

천해역에서의 유한요소해석을 위한 자동요소분할법

김 남 형* · 양 정 필**

* 제주대학교 해양토목공학과, ** 부산대학교 대학원 토목공학과 석사과정

AN AUTOMATIC MESH GENERATION FOR FINITE ELEMENT ANALYSIS IN SHALLOW WATER AREA

Nam-hyeong Kim* and Jeong-pil Yang**

* Department of Ocean Civil Engineering, Cheju National University, Cheju 690-756, Korea

** Graduate Student, Department of Civil Engineering, Graduate School, Pusan National University,
Pusan 609-735, Korea

This paper presents the automatic mesh generation based on Delaunay triangulation for the finite element analysis in the shallow water area. The key feature of this method is that an appropriate mesh can be generated in accordance with the boundaries. This method is shown to be a useful and powerful tool for the preparation of the optimal finite element mesh data.

Key words : automatic mesh generation, shallow water area, finite element analysis

서 론

천해역에서 흐름의 해석을 높은 정도로 수행하기 위해서는, 해석영역의 지형변화에 따라 적절히 요소를 배치하여 모델화를 행하는 것이 요구된다. 지금까지 모델화를 나타내는 지표로서 1파장을 몇개의 분할로 하는 파장요소폭비가 이용되어져 왔고, 그값은 1.0이상이 바람직한 것으로 되었다. 그러나 복잡한 형상을 가지는 해석영역에 대해서는 이 요구를 만족하는 모델화를 자동적으로 수행하는 것은 쉽지 않다. 또, 수치해석에 있어서 가장 노력이 요구되는 공정은 해석영역의 모델화이다. 따라서, 이들의 흐름의 해석을 신속하고 또한 높은 정도로 수행하기 위해서는, 위의 요구를 만족하는 모델화를 자동적으로 수행하는 방법을 구축하는 것이 천해역에서의 수치해석상 중요한

것으로 생각된다. 따라서 이것에 관한 많은 연구가 수행되어 왔다(Kono, 1980; Watson, 1981; Sloan, 1986; Taniguchi, 1988).

본 논문은 천해역에서 흐름해석을 위한 자동요소분할법에 관한 모델화에 성공했다. 이 방법의 특징은, 해석영역의 전체를 사용자가 임의로 요소를 자동분할을 행할 수 있는 것이다. 이것에 의해, 절점값의 입력의 번거러움을 없앨 수 있고, 계산의 정도를 높일 수가 있다. 본 논문에서는 평면형상의 복잡성을 고려하여 자동요소 분할법을 제주항에 적용한다. 또, 요소로서는 임의의 형상에 적합성이 가장 좋은 삼각형요소를 이용한다.

자동요소분할법

(1) 개량데라우니법

데라우니법은 국소적인 최소각 최대원리에 근거하여, 임의로 설정된 절점군을 가장 정삼각형에 가까운 형태로 분할하는 방법이다. 단, 데라우니법은 경계라고 하는 개념이 없기 때문에 영역내에 요철(凹凸)부가 있는 경우에는 해석경계 영역을 넘어서 요소분할을 한다. 예를들면, Fig. 1(a)에 나타내듯이 입력절점에 대해서, 데라우니법을 적용하면, Fig. 1(b)와 같이 된다. 그림속의 굵은 선은 경계를 나타낸다. 따라서 다음의 알고리즘을 이용하여 개량데라우니법으로 변환하여 요소분할을 한다.

제1단계 : 경계변을 횡단하는 요소를 찾아내어 경계변을 경계로 하는 2개의 소영역으로 나눈다 (Fig. 1(c)).

제2단계 : 해석영역밖의 요소를 삭제하기 위해, Fig. 1(c)에 나타내듯이 각 소영역의 절점번호를 반시계방향으로 번호를 붙인다. 그리고, 소영역의 각 요소의 절점번호의 순서를, 절점번호가 작은 순서로 읽으면, 외부영역의 요소는 절점번호의 순서가 시계방향으로 된다. 이 판별법에 의해 외부영역의 요소를 삭제한다(Fig. 1(d)).

