

선형부재의 최적배치에 대한 연구

조 경 호*

A Study on the Optimal Nesting of the 1D Materials

Kyung-Ho Cho*

ABSTRACT

In this study, a hybrid method is used to search the pseudo-optimal solution for the 1-dimensional nesting problem. This method is composed of the genetic algorithm for the global search and a simple heuristic one for the local search near the pseudo optimal solution. Several simulation results show that the hybrid method gives very satisfactory results.

Key words : Genetic algorithm, heuristics, optimal cutting plan

1. 서 론

형강류(H형강, L형강), 봉재(bar), 파이프 등의 1차원 원자재를 사용하여 다량의 부재를 절단하여 사용하는 분야에서는 1차원 최적배치가 원자재의 효율적인 사용을 위하여 필요하다. 1차원 최적배치라 함은 1차원 원자재의 사용효율을 증대시키기 위하여 절단하여 사용하고자 하는 부재들을 어떻게 원자재에서 절단할 것인가를 말한다.

최적배치에 대한 연구문헌들은 대부분 2차원 형상의 배치에 관한 것이고, 최근에는 신속시작시스템(rapid prototyping)과 관련하여 3차원 형상에 대한 3차원 공간에서의 최적배치(3D packing)에 대한 연구자료가 많다. 반면에 1차원 최적배치에 대한 연구문헌은 상대적으로 적은 편이다. 1차원 최적배치를 지

원하기 위한 상용 프로그램의 개발, 보급 현황을 살펴봐도 2차원, 3차원 최적배치에 관한 상용 프로그램들에 비하여 질적인 면과 양적인 면 모두에서 크게 부족한 실정이다. 이에 따라, 관련 산업분야에서는 대부분 간단한 경험적 방법을 적용한 1차원 최적배치 프로그램들을 개발하여 사용하고 있는 실정으로, 원자재 사용효율 면에서 개선의 여지가 많다.

본 연구에서는 1차원 최적배치 문제를 다루기 위한 방법론으로 유전자 알고리즘(GA, genetic algorithm)¹⁾²⁾을 변형하여 사용하였고, 몇 가지의 효율적인 경험법칙(heuristics)들을 고안하여 GA가 갖고 있는 한계성을 극복하고자 하였다.

II. 최적해 탐색방법

1차원 최적배치의 문제는 일견 단순한 문제로 보이지만 시스템의 자유도가 클 경우에는 해영역의 크기

* 제주대학교 기계에너지생산공학부, 산업기술연구소
Faculty of Mechanical, Energy & Production Engineering,
Res. Insti. Ind. Tech., Cheju Nat'l Univ.

가 기하급수적으로 증가하는 조합최적화 문제(combinatorial optimization problem)이다. 조합최적화의 대표적인 TSP(travelling salesman problem) 문제에 대한 선행연구^{3),4),5)} 결과에 따르면, 시스템의 자유도가 매우 큰 문제에서는 계산에 근거한 결정론적 탐색법(deterministic searching methods based upon calculus) 보다 확률통계론적 탐색법(stochastic searching methods)들이 보다 유용한 결과를 보이는 것으로 알려져 있다^{6),7)}.

본 연구에서는 GA는 전역탐색 능력이 우수하기 때문에 초기해로부터 어느정도 최적해에 도달할 때까지 해를 개선시키는데 GA를 사용하고, 경험법칙에 근거한 탐색법은 국지해 탐색에 효과적이기 때문에 탐색의 후반부에서 의사 최적해(seudo-optimal solution)로의 수렴을 위해서 사용하였다.

2.1 GA를 이용한 1차원 최적배치

2.1.1. 개체표현

1차원 배치문제에 유전자 알고리즘을 적용하기 위하여 다음과 같은 표현으로 문제를 정형화하였다.

사용 원자재의 나열 : abccbbaa...

위에서 원자재 문자열 abccbbaa... 의 의미는 길이가 서로 다른 원자재 a형, b형, c형, d형이 있고, 이들의 사용 순서는 a형이 첫째로 1개 사용되고, 다음에 b형이 1개, c형이 연속하여 2개 사용되고 다시 b형이 연속하여 2개, a형이 연속하여 2개 ...사용된다는 의미이다. 이들 원자재로부터 부재의 길이가 l1, l2, l3, 이고, 이들을 각각 n1, n2, n3, 개씩 총 $N(=n1+n2+n3+...)$ 개의 부재를 절단할 계획(CP, cutting plan) 혹은 개체(individual in GA)를 Fig. 1 과 같이 표현한다.

