

# 트렐리스 부호화된 8PSK/CPSC를 위한 RSSE 방식

고 상 보\* · 좌 정 우\*\*

## Reduced-state sequence estimation for trellis-coded 8PSK/cyclic prefixed single carrier

Sang-Bo Ko\* · Jeong-Woo Jwa\*\*

### ABSTRACT

A reduced-state sequence estimation(RSSE) for trellis-coded(TC) 8PSK/cyclic prefixed single carrier (CPSC) with minimum mean-square error-linear equalization(MMSE-LE) on frequency-selective Rayleigh fading channels is proposed. The Viterbi algorithm(VA) is used to search for the best path through the reduced-state trellis combined equalization and TCM decoding. The symbol error probability of the proposed scheme is confirmed by computer simulations.

**Key Words** : Frequency domain equalization, multipath fading, reduced-state sequence estimation(RSSE), trellis coded modulation(TCM)

### 1. 서 론

이동채널을 통해 고속 데이터를 전송할 때 채널은 주파수 선택적 페이딩 채널로 모델링 할 수 있다 [1-2]. 다중경로 페이딩 채널에서 지연확산(delay spread)은 수신신호에서 심볼간 간섭(ISI : intersymbol interference)을 일으킨다. CPSC 시스템은 OFDM (orthogonal frequency division multiplexing) 시스템에서 보호구간(guard interval)을 사용하는 것과 같이 cyclic prefix를 사용하여 채널의 지연확산으로 인한

ISI를 극복할 수 있다[3-4]. 이때 cyclic prefix가 채널의 임펄스 응답보다 길면 ISI 문제를 해결할 수 있다. CPSC 시스템에서 채널 보상을 위해 채널상태정보(CSI : channel state information)를 이용하는 주파수영역 등화기를 사용한다. 주파수영역 등화기는 선형등화기로 채널 보상과정에서 잡음증가(noise enhancement)가 발생한다. CPSC의 오류성능을 향상시키기 위해 시간영역에서 DFE(decision feedback equalizer)를 사용한다. 단말기의 이동으로 인한 도플러 확산(Doppler spread)은 OFDM에서와 같이 수신단에서 주파수영역 신호에 서브채널간 간섭(ICI : interchannel interference)의 원인이 된다. ICI는 가우시언 랜덤 프로세서로 모델링되며 수신신호에서 가산 가우시언 잡음처럼 동작한다. ICI는 CPSC의 오류성능을 저하시키고 CSI를 이용하는 coherent detec-

\* 제주대학교 대학원

Graduate School, Cheju Nat'l Univ.

\*\* 제주대학교 통신컴퓨터공학부

Computer & Telecommunication Eng., Cheju Nat'l Univ.

tion에서도 error floor의 원인이 된다.

CPSC와 OFDM은 푸리에 변환의 시간-주파수 이중성(duality)을 갖는다. 주파수-선택형 페이딩 채널에서 CPSC는 주파수-비선택형 페이딩 채널에서 OFDM[5-6]과 등가적으로 표현할 수 있다. 주파수 비선택형 페이딩 채널에서 OFDM은 시간영역에서 선형등화기를 사용하여 채널을 보상하고 주파수영역에서 DFE를 사용하여 오류성능을 향상시킨다. 반면, CPSC에서는 주파수영역에서 선형등화기를 사용하고 시간영역에서 DFE를 사용한다.

비터비 알고리즘을 사용하는 MLSE(maximum-likelihood sequence estimation)[7]는 AWGN(additive white Gaussian noise)를 갖는 ISI 채널에서 디지털 신호방식을 위한 최적의 검파 알고리즘이다. 그러나 이 방식은 구현이 복잡한 단점을 갖고 있다. 예를 들어, 채널의 임펄스 응답 길이가 L인 ISI 채널에서 M개의 알파벳을 갖는 컨스텔레이션을 사용할 경우  $M^L$ 에 비례하는 하드웨어 복잡도를 요구한다. 이와 같은 구현 복잡도를 줄이기 위해 RSSE[8]와 DDFSE(delay-decision feedback sequence estimation)[9] 방식이 제안되었다. TCM(trellis coded modulation)은 신호 대역폭의 확장이 없이 부호화 이득을 얻을 수 있는 효율적인 변조방식이다. [10-11]에서는 ISI 채널에서 TCM 트렐리스와 등화기의 상태를 결합한 RSSE 알고리즘이 제안되었다.

