

Median Filter를 이용한 映像의 雜音除去에 관한 研究

金 敬 植

A Study on the Noise Removing of Image by Median Filtering

Kim Kyung-sik

Summary

A two-dimensional median filtering approach to the problem of noisy image restoration is presented. The filtering scheme is based on replacing the central pixel value by the median value of all pixels inside a sliding window. The concept of thresholding which are shown to improve the performance of the median filter are introduced. The actual performance of the proposed filter is compared with the case of no thresholding image using the mean square error function. The median filtering algorithm, being essentially a sequence of searching and sorting operations with no associated arithmetic operations, is easier to implement on a general purpose computer.

序 論

Median filter는 雜音除去를 위한 非線形信號處理 방법으로서, Jayant(1976)와 Rabiner, *et al*(1975)의 音聲處理 및 Huang(1981)과 Bernstein(1984)의 映像處理의 應用과 Gallagher and Wise(1981)의 통계학적 解析 및 Huang, *et al*(1979)과 Ataman, *et al* (1980)의 fast algorithm을 비롯하여 최근 Arce and Gallagher(1982), Butz(1986) 및 Lee and Kassam (1985)등의 median filter 應用으로 큰 주목을 받고 있다.

Median filter 방법은 window를 순차적으로 이동시키면서 window內的 中心 pixel값을 window內的

모든 pixel값의 median값으로 代置시켜 구하는 것으로 특히 PCM(pulse code modulation) channel error의 發生時 생기는 missing line을 處理하는데 median filter가 효과적이다.

본 논문은 median filter방식을 이용한 것으로 映像이 edge部分을 保存하면서 雜音을 除去하기 위한 algorithm을 thresholding 개념을 導入하여 理論적으로 조사하고 實在 映像에 적용하여 復原된 映像을 비교 검토하고자 한다.

研 究 方 法

雜音을 除去하기 위한 提案하는 filter 방식은 (2L

+1)×(2L+1) window로 하였을때 window內的 中心 pixel x_{ij} 는 다음의 y_{ij} 로 代置된다.

$$Y_{ij} = \left[\frac{\sum_{n=-L}^L \sum_{m=-L}^L \omega_{m,n} (x_{i+m, j+n})}{\sum_{n=-L}^L \sum_{m=-L}^L \omega_{m,n}} \right] \dots\dots\dots (1)$$

여기서 $\omega_{m,n}$ 은 $\omega_{0,0}$ (中心 pixel x_{ij} 에 해당)의 weight를 1로 規準化하였을 때의 pixel $x_{i+m, j+n}$ 에 해당하는 weight이다. 만일 pixel x_{ki} 의 k와 l이 映像 밖을 나타낼 때 즉, 中心 pixel이 映像의 가장자리로 될 때는 pixel값을 0 또는 바로 이웃 값으로 指定해 준다.

映像의 가능한 雜音を 極점과 畵점으로 구별하면 임의의 x_{ij} 의 pixel 값은 極점으로 오염되었을 때의 P_h 와 畵점으로 오염된 P_l 및 오염되지 않은 P_i 세 가지로 나눌 수 있다. 따라서 window內的 pixel들이 雜音에 의해 오염되었는지를 알 수 있는 境界값 즉 threshold값을 구해야 한다.

먼저 다음 式이 성립된다면 極점으로 오염되었다

고 볼 수 있다.

$$y_{ij} - x_{ij} > \tau_1 \dots\dots\dots (2)$$

여기서 τ_1 은 미리 결정된 threshold값이다. 반면에 다음 式이 성립되면 畵점으로 오염되었다고 볼 수 있다.

$$y_{ij} - x_{ij} < \tau_2 \dots\dots\dots (2)$$

여기서 τ_2 는 또다른 미리 결정된 값이다. 만일 이 두 어느 條件도 만족하지 않으면 그 pixel x_{ij} 는 오염되지 않은 것으로 취급하며 filtering의 필요가 없이 그대로 놔둔다.

