濟州大學校 白鹿論叢 第2集(2000. 4. 15)

2차원중력이론에 대한 게이지 대칭성

강 동 식*

目 次

Ⅰ. 서 론

이차원 dilaton 중력이론은 다음과 같은 이유로 주된 연구 대상이 되고 있다. 첫째로 4차원 중력이론은 여러 가지 면에서 어려운 점을 안고 있다. 아인쉬타인 중력방정식은 일반적인 경우 해를 구할 수 없다. 대표적으로 블랙홀인 경우 Hawking 복사[1], 정보손실[2]등의 문제가 아직까지 해결되고 있지 못하고 있다. 이 경우 2차원 중력 이론은 하나의 모델로서 위 문제들에 대한 해내지는 힌트를 줄 것으로 기대되고 있으며 어느 정도의 성과를 얻고 있다. 두 번째로 현재 4가지 힘의 통일된 서술로서 많은 기대를 받고 있는 초현이론에서 현의 세계면은 이차원 공간을 이룬다. 따라서 이들 세계면을 기술하기 위해서 이차원 중력이론은 필수적인 연구과제이기도 하다. 이와 같이 4차원 중력이론에 대한 모델로서, 초현이론의 세계면에 대한 기술로서 2차원 중력이론은 중요한 의의를 갖고 있다고 볼 수 있다. 최근에 Callan, Giddings, Harvey, 그리고 Strominger[3]에 의해 2차원 중력이론의 고전적인 해가 얻어졌으며, Kuchař, Romano, 그리고 Varadarajon[4]에 의해 중력붕괴에 대한 dilaton모델의 양자적 해가 연구되었다.

Kuchař 등은 dilaton 모델에 Dirac의 방법[5]을 적용하여 구속조건들을 분석하고 파동함수에 적용하여 해를 구하고 있다. 즉 정준변환(canonical transformation)에 의하여 Hamiltonian을 간단한 형태로 만들고, Schrödinger picture에서 Heiserberg

* 물리교육과 전임강사

picture로 변환한 다음 물리 변수들의 연산자 대한 연산자 표현을 구한 다음 구속조건을 만족시키는 파동함수를 구하고 있다. 하지만 kuchar 등은 구속조건들에 대한 자세한 분석이나 게이지 이론으로서 당연히 나타나는 임의의 함수들에 대해서는 언급을 하고 있지 않다. Dilaton 모델 역시 게이지 이론으로서 Hamiltonian이나 발생자(generator)에 나타나는 미정계수나 임의의 함수들에 대한 분석은 중요한 의미를 갖는다. Dilaton 모델의 게이지 대칭성에 대한 접근 방법으로는 Hamiltonian 접근방법과 Lagrangian 접근방법이 주로 쓰이는데 Hamiltonian 방식은 Dirac의 연구에 토대를 두고 있으며, Lagrangian방식은 미분 방정식에 대한 고찰을 근거로 하고 있다. 본 연구에서 사용하게될 Hamiltonian방식은 우선 구속조건들을 찾아내고(primary constraint), 이들의 선형결합을 Hamiltonian에 더하여 총 Hamiltonian을 구성한 다음 이 Hamiltonian을 가지고 물리량 및 구속조건들의 동력학을 연구하는 것이다. 또한 제일 구속조건들을 정준 변수들의 함수로 주어지는 임의의 계수들을 가지고 선형 결합시킨 발생자들을 구성하여 여러 물리량 및 구속조건들, 임의의 계수들의 게이지 변환을 조사하여 작용의 게이지 대칭성을 분석할 수 있다.

2차원 dilaton중력이론을 기술하는 작용을 ADM[6]방식으로 전개한 다음 Hamiltonian을 구하고 이를 이용하여 작용을 다시 쓰면 계는 경과함수와 변위함수에 대한 t도함수를 포함하지 않는다. 이 계는 t는 매개변수로 물리적 시간과는 관계가 없음을 재 매개변수화(reparametrization) 불변성으로부터 알 수 있다. 이후로 시간 t라 함은 물리적 시간이 아니라 매개변수 t를 나타내는 것으로 한다. 따라서 경과함수와 변위함수에 대한 공액 운동량들은 사라지고 이것이 일차 구속조건들이 되는 것이다.