본 논문에서는 트렐리스 부호화 된 8PSK/CPSC에 대한 RSSE 알고리즘을 제안하고 있다. II절에서는 제안한 CPSC 시스템과 채널모델에 대해 기술한다. III절에서는 제안된 알고리즘의 성능을 GSM Urban 채널모델에서 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 확인한다. 끝으로 IV절에서 결론을 내린다.

## II. 시스템과 채널 모델

주파수 선택적 레일레이 페이딩 채널에서 데이터 전송을 위한 CPSC 시스템을 고려한다. Fig. 1은 MMSE-LE를 갖는 TC 8PSK/CPSC의 블록다이어그램을 나타낸 것이다. TCM 부호화기는 비트 열을  $x/(x+1)$ 의 길쌈 부호화기로 부호화 하여 TC

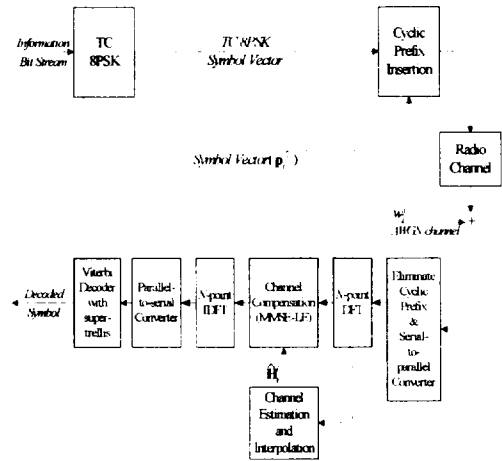


Fig. 1. RSSE for TC 8PSK/CPSC with MMSE-LE and CSI on frequency-selective Rayleigh fading channels

8PSK 심볼을 출력하고 N개의 심볼로 하나의 정보 전송 심볼 벡터를 구성한다. 채널의 지연확산으로 인한 ISI를 방지하기 위해 전송 심볼 벡터로부터 순환 확장으로 구현된 cyclic prefix를 전송 심볼 벡터 간에 삽입하여 채널로 전송한다. 본 절에서는 파일럿 심볼을 이용한 채널 예측 방법을 사용한다. 이를 위해, 전송단에서 파일럿 심볼 벡터 블록을 구성한다. 하나의 파일럿 심볼 벡터 블록은 하나의 파일럿 심볼 벡터와  $N_p-1$ 개의 전송 심볼 벡터로 구성된다. 여기서  $N_p$ 를 파일럿 심볼 간격(pilot symbol spacing)이라 한다.

수신단의 직렬-병렬 변환기는 수신신호에서 cyclic prefix를 제거하여 벡터로 신호로 변환 후 DFT로 입력한다. 수신신호 벡터는 DFT에 의해 복소수 영역 신호로 변환된다.  $i$  번째 파일럿 심볼 벡터 블록내  $j$  번째 전송 심볼 벡터에서  $n$  번째 주파수 영역 신호는 아래와 같이 표현할 수 있다.

$$y_i^j(n) = H_i^j(n) x_i^j(n) + I_i^j(n) + W_i^j(n) \quad 0 \leq n \leq N-1 \quad (1)$$

여기서  $x_i^j = \text{DFT}(s_i^j)$ ,  $s_i^j = (s_i^j(0), \dots, s_i^j(k), \dots, s_i^j(n-1))$ 이고  $s_i^j(n)$ 는  $E_s = E[|s_i^j(k)|^2] = 1$ 로 정규화 된  $k$ 번째 서브채널에서 TC 8PSK 심볼을 나타낸다. 식 (1)에서  $H_i^j(n)$ 은 채널에 의한 왜곡신호를 나타내고,  $I_i^j(n)$ 은 채널의 도플러 확산으로 인한 ICI,

$W_x^i(n)$ 은  $1/2E\{|W_x^i(n)|^2\} = N_o$ 인 AWGN을 나타낸 것이다. ICI는 OFDM에서와 같이 가산 가우시안 잡음으로 모델링 되고 평균전력은 아래와 같이 주어진다.