여기서 부재 id는 각 부재에 할당된 고유한 부재번호이고, 부재 id 배열은 첫 번째 원자재로부터 순서대로 절단되는 부재의 id의 나열이다. 그림에서처럼 원자재 a에 부재 2, 5, 6 이 배열되고 남은 길이가 부재 3의 길이 보다 작으면 부재 3은 다음의 원자재 b에 배열됨을 의미한다. 이때, 원자재 a의 짜투리는 원

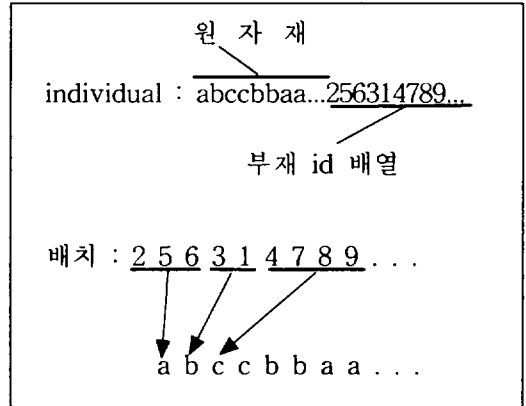


Fig. 1. Individual in GA for 1D nesting.

자재 a의 길이에서 부재 2, 5, 6의 길이들을 빼고 남은 양이 된다. 이와같은 표현에 따르면 다음의 3가지 표현은 모두 서로 다른 절단계획 혹은 개체를 나타낸다.

abbaaacddd.256314789
 abbaaacddd.325689147
 aaaabbccddd.256314789

2.1.2. 목적함수

본 연구에서는 다음과 같이 정의된 적응도(fitness)를 극대화하는 절단계획을 GA를 이용하여 탐색하고자 한다.

$$\begin{aligned} \text{fitness} &= \text{수율}(\%) \\ &= 100 * \text{부재총길이} / \text{사용원자재총길이} \end{aligned}$$

실제의 절단에서는 절단여유, 끝단여유 등이 반드시 반영되어야 할 사항들이지만, 본 연구에서는 이들에 대한 고려는 제외하였다.

2.1.3. 교배법

교배에 참여하는 부모가

abbaaacddd.256314789.
 bcccccccc.123456789

라 할 때, 이들의 교배를 통하여 자손을 생성하기 위한 교배연산은 원자재 문자열 부분과 부재 id 배열부분으로 구분하여 수행되고, 각 부분에서는 근본적으로 2점 교배연산을 수행한다. 그러나, 부재 id 배열

부분에 대한 교배에는 다음과 같은 고려가 반영되었다. 즉, 원자재 유형별 사용개수의 변화는 허용되지만, 절단부재의 id는 고유한 것으로서 교배 후 생성된 자손에서도 절단하고자 하는 모든 부재의 id가 반드시 한 개씩만 존재하여야 한다. 이와같이 구속이 있는 중복순열의 유전자 상호간의 교배를 위하여 PXC (partially matching crossover)^{21,6)} 교배법을 변형하여 사용하였다. 이 방법을 이용하면 치사유전자 배열을 갖는 개체(유전자배열이 부적절한 개체: 예, 교배에 의해서 생성된 새로운 개체가 특정 부재의 총 배치 개수를 지정된 값보다 크게 하거나 작게 할 경우 등)의 생성을 제한할 수 있게된다.

2.1.4. 기타 사항

GA에서의 탐색결과는 세대집단의 크기, 교배쌍의 선택법, 교배율과 교배법, 돌연변이율, 세대교체법에 따라 결과가 크게 달라질 수 있다. 이밖에도, 엘리트 보존책, 적응도 스케일링 등의 도입여부도 GA 결과에 영향을 주는 민감한 요소가 될 수 있다. 그러나, 본 연구에서는 지면 관계상 이들 모든 요소에 대한 상세한 검토는 생략하였다.