이들 제일 구속조건들은 시간 t에 따라서 불변해야한다는 사실을 이용하면 그 계의 제 2 구속조건들이 얻어지는데 이들 구속조건들로부터 게이지 변환을 발생시키는 발생자를 구성할 수 있다. 이 발생자와 R. Banerjee, H. Rothe, 그리고 K. Rothe[7]의 방법을 사용하면 구속조건들의 선형 결합 과정에서 나타나는 미정계수, 게이지 매개변수들의 게이지 변환을 쉽게 분석할 수 있다. 이 논문에서는 이차원 dilaton 중력이론의 ADM표현식에 나타나는 여러 물리량들과 위에서 언급한 미정계수, 매개변수들의 게이지 변환 하에서 어떻게 변환하는지를 구체적으로 조사하고자 한다.

II. 게이지 대칭성에 대한 Hamiltonian 접근방법

이차원 dilaton 중력이론은 다음과 같은 작용으로 기술할 수 있다.

$$S=\frac{1}{4}\int d^2x\sqrt{-g}\,e^{-\phi}(\boldsymbol{R}+4(\nabla\phi)^2+4\,k^2) \tag{1}$$

이 식에서 g는 이차원 시공간 계량텐서의 행렬식, $\boldsymbol{R}$은 Ricci스칼라, ϕ dilaton장, k^2은 4차원 시공간에서 우주상수와 비슷한 역할을 하는 상수이다. 이차원 시공간을 ADM 방식으로 기술하면 계량텐서는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$ds^2=-(N^2-N^{r2}\Lambda^2)+2\Lambda^2\,dt^2+2\Lambda^2\,N^r dtdr+\Lambda^2\,dr^2 \tag{2}$$

여기에서 N는 경과함수(lapse), N^r은 변위(Shift)함수, Λ는 일차원 공간의 계량텐서, t와 r은 이차원 시공간의 좌표를 나타낸다.

식(2)로 주어진 계량텐서를 써서 작용(1)를 다시 쓰면

$$S=\int dtdr\Big\{-\frac{1}{N}[\,(-\dot{\Lambda}+(N^r\Lambda)')(-\dot{R}+N^rR'+\Lambda\,(-\dot{R}+N^rR')^2\Big\}$$
$$+N\Big[-\frac{RR'}{\Lambda}+\frac{\Lambda' RR'}{\Lambda}+k^2R\Lambda\Big] \tag{3}$$

로 주어진다. 이 식에서 dilaton장 ϕ는 $-\ln R$로 치환하였으며, "·"는 t에 대한 미분을, "'"는 공간 좌표에 대한 미분을 나타낸다.

변수 $\{N, N^r \cdot \Lambda, R\}$들에 대한 정준 운동량(canonical momentum)들을 식(3)으로부터 구하면

$$P=\frac{\delta S}{\delta \dot{N}}=0, \tag{4}$$

$$P_r=\frac{\delta S}{\delta \dot{N}^r}=0, \tag{5}$$

$$P_\Lambda=\frac{\delta S}{\delta \dot{\Lambda}}=-(-\dot{R}+N^rR')R, \tag{6}$$

$$P_R=\frac{\delta S}{\delta \dot{R}}=\frac{1}{N}[\,(-\dot{\Lambda}+(N^r\Lambda)'+2\Lambda(-\dot{R}+N^rR')] \tag{7}$$

와 같다. 여기에서 $P=0$, $P_r=0$는 제일 구속조건으로 Lagrange 미정계수를 써서 선형 결합시킨 다음 Hamiltonian에 포함되게 된다[식(13)]. 이들 운동량을 사용하여 작용(3)을 Hamiltonian을 포함하는 식으로 나타내면

$$S[\Lambda, R, P_\Lambda, P_R, N, N^r] = \int dt dr(P_\Lambda \dot{\Lambda} + P_R \dot{R} - H). \tag{8}$$

여기에서

$$H = NH_0 + N^r H_r, \tag{9}$$

$$H_0 = \frac{P^2{}_\Lambda \Lambda}{R^2} - \frac{P_R P_\Lambda}{R} + \frac{RR'}{\Lambda} - \frac{\Lambda' RR'}{\Lambda^2} - k^2 R^2 \Lambda, \tag{10}$$

$$H_r = P_R R' - P'{}_\Lambda \Lambda \tag{11}$$

이다. 작용(8)를 변분원리에 따라 N과 N^r에 대한 범함수 미분(functional differentiation)을 하면 $H_0=0$, $H^r=0$임을 알 수 있다. 중력이론을 양자화 시킬 때 파동함수에 H_0를 연산시키면 Wheeler-De Witt방정식이 된다. 식(10), (11)에서 Λ와 P_Λ, R과 P_R은 서로 공액으로 다음의 Poisson 대수를 따른다.