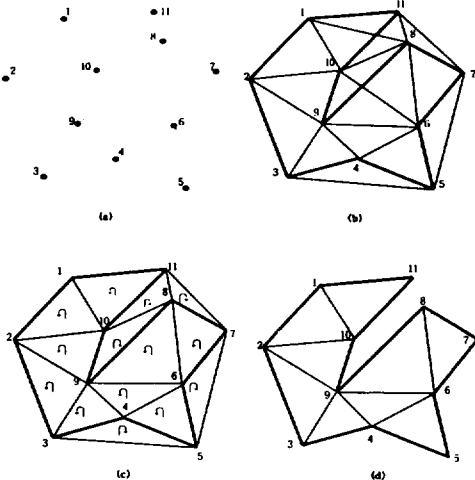


Fig. 1. Triangulation of nodes on a boundary

(2) 알고리즘

본 방법의 흐름도를 나타내면, Fig. 2과 같이 된다. 실제로 계산에 이용되어지는 자동요소분할

법의 자동요소분할의 알고리즘을 나타내면 다음과 같다.

제1단계 : 해석영역의 경계위 또는 기지인 내부절점(수심)의 값을 입력한다. 경계상의 절점값의 입력은 반시계방향으로 한다. 만약 섬이나 방파제가 해석영역의 내부에 있는 경우에 절점값의 입력은 시계방향으로 한다.

제2단계 : 제1단계에서 설정된 절점값을 이용하여 해석영역 전체를 개량데라우니법을 이용하여 삼각요소로 분할한다.

제3단계 : 해석영역의 경계위 및 영역내부에 새로운 절점을 설정한다.

제4단계 : 제1단계에서 입력데이터로 설정된 절점값과 제3단계에서 새롭게 설정된 절점값을 이용하여 해석영역전체를 개량데라우니법으로 보다 조밀한 삼각요소로 분할한다.

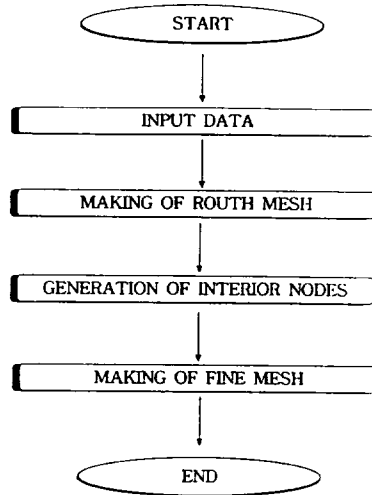


Fig. 2. Flow chart

(3) 새로운 절점설정

새로운 절점을 설정하는 방법은 여러가지를 고려할 수 있겠으나, 여기서는 편평율법을 이용하기로 한다(Fig. 3). 다시말해, (2)항의 제2단계에서 만들어진 삼각형중 영역내부에 만들어진 모든 삼각형의 정각을 계산하고, 그중 정각이 가장 큰 삼각형을 찾아내어 큰 정각의 대변을 2등분하는

천해역에서의 유한요소해석을 위한 자동요소분할법

점을 설정하고, 그점을 이용하여 개량데라우니법으로 요소를 삼각형으로 자동분할하는 것이다.

편평율법으로 얻어진 자동분할의 삼각형은 균형이 잡혀져 있지 않은 것이 많다. 따라서, 삼각형의 형상을 수정 할 필요가 있겠다. 수정방법은 다음식으로 나타내는 위치로 절점을 이동시킨다.

$$P(i) = \frac{1}{2n} \sum^n (P(j) + P(k)) \quad (1)$$

여기서, i, j, k 는 1개의 삼각형의 3정점이며, $P(i), P(j), P(k)$ 는 이들 3정점의 좌표값을 나타내며, n 는 i 점을 공유하는 삼각형의 갯수를 나타낸다. 윗식을 이동시키고 싶은 절점에 대해서

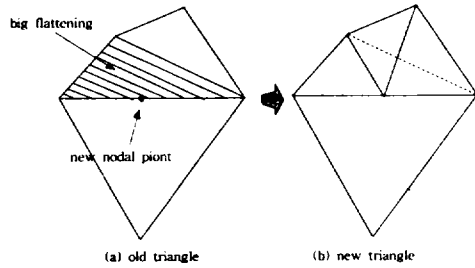


Fig. 3. Flattening method

반복하여 적용하고, 그 결과로부터 수렴한 위치가 새로운 절점위치로 된다.