$$\sigma_i^2 = 1 - \frac{1}{N^2} \left( N+2 \sum_{n=1}^{N-1} (N-n) J_o(2\pi n f_D T_s) \right) \quad (2)$$

ICI에 의한 error floor는  $\gamma_I = E_s \sigma_H^2 / \sigma_i^2$ 로 정의되는 SIR(signal-to-ICI ratio)에 의해 결정된다. 여기서,  $\sigma_H^2$ 는  $H_x^i(n)$ 의 평균 전력을 나타낸다. 주파수 영역에서 신호는 MMSE-LE에 의해 아래와 같이 채널이 보상된다.

$$\hat{x}_j^i(n) = \frac{r_j^i(n) \hat{H}_i^{j*}(n)}{| \hat{H}_i^j(n) |^2 + (\sigma_u^2 + \sigma_i^2) / \sigma_x^2} \quad 1 \leq j \leq N_P - 1 \quad (3)$$

여기서  $\hat{H}_i^j$ 은 파일럿 심볼과 보간필터를 사용하여 구한 정보 전송 신호에 대한 채널예측을 나타낸 것이다. 본 논문에서는 구현이 간단한 2차 가우시안 보간 필터[12]를 사용한다. 채널이 보상된 주파수영역 신호 벡터는 IDFT에 의해  $\hat{s}_i^j = \text{IDFT}(\hat{x}_i^j)$ 로 시간영역 신호로 복원된다. 시간영역으로 복원된 TC 8PSK 심볼에는 MMSE-LE에 의한 잡음증가(noise enhancement)가 나타난다.

시간영역으로 복원된 TC 8PSK 심볼은 TCM 트렐리스와 등화기의 상태를 결합한 super-trellis를 통해 비터비 알고리즘을 사용하여 부호한다. Fig. 2는 4-state Ungerboeck code와 2-state 등화기 상태를 결합한 8-state super trellis 다이어그램을 나타낸 것이다[10]. 그림에서 상태 [0:00]는 TCM의 상태 0과 상태 0으로 천이 될 때 이전의 심볼 집합 00을 결합한 상태를 나타낸다. 8-state super-trellis를 통한 비터비 디코더에서 k번째 심볼에 대한 각 상태의 survivor 경로 매트릭(path metric)은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$A_i^j = \min_l \{ A_i^j(k-1) + \lambda_i^j(k) \} \quad (4)$$

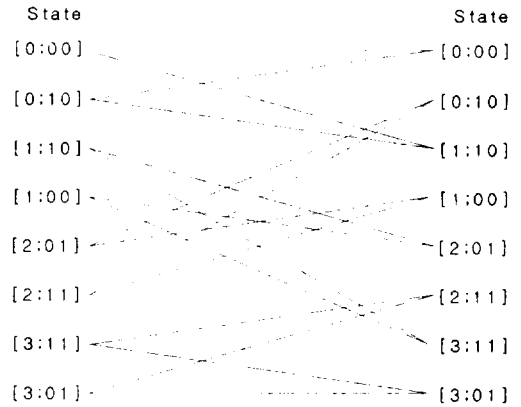


Fig. 2. 8-state Super-trellis combined equalization and TCM trellis

여기서  $\lambda_i^j(k)$ 는  $S_i^j(k-1)$ 에서  $S_i^j(k)$ 로 천이 할 때 l번째 브랜치 매트릭(branch metric)을 나타내며 다음과 같이 주어진다.

$$\lambda_i^j(k) = \left| e_i^j(k) - \sum_{p=1}^P c_i^j(p) \hat{e}_i^j(k-p) \right|^2 \quad (5)$$

여기서  $e_i^j(k) = \hat{s}_i^j(k) - s_i^j(k)$ 로 각 상태에서 l번째 브랜치에서 선형등화기의 오류신호(error signal)를 나타낸다.  $\sum_{p=1}^P c_i^j(p) \hat{e}_i^j(k-p)$ 는 l번째 브랜치의 path history에서 구한 오류신호들을 이용하여 선형 등화기의 오류신호를 예측하는 오류신호 예측필터이다. 여기서 P는 오류신호 예측기의 차수를 나타낸다.