Table 1. Simulation results of GA

Generation No.	Population Avg. Fitness (%)	Max. Fitness(%)
1	86.1	92.6
2	83.6	93.1
3	100	81.6
4	100	86.0
5	200	93.1
6	200	91.8
Avg.	-	87.0
		94.3

세대교체 횟수에 따라서 GA의 효율이 어떻게 변하는가를 파악하기 위하여, 해집단의 크기는 50으로 하고 세대교체수를 50, 100, 200회로 변화시켜 개체집단의 평균수율과 최고수율의 변화를 시뮬레이션하였다. Table 1은 시뮬레이션 결과의 요약으로서, 세대교체수를 증가시키에 따라서 세대집단의 평균수율과 최고수율이 향상됨을 보인다. 그러나, GA에 의한 최고

수율의 개선은 세대교체수의 증가에 비하여 매우 완만하여 목표로 하는 수율(예, 99% 이상)에 도달하기 위해서는 매우 많은 실행시간이 필요할 것으로 예견된다.

2.2 경험법칙을 이용한 1차원 최적배치

절단되어야 할 모든 부재가 배치된 임의의 절단계획을 X 라 하자. X 는 사용된 모든 원자재들을 하위 요소로 갖고 있고, 각 원자재 요소는 다시 해당 원자재에 배치된 부재들의 고유 id들과 해당 원자재에서의 짜투리 값으로 구성되어 있다.

본 연구에서는 절단계획 X 를 조금이라도 좋은 방향으로 개선시킬 수 있는 배치의 수정방법을 다음과 같은 경험적 방법만으로 한정하였다.

- Rule 1* : 짜투리가 0이 되는 배치패턴을 복사하여 추가하고, 이에 따른 파잉부재들을 짜투리가 큰 원자재에서부터 삭제한다.
- Rule 2* : 원자재의 길이를 가능한 작은 것으로 바꾼다.
- Rule 3* : 원자재 a 의 짜투리가 원자재 b 의 짜투리 보다 클 경우, 원자재 a, b 에서 각각 $m(>=1), n(>=0)$ 개의 적절한 부재들을 선택하여 이들의 배치위치를 상호 교환한다.

Rule 1에서 처럼 짜투리가 0이 되는 배치패턴은 일종의 국지 최적해(local optima)이다. Rule 1이 반복적으로 적용되면 짜투리가 큰 원자재에서 부재들이 빠져나가는 상황이 계속되어 어느 원자재에서는 배치된 부재가 전혀 없게되는 상황에 도달하게 된다. 이런 경우의 해당 원자재는 수율계산에서 제외되어 수율향상 효과를 기대할 수 있다. Rule 2는 어느 원자재 a 에 배치된 모든 부재를 수용할 수 있는 가능한 작은 길이의 새로운 원자재 b 를 찾아서 원자재 a 에 배치된 부재들을 새로운 원자재 b 로 옮기고, 원자재 a 의 사용을 취소하는 것으로서, rule 2의 적용은 곧바로 수율향상 효과로 나타난다. Fig. 2에서 보는바와

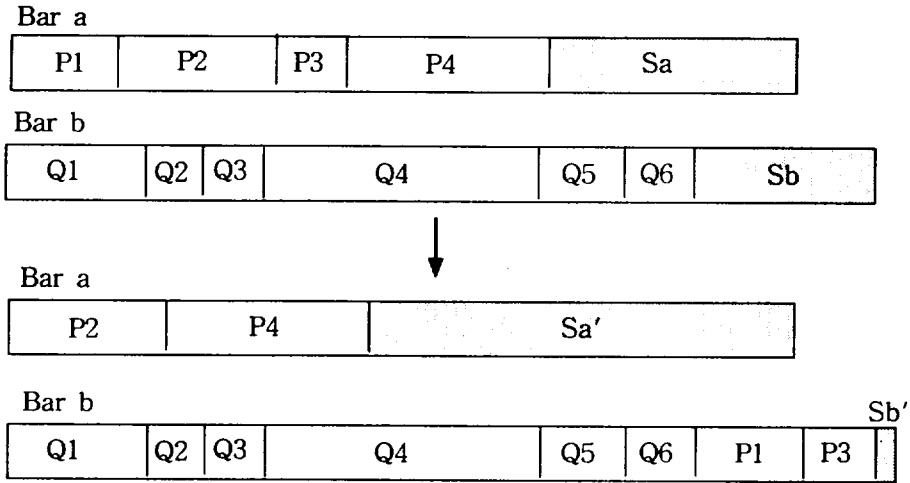


Fig. 2. Example of Rule 3 operation.

