

마찰계수에 따른 딥 드로잉 성형해석에 관한 연구

정 동 원 · 이 승 훈*

제주대학교 기계에너지생산공학부, *제주대학교 대학원

Study on Analysis of Deep-drawing Process according to the Friction Coefficient

Dong-Won Jung and Seung-Hoon Lee*

Faculty of Mechanical, Energy and Production Engineering, Cheju National University.

Jeju-Do, 690-756, Korea

*Graduate School, Cheju National University, Jeju-Do, 690-756, Korea

Sheet metal forming process is a non-linearity problem which is affected by various process variables, such as geometric shape of punch and die, frictional characteristic, etc.. Therefore, the knowledge of the influence of the process variables is needed in the design of sheet metal forming processes. In this study, the simulation tests of deep drawing for friction coefficient between sheet material and tool were carried out to investigate the influence upon sheet formability. Experimental results were discussed about the defects on the deformation behaviors during the forming process.

Key words : sheet metal forming, deep-drawing, frictional characteristic, friction coefficient, FMS

서 론

많은 산업분야에서 박판 성형이 차지하는 비중은 매우 크며 또한 많은 영향을 미치고 있다. 박판 성형 공정의 수치해석 방법으로는 평형 방정식을 이용한 기하학적인 방법과 유한요소해석 방법이 널리 사용되고 있다(정 등, 1992).

박판성형 공정의 평면변형 해석을 박막이론을 사용한 강소성 유한요소법(Rigid-Plastic Finite Element Method)으로 수행하였고, 박판 재료는 수직이방성(Normal Anisotropy)이고 Hill의 신이방성 이론(R. Hill, 1979)을 따른다고 가정하였다. 기하학적 비선형은 질점좌표계(Convect Coordinate System)를 도입하여 수치계산의 효율을 개선하였다.

최근에 박판성형의 해석에 탄소성 유한요소법과

강소성 유한요소법이 성공적으로 적용되고 있다. Toh와 Kobashi(1983)는 박판의 3차원 대변형에 대하여 강소성 유한요소 수식을 유도하고 이를 사각형 컵의 딥-드로잉에 적용하였다. Wang(1984)은 한 변형단계 동안에 변형경로를 가정하여 에너지법으로 강소성 유한요소 수식화를 유도하고 정수압 벌징과 신장성형에 적용하였다.

재료는 수직이방성을 갖는 강소성으로 가정하고, 평면변형 문제로 취급할 수 있는 임의의 형상을 갖는 박판(Sheet)의 성형공정을 해석할 수 있도록 되어 있다.

본 연구의 목적은 실제 금형 설계과정에서 활용할 수 있도록 2차원 강소성 유한요소법을 이용하여 박판 성형의 제반특성을 고려하여 변형상태를 경제적이고 효과적으로 시뮬레이션하는 방법을 이용하여 마찰계수의 영향을 고려하는 것이다.

본 론

평면 변형도 강소성 유한요소법

박판성형을 효과적으로 해석하기 위해서는 기하학적, 재료적 비선형성을 고려한 해석이 필수적이다. 위와같은 점을 고려하여 Yang and Kim(1985)은 Hill의 2차 항복이론을 이용하고 주 절점좌표계와 한 단계동안의 변형경로에 대한 가정을 사용하여 수직이방성의 가정하에서 박막요소를 사용하여 3차원 박판성형에 대한 강소성 유한요소법을 수식화 하였다. 정 등(1989)은 Hill의 신이방성이론(R. Hill, 1979)을 따르는 재료에 대하여 강소성유한요소법을 유도하였다. 본 연구에서는 정완진 등에 의해 개발된 유한요소법을 평면변형 문제 경우에 한하여 적용하였다. 강소성 유한요소법의 변분식은 다음과 같이 나타난다(정 등, 1992).

$$\int_{A^*} \bar{\sigma} \delta(\Delta \bar{\epsilon}) r^o dA^o - \int_{S^*} t \cdot \delta u dS^* = 0 \quad (1)$$

유한요소 수식화 과정을 적용하면 다음과 같은 비선형 방정식을 얻을 수 있다(정 등, 1992).

$$Q(\tilde{U}) = P(\tilde{U}) + F \quad (2)$$

여기서 $P(\tilde{U})$ 는 압력에 의한 절점력을 나타내고 f 는 그 외의 힘에 의한 절점력을 나타내며 식(1)의 첫째항에 해당하는 $Q(\tilde{U})$ 는 다음과 같다(정 등, 1992).