$\hat{e}_i^j(k-p) = \hat{s}_i^j(k-p) - \hat{s}_i^j(k-p)$ 로 l번째 브랜치의 path history로부터 구한 오류신호를 나타낸다. 여기서  $\hat{s}_i^j(k-p)$ 는 l번째 브랜치의 path history에서 결정된 심볼을 나타낸다.  $c_i^j(p)$ 는 오류신호 예측 필터의 계수로 MMSE-LE와 DFE에 의한 상관잡음(correlated noise)에 대한 역 공분산 행렬  $1/N_o R_{IDFT}^{-1}$ 을 Cholesky 분해(decomposition)하여 구할 수 있다. 여기서 역 공분산 행렬은 Toeplitz Hermitian이고 순환적(circulant) 행렬이다[13]. 이때  $R_{IDFT}^{-1}$ 는 다음과 같이 주어진다.

$$R_{IDFT}^{-1} = R^{-1} + (N_o + \sigma_1^2)I \quad (6)$$

여기서  $R^{-1}$ 는  $P \times P$ 공분산 행렬이고  $I$ 는 단위 행렬을 나타낸다. 다중경로 페이딩 채널에서 역 공분산 행렬은 다음과 같이 채널예측으로부터 구할 수 있다.

$$r^{-1} = IDFT(|\hat{H}_l|^2) \quad (7)$$

오류신호 예측 필터에서 차수가  $P$ 인 경우 MMSE  $\xi_{min}^2$ 는 다음과 같이 주어진다.

$$\xi_{min}^2 = (N_o + \sigma_1^2) \left( r_{IDFE}(0) - \sum_{p=1}^P c(p)r_{IDFE}(p) \right) \quad (8)$$

### III. 시뮬레이션 결과와 토론

MMSE-LE를 갖는 TC 8PSK/CPSC에 대한 8-state super-trellis에서 RSSE[10]의 성능을 확인하기 위해 컴퓨터 시뮬레이션을 수행하였다. 시뮬레이션을 위한 CPSC 시스템 파라미터는 다음과 같다 : 신호 대역폭  $1/T_s=1.111\text{MHz}$ , cyclic prefix  $NG=32(28.8\mu\text{sec})$ , 하나의 전송 심볼벡터에서 심볼의 수  $N=128$ 으로 설정하였다. 채널모델은 GSM urban 모델[14]을 사용하고, 최대 도플러 주파수로  $f_D=20\text{Hz}$ 와  $100\text{Hz}$ 를 고려하였다. 예측기의 차수  $P$ 는 식 (7)로부터 채널의 지연확산에 의해 결정된다. GSM Urban 모델에서  $\tau_{max}=5\mu\text{sec}$ 이므로  $P=6$ 으로 설정하였다. 제안된 방식과 오류성능을 비교하기 위해 CSI를 갖는 uncoded QPSK/CPSC와 인터리빙 된 8-state TC 8PSK/OFDM의 심볼 오류 확률을 시뮬레이션을 통해 구하였다.

Fig.3은 MMSE-LE를 갖는 TC 8PSK/CPSC에 대한 8-state RSSE의 심볼 오류 확률을 나타낸 것이다. 심볼 오류 확률  $10^{-3}$ 에서 8-state super-trellis를 갖는 RSSE의 오류성능은 MMSE-LE를 갖는 uncoded QPSK/CPSC과 인터리빙 된 8-state TC 8PSK/OFDM에 대해  $f_D=20\text{Hz}$ 에서 각각 3dB와 3.8dB의 페이드 마진을 갖고  $f_D=100\text{Hz}$ 에서 각각

2.7dB와 3.3dB의 페이드 마진을 갖는다. 심볼 오류 확률  $10^{-5}$ 과  $f_D=100\text{Hz}$ 에서 MMSE-LE를 갖는 uncoded QPSK/CPSC에 대해 8-state RSSE는 4.5dB의 페이드 마진을 갖는다.