Table 1. Numerical data

Cases	Interior nodes	Boundary nodes	Input nodes	Total nodes	Elements
I	0	50	100	150	227
		50	200	250	393
II	40	50	100	190	288
		50	200	290	460
III	80	50	100	230	364
		50	200	330	534

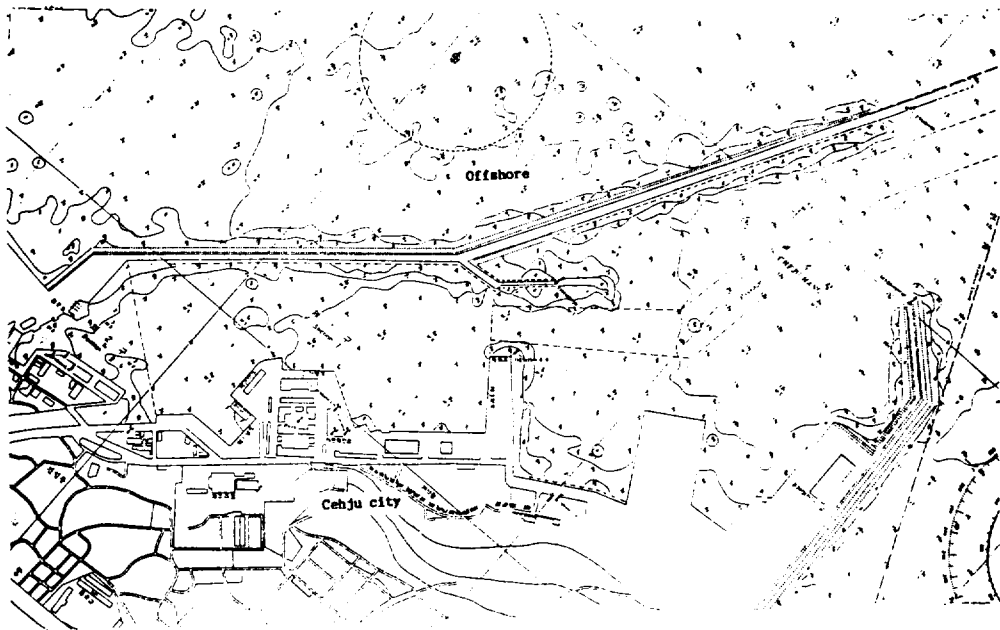


Fig. 4. Cheju Harbor

적용예

본 수법의 유용성을 검토하기 위하여 해석영역이 복잡한 평면상태인 제주항을 모델로 했다(Fig. 4). Fig. 5은 제주항의 수심도를 나타낸 것이며, Fig. 6는 제주항의 경계면위에서의 입력값의 절점 50개를 나타낸 것으로, 모든 계산은 경계상에서만 똑같은 절점값을 사용한다. 모델의 적용계산은 Table 1에 나타내듯이 3개의 케이스를 수행하였다.

Case I로부터 계산한 결과를 Fig. 7와 Fig. 8에 나타낸다. Case I은 내부절점의 입력값을 주지 않고, Fig. 6에서 나타낸 경계면위에서만 입력 절점값만을 이용하여 요소를 자동분할 한 것이다. Fig. 7와 Fig. 8를 비교해 보면, Fig. 8이 보다 조밀하게 요소 분할이 된 것을 알 수 있고, 조밀한

지역은 주로 수심이 얇은 지역인 것도 알 수 있다. 이것은 Table 1에서 나타낸 것과 같이 입력 절점값을 많이 주면 줄수록 조밀한 요소를 얻을 수 있는 것을 의미한다. Fig. 9는 Fig. 6의 경계위의 입력절점값과 더불어 내부의 입력절점값으로 준 40개의 위치를 도시한 것이다. Case II의 조건으로 계산한 결과를 Fig. 10과 Fig. 11에 나타냈다. Case II의 결과는 Case I의 결과(Fig. 7과 Fig. 8)에 비해 보다 요소를 균형있고, 조밀하게 분할 된 것을 알 수 있으며, 또 Fig. 10과 Fig. 11의 결과를 비교해 보면, 입력의 절점수가 많은 쪽이 보다 균형잡힌 것을 확인할 수 있겠다. Fig. 12은 입력의 절점값으로 Fig. 9의 내부절점값의 2배를 준, 80개의 위치를 도시한 것이다. Case III의 계산결과를 Fig. 13과 Fig. 14에 나타낸다. Case