$$Q(\tilde{U}) = \sum_{\epsilon} \int_{A^*} \bar{\sigma}_{\epsilon}^o \frac{\partial(\Delta \bar{\epsilon})}{\partial \phi} \frac{\partial \phi}{\partial \epsilon_1} K_1 t^o dA^o \quad (3)$$

식(2)는 비선형 방정식이므로 식 (4)와 같이 선형화하여 뉴턴 랩슨방법으로 해를 구한다(정 등, 1992).

$$\frac{\partial}{\partial \tilde{U}} [Q(\tilde{U}) - P(\tilde{U})] |_{\tilde{U} = \tilde{U}_n} \cdot \Delta \tilde{U}_n = F - Q(\tilde{U}_n) + P(\tilde{U}_n) \quad (4)$$

본 연구에서 사용하는 강소성 재료의 특성방정식은 해중의 경우 그 부분에서의 응력을 알 수 없어 해가

발산하게 되는데 이러한 어려움을 수치적으로 해결하기 위하여 Osakad 등(1982)이 사용한 방법을 채용하여 변형률 증분을 다음과 같이 수정하여 사용하였다.

$$d\bar{\epsilon} = \sqrt{d\epsilon^2 + d\epsilon_o^2} \quad (5)$$

이때 구성방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$\bar{\sigma} = \frac{\bar{\sigma}_o}{\sqrt{d\epsilon^2 + d\epsilon_o^2}} d\bar{\epsilon} \quad (6)$$

경사면 경계조건을 이용한 접촉처리 방법

박막요소를 사용한 유한요소법에서 접촉문제를 고려할 때 요소내에서 수직응력을 구할 수 없으므로 절점단위로 접촉을 고려하는 것이 편리하다.

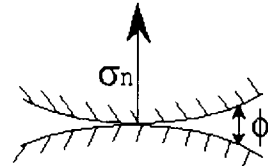


Fig. 1. Contact condition between two object.

Fig. 1와 같이 두 물체가 접촉할 때 접촉조건을 다음과 같이 나타낼 수 있다(정 등, 1992).

$$\sigma_n \cdot \phi = 0 \quad (7.a)$$

$$\phi \geq 0 \quad (7.b)$$

$$\sigma_n \leq 0 \quad (7.c)$$

본 연구에서는 경사좌표계를 사용하여 2차원형상의 금형에 의한 박판성형 해석 시 접촉조건을 만족시켰다. 2차원 상의 임의의 곡면형상은 다음과 같이 매개변수로 나타낼 수 있다(정 등, 1992).

$$r(u) = X^S(u) e_x + Y^S(u) e_y \quad (8)$$

Fig. 2에서 접촉면상의 접촉점 P에 가장 가까운 점 Q는 P와 Q사이의 거리를 최소화함으로써 얻어진다.

$$|QP|^2 = (X(P) - X^S(u))^2 + (Y(P) - Y^S(u))^2 \quad (9)$$

Fig. 2와 같이 금형표면위의 점 Q에서의 금형바깥

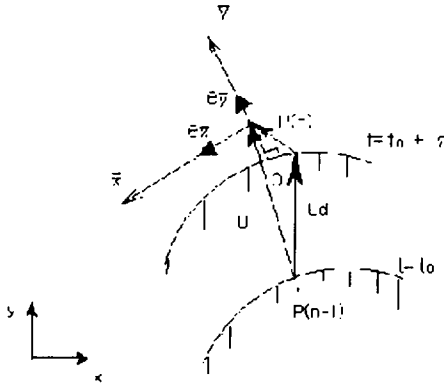


Fig. 2. Local coordinate.

