

# 有限要素法에 의한 濟州港의 流動解析

金南亨\*, 川原睦人\*\*

The Numerical Analysis of the Tidal Flow of Cheju Harbor  
by Finite Element Method

*Nam-Hyeong Kim\**, *Mutsuto Kawahara\*\**

## Summary

In this paper, a numerical model of the tidal flow problem by using finite element method is described. By using this method, the boundary conditions can easily be treated and nodes can also taken up arbitrarily. To discretize the differential equation, we have used the Galerkin method in space direction and two-step explicit method, so-called the Kawahara scheme, in time direction. Also, shallow long wave equation considering the bottom friction, eddy viscosity and Coriolis force is employed. In this paper, finite element method by moving boundary is developed. By the numerical computation of the Cheju harbor, we can find the finite element method to be a powerful analytical procedure to tidal flow problem.

## 序 論

천해역에 있어서 해수의 유동을 파악하는 것은, 공학상 매우 중요한 문제이다. 천해역에서 해수유동의 해석에 폭넓게 이용되어지고 있는 수치해석모델로서는 유한차분법과 유한요소법으로 대별할 수 있겠다. 각각의 방법은 장단점이 있으나 불규칙한 지형과 수심의 변화를 고려한 유한요소법이 보다 현실적이다 라고 할 수 있겠다.

우리나라의 서·남해안과 같이 넓은 조간대를 가지고 있는 해역에서는 고정경계에 의한 오차를 줄이기 위하여 조간대를 포함하는 유동계산을 하여야 한다. 따라서, 서·남해안과 같은 넓은 조간대를 가지고 있는 해역에서의 해수유동을 정확히 해석하기 위해서는 복잡한 해안선을 정확하게 나타낼 수 있는 유한요소해석에 2차원적으로 작용하는 외력과 조간대를 고려한 수치모델의 해석수법의 개발이 필요하겠 다. 저자들(金·樺, 1993)은 천해역에 있어서 해수 유동의 수치해석의 제1보로서, 이미 천해역에서 천

\* 海洋科學大學 海洋土木工學科 (Dept. of Ocean Civil Engineering, Cheju National Univ., Cheju-do, 690-756, Korea)

\*\* 日本 中央大學 理工學部 土木工學科 (Dept. of Civil Engineering, Chuo University, Tokyo 112, Japan)

해장파방정식에 작용하는 2차원적인 외력은 무시하고, 관성에 의한 비선형성만을 고려한 유한요소법에 의한 해수유동을 해석한 바가 있다.

본 연구에서는, 천해역에서 해수유동의 수치해석의 제2보로서, 천해장파방정식에 작용하는 2차원적인 외력을 고려하고, Kawahara and Umetsu(1986)에 의해 제안된 이동경계수법을 도입하여, 제1보에서의 고정경계에 대한 유한요소법에 의한 유동해석 모델을 보완·향상시켰다. 유동해석의 대상으로서는 제주항의 유동현상을 수치해석하였다.

### 基礎方程式

비압축성 3차원 유체의 천해역에서 천해장파방정식을 유도해 보자. Fig.1에서와 같이 X축과 Y축을 정수면 내에서 수평 직각방향으로 잡고, Z축을 연직 방향으로 잡는다. 이때, 평균 수심을 나타내는 것은

로써  $h(x, y)$ , 정수면으로부터 측정된 조위를  $\eta(x, y, t)$ 로 나타낸다.

운동방정식은,

$$\rho \left[ \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right] + \frac{\partial P}{\partial x} = \rho \cdot f_x \quad (1)$$

$$\rho \left[ \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right] + \frac{\partial P}{\partial y} = \rho \cdot f_y \quad (2)$$

$$\rho \left[ \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right] + \frac{\partial P}{\partial z} = \rho \cdot f_z \quad (3)$$