$$\{\Lambda(x),\ P_\Lambda(y)\} = \delta(x-y) = \{R(x),\ R(y)\} \tag{12}$$

제일 구속조건들을 포함시켜서 Hamiltonian을 다음처럼 쓸 수 있다. 변수들은 구속조건들을 만족시켜야 하므로 구속표면(constraint surface)상에서는 식(13)과 식(9)가 일치하며 따라서 H와 H_r로부터 유도된 동력학은 서로 동일하게 된다.

$$H_T = H + uP + u^r P_r \tag{13}$$

구속조건들이 시간 t의 변화에 따라서 일관되게 적용되기 위해서는 t에 대한 도함수가 구속표면에서 영이 되야 하고, t에 대한 도함수는 구속조건과 H_T와의 Poisson bracket으로 표현된다는 사실을 이용하면 이것으로부터 구속조건들을 얻을 수 있다.

$$\{P,\ H_T\} \approx -H_0 \tag{14}$$

$$\{P,\ H_T\} \approx -H_r \tag{15}$$

그러므로 $-H_0$, $-H_r$ 들은 제2 구속조건이 된다. 기호를 간단히 하기 위해서 P, P_r, $-H_0$, $-H_r$ 를 ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3, ϕ_4으로 표시하자. 그러면 구속조건들을 다음과 같이 분류할 수 있다.

ϕ_1, ϕ_2 : 제1 일차 구속조건,
ϕ_3, ϕ_4 : 제2 일차 구속조건.

구속조건들은 구속표면에서 서로 교환적이므로 일차 구속조건(first constraint)들이 되고 이들의 선형결합으로 게이지 변환을 발생시키는 발생자를 만들 수 있다.

$$G = \sum_{a=1} \int dy \varepsilon^a(y) \phi_a(y) \tag{16}$$

임의의 변수에 대한 게이지 변환은 위의 발생자를 사용하면

$$\delta F(x) = \int dy \, \{F(x), \; G(y)\} \tag{17}$$

이므로 N, N^r, Λ, R과 이들에 대한 공액 운동량들의 게이지 변환은 다음과 같다.

$$\delta N(x) = \varepsilon^1(x) \tag{18}$$
$$\delta N^r(x) = \varepsilon^2(x) \tag{19}$$
$$\delta \Lambda(x) = -\varepsilon^3(x)\left(2\frac{p_\Lambda \Lambda}{R^2} - \frac{P_R}{R}\right) \tag{20}$$
$$\delta R(x) = \varepsilon^3(x)\frac{P_\Lambda}{R} - (\varepsilon^4(x)\Lambda)' \tag{21}$$
$$\delta R(x) = 0 \tag{22}$$
$$\delta P_r = 0 \tag{23}$$
$$\begin{aligned}\delta P_\Lambda(x) = {} & \varepsilon^3(x)\left(\frac{{P_\Lambda}^2}{R^2} - \frac{RR''}{\Lambda^2} + \frac{2\Lambda RR'}{\Lambda^3} - k^2 R^2 A\right) \\ & + \left(\varepsilon^3(x)\frac{RR'}{\Lambda^2}\right)' - \varepsilon^4(x) {P_\Lambda}'\end{aligned} \tag{24}$$
$$\begin{aligned}\delta P_R = {} & \varepsilon^3(x)\left(-\frac{2P_\Lambda^2 \Lambda}{R^3} + \frac{P_R P_\Lambda}{R^2} + \frac{R''}{\Lambda} + \frac{\Lambda' R'}{\Lambda^2} - 2k^2 RA\right) \\ & + \left(-\varepsilon^3(x)\frac{R}{\Lambda}\right)'' + \left(\varepsilon^3(x)\frac{\Lambda' R'}{\Lambda^2}\right)' - (\varepsilon^4(x) P_R)'\end{aligned} \tag{25}$$