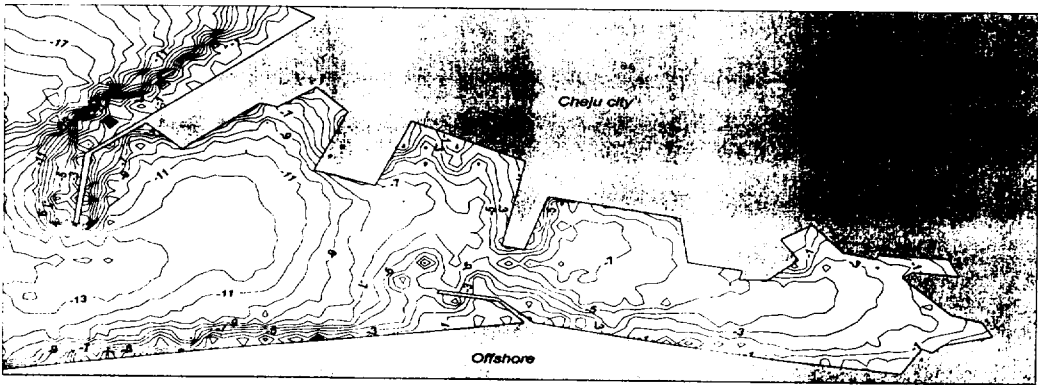


Fig. 5. Water depth in the Cheju harbor

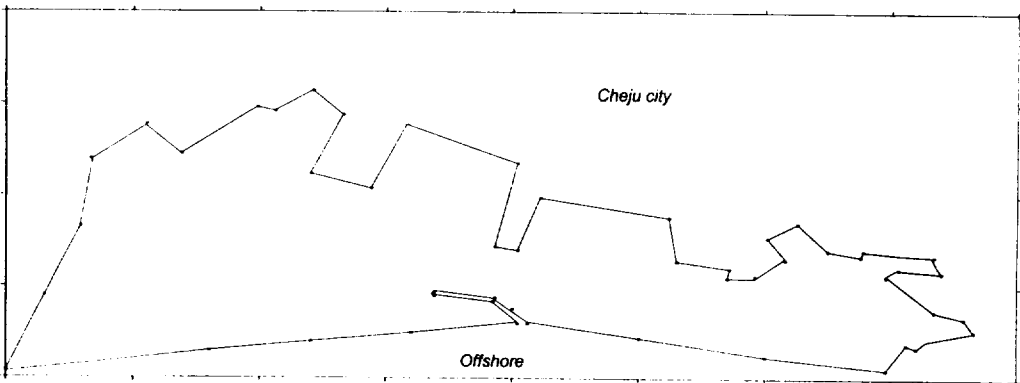


Fig. 6. Distribution of interior node points in the case I

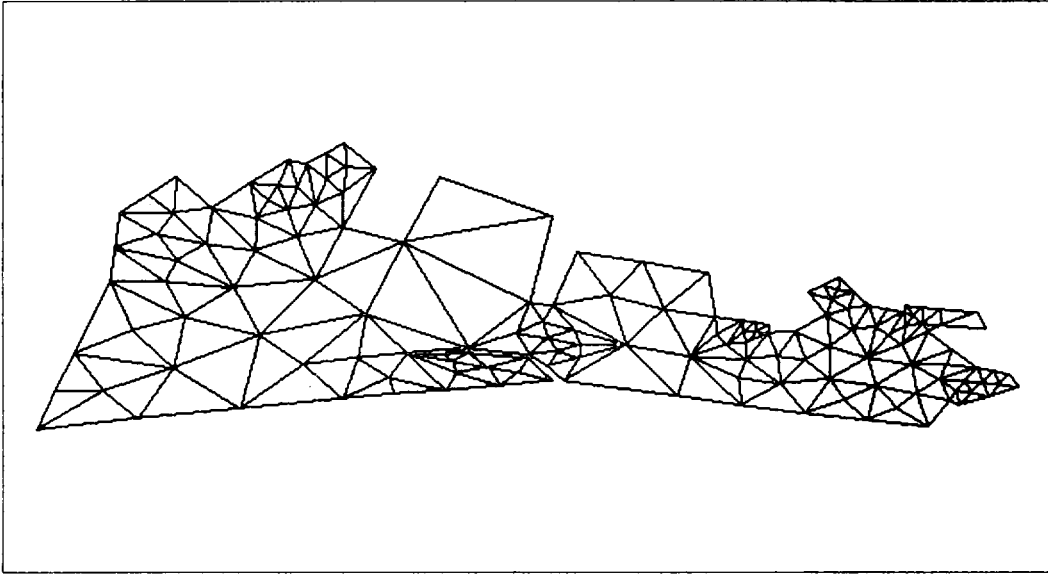


Fig. 7. Finite element mesh of the Cheju harbor generated by the case I
(Interior nodes:0, Boundary nodes:50, Input nodes:100, Total nodes:150, Elements:227)

