을 적용하여 산란행렬을 구함으로써 반사계수를 구하고 이중면 불연속 구형 도파관에 대하여 X-밴드 도파관에서 Ku-밴드 도파관으로 연결되는 불연속 경계면에

대한 반사계수와 전송계수를 구하며 Ku-밴드 도파관에 두께가 2.0mm이고 a₁=11.17mm, b₁=5.59mm인 아이리스를 삽입한 경우의 반사계수와 전송계수를 구하고 Patzelt 구한 결과와 비교한다.⁽¹²⁾ 그리고 WR28 도파관에 두께가 0.5mm이고 크기가 a₁=4.0mm, b₁=1.0mm인 아이리스를 삽입한 경우의 산란계수를 구하여 Bornemann의 결과와 비교한다.⁽¹³⁾

II. 이중면 불연속 구형 도파관

II-1. 이중면 불연속 구형 도파관의 전자계

Fig. 1은 이중면 불연속을 갖는 구형 도파관을 나타내며 파는 z방향으로 전파하고, 도파관은 무손실, 균일하다고 가정한다. 이와같은 구형 도파관에서의 전자계는 전체 벡터 포텐셜 \vec{F} 와 자계 벡터 포텐셜 \vec{A} 에 의해 발생하는 것으로 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \vec{E} &= \nabla \times \vec{F} - \frac{j}{\omega \epsilon_0} \nabla \times \nabla \times \vec{A} \\ \vec{H} &= \nabla \times \vec{A} + \frac{j}{\omega \mu_0} \nabla \times \nabla \times \vec{F} \end{aligned} \quad (1)$$

식 (1)에서 $\vec{F} \neq 0$, $\vec{A} = 0$ 이면 E_x 성분이 존재하지 않는 TE_{mn}^x} 모드가 된다. 특히 자계 벡터 포텐셜이 0이고 전체 벡터 포텐셜이 x성분만의 함수인 경우를 TE_{mn}^x} 모드라 한다. 이와 같이 TE_{mn}^x} 모드에 대해 식 (1)로부터 전자계를 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} E_x^i &= 0, \quad H_x^i = \frac{j}{\omega \mu_0} \left\{ (k_0^2 + \frac{\partial^2}{\partial x^2}) F_x^i \right\} \\ E_y^i &= \frac{\partial F_x^i}{\partial z}, \quad H_y^i = \frac{j}{\omega \mu_0} \frac{\partial^2 F_x^i}{\partial x \partial y} \\ E_z^i &= \frac{\partial F_x^i}{\partial y}, \quad H_z^i = \frac{j}{\omega \mu_0} \frac{\partial^2 F_x^i}{\partial x \partial z} \end{aligned} \quad (2)$$

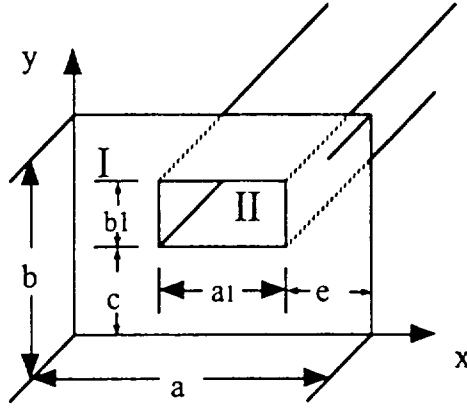


Fig. 1 Geometry of the double-plane steps discontinuity in rectangular waveguide

이와 같은 전자계를 형성하는 전계 벡터 포텐셜 \vec{F} 는 다음의 스칼라 파동 방정식을 만족하는 해를 갖는다.

$$\nabla^2 F_z^i + k^2 F_z^i = 0 \quad (3)$$

도파관내의 고유모드와 F_z^i 를 구하기 위하여 식 (2) 에 다음과 같은 경계조건을 대입한다.