같이 rule 3은 적용결과가 원자재 a의 경우는 짜투리 (Sa)가 더 커지고, 원자재 b의 짜투리(Sb)는 더 작아지는 상황에서만 수행된다. 이 연산이 반복되면 짜투리가 큰 원자재의 부재가 계속적으로 다른 원자재로 이동하여 궁극적으로는 해당 원자재에 배치된 부재가 전혀 없는 상황에 도달하여 수율 계산에서 이 원자재는 제외된다.

이들 경험법칙의 장점은 일반적으로 생각할 수 있는 방법 즉, '모든 경우의 수를 고려하여 그 중에서 가장 좋은 경우를 선정하는 방법'에 비하여 실행시간을 크게 단축시킬 수 있다는 데 있다. 사실, 모든 경우의 수를 고려할 경우 검토되어야 할 해영역은 조합 최적화의 특성상 기하급수적으로 증가하여 유효한 시간 내에 만족스런 해를 찾는 것이 실질적으로 불가능하다는 문제가 있다.

본 연구에서는 일정 순서로 위의 3개 rule들을 주어진 횟수(예, 20회) 이상 반복하도록 하였다. 이때, 이 rule들의 적용에 따른 수율 개선 양이 일정수준 이하(예, +0.1%/iteration)가 되면 배치상황은 이 rule들에 의해서 더 이상 개선될 수 없다고 평가하고 전체 실행을 종료한다.

Table 2는 위의 3개 rule을 바탕으로 만들어진 절단계획 개선 프로그램(이하 Heu라 칭함)이 여러 가지 초기해에 대하여 얼마 만큼의 최종수율을 제공할

Table 2. Simulation results of Heu

	Initial Fitness (%)	Final Fitness (%)
1	81.1	92.1
2	79.0	90.7
3	84.1	91.4
4	85.0	88.9
5	86.2	92.4
Avg.	83.1	91.1

수 있는가를 시뮬레이션한 결과이다. 이 결과에서 보면 Heu는 비교적 빠른 시간에 수렴하고 도입된 간단한 rule들에 비하면 평균적으로는 90% 이상의 높은 수율을 보인다. 그러나, 초기해에 따라서 수렴결과가 비교적 큰 차이를 보이는 것으로 나타났다.

2.3 GA+Heu 혼합형에 의한 1차원 최적배치

위의 table 1, 2의 실행결과에서 볼 수 있듯이, GA 자체로는 94% 정도에 다다르면 해의 개선속도가 현저히 감소하는 것으로 나타났고, Heu 만으로는 효율이 91% 정도로 비교적 낮았다.

본 연구에서는 GA, Heu 각각의 장점을 이용하고 단점을 상호 보완할 수 있도록 다음과 같은 GA+Heu 형의 hybrid 법을 고안하여 사용하였다. 즉, GA

의 수율이 90% 이상에 이르거나, 세대교체 수가 지정횟수에 이르면 그때까지의 가장 좋은 해를 저장하고 GA는 종료한다. Heu는 GA에서 얻어진 가장 좋은 해를 초기해로 하여 위에서 제시된 3가지의 rule을 순차적으로 최대 20번까지 반복하도록 한다. 반복 실행 도중 수율개선 양이 +0.1%/iteration 미만이면 해는 의사 최적해에 수렴한 상황이라고 평가하여 실행을 종료한다.