방향의 수직벡터의 방향을 e_y . 절점 P의 편치에 대한 상대변위 U_r 이 e_y 에 수직인 성분벡터의 방향을 e_x 로 한다. e_x, e_y 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} e_x &= \frac{U_r - (U_r \cdot e_y)e_y}{|U_r - (U_r \cdot e_y)e_y|} \\ e_y &= \frac{n(Q)}{|n(Q)|} \end{aligned} \quad (10)$$

여기서 U_r 은 절점의 금형에 대한 상대변위를 나타낸다. 변환행렬 T는 다음과 같다.

$$\Delta U = T \Delta \bar{U} \quad (11)$$

$$T = \begin{bmatrix} \cos(\bar{X}, X) & \cos(\bar{Y}, X) \\ \cos(\bar{X}, Y) & \cos(\bar{Y}, Y) \end{bmatrix} \quad (12)$$

식(12)의 변환행렬을 이용하여 접촉절점에 대하여 유한요소 방정식을 원래의 직교좌표계 (X, Y)로부터 경사좌표계 (\bar{X}, \bar{Y})로 변환한다.

$$\bar{K} \Delta U = \bar{R} \quad (13)$$

여기서, $\bar{K} = T^T K T$, $\bar{R} = T^T R$ 이다.

coulomb 마찰조건을 만족시키기 위해 마찰력을 경사좌표계에서 절점력으로 다음과 같이 표시하였다(정 등, 1992).

$$(F_s)_i = -\frac{2}{\pi} \mu (F_n)_i \tan^{-1}(k U_{r_i}) \quad (14)$$

$$U_{r_i} = U_r - (U_r \cdot e_y)e_y \quad (15)$$

여기서 k는 큰상수이다. 식 (14)에 의해 생기는 강성행렬에 기여하는 항들은 좌표변환후에 계산되었다. 접촉조건중에서 식(7.c)를 만족하기 위해서는 접촉절점과 금형사이에 작용하는 절점력이 압축력이어야한다. 따라서 접촉중인 절점의 바깥방향의 수직력이 음이면 (접촉 \rightarrow 비접촉) 상태전환을 하여 반복계산한다. 이때 절점력은 근사적으로 다음과 같이 구해진다(정 등, 1992).

$$P_y = \sum_{j=1}^n (\Delta U_j K_{yy}) - R_y \quad (16)$$

만일 P_y 가 음이면 (접촉 \rightarrow 비접촉) 절점의 접촉상태를 변경하고 변위벡터를 수정하지 않고 다시 계산한다. 이때 강성행렬 K는 마찰력에 의한 부분만 제외하고는 다시 계산할 필요가 없다.

초기 변위장 생성 수식화

강소성 유한요소법에서는 수렴성이 초기 변위장에 크게 의존한다(Yang et al. 1990). 본 연구에서 사용한 비선형 탄성 초기 변위장 생성 수식화는 다음과 같다. 평면 변형하에서 내부에너지(W)는 다음과 같이 표현된다(정 등, 1992).

$$\begin{aligned} W &= \int_A \sigma_1 \epsilon_1 r' dA'' = \int_A \frac{E}{(1-\nu^2)} \epsilon_1^2 r' dA'' \\ &= \sum_e \int_{A''} \frac{E}{(1-\nu^2)} \epsilon_1^2 r' dA'' \end{aligned} \quad (17)$$

여기서,

$$\epsilon_1 = \ln(l'/l) = \frac{1}{2} \ln(g_1/r'/g_1)$$

식 (17)에 변분을 취한후 비선형 방정식으로 정리하면 다음과 같다(정 등, 1992).

$$\begin{aligned} \delta W &= \delta \tilde{U}^T Q(\tilde{U}) \\ Q(\tilde{U}) &= \sum_e \int_{A''} \frac{\partial \epsilon_1}{\partial \tilde{g}_1} \frac{\partial \tilde{g}_1}{\partial \tilde{U}} r' dA'' \end{aligned} \quad (18)$$

위의 비선형 방정식을 뉴턴랩슨(Newton-Raphson) 방법으로 방정식의 해를 구한다. 본 수식화에서는 수렴성을 위하여 ϵ_1 대신에 $\epsilon_1 + \epsilon_0$ 로 대체하였다. 여기서 ϵ_0 는 충분히 작은 상수이다. 본 연구에서는 비선

형 탄성 초기 변위장 생성 프로그램을 이용하여 초기 변위장을 생성하였으며 다음과 같이 두 단계로 나누었다. 첫 단계에서는 접촉 조건을 무시하고 가장 먼저 박판과 접촉하는 절점에 수직 방향의 변위를 조금 준 후 변위장을 생성한다. 두 번째 단계에서는 첫 단계에서 얻어진 변위장을 원하는 변위만큼 증폭시키고 접촉조건을 고려한후 실제적인 초기 변위장을 생성한다(정 등, 1992).

