

## 誘導機 等價回路定數의 精密算定

趙 瑤 哲\* · 左 宗 根\*\*

### Precise Determination of Equivalent Circuit Parameters of Induction Machines

Young-Cheol Jo\* and Chong-Keun Jwa\*\*

#### ABSTRACT

This paper presents a new method to determine the T-type equivalent circuit parameters for steady state analysis of induction motors. To determine the parameters, four simultaneous equations are obtained from the T-type equivalent circuit conditions. The initial values for these equations are evaluated by the simplified equivalent circuits, and then the parameters are calculated by iterative computation. Test results are compared with the computed results of the conventional method and the proposed method to demonstrate the validity of the proposed method. And it is found that the latter method is more accurate than the former method.

**Key word** : Induction motor, T-type equivalent circuit, Circuit parameters, Simultaneous equations

#### 1. 서 론

1886년 미국의 Nikola Tesla에 의해 발명된 다상 유도전동기는 구조가 간단하고 가격이 저렴하기 때문에 각종 산업현장은 물론 일반 가정용 동력원으로 널리 사용되고 있다.

이 유도전동기의 정상상태에서의 동작특성을 정확하게 해석하기 위하여 여러 가지의 등가회로와 회로정수 결정방법들이 제안되고 있으나 정확한 해석을 위해서 적절한 등가회로와 정밀한 정수 계산이 요구

되고 있다.

이 방법들은 KS C-4201<sup>1)</sup>, JEC-37<sup>2)</sup> 그리고 IEEE Std 112-1996<sup>3)</sup>에 상세하게 설명되고있으며, 이들 규정중에서 무부하시험은 정격주파수의 정격전압으로 시험하게 되어있고, 구속시험에서는 특수능형전동기나 대용량권선형 유도전동기는 정격주파수 이외에 정격의 50% 주파수의 정격전류로 시험하도록 되어있다. IEEE 표준시험방법에서는 정격의 25% 주파수로 시험하도록 되어 있으나 20KW 이하의 전동기에서는 정격주파수만으로도 시험할 수 있다<sup>4)</sup>. 또한 T형 등가회로의 회로정수결정방법으로 Sen<sup>4)</sup>과 Sarma<sup>5)</sup>는 무부하시험시 2차 회로를 개방하고 구속시험시 여자 리액턴스  $X_m$ 과 2차 임피던스  $Z_2$ 를 병렬 합성하여 정수를 결정하고, Ishizaki and Hirayama<sup>6)</sup>는 변형

\* 제주대학교 대학원

Graduate School, Cheju Nat'l Univ.

\*\* 제주대학교 전기공학과

Dept. of Electrical Eng., Cheju Nat'l Univ.

된 T형 등가회로를 사용하여 1차 및 2차 누설리액턴스를 분리하지 않고 정수를 결정하고 있다. 그러나 이 정수결정방법들에는 등가회로에서 각 시험조건을 고려하여 개략적으로 계산하는 부분들이 있으므로 특성 계산시 오차의 원인이 될 수 있다.

본 연구에서는 시험조건을 모두 고려하고 정밀하게 정수를 결정할 수 있는 방법을 제시하였다. 직류저항 측정, 무부하시험과 정격주파수를 인가한 구속시험의 측정치를 사용하여 T형 등가회로의 회로정수를 각 시험결과 임피던스평형식과 전력평형식을 연립방정식으로 구성하여 근사계산한 초기 값에 의하여 반복 계산에 의하여 결정하였다.

## II. 등가회로

### 2.1. 등가회로의 구성

유도기의 고정자 및 회전자 상전류를  $I_1$ 과  $I_2$ 라 하고 고정자 권선의 한상에 가해지는 전압을  $V_1$ 이라 하면 고정자 및 회전자 회로에 있어서 다음과 같은 방정식이 성립된다<sup>7)</sup>.

$$\begin{aligned} V_1 &= (r_1 + jX_1)I_1 + jX_m I_2 \\ 0 &= jsX_m I_1 + (r_2 + jsX_2)I_2 \end{aligned} \quad (1)$$

여기서

$r_1$  : 1차 권선 1상의 저항

$r_2$  : 2차 권선 1상의 저항

$X_m$  : 1차 및 2차 권선의 상호리액턴스

$X_1$  : 1차 권선 1상의 자기리액턴스

$X_2$  : 2차 권선 1상의 자기리액턴스

이다.