$$\begin{cases} E_y=0, & x=0 \\ E_y=0, & x=a \end{cases} \quad \begin{cases} E_z=0, & y=0 \\ E_z=0, & y=b \end{cases} \quad (4)$$

따라서 식 (3) 을 만족하는 해 F_z^i 가 다음과 같이 구하여 진다.

$$F_z^i = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} A_{mn}^i T_{mn} (V_{mn}^i e^{-jk_{zm}^i x} - R_{mn}^i e^{jk_{zm}^i x}) \quad (5)$$

$$k_{zmn}^i = \sqrt{k_0^2 - (k_{xm}^i)^2 - (k_{yn}^i)^2}$$

$$A_{mn}^i = 2 \sqrt{\frac{\omega \mu_0 / k_{zmn}^i}{F^i (k_0^2 - (k_{xm}^i)^2)}}$$

$$A_{kl}^i = 2 \sqrt{\frac{\omega \mu_0 / k_{zkl}^i}{F^i (k_0^2 - (k_{xk}^i)^2)}} \quad (6)$$

$$T_{mn}^i = \sin \frac{m\pi}{a} x \frac{\cos \frac{n\pi}{b} y}{\sqrt{1 + \delta_{0n}}}$$

$$T_{kl}^i = \sin \frac{k\pi}{a_1} (x-e) \frac{\cos \frac{l\pi}{b_1} (y-c)}{\sqrt{1 + \delta_{0l}}} \quad (7)$$

여기서 k_{zm}^i, k_{yn}^i 는 도파관 I 과 II 영역의 고유모드이며, A_{mn}^i 는 도파관내의 평균전력을 다음의 관계에 따라 정규화한 값이다.

$$P_q^i = \text{Re} \left(\int_{F^i} (\vec{E}^i \times \vec{H}^i) \cdot \hat{a}_z dF^i \right) = \begin{cases} 1W, & \text{전파모드} (k_0^2 \langle (k_{xm}^i)^2 + (k_{yn}^i)^2 \rangle) \\ -jW, & \text{evanescent 모드} (k_0^2 \langle (k_{xm}^i)^2 \rangle) \\ +jW, & \text{evanescent 모드} (k_0^2 \langle (k_{yn}^i)^2 \rangle) \end{cases} \quad (8)$$

여기서 q 는 도파관 각 영역의 모드 (m, n) 을 나타내며 F^i 는 도파관 각 영역의 단면적 $a \cdot b, a_1 \cdot b_1$ 을 나타낸다. T_{mn}^i 는 도파관내의 고유함수이고 δ_{0n} 은 Kronecker 델타 함수로서 다음과 같은 성질을 갖는다.

$$\begin{cases} \delta_{0n} = 1, & n=0 \\ \delta_{0n} = 0, & n \neq 0 \end{cases} \quad (9)$$

따라서 TE_{mn}^z 모드를 이용한 구형 도파관의 전자계는 식 (5)를 식 (2)에 대입하여 구할 수 있다. 도파관 불연속 경계면에서의 전자계 성분은 연속이어야 하므로 $z=0$ 에서 E_y , H_x 성분을 정합 시키면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} E_y : E_y^I &= E_y^{II} \\ H_x : H_x^I &= H_x^{II} \end{aligned} \quad (10)$$

이와같은 연속조건을 만족하는 전자계로부터 고유함수의 직교성을 이용하여 다음과 같은 행렬식을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} E_y : V^I + R^I &= L_E (V^{II} + R^{II}) \\ H_x : L_{Hx} (V^I - R^I) &= (V^{II} - R^{II}) \\ H_y : L_{Hy} (V^I - R^I) &= (V^{II} - R^{II}) \end{aligned} \quad (11)$$

여기서 $[L_E]$, $[L_{Hx}]$, $[L_{Hy}]$ 는 식 (10)의 연속 조건식으로부터 구해지는 모드정합계수로 다음과 같다.