로 나타낸다. 여기서  $u, v, w$ 는 각각  $x, y, z$ 방향의 유속이고,  $P, \rho$ 는 각각 압력과 밀도이다. 또  $f_x, f_y, f_z$ 는  $x, y, z$ 방향의 외력이고, 점성이 없는 해수의 흐름에 대한 외력은  $z$ 방향으로 중력가속도  $g$ 만 작용한다. 따라서,  $f_x=f_y=0, f_z=-g$ 이다. 연속방정식은 비압축성의 가정으로부터,

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (4)$$

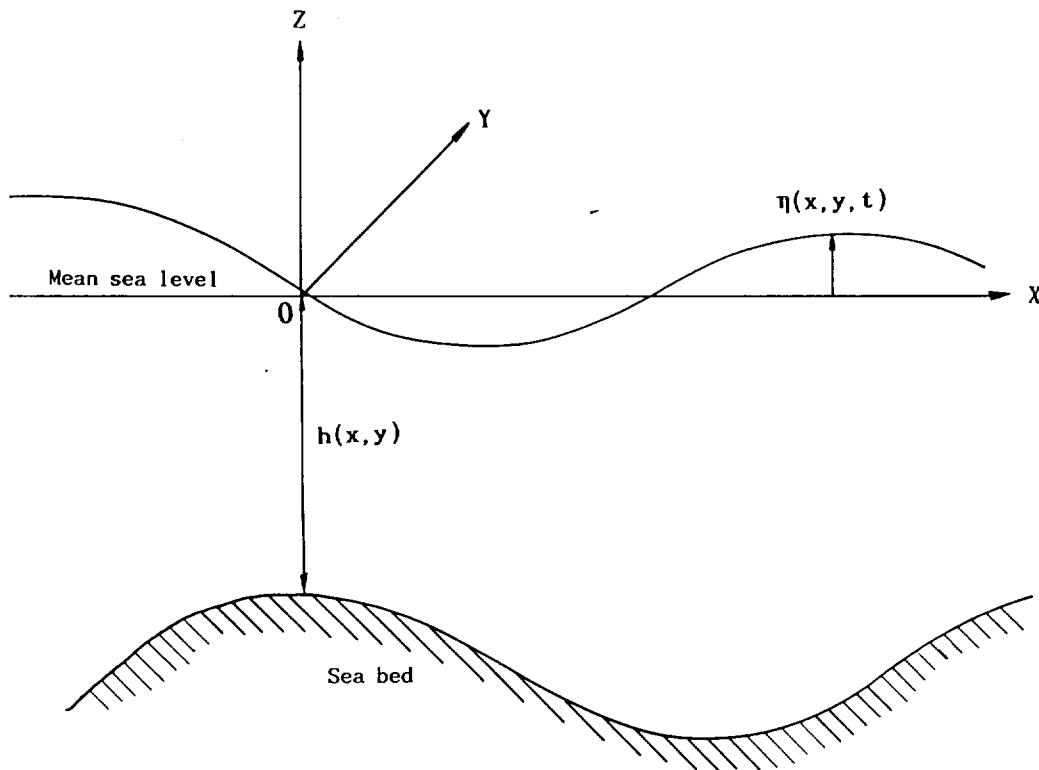


Fig.1. Vertical cross section of the sea.

이다. 일반적으로 잠파를 고려하는 경우, 수심에 비하여 파장이 매우 크기 때문에, 연직방향의 운동은 수평방향의 운동에 비해서 무시할 수 있을 정도로 작다. 이와같은 가정 아래서, 식(3)은 다음과 같이 된다.

$$\frac{\partial P}{\partial z} = -\rho \cdot g \quad (5)$$

또, 기압의 변화를 고려하지 않으면, 식(5)는 해지면으로부터 수면까지 적분하는 것에 의해,

$$p = \rho \cdot g (\eta - z) \quad (6)$$

로 나타낸다. 식(6)은 천해장과의 경우는, 수압으로서 정수압 분포가 가정되어 있는것을 나타낸다. 식(6)의 관계를 이용하면, x와 y방향의 압력구배는,

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \rho \cdot g \frac{\partial \eta}{\partial x}, \quad \frac{\partial P}{\partial y} = \rho \cdot g \frac{\partial \eta}{\partial y} \quad (7)$$

로 된다. 유속에 관해서는 수심 방향으로 평균한 유속 u, v를 다음과 같이 정의한다.

$$u = \frac{1}{H} \int_{-h}^{\eta} u dz, \quad v = \frac{1}{H} \int_{-h}^{\eta} v dz \quad (8)$$

여기서  $H = h + \eta$ 이다.