이 threshold값 τ_1 과 τ_2 를 구하기 위해 오염되지 않은 映像을 window內에서 두가지 가능한 형태로 구분한다. 즉 window內的 모든 pixel이 같은 값을 갖는 同一한 명암 부분과 window內에 pixel값이 $P_h > P_l$ 인 P_h 와 P_l 이 共存하는 즉 極백의 境界가 存在하는 edge부분으로 나누어 생각하며 특히 window의 크기가 전체 画面에 비해 크게 작을때는 window內的 edge를 Figure 1과 같은 線形 edge로 간주하여도 좋다고 볼 수 있다.

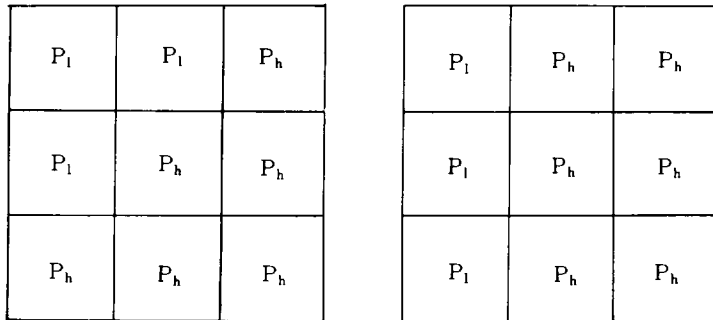


Figure 1. Two-type of linear edge.

먼저 threshold값을 구하기 위해 edge가 없는 領域에서 pixel x_{ij} 가 가질 수 있는 pixel값을 P_{min} 과 P_l 로 가정하고 edge 領域에선 P_{min} , P_h 및 P_l 의 세 가지 가능한 값을 가질 수 있다고 가정할 수 있다. 여기서 P_{min} 은 極점으로 오염된 pixel 값이다. 간단히 하기 위해 filtering하기 전의 pixel값을 Figure 2와 같은 방법으로 表示하면 다음과 같이 定義할 수 있

다.

$$Y_{ij} \triangleq \left[\frac{\sum_{i=0}^{k-1} \omega_i T_i}{\sum_{i=0}^{k-1} \omega_i} \right] \dots\dots (4)$$

여기서 k는 window內的 pixel수이며 ω_k 는 ω_0 를 1로 規準化하였을 때의 pixel T_i 에 해당하는 weight이다. 이들 weight의 합을 다음과 같이 表現하자.

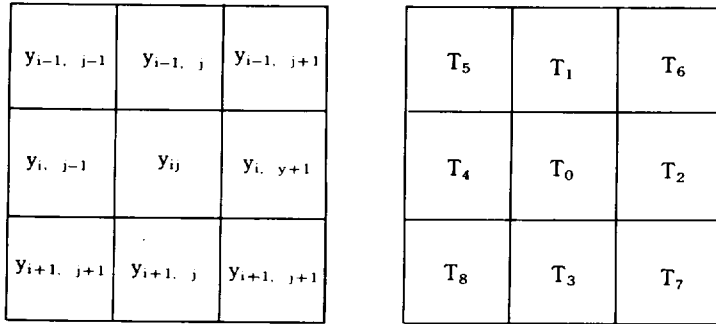


Figure 2. Relabeling of pixel values.

$$\sum_{i=0}^{k-1} \omega_i = W \dots\dots\dots (5)$$

이와같은 model로 edge 부분에 대해 다음의 假定을 할 수 있다.

가정1: 中心 pixel이 P_h 값을 가질때 즉 $T_0=P_h$ 인 경우 확률변수 $R_1 = \{(y_{ij}-T_0) | T_0=P_h\}$ 는

$$R_1 = \sum_{i=1}^{k-1} \frac{\omega_i T_i}{W} - \left(\frac{W-1}{W}\right) P_h \dots\dots\dots (6)$$

가정2: 中心 pixel이 P_l 값을 가질 때 즉 $T_0=P_l$ 인 경우 확률변수 $R_2 = \{(y_{ij}-T_0) | T_0=P_l\}$ 은

$$R_2 = \sum_{i=1}^{k-1} \frac{\omega_i T_i}{W} - \left(\frac{W-1}{W}\right) P_l \dots\dots\dots (7)$$