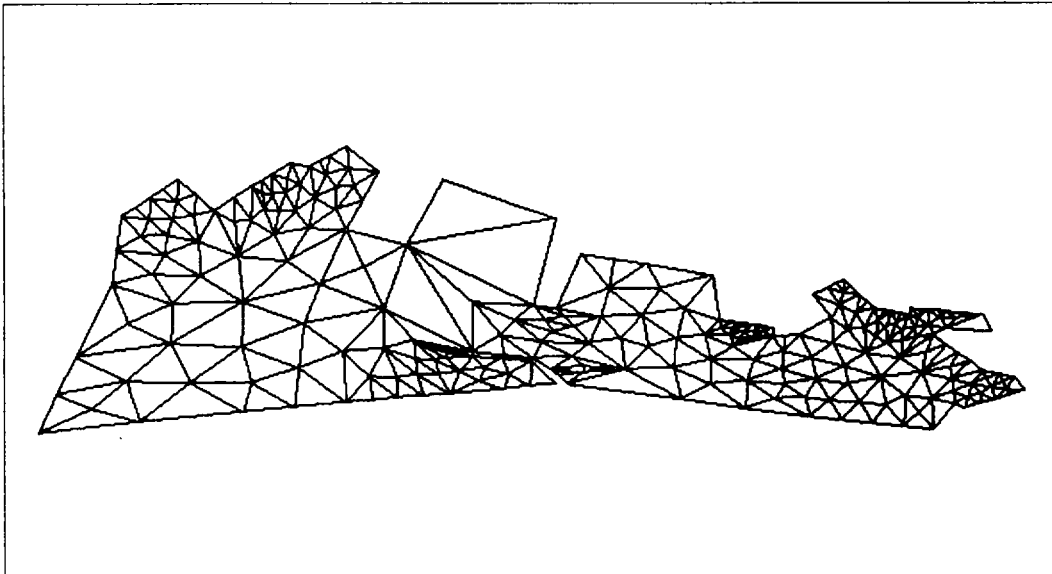


Fig. 8. Finite element mesh of the Cheju harbor generated by the case I
(Interior nodes:0, Boundary nodes:50, Input nodes:200, Total nodes:250, Elements:393)

III은 Case I과 Case II에 비해 보다 균형잡혀있고 조밀하게 분할된 것을 알수 있다. 또 Fig. 13

과 Fig. 14을 비교해 보면, 입력절점수가 많은 쪽이 조밀한 것을 알 수 있겠다.