$$\begin{aligned} [L_E]_{pq} &= \frac{4}{\sqrt{F^I F^{II}}} \sqrt{\frac{k_{zq}^{II} (k_0^2 - (k_{xp}^I)^2)}{k_{zp}^I (k_0^2 - (k_{zq}^{II})^2)}} \int \int_{F^I} T_p^I T_q^{II} dF \\ [L_{Hx}]_{pq} &= \frac{4}{\sqrt{F^I F^{II}}} \sqrt{\frac{k_{zq}^{II} (k_0^2 - (k_{xp}^I)^2)}{k_{zp}^I (k_0^2 - (k_{zq}^{II})^2)}} \int \int_{F^I} T_p^I T_q^{II} dF \\ [L_{Hy}]_{pq} &= \frac{4}{\sqrt{F^I F^{II}}} \sqrt{\frac{k_{zq}^{II} (k_0^2 - (k_{zq}^{II})^2)}{k_{zp}^I (k_0^2 - (k_{xp}^I)^2)}} \frac{k_{xp}^I k_{yp}^I}{k_{zq}^{II} k_{yq}^{II}} \end{aligned}$$

$$\int \int_{F^I} T_p^I T_q^{II} dF \quad (12)$$

이 행렬식으로부터 산란계수를 구할 수 있다. 그러나 TE_{mn}^z 모드 해석법은 H_y 성분을 무시하고 E_y , H_x 성분만의 정합으로 해석하였기 때문에 공진현상이 일어날 수 있는 아이리스 형태의 도파관과 같은 특별한 경우에 나쁜 결과를 초래할 수 있다. 따라서 다음과 같은 조건에 따라 H_y 성분을 고려해야 한다.

$$\begin{aligned} [L_H]_{qp} &= [L_{Hx}]_{qp} : \text{모드 } p \text{ 또는 } q \text{가 } TE_{m0} \text{ 형태인 경우} \\ [L_H]_{qp} &= [L_{Hy}]_{qp} : \text{모드 } p \text{ 또는 } q \text{가 } TE_{m0} \text{ 형태인 아닌 경우} \end{aligned}$$

여기서 p , q 는 도파관 각 영역의 모드 (m, n) , (k, l) 을 나타낸다.

II-2. 산란행렬

주파수가 높은 3차원 구조를 갖는 도파관 회로에서는 회로정수의 계산이 매우 복잡할 뿐만 아니라 오차가 크기 때문에 산란행렬을 이용하는 것이 편리하다. (Itoh, 1989)

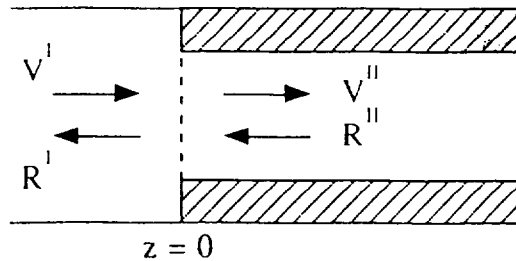


Fig. 2 Relationship between wave amplitudes in the generalized discontinuity

Fig. 2는 도파관의 이중면 계산 불연속을 나타낸 것으로 $z=0$ 에서 산란행렬은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} R^I \\ V^I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V^I \\ S^I \end{bmatrix} \quad (13)$$

여기서 산란행렬은 모드 해석법을 적용하여 전자계를 정합 시킴으로서 구할 수 있다. 따라서 식 (11)로부터 다음과 같은 산란계수를 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} S_{11} &= (L_E L_H + U)^{-1} (L_E L_H - U) \\ S_{12} &= 2(L_E L_H + U)^{-1} L_E \\ S_{21} &= L_H \{ U - (L_E L_H + U)^{-1} (L_E L_H - U) \} \\ &= L_H (U - S_{11}) \\ S_{22} &= U - 2L_H (L_E L_H + U)^{-1} L_E = U - L_H S_{12} \end{aligned} \quad (14)$$

여기서 U 는 단위행렬이다.