제 2구속조건들 사이의 Poisson bracket을 구해보면 결과는 이들 조건들의 선형결

합으로 나타나며 구속표면에서 이들은 영이 된다. 이것은 제2 구속조건들이 일차 구속조건이라는 사실로부터 확인할 수 있다.

$$\{H_r(x),\ H_r(y)\} = H_r(x)\delta'(x-y) - H_r(y)\delta'(y-x) \tag{26}$$
$$\{H_r(x),\ H_0(y)\} = H_0(x)\delta'(x-y) \tag{27}$$
$$\{H_0(x),\ H_0(y)\} = H_r(x)\delta'(x-y) - H_r(y)\delta'(y-x) \tag{28}$$

4개의 구속조건들간의 Poisson 대수는 이들 조건들 모두 일차구속조건들이기 때문에 계산 결과는 역시 4개의 구속조건들이 선형결합으로 나타나야 한다.

$$\{H(x),\ \phi_a(y)\} = \int dz\, V\,{}_a^b(x,y,z)\,\phi_b(z) \tag{29}$$
$$\{\phi_a(x),\ \phi_b(y)\} = \int dz\, V\,{}_{ab}^c(x,y,z)\,\phi_c(z) \tag{30}$$

선형결합계수 V_a^b와 C_{ab}^c의 구체적인 표현을 구해보자.

$$\begin{aligned}
\{H(x),\ \phi_1(y)\} &= H_0(x)\delta(x-y) = -\phi_3(x)\delta(x-y)\\
\{H(x),\ \phi_2(y)\} &= H_r(x)\delta(x-y) = -\phi_4(x)\delta(x-y)\\
\{H(x),\ \phi_3(y)\} &= -NH_r(x)\delta'(x-y) + NH_r(y)\delta'(y-x) - N^r H_0(x)\delta'(x-y)\\
&= N\phi_4(x)\delta'(x-y) - N\phi_4(y)\delta'(y-x) + N^r\phi_3(x)\delta'(x-y)\\
\{H(x),\ \phi_4(y)\} &= NH_0(y)\delta'(y-x) - N^r H_r(x)\delta'(x-y) - N^r H_r(y)\delta'(y-x)\\
&= N\phi_3(y)\delta'(y-x) + N^r\phi_4(x)\delta'(x-y) - N^r\phi_4(y)\delta'(y-x)
\end{aligned}$$

이들 계산 결과로부터 V_a^b에 대한 표현식은

$$\begin{aligned}
V\,{}_1^3(x,y,z) &= -\delta(x-y)\delta(x-z)\\
V\,{}_2^4(x,y,z) &= -\delta(x-y)\delta(x-z)\\
V\,{}_3^3(x,y,z) &= N^r\delta'(x-y)\delta(x-z)\\
V\,{}_3^4(x,y,z) &= N(x)\delta'(x-y)\delta(x-z) - N(x)\delta'(y-x)(y-z),\\
V\,{}_4^3(x,y,z) &= -N(x)\delta'(y-x)(y-z),\\
V\,{}_4^4(x,y,z) &= N^r(x)\delta'(x-y)(x-z) - N^r\delta'(y-x)\delta(y-z)
\end{aligned} \tag{31}$$

와 같고 나머지 성분들은 사라진다. 또한 ϕ_1과 ϕ_2는 자신들과의 Poisson bracket

이나 ϕ_3, ϕ_4와의 Poisson bracket이 항등적으로 영이 되므로 이에 대한 계수는 사라진다.

$$C_{a}^{bc} = -C'^{a}_{cb} = 0; \text{ for } b = 1, 2 \tag{32}$$

나머지 ϕ_3와 ϕ_4의 Poisson 대수는

$$\begin{aligned}
\{\phi_3(x), \phi_3(y)\} &= -\phi_4(x)\delta'(x-y) + \delta_4(y)\delta'(y-x), \\
\{\phi_3(x), \phi_4(y)\} &= \phi_3(y)\delta'(y-x), \\
\{\phi_4(x), \phi_4(y)\} &= -\phi_4(x)\delta'(x-y) + \phi_4(y)\delta'(x-y)
\end{aligned} \tag{33}$$

이들로부터 다음 계수들이 구해지고 그 나머지는 영이 됨을 알 수 있다.