연속의 방정식은 다음과 같이 나타낸다.

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial (uH)}{\partial x} + \frac{\partial (vH)}{\partial y} = 0 \quad (9)$$

수심방향에서의 가속도는 무시할 정도로 작고 정수압이 작용한다고 가정하면, 운동방정식을 다음과 같이 유도할 수 있다(Pinder and Gray, 1977).

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + g \frac{\partial \eta}{\partial x} - fv + \frac{gu\sqrt{u^2+v^2}}{Hc^2} - v_f \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) = 0 \quad (10)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + g \frac{\partial \eta}{\partial y} + fu + \frac{gv\sqrt{u^2+v^2}}{Hc^2} - v_f \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) = 0 \quad (11)$$

여기서, f는 Coriolis 힘이며,  $f = 2\omega \sin \phi$  ( $\omega = 7.292 \times$

$10^{-5}$  (rad/sec),  $\phi =$  위도 (rad))로 주어진다. g는 중력가속도 (= 9.81 (m/sec<sup>2</sup>)),  $v_f$ 은 와동점성계수, c는 해저마찰에 대한 Chezy의 계수 (=  $\frac{1}{n} h^{1/6}$ , n은 Manning의 조도계수)이다. 식(10), (11)에서 풍속에 의한 영향력은 계산을 간단화하기 위하여 생략하였다.

경계조건으로써, 유속 또는 조위가 주어지는 경계를 생각한다.

$$u = \hat{u}, \quad v = \hat{v}, \quad \eta = \hat{\eta} \quad (12)$$

여기서  $\hat{\quad}$ 는 주어진 일정한 값을 의미한다. 한편, 연안에 있어서의 지형은 불규칙하고 반드시 X축 혹은 Y축과 일치하지 않는다. 따라서, 연안으로 향하는 법선방향의 유속을 0으로 한다. 단, 흐름이 없다고 생각되는 지점에서는, u, v 모두 0로 한다.

## 有限要素解析

### 1. 空間方向의 離散化

천해장파방정식(9), (10), (11)를 시간에 대하여 이산화 하기전에 공간방향으로 유한요소법을 적용하여 이산화한다. 또, 천해장파방정식(9), (10), (11)는 비선형항이 포함되어져 있기 때문에, 유한요소의 해를 얻기 위하여 Galerkin method를 적용한다. Galerkin method는 가중잔차함수(weighted residual function)를 미지수의 형상함수와 똑같이 취한다. 여기서는 가중잔차함수는 경계위에서는 값이 0이지만, 그밖의 영역에서는 임의의 값을 취한다. 여기서는 가중잔차함수  $u^*$ ,  $v^*$ ,  $\eta^*$ 를 각각 식(9), (10), (11)에 곱하여 해석영역  $\Omega$ 에 대하여 적분하면, 다음의 방정식이 주어진다.

$$\int_{\Omega} \eta^* \frac{\partial u}{\partial t} d\Omega + \int_{\Omega} \eta^* \frac{\partial (uH)}{\partial x} d\Omega + \int_{\Omega} \eta^* v \frac{\partial (vH)}{\partial y} d\Omega = 0 \quad (13)$$

$$\int_{\Omega} u^* \frac{\partial u}{\partial t} d\Omega + \int_{\Omega} u^* u \frac{\partial u}{\partial x} d\Omega + \int_{\Omega} u^* v \frac{\partial u}{\partial y} d\Omega + g \int_{\Omega} u^* \frac{\partial \eta}{\partial x} d\Omega - \int_{\Omega} u^* f v d\Omega + \int_{\Omega} u^* \frac{gu\sqrt{u^2+v^2}}{Hc^2} d\Omega - \int_{\Omega} u^* v_f \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) d\Omega = 0 \quad (14)$$