식 (1)에서 제2식의 양변을  $s$ 로 나누어 Matrix 형식으로 나타내면

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_1 + jX_1 & jX_m \\ jX_m & r_2/s + jX_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (2)$$

가 되고, 또 행렬

$$[C] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \alpha \end{bmatrix} \quad (3)$$

를 이용하여 회로변환을 하면 전류는

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1' \\ I_2' \end{bmatrix} \quad (4)$$

같이 변환된다. 따라서 전압 및 임피던스 행렬에 대해서도 이 행렬[C]로 변환하면 식 (2)는 다음과 같이 된다.

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_1 + jX_1 & j\alpha X_m \\ j\alpha X_m & \alpha^2(r_2/s + jX_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1' \\ I_2' \end{bmatrix} \quad (5)$$

일반적으로 회로의 방정식이

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_m \\ Z_m & Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} \quad (6)$$

로 표현할 수 있고 이것을 변형하면

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (Z_{11} - Z_m)i_1 + Z_m(i_1 + i_2) \\ (Z_{22} - Z_m)i_2 + Z_m(i_1 + i_2) \end{bmatrix} \quad (7)$$

라고 쓸 수 있다. 이 식으로부터 Fig. 1과 같은 등가 회로를 그릴 수 있다.

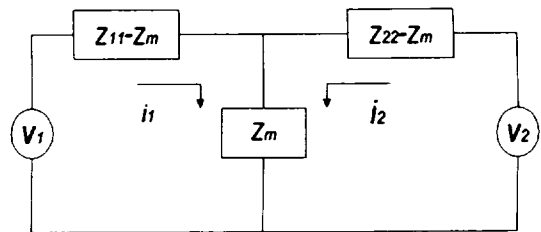


Fig. 1 Equivalent circuit of Equation (6).

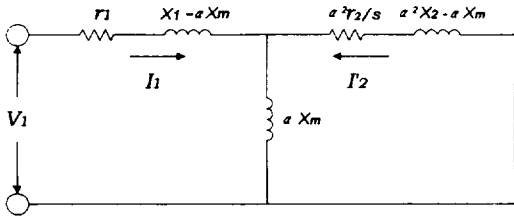


Fig. 2 Equivalent circuit of Equation (5).

따라서 식 (5)로부터 등가회로를 유도하면 Fig. 2가 된다. 여기서  $\alpha = u_e = \frac{k_{u1} Z_1}{k_{u2} Z_2}$  (실효권수비)로 하면 Fig. 2의 임피던스는 다음과 같이 된다.

$$x_0 = u_e X_m \quad x_0' = X_m / u_e \quad (8)$$

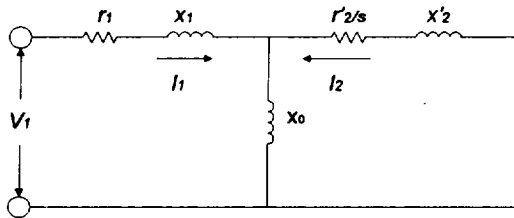
이므로

$$\begin{aligned} X_1 - aX_m &= x_1 \\ aX_m &= u_e X_m = x_0 \\ a^2X_2 - aX_m &= u_e^2 x_2 = x_2' \\ a^2r_2 &= u_e^2 r_2 = r_2' \end{aligned} \quad (9)$$

여기서  $x_0$  : 1차측에서 본 여자리액턴스

$r_2', x_2'$  : 1차측에 환산한 2차측의 저항 및 누설리액턴스

이런 임피던스를 이용한 Fig. 2는 Fig. 3으로 된다.

Fig. 3 Equivalent circuit ( $a = u_e$ ).

지금까지는 철손을 고려하지 않았으므로 이 등가회로에 철손에 상당한 양의 저항을 여자리액턴스와 직

렬로 접속하고, 2차전류  $I_2'$  대신에 이와 크기가 같고 방향이 반대인 1차부하 전류  $I_1'$ 으로 생각을 하면 Fig. 4가 되는데 이것이 철손을 고려한 등가회로이다.

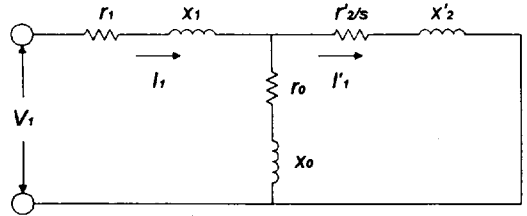


Fig. 4 T-Type Equivalent circuit.

Fig. 4에서  $I_1' = I_2'$ ,  $r_1 = R_1$ ,  $r_2' = R_2$ ,  $x_2' = X_2$ ,  $r_0 = R_m$ , 그리고  $x_0 = X_m$ 으로 표시하면 Fig. 5와 같다.