성형결과 해석

수식화 된 결과에 따라 평면 변형 유한요소 해석 프로그램을 작성하여 성형품의 각 단면들을 성형단계에 따라 2차원 해석하였다. 해석에 사용된 재료는 다음과 같다.

응력-변형도 곡선 : $\bar{\sigma} = 52.985 (0.2 + \bar{\epsilon})^{0.20}$

수직 이방성 계수 : $R = 2.00$

재료 두께 : $t = 0.45\text{mm}$

성형단계 :

Maximum allowable punch stroke = 22mm

Each step punch stroke = 0.5mm

성형품 단면의 시뮬레이션 결과는 변형도가 0.05% 미만의 성형공정이었다. 따라서, 구속력을 너무 크게 주지 않는 한 무리 없이 성형될 것으로 판단되며, 성형품의 변형단계에 따른 변형 형상과 두께 분포가 다음 Fig. 3, 4에 나타나 있다.

해석에 사용된 유한요소 격자를 각 단면에서 33개의 선형요소로 분할하였다. 그래프상의 각점들은 노드점(node point)를 나타내고 매 계산 단계에서의 최대 유효 변형도는 0.025이내로 제한되도록 계산단계의 크기를 조정하였다.

초기 변위는 초기 변위장 생성 프로그램으로 구하여 본 프로그램의 초기변위로 사용하였다.

양측의 끝절점에 단위폭당 15 kgf/mm의 제한력(restraining force)을 가하여 그 절점의 내부 절점력의 반경 방향성분이 제한력 보다 작을 때는 양측 끝 절점을 고정시키고, 제한력 보다 커지면 그 절점이 안으로 빨려들어오도록 하여 드로잉 공정을 해석하였다. 평면변형드로잉의 경우 축대칭 문제와 달리 기하학적인 구속조건이 없어서 재료의 강제 운동이 발생

하여 강소성 유한요소법에서 해의 수렴성이 급격히 악화되어 식(6)에서 $\bar{\epsilon}_0$ 의 값을 크게 하여야 해가 수렴하므로 변형률이 약간 커진다.

균일 마찰계수에 따른 성형해석

답드로잉 공정시 마찰계수를 0.0~0.7까지 0.1 단위로 증가시키면서 성형과정을 해석한후 최종단계에서의 성형곡선과 성형품의 두께 분포를 비교해보았다. Fig. 3, 4, 5에서 마찰계수가 0.0~0.2사이의 값일 때 Fig. 11에서와 같이 두께 분포율은 고르나 제품에 주름이 발생했다. 그리고 Fig. 6, 7, 8, 9, 10에서 마찰계수가 0.5이상일 때는 성형성은 양호하나 Fig. 11에서

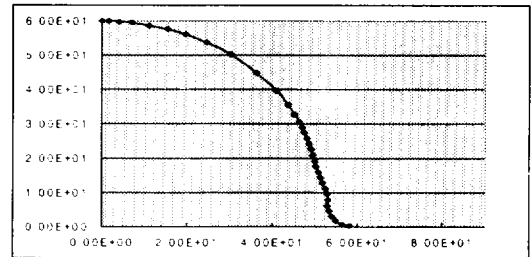


Fig. 3. Friction coefficient = 0.0.

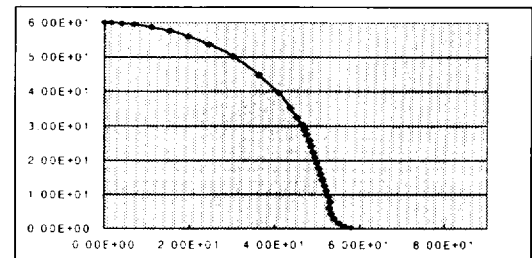


Fig. 4. Friction coefficient = 0.1.

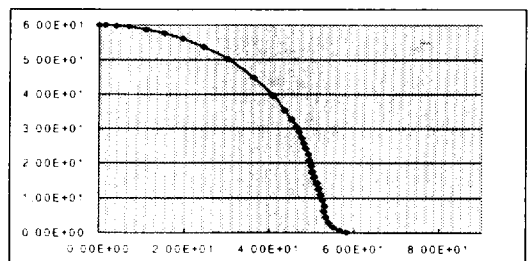


Fig. 5. Friction coefficient = 0.2.