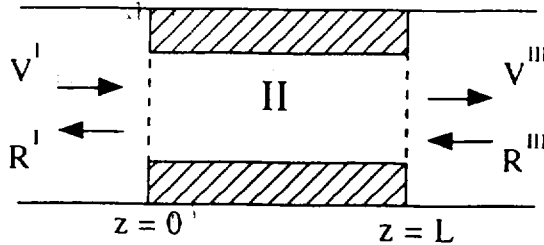


Fig. 3 Relationship between wave amplitudes in the cascading discontinuity

Fig. 3은 길이가 L 인 2단 이중면 불연속 구형 도파관의 불연속면을 나타낸다. 식 (14)의 산란행렬은 z 방향에는 무관하기 때문에 $z=L$ 에서 산란행렬은 $z=0$ 에서의 산란행렬로부터 직접 구할 수 있다. 길이가 L 인 2단 이중면 불연속 구형 도파관의 산란행렬은 다음과 같다.

$$S = \begin{bmatrix} 0 & D \\ D & 0 \end{bmatrix} \quad (15)$$

여기서 $D = \text{Diag}(e^{-jk_z L})$ 이다. 식 (14)와 식 (15)를 이용하여 불연속 경계면을 포함한 전체 산란행렬을 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} S_{11}^I &= S_{22}^I = S_{11} + S_{12} D (U - S_{22} D S_{22} D)^{-1} S_{21} D S_{21} \\ S_{21}^I &= S_{12}^I = S_{12} D (U - S_{22} D S_{22} D)^{-1} S_{21} \end{aligned} \quad (16)$$

III. 계산 및 고찰

Fig. 4는 X-밴드($a=22.9\lambda$, $b=10.2\lambda$) 도파관에서 Ku-밴드($a_1=15.8\lambda$, $b_1=7.9\lambda$) 도파관으로 연결되는 이중면 불연속 구형 도파관의 산란 특성을 나타낸다. 12GHz에서 20GHz 사이에서 전송계수의 값이 크고 30GHz 부근에서 반사계수의 값이 현저하게 증가하며 30GHz 이후의 차단특성은 두번째 고차모드(TE_{20})의 특성을 나타낸다.

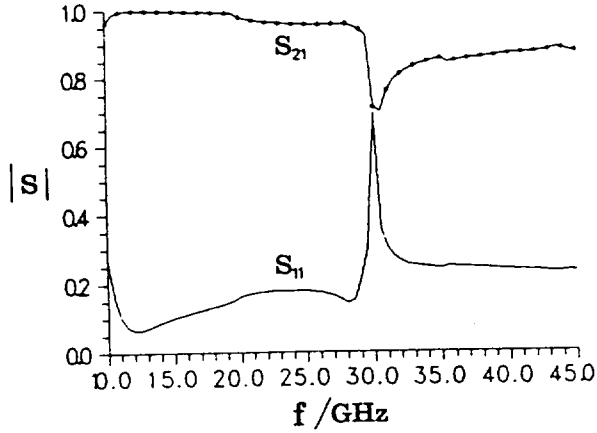


Fig. 4 Scattering coefficients of double-plane steps discontinuity from a X-band to Ku-band