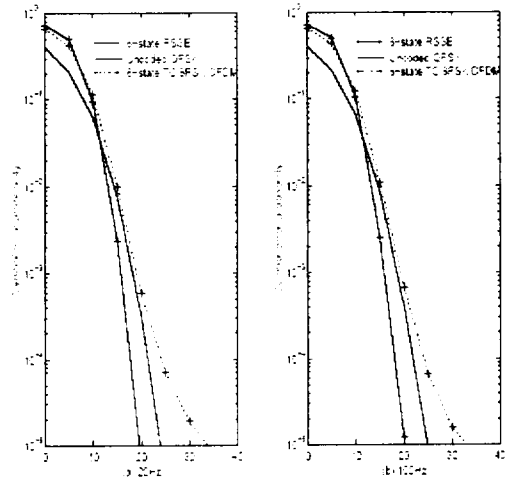


Fig. 3. Symbol error probability of RSSE for TC 8PSK/CPSC with 8-state super-trellis on GSM urban channel where  $1/T_s = 1.111\text{MHz}$ ,  $N=128$ ,  $N_G=32$ .

### IV. 결론

본 논문에서는 MMSE-LE를 갖는 트렐리스 부호화 된 8PSK/CPSC에서 RSSE 알고리즘을 제안하였다. 상관잡음을 예측하는 예측기의 계수는 전송 심볼 벡터 단위로 계산되고 예측 필터의 차수는 채널의 지연확산에 의해 결정된다. fast fading에서는 OFDM에서와 같이 심볼벡터의 심볼 수  $N$ 이 증가하면 ICI의 평균전력이 증가하여 error floor가 발생함으로  $N$ 이 제한되어야 한다. 컴퓨터 시뮬레이션 결과 제안된 방식은 uncoded QPSK/CPSC에 대해 3dB, 인터리버를 갖는 8-state TC 8PSK/OFDM에 대해서는 3.8dB의 fade margin을 얻을 수 있음을 확인하였다.

\* 본 논문은 KTF 지원으로 수행되었습니다.

## 참고문헌

- 1) W.C. Jakes Jr., 1974, Microwave Mobile Communications, John Wiley & Sons.
- 2) J.G. Proakis, 1995, Digital Communications, Mc Graw-Hill.
- 3) D. Falconer, S.L. Ariyavisitakul, A. Benyamin-Seeyar, and B. Eidson, April, 2002, Frequency Domain Equalization for Single-Carrier Broadband Wireless Systems, IEEE Commun. Magazine, pp.58-66,
- 4) N. Benevenuto and S. Tomasin, June 2002, On the comparison between OFDM and single carrier modulation with a DFE using a frequency-domain feedforward filter, IEEE Trans. Commun., vol.50, pp.947-955.
- 5) L.J. CIMINI Jr., 1985, Analysis and simulation of a digital mobile channel using orthogonal frequency division multiplexing, IEEE Trans. Commun., vol.33, pp.665-675.
- 6) S.S. Lee, J.W. Jwa, and H.S. Lee, 1997, Trellis-coded OFDM signal detection with maximum ratio combining and combined equalization and trellis coding, IEICE Trans. Comm., Vol.80-B, No.4, pp.632-638.
- 7) G.D. Forney, May 1972, Maximum likelihood sequence estimation of digital sequence in the presence of intersymbol interference, IEEE Trans. Information Theory, vol. IT-18, pp.363-378.
- 8) M.V. Eyuboglu and S.U.H. Qureshi, Jan. 1988, Reduced-state sequence estimation with set partitioning and decision feedback, IEEE Trans. Commun., vol.36, pp.13-20.
- 9) A. Duel-Hallen and C. Heegard, May 1989, Delayed decision-feedback sequence estimation, IEEE Trans. on Commun., vol.37, pp.428-436.
- 10) M.V. Eyuboglu and S.U.H. Qureshi, Aug. 1989, Reduced-state Sequence Estimation for Coded Modulation on Intersymbol Interference Channels, IEEE JSAC, vol.7, no.6, pp.989-995.
- 11) P.R. Chevillat and E. Eleftheriou, July 1989, Decoding of Trellis-Encoded in the Presence of Intersymbol Interference and Noise, IEEE Trans. Commun., vol.37, no.7, pp. 669-676.
- 12) S. Sampei and T. Sunaga, May 1993, Rayleigh fading compensation for QAM in land mobile radio communications, IEEE Trans. Veh. Technol., Vol.42, pp.137-147.
- 13) S.M. Kay, 1988, Modern Spectral Estimation: Theory and Application, Prentice-Hall, New Jersey.
- 14) ETSI, 1994, GSM recommendation 05.05, Annex C.