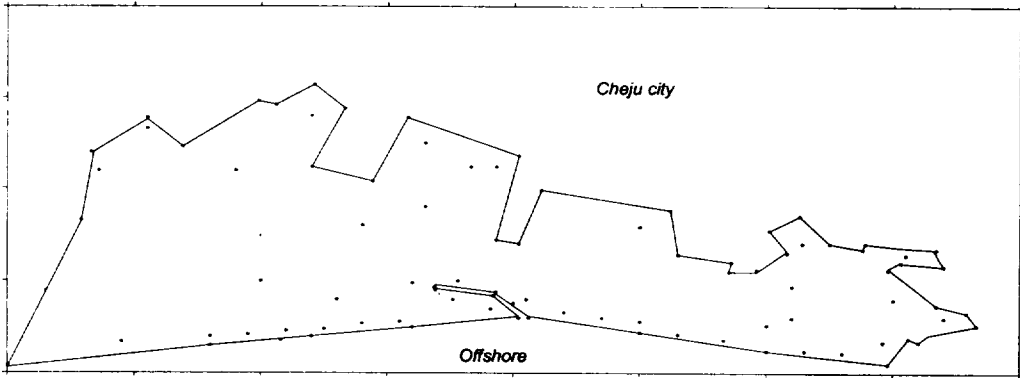


Fig. 9. Distribution of interior node points in the case II

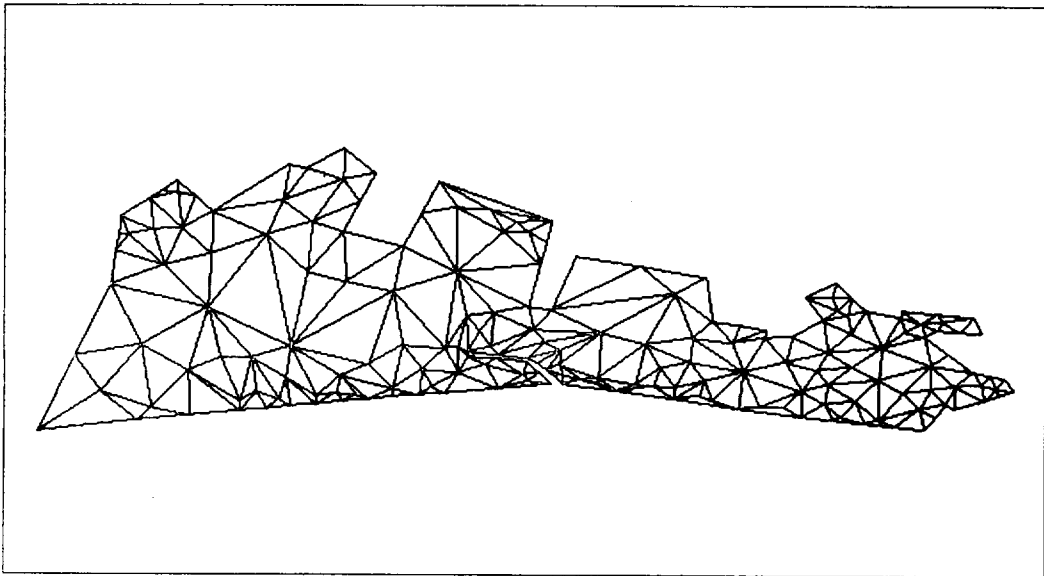


Fig. 10. Finite element mesh of the Cheju harbor generated by the case II
(Interior nodes:40, Boundary nodes:50, Input nodes:100, Total nodes:190, Elements:288)

위의 결과로부터 유한요소계산에서 가장 중요한 요소분할을 사용자가 임의로 해석영역을 자유자재로 분할할 수 있는 것을 확인 할 수 있었고, 똑같은 내부의 절점값을 가질 때는 입력의 절점값이 많은 쪽이 보다 조밀한 요소를 얻을 수 가 있었고, 또 많은 내부절점을 가진 쪽이 적은 내부 절점을 가진 쪽 보다 균형잡힌 요소를 얻을 수가

있었다. 따라서 가장 좋은 분할방법은 많은 내부의 절점값과 사용자가 데이터를 많이 입력하는 것이다.

결론

본 연구에서는 개량테라우니방법을 이용하여 2

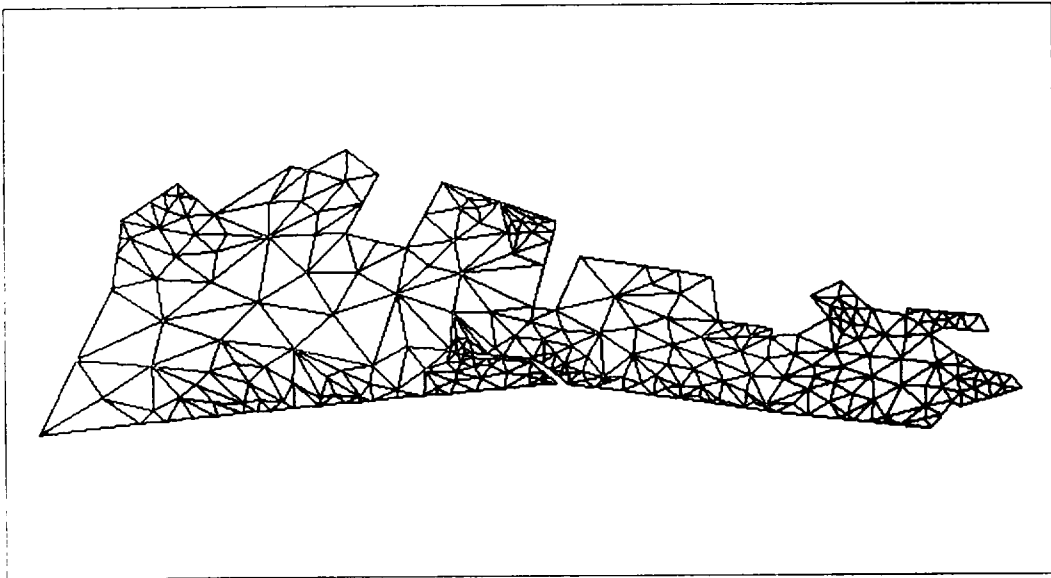


Fig. 11. Finite element mesh of the Cheju harbor generated by the case II
(Interior nodes:40, Boundary nodes:50, Input nodes:200, Total nodes:290, Elements:460)