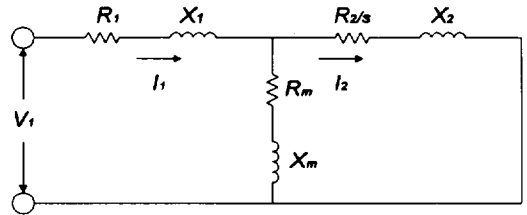


Fig. 5 Equivalent circuit of induction motor.

이 등가회로에서  $R_1$ 과  $X_1$ 은 고정자 권선 저항과 리액턴스,  $R_2$ 과  $X_2$ 는 회전자 권선 저항과 리액턴스 (고정자측 환산치), 그리고  $R_m$ 과  $X_m$ 은 철손분 저항과 여자리액턴스이고,  $s$ 는 slip을 표시한다.

## 2.2 등가회로 정수결정법

등가회로의  $R_1, X_1, R_m, X_m, R_2, X_2$ 의 회로정수는 무부하시험과 회전자 구속시험의 결과 그리고 직류로 측정된 고정자권선의 저항으로 결정된다. 유도전동기에서 무부하시험과 구속시험은 여자전류와 회전자손에 대한 정보를 준다. 이 시험은 일정한 주파수에서 고정자권선에 평형3상 전압을 인가하여 시험하도록 되어있다. 그러나 대부분의 전원이 불평형 상태이고 불평형율이 적으므로 측정된 전압과 전류의 3상 평균

치를 계산하여(McPherson and Laramore<sup>8)</sup>) 정수를 결정한다.

### 2.2.1 Sen과 Sarma의 등가회로 정수결정법

Sen과 Sarma의 정수결정방법은 이미 일반화된 방법이므로 그 특징만 살펴본다. 두 가지 방법이 모두 무부하시험시 등가회로를 2차가 개방된 상태로 하여 계산하고 구속시험시 2차 저항을 구하는 방법에서 여자회로의 리액턴스  $X_m$ 과 2차회로 임피던스  $Z_2$ 가 병렬로 된 상태에서의 정수를 결정하고 있다.

### 2.2.2 연립방정식을 이용한 회로정수 결정법

기존의 회로정수 결정방법은 무부하시험시에 2차회로를 완전히 개방한 것으로 간주하고 또한 구속시험시에 여자임피던스를 무시하여 계산하고 있다. 여기서는 간략화된 등가회로에서 약산하여 초기 값을 구하고, 이를 가지고 등가회로조건을 고려하여 연립방정식을 구성하여 반복계산으로 보다 정확한 회로정수를 구하고자 한다.

#### ① 고정자 권선 저항 측정

3상 유도 전동기 고정자 권선이 델타(delta)결선된 경우 권선 직류저항을 전압강하법에 의하여 측정한다. 권선 저항은 고정자 동손을 계산하기 위하여 필요하며 이 경우 권선은 대칭권선으로 각 상의 저항이 같은 값이라고 가정한다. 권선 2단자에서 측정된 단자전압을  $V_{dc}$ , 전류를  $I_{dc}$  라고 하면 단자저항  $R_{11}$ 은 1상의 저항  $R_1$ 으로 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$R_{11} = \frac{V_{dc}}{I_{dc}} = \frac{2}{3} R_1 \quad (10)$$

그러므로  $R_1$ 은

$$R_1 = \frac{3}{2} \frac{V_{dc}}{I_{dc}} \quad (11)$$

가 된다. 이때 전류는 운전조건과 거의 같은 온도가 되도록 정격전류로 한다

#### ② 초기 값의 산정

#### i) 무부하시험

고정자권선의 저항과 누설리액턴스 그리고 회전자회로를 무시하여 등가회로를 구성하면 다음의 Fig. 6과 같다.



Fig. 6 Simplified no-load equivalent circuit.

이 회로에서 무부하 임피던스  $Z_0$ 는 다음과 같다.

$$Z_0 = \sqrt{R_m^2 + X_m^2} = \frac{V_0}{I_0} \quad (12)$$

무부하 출력을  $P_0$ 라하고  $R_m$ 과  $X_m$ 을 구하여 보면

$$P_0 = 3I_0^2 R_m \quad (13)$$

$$R_m = \frac{P_0}{3I_0^2} \quad (14)$$

$$X_m = \sqrt{\left(\frac{V_0}{I_0}\right)^2 - R_m^2} \quad (15)$$

로 구한다.

#### ii) 구속시험

여자임피던스  $Z_m$ 을 무시하여 등가회로를 구성하면 Fig. 7과 같다.