$$\int_{\Omega} v^* \frac{\partial u}{\partial t} d\Omega + \int_{\Omega} v^* u \frac{\partial v}{\partial x} d\Omega + \int_{\Omega} v^* v \frac{\partial v}{\partial y} d\Omega + g \int_{\Omega} v^* \frac{\partial \eta}{\partial y} d\Omega + \int_{\Omega} v^* f u d\Omega + \int_{\Omega} v^* \frac{g v \sqrt{u^2 + v^2}}{Hc^2} d\Omega - \int_{\Omega} v^* v_f \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) d\Omega = 0 \quad (15)$$

유한요소법으로 식 (13)-(15)을 이산화할때에, 해석영역의 형상으로서 여러가지 형상이 고려되지만, 여기서는, 일반적으로 잘 이용되어지고 있는 삼각형 요소를 이용한다. 유한요소내의 임의의 위치에 대한 미지의 유속 u, v와 미지의 조위 η의 값은 삼각형의 정점의 값을 이용해서 다음과 같이 1차식으로 근사된다.

$$\left. \begin{aligned} u &= \sum_{\alpha=1}^3 \phi_{\alpha} u_{\alpha}, & u^* &= \sum_{\alpha=1}^3 \phi_{\alpha} u_{\alpha}^* \\ v &= \sum_{\alpha=1}^3 \phi_{\alpha} v_{\alpha}, & v^* &= \sum_{\alpha=1}^3 \phi_{\alpha} v_{\alpha}^* \\ \eta &= \sum_{\alpha=1}^3 \phi_{\alpha} \eta_{\alpha}, & \eta^* &= \sum_{\alpha=1}^3 \phi_{\alpha} \eta_{\alpha}^* \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

여기서, φ는 유속 및 조위의 분포 상황을 각 요소 내에서 근사하는 보간함수(interpolation function)이고, 보간함수의 형상은,

$$\phi_{\alpha} = \frac{1}{2\Delta} (a_{\alpha} + b_{\alpha}x + c_{\alpha}y) \quad (\alpha=1, 2, 3) \quad (17)$$

여기서, Δ는 삼각형의 면적이고, 계수 a<sub>α</sub>, b<sub>α</sub>, c<sub>α</sub>는 각각 절점의 좌표를 이용하여 다음과 같이 나타낸다.

$$\left. \begin{aligned} a_{\alpha} &= x_{\beta}y_r - x_r y_{\beta} \\ b_{\alpha} &= y_{\beta} - y_r \\ c_{\alpha} &= x_r - x_{\beta} \end{aligned} \right\} \left[ \begin{array}{l} \alpha=1, \beta=2, r=3 \\ \alpha=2, \beta=3, r=1 \\ \alpha=3, \beta=1, r=2 \end{array} \right] \quad (18)$$

식 (13), (14), (15)에 식 (16)을 대입하고, u<sub>α</sub><sup>\*</sup>, v<sub>α</sub><sup>\*</sup>, η<sub>α</sub><sup>\*</sup> (α=1, 2, 3)가 임의의 값인 것을 고려하면, 다음과 같은 요소방정식이 얻어진다.

$$\sum_{\beta=1}^3 M_{\alpha\beta} \dot{\eta}_{\beta} + \sum_{\beta,r=1}^3 X_{\alpha\beta r} u_{\beta} H_r + \sum_{\beta,r=1}^3 Y_{\alpha\beta r} v_{\beta} H_r = 0 \quad (19)$$

$$\sum_{\beta=1}^3 M_{\alpha\beta} \dot{u}_{\beta} + \sum_{\beta,r=1}^3 X_{\alpha\beta r} u_{\beta} U_r + \sum_{\beta,r=1}^3 Y_{\alpha\beta r} v_{\beta} U_r$$

$$+ \sum_{\beta=1}^3 A_{\alpha\beta} \eta_{\beta} - \sum_{\alpha,\beta=1}^3 L_{\alpha\beta} v_{\beta} + \sum_{\alpha,\beta=1}^3 I_{\alpha\beta} u_{\beta} + \sum_{\alpha,\beta=1}^3 N_{\alpha\beta} u_{\beta} = 0 \quad (20)$$