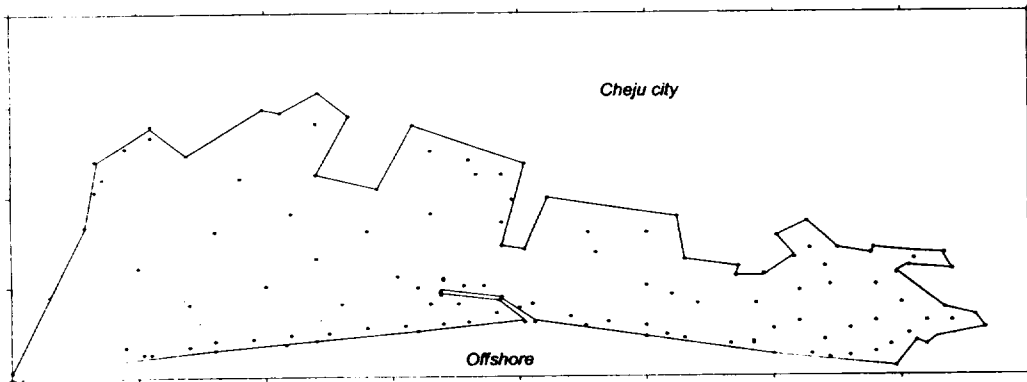


Fig. 12. Distribution of interior node points in the case III

차원흐름의 천해역에 있어서 요소자동분할법을 제안했다. 그 유용성을 검토하기 위해 기하학적으로 해석영역이 복잡한 제주항에 적용했다. 그 결과로부터 해석영역이 복잡한 영역에 대해서도 요소분할을 자동적으로 행할 수가 있어서, 높은 정도의 수치계산결과가 기대된다. 또한 입력데이터를 제어 하는것에 의해 요소분할의 형상을 제어할 수 있었다.

여기서 제안한 수법을 이용하면, 유한요소해석에 있어서 가장 문제시 되고 있는 요소분할을 각각의 문제에 따라서 알맞게 절점을 배치할 수 있어, 보다 균형잡힌 유한요소 모델의 설정이 가능하게 될 것이다. 본 연구에서는 수심은 고려하지 않았다. 앞으로의 연구과제로서는, 수심이 고려된 유한요소해석의 자동분할법을 개발하는 것이다.

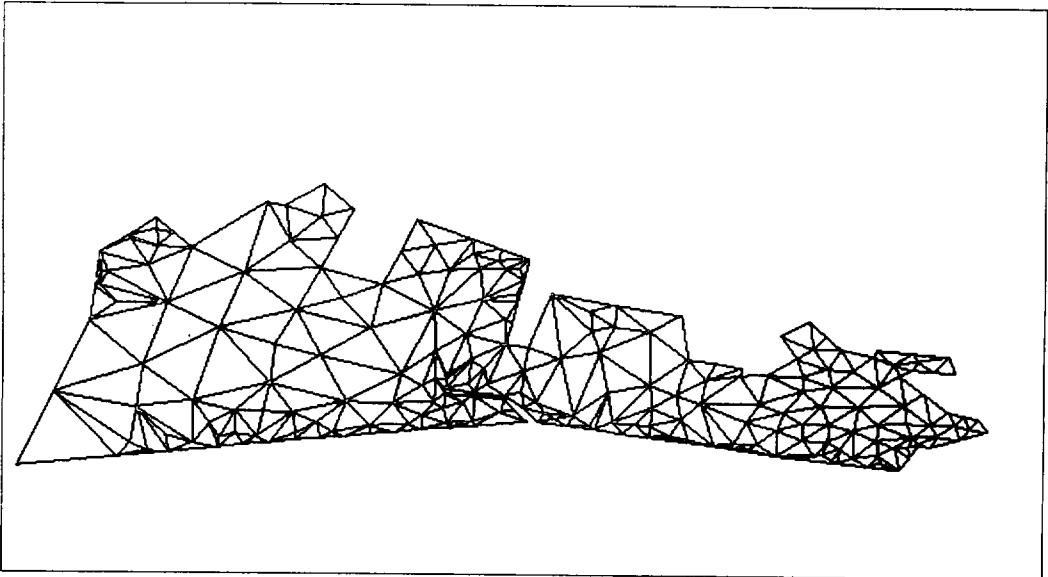


Fig. 13. Finite element mesh of the Cheju harbor generated by the case III
(Interior nodes:80, Boundary nodes:50, Input nodes:100, Total nodes:230, Elements:364)