가정3: 中心 pixel이 흑점으로 오염되었을 때 즉 $T_0=P_{min}$ 인 경우 확률변수 $R_3 = \{(y_{ij}-T_0) | T_0=P_{min}\}$ 은

$$R_3 = \sum_{i=1}^{k-1} \frac{\omega_i T_i}{W} - \left(\frac{W-1}{W}\right) P_{min} \dots\dots\dots (8)$$

따라서 R_1 은 $(W-1/W)(P_{min}-P_h)$ 에서 부터 0까지의 分布를 가지며 항상 陰數이다. R_2 는 $(W-1/W)(P_{min}-P_l)$ 에서 $(W-1/W)(P_h-P_l)$ 까지 陰數 및 陽數의 값을 가질 수 있다. R_3 는 0에서 $(W-1/W)(P_h-P_{min})$ 까지 항상 陽數인 分布를 가진다. 式

(7)로부터 R_2 의 범위는 $-(8/9)P_l \leq R_2 \leq (P_h/3)-(P_l/3)$ 이며 式 (8)로부터 $0 \leq R_3 \leq (5/9)P_h + (P_l/3)$ 으로 되며 따라서 $\tau_1 = P_h/3$ 로 선택할 수 있다. 이 경우 R_2 는 R_3 로 검출되지 않으며 R_3 가 R_2 로 검출될 확률은 Kundu(1984)에 의하면 0.1% 정도이다. 위에서 구한 범위는 3×3 window와 ω_i 가 모두 1인 경우이다.

같은 방법으로 흰점으로 오염되었을 때의 threshold값을 조사하면 다음과 같이 된다.

$$\tau_2 > \frac{1}{9} \sum_{i=0}^8 T_i - T_0 \dots\dots\dots (9)$$

위 式을 만족하지 않는 경우는 오염되지 않은 것으로 볼 수 있다.

結果 및 考察

Figure 3.은 실험에 사용한 原來의 映像이며 Figure 4.는 편의상 雜音을 computer로 random하게 發生시켜 오염되게한 映像이다. Figure 5.는 $\omega_{m,n} = 1$ 인 3×3 window를 사용하여 Figure 4.에 thresholding을 적용치 않고 median filtering으로 復原한 映像이며 반면 Figure 6.은 Figure 5.와 같은 條件하에서 thresholding을 적용하여 復原한 結果이다. 이들 映像에서 볼 수 있듯이 thresholding의 效果는 blurring현상이 훨씬 적으며 結果的으로 edge部分을 잘 保存한다.

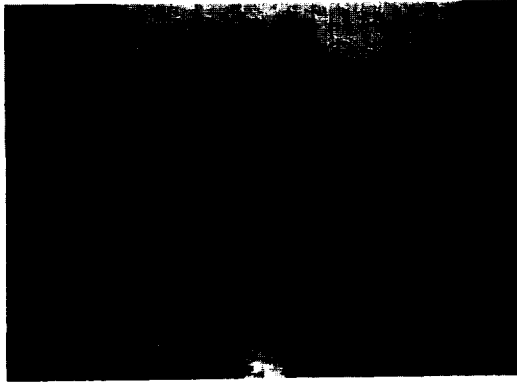


Figure 3. Original image.

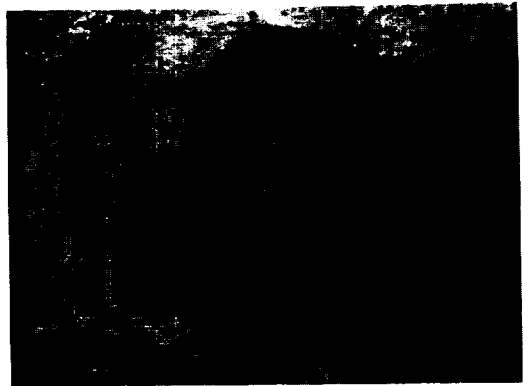


Figure 4. Image degraded by additive noise.