$$\begin{aligned}
C_{34}^{3}(x, y, z) &= \delta'(x-y)\delta(x-z), \\
C_{43}^{3}(x, y, z) &= -\delta'(y-z)\delta(y-z), \\
C_{33}^{4}(x, y, z) &= -\delta'(x-y)\delta(x-z) + \delta'(y-x)\delta(y-z), \\
C_{44}^{4}(x, y, z) &= -\delta'(x-y)\delta(x-z) + \delta'(y-x)\delta(y-z)
\end{aligned}$$

운동 방정식을 이끌어내는 변분 원리를 자세히 조사해보면 일반적인 δ변환과 시간 도함수는 교환적임을 알 수 있다. 하지만 이러한 교환적인 성질은 Hamiltonian방식에서 임의의 δ변환에 대해 반드시 성립해야 하는 것은 아니다. 하지만 여기에서는 δ변환과 시간도함수가 교환적이라고 가정하기로 하자.

$$\delta \frac{d}{dt} q^i = \frac{d}{dt} \delta q^i, \quad p^i = N, N^r, \Lambda, R \tag{34}$$

이 가정(조건)으로부터 게이지 매개 변수들과 Lagrange 미정계수들의 게이지 변환식을 얻을 수 있다. 작용이 게이지 변환에 대해 불변이하는 사실로부터 얻어지는 표현식과 물론 일치되는 결과가 나타난다.

이제 $H\tau$를 써서 작용을 다시 쓰고 이들로부터 운동방정식을 얻고 그 다음 발생자에 의한 게이지 변환을 하고, 이를 순서를 바꾸어서 게이지 변환을 먼저 시킨 다음 시간 도함수를 취한 결과를 같다 놓으면, 매개변수 및 미정계수들에 대한 방정식 및 δ변환식을 얻을 수 있다.

$$S_{T=}\int d^2x[p_i\dot{q}^i-H_T],\ p_i=P,P_{r,}P_{\Lambda,}P_R \tag{35}$$

운동 방정식은

$$\dot{q}^i=\{q^i,H_T\}=\{\dot{q}^i,H\}+u^{a_1}\{\dot{q}^i,\phi_{a_1}\}, \tag{36}$$

게이지 변환은

$$\delta q^i=\int dy\{q^i,G(y)\} \tag{37}$$

위에 언급한 순서대로 계산을 하면

$$\begin{aligned}0=&\int dydz\delta(y)\frac{d}{dt}\varepsilon^b(z)\frac{\partial\phi_b(z)}{\partial P_i(x)}\\&-\int dydzdw[\varepsilon^a(z)(V^{\ b}_{a}(y,z,w)+u^{a_2}(y)\ C^{\ b}_{a_1a}(y,z,w))]\frac{\partial\phi_b(w)}{\partial P_i(x)}\\&-\int dydz\delta u^{a_1}(y)\frac{\partial\phi_b(z)}{\partial P_i(x)}\delta(y-z)\end{aligned}$$

이다. 구속조건들은 정칙성을 만족시키므로 이 식을 정리하면 다음과 같은 2개의 표현식이 얻어진다.

$$\begin{aligned}\delta u^{a_1}(z)=&\frac{d}{dt}\varepsilon^{b_1}(z)\\&-\int dydw\varepsilon^a(z)\Big(V^{\ b_1}_{a}(y,z,w)+u^{a_1}(y)\ C^{\ b_1}_{a_1a}(y,z,w)\Big)\end{aligned} \tag{38}$$

$$\begin{aligned}0=&\frac{d}{dt}\varepsilon^a(z)\\&-\int dydw\varepsilon^a(z)\Big(V^{\ b_2}_{a}(y,z,w)+u^{a_1}(y)\ C^{\ b_2}_{a_1a}(y,z,w)\Big)\end{aligned} \tag{39}$$

게이지 매개변수들은 임의의 함수로 식(39)으로부터 시간에 대한 미분 방정식을 만족시킨다. 따라서 이 매개변수들을 시간만의 함수로 보아도 아무런 문제가 없다. ε^3와 ε^4을 다음과 같이 선택하면

$$\varepsilon^a=\varepsilon^a(t),\ \text{and}\ \varepsilon^3=\alpha,\ \varepsilon^4=\beta \tag{40}$$

식(39)으로부터

$$\frac{\partial\alpha}{\partial t}=\varepsilon^1+N^{r}{}'\alpha+N'\beta,$$
$$\frac{\partial\beta}{\partial t}=\varepsilon^2+2N'\alpha+N^{r}{}'\beta$$