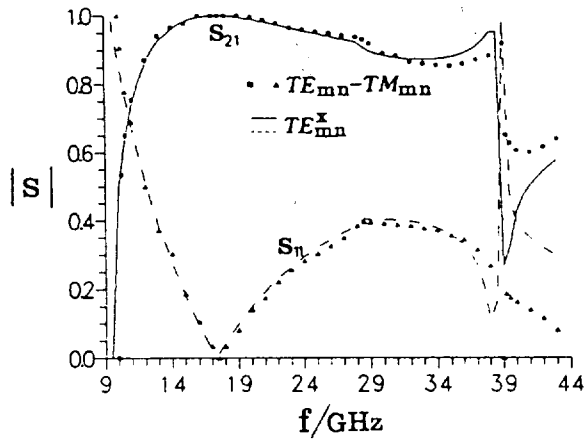


Fig. 5 Scattering coefficients of resonant iris with finite thickness t

Fig. 5는 Ku-밴드에서 $a_1=11.17\text{mm}$, $b_1=5.59\text{mm}$ 도파관으로 연결되는 불연속 경계면에 두께가 2.0mm 인 아이리스를 삽입한 경우로 17.5GHz 부근에서 공진현상이 발생하고 30GHz 에서 뚜렷한 차단특성을 보인다. 40GHz 부근에서 산란계수의 현저한 차이는 두번째 고차모드의 차단특성을 나타내며 TE_{mn}^x 나 $TE_{mn}-TM_{mn}$ 모드 해석법으로 산란계

수를 구하기 위해서는 고차모드를 포함한 산란행렬의 역행렬을 구해야만 한다. 고차모드를 28개 고려하여 산란계수를 구할 때 산란행렬의 크기는 TE_{mn}^x 모드 해석법에서는 (28×28) , $TE_{mn}-TM_{mn}$ 모드 해석법에서는 (56×56) 이 되기 때문에 행렬의 크기가 작은 TE_{mn}^x 모드 해석법의 계산시간이 현저하게 단축된다.

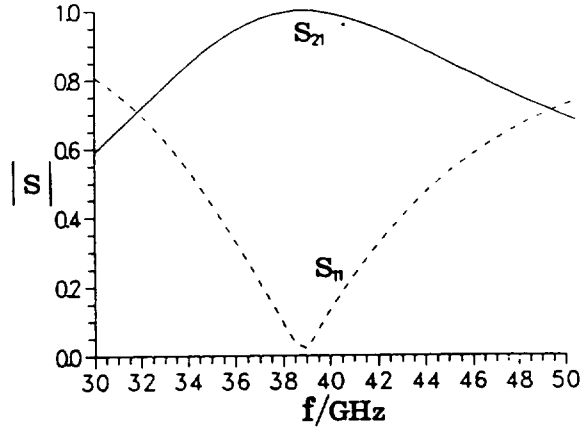


Fig. 6 Scattering coefficients of resonant iris with finite thickness t

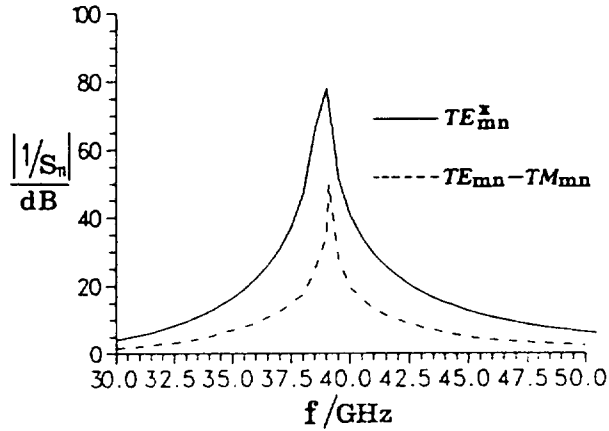


Fig. 7 Return loss of resonant iris with finite thickness t

Fig. 6은 WR28 도파관에 $a_1=4.0\text{mm}$, $b_1=1.0\text{mm}$ 인 도파관으로 연결되는 두께가 0.5mm 인 아이리스를 삽입한 경우의 산란계수를 구한 것으로 39.0GHz에서 공진특성이 나타나며 Fig. 7은 Fig. 6의 산란계수로부터 구한 반사손실로 Bornemann의 결과와 일치한다.