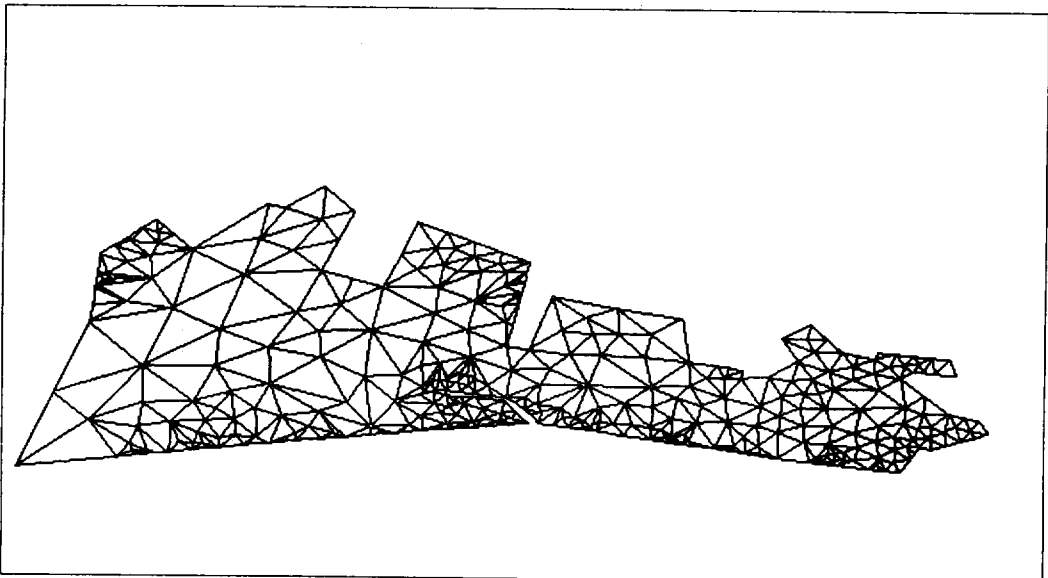


Fig. 14. Finite element mesh of the Cheju harbor generated by the case III
(Interior nodes:80, Boundary nodes:50, Input nodes:200, Total nodes:330, Elements:534)

참고문헌

Kono, M., 1980. A generalized automatic mesh generation scheme for finite element method.

- Int.J.num.Meth.Engng. 3. 713-731.
- Sloan, S.W., 1986. A fast algorithm for constructing delaunay triangulations in the plane. Adv. Eng.Software, 9(1), 34-55.
- Sloan, S.W. and G.T.Houlsby, 1984. An implementation of Watson's algorithm for computing 2-dimensional Delaunay triangulations. Adv. Eng.Software, 6(4), 192-197.
- Taniguchi, T., 1988. An interactive automatic mesh generator for the microcomputer. Computers and Structures, 30(3), 715-722.
- Taniguchi, T., Mitsuoka.K., and E.Kajitani, 1986. Two dimensional automatic Mesh generator for finite element analysis. Memoirs of the school of engineering, Okayama University, 20(20), 55-66.
- Watson, D.F., 1981. Computing the n- dimensional delaunay tessellation with appli- cation to voronoi polytopes. The computer journal, 24(2), 167-172.
- Westwood, I.J. and K.P.Holz, 1986. Automatic optimization of irregular triangular meshes for natural flow computations. Proc.Int.Conf.on Hydrosoft 86, 423-435.
- Zienkiewicz, O.C. and D.V.Phillips, 1971. An automatic mesh generation scheme for plane and curved surfaces by isoparametric coordinates, Int.J.num.Meth.Engng, 3, 519-528.
- 中橋和博, 1989. 計算流體力學における格子生成, 情報處理, 30(7), 767-774.
- 윤태경·김동준, 1997. 선체 곡면의 자동 요소화, 한국해양공학회지, 11(2), 138-144.