$$\sum_{\beta=1}^3 M_{\alpha\beta} v_{\beta} + \sum_{\beta,r=1}^3 X_{\alpha\beta r} u_{\beta} v_r + \sum_{\beta,r=1}^3 Y_{\alpha\beta r} v_{\beta} v_r + \sum_{\beta=1}^3 B_{\alpha\beta} \eta_{\beta} + \sum_{\alpha,\beta=1}^3 L_{\alpha\beta} u_{\beta} + \sum_{\alpha,\beta=1}^3 I_{\alpha\beta} v_{\beta} + \sum_{\alpha,\beta=1}^3 N_{\alpha\beta} v_{\beta} = 0 \quad (21)$$

(α=1, 2, 3)

여기서,  $\dot{u}_{\beta} = \frac{\partial u_{\beta}}{\partial t}$ ,  $\dot{v}_{\beta} = \frac{\partial v_{\beta}}{\partial t}$ ,  $\dot{\eta}_{\beta} = \frac{\partial \eta_{\beta}}{\partial t}$  이고, 식

(19), (20), (21)에 나타난 계수는 다음과 같다.

$$M_{\alpha\beta} = \int_{\Omega} \phi_{\alpha} \phi_{\beta} d\Omega = \frac{\Delta}{12} (1 + \delta_{\alpha\beta})$$

$$A_{\alpha\beta} = g \int_{\Omega} \phi_{\alpha} \frac{\partial \phi_{\beta}}{\partial x} d\Omega = g \frac{b_{\beta}}{6}$$

$$X_{\alpha\beta r} = \int_{\Omega} \phi_{\alpha} \phi_{\beta} \frac{\partial \phi_r}{\partial x} d\Omega = \frac{b_r}{24} (1 + \delta_{\alpha\beta})$$

$$B_{\alpha\beta} = g \int_{\Omega} \phi_{\alpha} \frac{\partial \phi_{\beta}}{\partial y} d\Omega = g \frac{c_{\beta}}{6} \quad (22)$$

$$Y_{\alpha\beta r} = \int_{\Omega} \phi_{\alpha} \phi_{\beta} \frac{\partial \phi_r}{\partial y} d\Omega = \frac{c_r}{24} (1 + \delta_{\alpha\beta})$$

$$L_{\alpha\beta} = f \int_{\Omega} \phi_{\alpha} \phi_{\beta} d\Omega = f \frac{\Delta}{12} (1 + \delta_{\alpha\beta})$$

$$I_{\alpha\beta} = \frac{g}{Hc^2} \int_{\Omega} \phi_{\alpha} \phi_{\beta} \sqrt{u_{\beta}^2 + v_{\beta}^2} d\Omega$$

$$= \frac{g}{Hc^2} \frac{\Delta}{12} (1 + \delta_{\alpha\beta}) \sqrt{u_{\beta}^2 + v_{\beta}^2}$$

$$N_{\alpha\beta} = \nu_f \left( \frac{\partial \phi_{\alpha}}{\partial x} \frac{\partial \phi_{\beta}}{\partial x} + \frac{\partial \phi_{\alpha}}{\partial y} \frac{\partial \phi_{\beta}}{\partial y} \right) d\Omega$$

$$= \nu_f \Delta \left\{ \begin{array}{l} [(b_1 b_1 + c_1 c_1) \quad (b_1 b_2 + c_1 c_2) \quad (b_1 b_3 + c_1 c_3)] \\ [(b_2 b_1 + c_2 c_1) \quad (b_2 b_2 + c_2 c_2) \quad (b_2 b_3 + c_2 c_3)] \\ [(b_3 b_1 + c_3 c_1) \quad (b_3 b_2 + c_3 c_2) \quad (b_3 b_3 + c_3 c_3)] \end{array} \right\}$$