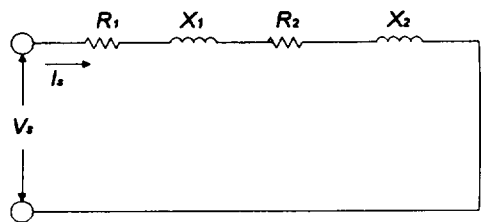


Fig. 7 Simplified block-rotor equivalent circuit.

여기서 단락임피던스를 구하여 보면

$$Z_s = \sqrt{(R_1 + R_2)^2 + (X_1 + X_2)^2} = \frac{V_s}{I_s} \quad (16)$$

$R_1$ 의 값은 알고 있으므로 다음 식에 의하여  $R_2$ 를 구할 수 있다.

$$P_s = 3I_s^2(R_1 + R_2) \quad (17)$$

$$R_1 + R_2 = \frac{P_s}{3I_s^2} \quad (18)$$

$X_1$ 과  $X_2$ 의 값을 같다고 놓고

$$X_1 + X_2 = \sqrt{\left(\frac{V_s}{I_s}\right)^2 - (R_1 + R_2)^2} \quad (19)$$

에 대입하여 풀어 각각의 회로정수의 초기 값을 구할 수 있다.

### ③ 연립방정식의 구성

Fig. 5의 등가회로에 무부하 전압을 인가하면 Fig. 8과 같이 나타낼 수 있다.

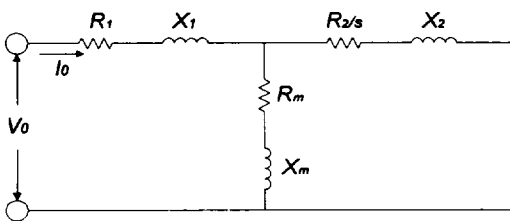


Fig. 8 No-load equivalent circuit.

여 기 서

$$Z_1 = R_1 + jX_1, \quad Z_m = R_m + jX_m, \quad Z_{20} = \frac{R_2}{s} + jX_2,$$

$Z_{2s} = R_2 + jX_2$  이라 하면 무부하 합성 임피던스

$Z_0 = \frac{V_0}{I_0}$  이므로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{V_0}{I_0} = \left| Z_1 + \frac{Z_m Z_{20}}{Z_m + Z_{20}} \right| \quad (20)$$

또한 무부하 전력은

$$P_0 = \text{Re}\left(Z_1 + \frac{Z_m Z_{20}}{Z_m + Z_{20}}\right) I_0^2 \quad (21)$$

로 나타낼 수 있다.

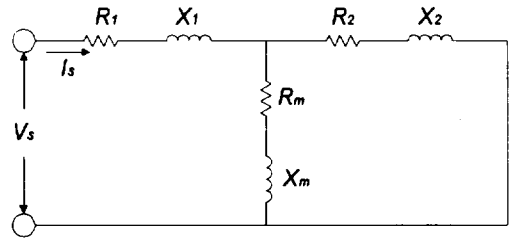


Fig. 9 Block-rotor equivalent circuit.

Fig. 5의 등가회로에 구속전압을 인가하면 Fig. 9로 나타낼 수 있다. 여기서 합성임피던스  $Z_s = \frac{V_s}{I_s}$  이므로

$$\frac{V_s}{I_s} = \left| Z_1 + \frac{Z_m Z_{2s}}{Z_m + Z_{2s}} \right| \quad (22)$$

로 나타낼 수 있고, 또한 구속시 전력은

$$P_s = \text{Re}\left(Z_1 + \frac{Z_m Z_{2s}}{Z_m + Z_{2s}}\right) I_s^2 \quad (23)$$

가 된다.

위에서 정리한 식(20),(21),(22),(23)을 연립방정식으로 하여  $R_1, X_1, R_m, X_m, R_2, X_2$ 의 값을 구할 수 있다.

### III. 수치계산 및 검토

제안된 회로정수 결정방법의 타당성을 검토하기 위하여 정격출력 0.75Kw, 정격전압 220V, 정격전류 3.5A, 주파수 60Hz, 그리고 정격회전수 1710 RPM이고, 고정자가 델타결선된 3상 4극 농형유도전동기에 대한 저항측정, 무부하시험, 그리고 구속시험의 결과

는 Table 1과 같다.

Table 1의 전압과 전류가 불평형이므로 이들의 3상 평균치를 사용하여 Sen<sup>4)</sup>과 Sarma<sup>5)</sup>의 방법과 제안한 방법에 의하여 계산된 회로정수의 값들을 Table 2에 보였다.