GA부의 총 세대교체 횟수는 200회로 제한하였고, 매 20회의 세대교체 마다 그때까지의 우수 개체들을 이용하여 새로운 개체집단을 재구성하도록 하는 micro GA 개념을 추가하였다. Table 3에서 보는 바와같이 GA는 200세대의 세대교체 결과 평균적으로 약 94.6%의 수율에 도달하는 배치결과를 보인다. 이는 Table 2에서 보는 바와 같이 Heu의 91.1% 보다는 대체적으로 좋은 결과이다. 그러나, GA 결과를 바탕으로 Heu를 더 적용시켜 배치를 개선시키면 최고 수율이 평균적으로 99.4%에 도달하여 보다 더 개선된 배치결과를 얻을 수 있었다.

본 시뮬레이션 결과로부터 다음과 같은 결론을 도출할 수 있다. 즉, GA는 전역탐색에 효과적이지만, 최적해 주위에서 최적해에 빠르게 수렴하지 못하고

Table 3. Simulation results of GA+ Heu

	GA Avg.		GA Best		GA+ Heu
	1 Gen.	200Gen.	1 Gen.	200Gen.	
1	78.8	92.6	88.0	94.4	99.5
2	77.1	95.2	88.3	95.6	99.5
3	80.4	93.5	88.4	93.5	99.3
4	77.9	93.2	89.2	94.7	99.5
5	78.2	93.1	87.1	94.9	99.3
Avg.	78.5	93.5	88.2	94.6	99.4

그 주위를 맴도는 문제(wandering problem)가 있다. 반면에, Heu는 해영역의 탐색에 있어서 특정 방향으로의 국지탐색에 효율적이다. 따라서, 초기해로부터 해영역이 어떻게 생겼는지를 모르는 상황에서는 GA를 통한 전역탐색이 효과적이고, 탐색의 후반부에서는 국지탐색 능력이 우수한 Heu를 사용하는 것이 바람직한 것으로 나타났다.

III. 적용 예

Fig. 3과 Table 4는 GA+ Heu 혼합법을 적용하여

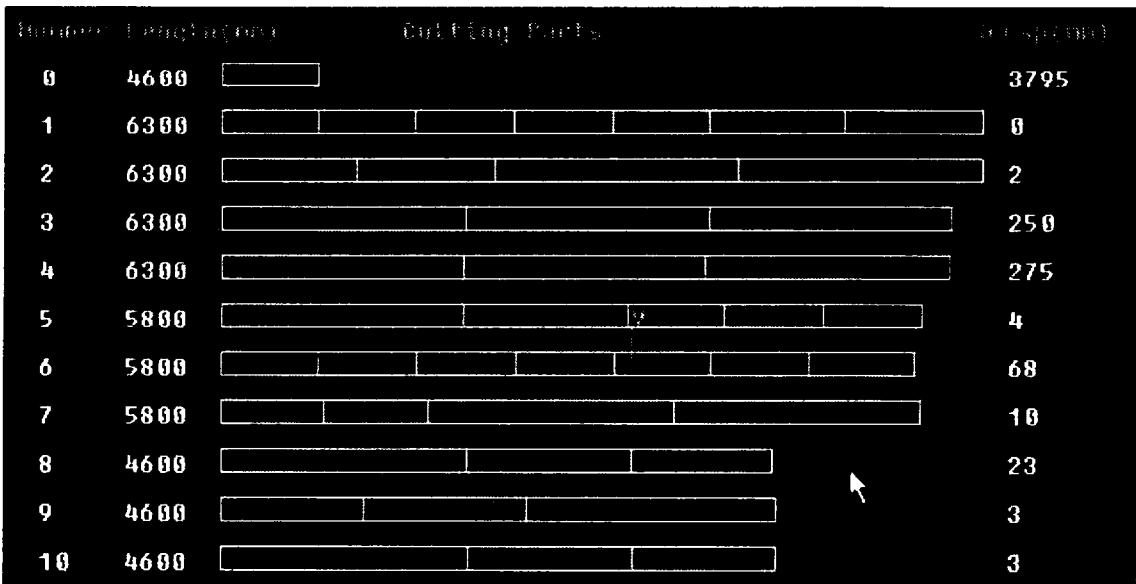


Fig. 3. Partially captured image of cutting plan.

얻은 실제의 절단계획 일부와 요약이다. Table 4에서 보는바와 같이 배치부재는 총 35종 784개(1010.896m) 이고, 이들의 절단을 위해서 사용된 원자재는 3종 총 172개(1018.100m)이다. 짜투리 총길이는 5.352m로서 전체 배치효율은 약 99.5%이고, 전체 실행시간은 PC Pentium II(400MHz)에서 대략 10sec 이하이다.