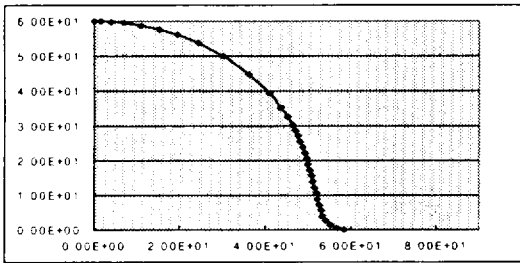


Fig. 6. Friction coefficient = 0.3.

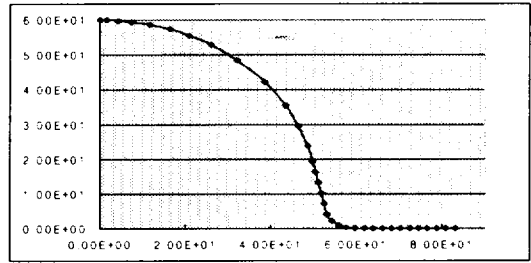


Fig. 10. Friction coefficient = 0.7.

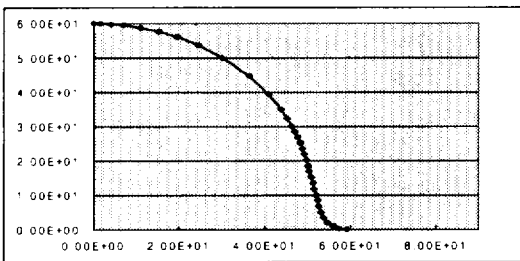


Fig. 7. Friction coefficient = 0.4.

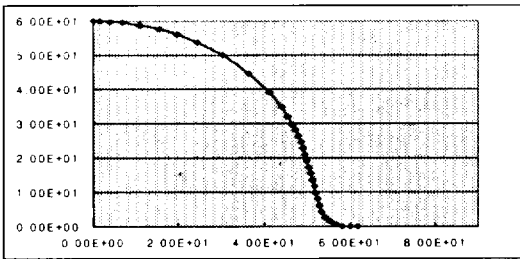


Fig. 8. Friction coefficient = 0.5.

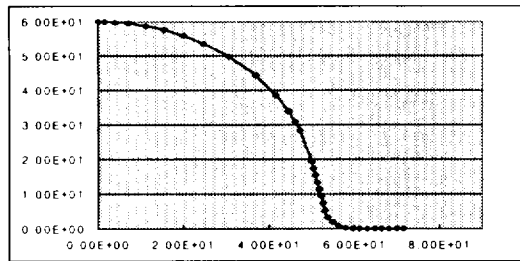


Fig. 9. Friction coefficient = 0.6.

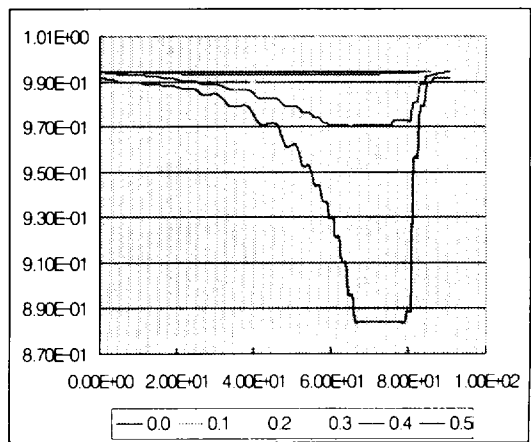


Fig. 11. Distribution of the thickness according to the friction coefficient.

와 같이 두께 분포가 고르지 못해 제품성이 매우 불량해진다. 즉 마찰계수는 성형성과 두께 분포에 매우 큰 영향을 미침을 알 수 있다. 따라서 적절한 마찰계수 값의 선정은 제품의 품질에 매우 큰 영향을 미침

을 알 수 있다.

국부 마찰계수에 따른 성형해석

마찰계수가 성형성과 두께 분포에 큰 영향을 미치므로 성형시 각 부분별로 마찰계수의 영향을 고찰해보았다. Fig. 12와 같이 sect마다 마찰계수를 달리하면서 공정을 해석했다. 각 sect마다 마찰계수를 70202, 3-3-3, 4-2-2, 3-2-2, 2-3-4, 4-3-2, 3-3-5의 값을 적용시켜서 성형결과를 해석하였다. Fig. 13에 주어진 마찰계수 값에 따른 성형품의 두께 분포를 나타내고 있다. sect1에 다른 sect보다 다소 큰 마찰계수의 값을 적용시켰을 때 비교적 고른 두께 분포를 보였다. 본 연구에서는 마찰계수를 4-2-2의 조건으로 부여했을 때 전체적으로 고른 마찰계수 값(0.3)을 적용시켰을 때보다 고른 두께 분포를 보이고 있다. 즉 전체적으로 균일한 마찰계수를 적용시킬 때 보다 국부적으

로 최적의 조건을 찾았을 때 보다 나은 성형결과를 나타내고 있다.