ϕ_1과 ϕ_2의 계수들을 구할 수 있으며

$$\varepsilon^1=\partial_0\alpha-(N^{r}{}'\alpha+N'\beta), \tag{41}$$
$$\varepsilon^2=\partial_{0\alpha}-(N^{r}{}'\alpha+N^{r}{}'\beta), \tag{42}$$

이 결과들을 이용하여 변수 N, N^r, Λ, R에 대한 게이지 변환식을 얻을 수 있다.

$$\delta N=\partial_0\alpha-(N^{r}{}'\alpha+N'\beta), \tag{43}$$
$$\delta N^r=\partial_0\beta-(2N'\alpha+N^{r}{}'\beta), \tag{44}$$

$$\delta\Lambda=-\alpha\left(2\frac{P_\Lambda\Lambda}{R^2}-\frac{P_R}{R}\right) \tag{45}$$
$$\delta R=\alpha\frac{P_\Lambda}{R}+\beta\Lambda' \tag{46}$$

또한 N과 N^r에 대한 운동 방정식으로부터 이들이 시간 도함수가 각각 u, u^r이 됨을 알 수 있고

$$\dot{N}=\frac{\partial H_T}{\partial P}=u,\ \dot{N}^r=\frac{\partial H_T}{\partial P_r}=u^r \tag{47}$$

이것으로부터 제일 구속조건들의 선형 결합계수들의 게이지 변환식도 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}\delta u^1=\delta u=\delta\dot{N}&=\delta_0\partial N\\ &=\partial_0\left(\partial_0\alpha-(N^{r}{}'\alpha+N'\beta)\right),\end{aligned} \tag{48}$$
$$\begin{aligned}\delta u^2=\delta u^r=\delta\dot{N}^r&=\partial_0\,\delta N^r\\ &=\partial_0\left(\partial_0\beta-(2N'\alpha+N^{r}{}'\beta)\right)\end{aligned} \tag{49}$$

따라서 시간 도함수와 δ변환이 교환적이다라는 조건과 구속조건들의 정칙성으로부터 4개의 매개변수들 중에서 2개는 나머지 2개의 매개변수들로부터 주어짐을

알 수 있다(식(41), 식(42)). 또한 이들 임의의 2개의 매개변수들은 제일 미정계수 u^1과 u^2의 게이지 변환에도 식(48), (49)에서처럼 작용함을 알 수 있다.

이러한 결과들은 작용(1)이 갖는 diffeomorphism 불변성으로부터 도출되는 미정계수들의 변환과 어떤 관계를 가질 것인가? 4차원 중력이론에서는 게이지 변환 diffeomorphism 대칭성과의 관계가 많이 연구된 상태이지만[8] 2차원 dilaton중력이론에서는 아직 체계적인 연구가 이루어지지 않은 상태이다. 따라서 앞으로의 연구는 그전 방향이 될 것으로 기대된다.

참 고 문 헌

[1] S. W. Hawking, Comm. Math. Phys. 25 (1972) 167.

[3] C. G. Callon, S. B. Giddings, J. A. Harvey, and A. Strominger, Phys. Rev. D45 (1992) R1005.

[4] K. V. Kuchar, J. D. Romano, and M. Varadarajan, arXiv:gr-qc/9608011.

[5] P. A. M. Dirac, Lectures on Quantum Mechancs,(Yeshiva University, 1964).

[6] R. Arnowitt, S. Deser, and C. W. Misner, in Gravitation:an Introduction to Current Research, edited by L. Witten(Willey, NewYork, 1962).

[7] R. Banerjee, H. J. Rothe, and K. D. Rothe, arXiv:hep-th/990672.

[8] J. M. Pons, D. C. Salissbury, and L. C. Shepley, arXiv:gr-qc/9612037, gr-qc/9912086.

Abstract

Gauge Symmetry of the Two-dimensional Dilaton Gravity Theory

Dong-Shik Kang

Two-dimensional dilaton gravity theory is considered. Especially local gauge symmetries of a Lagrangian are investigated. Our approach is completely Hamiltoian without any reference to the associated action. Using the commutativity of a general delta δ variation with the time differentiation, We obtain conditions on the gauge parameters and Lagrange multipliers.