Table 4. Cutting plan example

연번 원자재 짜투리 :		절단부재					
중 락							
22	6300	3	: 1140	1140	812	2065	
23	4600	3	: 2065	812	860	860	
24	5800	10	: 860	860	2035	2035	
25	6300	5	: 2035	2035	1365	860	
26	6300	0	: 860	1130	2030	1140	1140
27	6300	3	: 1140	1140	1140	2065	812
28	6300	3	: 812	2065	1140	1140	1140
29	6300	3	: 1140	1140	1140	2065	812
30	6300	3	: 812	2065	1140	1140	1140
31	6300	2	: 1140	1140	1140	2060	818
32	6300	2	: 818	2060	2060	1360	
33	4600	45	: 1360	1140	2055		
34	4600	45	: 2055	1360	1140		
35	4600	45	: 1140	1360	2055		
36	4600	45	: 2055	1360	1140		
37	4600	45	: 1140	1360	2055		
38	5800	2	: 2055	1135	1360	1248	
39	5800	91	: 1248	2025	812	812	812
중 락							
원재 총 길이	= 1018100 (mm)						
잔재 발생횟수	= 2 (회) (400 mm 이상)						
총 잔재길이	= 1852 (mm)						
짜투리 총 길이	= 5352 (mm)						
짜투리 평균 길이	= 31 (mm)						
원자재 유형별 사용갯수 :							
1.	6300 (mm) x 125 (개)						
2.	5800 (mm) x 12 (개)						
3.	4600 (mm) x 35 (개)						
부재 총 길이	= 1010896 (mm)						
부재유형 및 총 갯수	= 35 종 (총 784 개)						
절단길이 변화횟수	= 418 (회)						
수율	= 99.5 (%)						

실제의 절단에서는 배치효율 뿐만 아니라, 절단공정의 절단 소요시간도 주요 공정변수가 된다. 이에따라, 동일한 배치효율이라도 절단순서의 최적화 여부에 따라서 절단시간에 차이가 생긴다. 본 연구에서는 이에 대한 기술은 지면관계상 생략하였다. 그러나, Table 4 와 Fig. 3에서 볼 수 있듯이 이 결과는 절단시간을

단축시키는 최적의 절단순서도 함께 고려되어 얻어진 결과임을 알 수 있다.

IV. 결 론

본 연구에서는 1차원 최적배치문제를 GA를 이용하는 방법과 경험법칙을 이용하는 방법(Heu)으로 접근하여 각각의 방법을 비교 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. GA, Heu 각각을 단독으로 사용할 경우 대략 94%, 91% 정도의 배치효율을 얻을 수 있었다.
2. 탐색의 전반부를 GA로 실시하고 후반부를 Heu로 수행토록 구성된 혼합법으로는 99% 이상의 훨씬 개선된 배치효율을 얻을 수 있었다.

참고 문헌

- 1) Goldberg D. E., 1989, Genetic Algorithm in Search, Optimization & Machine Learning, Addison-Wesley Publishing Co., NY.
- 2) 공성곤, 김인택, 박대회, 박주영, 신요안 공역, 1996, 유전자 알고리즘, 그린.
- 3) Ledermann W. and S. Vajda, 1980, Handbook of Applicable Mathematics, Vol. 1. - ALGEBRA, John Wiley & Sons, NY.
- 4) P.J.M. van Laarhoven and E.H.L. Aarts, 1987, Simulated Annealing: Theory and Applications, Reidel Publishing Co., Boston.
- 5) 김성환 외 공역, 2000, CAD/CAM/CAE 시스템, 피어슨에듀케이션코리아.
- 6) 이은철, 조경호 외, 1999, 다목적함수의 최적화 기법에 근거한 핵연료 집합체 최적배치에 관한 연구, 과학기술처.
- 7) 조경호, 권용세, 이은철, 1999, "다목적함수의 최적화 기법에 근거한 핵연료 집합체 최적배치에 관한 연구," 한국원자력학회 '99 춘계학술발표회요약집, pp.25.