나은 성형품을 얻을 수 있을 것으로 보여진다.

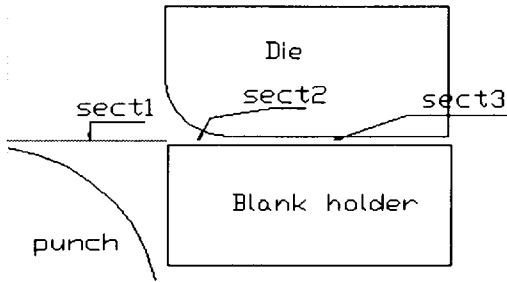


Fig. 12. Definition of the part section.

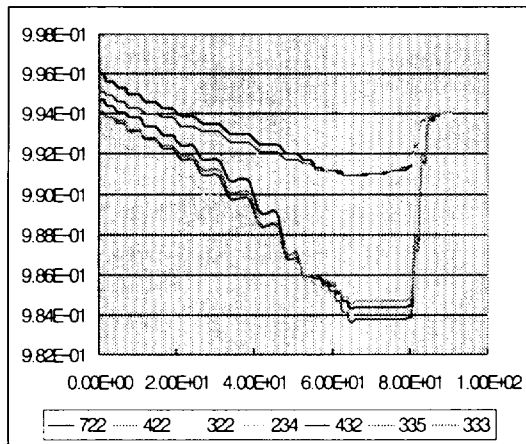


Fig. 13. Distribution of the thickness according to the local friction coefficient applying.

결론 및 향후 과제

본 연구에서는 딥드로잉 성형시 마찰계수의 영향에 관한 해석을 수행하였다. 이로부터 다음과 같은 결론을 얻을 수 있다.

1. 마찰계수의 값이 편치속도나 블랭크 홀딩력과 같이 공정에 큰 영향을 끼친다.
 2. 윤활조건에 의한 각 성형부분의 마찰계수 값을 조정하면 최적의 성형 조건을 얻을 수 있다.
- 따라서, 정확한 마찰계수의 산정과 적용으로 보다

참고 문헌

- 정동원 · 송인섭 · 양동열 · 이장희. 1992. 유한요소법을 이용한 박판성형의 단면해석과 자동차 금형설계에의 응용. 대한기계학회 춘계학술대회 논문집 (I): 380-383.
- R. Hill. 1979. Theoretical of textured aggregates. Math Proc. Camb. phil. Soc., 85: 179-191.
- Toh, C.H. and Kobayashi, S. 1983. Finite Element Process of Metal forming of General Shapes. Proc. Int. Symp. Fundamentals of Metal forming Technique-State and Trend. Springer-Verlag, West Germany, 13-14. October, pp.39-57.
- Wang, N.M. 1984. A Rigid-plastic Rate Sensitive Finite Element Method for Modeling Sheet Metal Forming Process. Numerical Analysis of Forming Process. John Wiley & Sons, Chichester, pp. 117-164.
- Y.J. Kim and D.Y. yang. 1985. A Rigid-Plastic Finite Element Formulation Considering the Effect of Geometric Change and its Application to Hydrostatic Bulging. Int. J. Mech. Sci., 27: 453-463.
- W.J. Chung, Y.J. Kim and D.Y. Yang. 1989. Rigid-Plastic Finite Element Analysis of Hydrostatic Bulging of Elliptic Diaphragms using Hill's New Yield Criterion. Int.J. Mech. Sci., 31: 193-207.
- K. Osakada, J. Nakano and K. Mori. 1982. Finite element method for rigid-plastic analysis of metal forming formulations for finite deformation. Int.J. Mech. Sci., 24: 459-468
- Yang, d. Y., Chung, Y.J. and Shim, H.B. 1990. Rigid-Plastic Finite Element Analysis of Sheet Metal Forming Processes with Initial Guess Generation. Int. J. Mech. Sci., 32(8): 687-708.