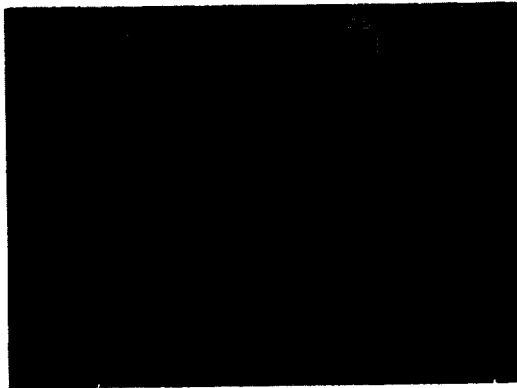


Figure 5. Image by no thresholding median filtering.



Figure 6. Image by the thresholding median filtering.

본 filter 性能을 定量的으로 알아 보기 위해 다음
식과 같은 평균 제곱오차를 조사한다.

$$e = \frac{1}{L^2} \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^L (y_{ij} - x_{ij})^2 \dots\dots\dots (10)$$

여기서, $L \times L$ window를 이용하였으며 y_{ij} 는 filter된
pixel 값이며 x_{ij} 는 原來的 pixel값이다. threshold-
ing을 적용한 경우의 평균제곱오차는 약 1.2%로 나
타났다.

이 보다 filter 性能 더 높으려면 더 정밀한 中心
pixel testing algorithm이 필요하며 특히 雜音 오염
확률이 그리 높지 않는 경우는 提案된 median filter
방법으로도 만족스럽다고 볼 수 있다.

앞으로의 조사 대상은 color 映像에 이와같은
median filtering을 적용하는 문제로, 이 경우 고려

해야될 factor들이 많아진다는 것 외는 기본적으로
같은 방법으로서 차후의 研究課題이다.

摘 要

雜音으로 오염된 映像의 雜音除去를 median filter
방식으로 處理하였다. 본 filter 방식은 edge 部分
잘 保存하기 위하여 thresholding 개념을 導入하였
으며 이 thresholding 값을 구하는 理論的인 algo-
rithm을 提示하였고, 이 값을 적용하여 filtering한 結
果를 평균제곱오차 함수로 조사 비교하였다. 특히
본 median filter 방식은 연속적인 조사 및 분류동작
algorithm로 이루어지므로 별도의 hardware 도움없
이 범용 computer로 實行하기 쉽다는 특징을 갖는
다.

參 考 文 獻

- Arce, G. R., and N. C. Gallagher, 1982. State description for the root-signal set of median filters. *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, ASSP-30: 894-902.
- Ataman, E., V. K. Aatre, and K. M. Wong, 1980. A fast method for real-time median filtering. *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, ASSP-28: 415-421.
- Bernstein, R., 1984. Contrast enhancement of noisy images by signal adaptive two-dimensional filtering. p.519-523. Elsevier Science, North-Holland.
- Bovic, A., T. S. Huang, and D. C. Munson, 1985. Edge-sensitive image restoration using order-constrained least square methods. *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, ASSP-33: 1253-1263.
- Butz, A. R., 1986. A class of rank order smoothers. *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, ASSP-34: 157-165.
- Gallagher, N. C., and G. L. Wise, 1981. A theoretical analysis of the properties of median filters. *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, ASSP-29: 1136-1141.
- Huang, T. S., 1981. Two-dimensional digital signal processing: Transforms and median filters. p.3-6. New York.
- Huang, T. S., G. J. Yang, and G. Y. Tang, 1979. A fast two-dimensional median filtering algorithm. *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, ASSP-27: 13-17.
- Jayant, N. S., 1976. Average and median-based smoothing techniques for improving speech quality in the presence of transmission errors. *IEEE Trans. Commun.*, COM-24: 1043-1045.
- Kundu, K., 1984. New efficient algorithms for removal of impulse noises from digitized speech and images. Ph. D. dissertation, Dep. Elec. Comput. Eng. Univ. California.
- Lee, Y. H., and S. A. Kassam, 1985. Generalized median filtering and related nonlinear filtering techniques. *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, ASSP-33: 672-683.
- Rabiner, L. R., M. R. Sambur, and C. E. Schmidt, 1975. Application of a nonlinear smoothing algorithm to speech processing. *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, ASSP-23: 552-557.