계산된 회로정수값의 타당성을 검토하기 위하여 이

값들을 무부하시험과 구속시험 결과와 비교하여 Table 3에 보였다.

Table 3에 보는 바와 같이 제안한 방법이 Sen과 Sarma의 방법에 비해서 정확한 결과가 얻어짐을 알 수 있다. Sen과 Sarma의 방법은 무부하시험시의 2차 회로를 개방하여 취급하고 구속시험시에도 여자회로

Table 1 Tested Results

a) Measured DC voltage and current in stator winding

$V_{12}(V)$	$V_{23}(V)$	$V_{31}(V)$	$I_1(A)$	$I_2(A)$	$I_3(A)$
11.6	11.6	11.8	2.36	2.34	2.3

b) Measured values in case of No-load test applying rated voltage

$V_{12}(V)$	$V_{23}(V)$	$V_{31}(V)$	$I_1(A)$	$I_2(A)$	$I_3(A)$	$P_0$	$N$
219.7	220.6	217.4	2.27	2.43	2.32	138	1798

c) Measured values in case of Blocked-rotor test applying rated current

$V_{12}(V)$	$V_{23}(V)$	$V_{31}(V)$	$I_1(A)$	$I_2(A)$	$I_3(A)$	$P_s(W)$
50.2	49.95	49.58	3.43	3.49	3.33	157

Table 2 Calculated circuit parameters

Parameter Methods	$R_1$	$X_1$	$R_2$	$X_2$	$R_m$	$X_m$
Sen's & Sarma's Method	7.50147	10.65261	6.82475	10.65261	17.70125	149.65324
Proposed Method	7.50147	11.18111	6.77866	10.65261	14.07944	149.91131

Table 3 Compared results between Sen's & Sarma's and Proposed Method

Methods Compared values	Computed values				Measured values
	Sen's & Sarma's Method	error(p.u)	Proposed Method	error(p.u)	
$V_0(V)$	218.76483	0.00199	219.23333	0.00015	219.2
$P_0(W)$	52.49787	0.14125	45.99999	0	46
$V_s(V)$	48.85388	0.01702	49.70001	0	49.7
$P_s(W)$	52.53956	0.00458	52.33333	0.00064	52.3

의 리액턴스만을 고려하여 계산하였기 때문에 오차가 발생하였다. 따라서 제안한 방법은 유도기의 정상상태 등가회로 정수를 결정하는 하나의 방법으로서 타당함을 알 수 있다.

#### IV. 결 론

유도전동기의 정상상태 해석을 위한 등가회로 정수 결정법을 제시하였다. 기존의 Sen이나 Sarma의 정수 결정법은 무부하시험시 2차회로를 개방하고 구속시험시 여자리액턴스와 2차 임피던스를 병렬 합성하여 정수들을 결정하고 있다.

본 연구에서는 등가회로에 아무런 제약도 가하지 않고 해석할 수 있도록 무부하시험과 정격주파수의 구속시험 결과를 이용하여 연립방정식에 의하여 정수들을 결정할 수 있도록 하였다. 연립방정식을 풀기 위한 초기치들을 간략화된 등가회로를 이용하여 구하고 이들을 사용하여 반복계산에 의하여 정수들을 결정하였다. 기존의 방법과 제안된 방법을 실측치로 비교하여 제안된 방법이 더 정밀함을 확인하였다.

#### 참고문헌

- 1) Korean Standards, 1986. Calculating methods of three-phase induction motor characteristics, KS C-4201, pp. 1-14.
- 2) 日本電氣學會, 1976. 誘導電動機の特性算定法, 電氣學會技術報告, I部, 第83号, pp. 14-19.
- 3) IEEE Power Engineering Society, 1998. IEEE Standard test procedure for polyphase induction motors and generators, IEEE Std 112-1996, pp. 1-58.
- 4) Sen, P. C., 1997. Principle of electric machines and power electronics, John Wiley & Sons, pp. 222-233.
- 5) Sarma, M. S., 1994. Electric Machines, West Publishing Co., pp. 301-310.
- 6) Ishizaki, A. and Hirayama, K., 1967. Precise determination of equivalent circuit parameters for performance calculation of polyphase induction machines, IEEJ, Vol.87, No.1, pp. 173-180.
- 7) 日本電氣學會, 1970. 變壓機·誘導機·交流整流子機(電氣機器各論II), pp. 287-290.
- 8) McPherson, G. and Laramore, R. D., 1990. Electrical Machines and Transformers, John Wiley & Sons, pp. 276-284.