IV. 결 론

도파관내에 불연속이 존재할 때 TE_{mn}^x 모드 해석법을 적용하여 불연속 경계면의 특성을 해석하였다. 이중면 불연속 구형 도파관의 경우 28개의 고차모드를 고려하여 X-밴드에서 Ku-밴드 도파관으

로 접속되는 이중면 불연속 경계면의 산란계수를 구하였고, Ku밴드에서 $a_1=11.17\lambda$, $b_1=5.59\lambda$ 로 연결되는 두께가 2.0λ 인 경우의 아이리스에 대해서 산란계수를 구한 결과 17.5GHz에서 공진현상이 발생하였다. 이것은 $TE_{mn}-TM_{mn}$ 모드 해석법을 이용한 Patzelt의 결과와 일치하였다. 그리고 WR28 도파관에서 $a_1=4.0\lambda$, $b_1=1.0\lambda$ 로 연결되고 두께가 0.5λ 인 아이리스에 대한 산란계수를 구하여 반사손실을 계산하였으며 $TE_{mn}-TM_{mn}$ 모드 해석법으로 구한 Bornemann의 결과와 비교하였다. 이와같은 TE_{mn} 모드 해석법은 $TE_{mn}-TM_{mn}$ 모드 해석법과 비교할 때 같은 결과를 얻기 위하여 산란행렬의 크기를 50%로 줄일 수 있기 때문에 컴퓨터 기억용량과 계산시간이 감소하는 이점이 있다.

앞으로의 연구는 이와같은 이중면 불연속 구형 도파관의 특성을 이용하여 치수가 다른 도파관을 다단으로 접속함으로써 임피던스 변환기를 설계하고, 계단형 불연속 도파관 여파기를 설계하는데 이용이 가능하며 또한 계단형 불연속 구형 혼 안테나, 편파기, 다이플렉서 등을 해석하고 설계하는데 응용할 수 있을 것이다.

참 고 문 헌

- [1] Collin, R. E. 1992, Foundations For Microwave Engineering, McGraw-Hill.
- [2] Bornemann, J. and F. Arndt. 1987. Modal S-Matrix Design of Optimum Stepped Ridged and Finned Waveguide Transformers. *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, Vol. MTT-35. 561-567.
- [3] Esteban, J. and J. M. Rebolgar, 1991. Characterization of Corrugated Waveguide by Modal Analysis *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, Vol. MTT-35. 937-943.
- [4] Kong, K. S. and T. Itoh. 1989. Computer-Aided Design of Evanescent mode Waveguide Bandpass Filter with Nontouching E-Plane Fins. *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, Vol. MTT-37. 404-412.
- [5] Dragone, C. 1985. A Rectangular Horn of Four Corrugated Plates. *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, Vol. AP-33. 160-164.
- [6] Tucholke, U., F. Arndt and T. Wriedt. 1986. Field Theory Design of Square Waveguide Iris Polarizer. *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, Vol. MTT-34. 156-160.
- [7] Dittloff, J. and F. Arndt. 1989. Rigorous Field Theory Design of Millimeter-wave E-plane Integrated Circuit Multiplexers. *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, Vol. MTT-37. 340-350.
- [8] Arndt, F., I. Ahrens, U. Papziner, U. Wiechmann and R. Wilkeit. 1987. Optimized E-plane T-junction Series Power Dividers. *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, Vol. MTT-35. 1052-1059.
- [9] Harrington, R. F, 1961. Time-Harmonic Electromagnetic Fields, McGraw-Hill, Newyork.
- [10] Collin, R. E, 1990, Field Theory of

- Guided Waves, IEEE PRESS, New York, pp.547-598.
- [11] Uher, J., J. Bornemann and U. Rosenberg, 1993. Waveguide Components for Antenna Feed Systems: Theory and CAD, Artech House, pp.32-37.
- [12] Patzelt, H. and F. Arndt. 1982. Double-Plane Steps in Rectangular Waveguides and their Application for Transformers, Irises, and Filters. *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, Vol. MTT-30. 771-776.
- [13] Bornemann, J. and R. Vahldieck. 1990. Characterization of a Class of Waveguide Discontinuities Using a Modified TE_{mn}^x Mode Approach. *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, Vol. MTT-38. 1816-1822.