여기서, δ<sub>αβ</sub>는 Kronecker의 Delta이며, α=β일때는 1이고, α≠β일때는 0의 값을 갖는다. 식 (19), (20), (21)을 모든 요소에 관하여 더하면, 다음과 같은 전체 방정식이 얻어진다.

$$[M] \{\dot{\eta}\} + [XH] \{u\} + [YH] \{v\} = 0 \quad (23)$$

$$\begin{aligned} [M] \{\dot{u}\} + [Xu] (u) + [Yu] (v) + [A] \{\eta\} \\ - [L] (v) + [I+N] (u) = 0 \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} [M] \{\dot{v}\} + [Xv] (u) + [Yv] (v) + [B] \{\eta\} \\ + [L] (u) + [I+N] (v) = 0 \end{aligned} \quad (25)$$

또, 식 (23), (24), (25)은 다음과 같이 간단하게 나타낼 수 있다.

$$[Z] \{\dot{K}\} + [T] (K) = 0 \quad (26)$$

여기서,

$$[Z] = \begin{bmatrix} M & 0 & 0 \\ 0 & M & 0 \\ 0 & 0 & M \end{bmatrix}, \quad \{\dot{K}\} = \begin{Bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{\eta} \end{Bmatrix} \quad (27)$$

$$[T] = \begin{bmatrix} XH & YH & 0 \\ Xu+I+N & Yu-L & A \\ Xv+L & Yv+I+N & B \end{bmatrix}, \quad \{K\} = \begin{Bmatrix} \eta \\ u \\ v \end{Bmatrix}$$

이다.  $\{K\}$ 는 전절점에 대한 유속과 조위를 나타내는 벡터이고,  $[Z]$ ,  $[T]$ 는 각각 유한요소에 있어서 계산된 계수를 조합한 것에 의해 얻어진 행렬이다. 전체 방정식 (26)은 시간에 관한 미분을 포함하고 있다.

## 2. 時間方向의 離散化

유한요소법에 의해 공간방향으로 이산화한 식 (26)을 시간방향으로 이산화한다. 식 (26)은 시간 미분을 포함하는 항이 있으므로 2단계 양적스킵(two-step explicit scheme)을 이용하여 이산화한다. 2단계 양적스킵은 축차시간 적분법이다. 시간 스텝  $n$ 과  $n+1$ 의 사이에  $n+1/2$ 의 중간단계의 스텝을 설정하는 것에 의해, 다음과 같이 주어진다.

$$K^{n+1/2} = K^n + \frac{\Delta t}{2} \frac{dK^n}{dt} \quad (28)$$

$$K^{n+1} = K^n + \Delta t \frac{dK^{n+1/2}}{dt} \quad (29)$$

식 (26)에 two-step explicit scheme의 식 (28), (29)을 대입하면, 아래와 같은 관계가 얻어진다.

$$[Z] \{K^{n+1/2}\} = [Z] \{K^n\} - \frac{\Delta t}{2} [T] \{K^n\} \quad (30)$$

$$[Z] \{K^{n+1}\} = [Z] \{K^n\} - \Delta t [T] \{K^{n+1/2}\} \quad (31)$$

윗식의 좌변의 행렬  $[Z]$ 의 역행렬을 계산해야 하기 때문에, 식 (30), (31)은 완전한 양적해석법이 아니다. 따라서, 좌변의 계수행렬을 집중화하면, 다음의 algorithm이 얻어진다.

$$[\bar{Z}] \{K^{n+1/2}\} = [\tilde{Z}] \{K^n\} - \frac{\Delta t}{2} [T] \{K^n\} \quad (32)$$

$$[\bar{Z}] \{K^{n+1}\} = [\tilde{Z}] \{K^n\} - \Delta t [T] \{K^{n+1/2}\} \quad (33)$$

여기서  $[\bar{Z}]$ 은 집중행렬이고, 다음과 같다.

$$[\bar{Z}] = \begin{bmatrix} \bar{m} & 0 & 0 \\ 0 & \bar{m} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{m} \end{bmatrix}, \quad \bar{m} = \frac{\Delta}{3} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$, \quad [\tilde{Z}] = e[\bar{Z}] + (1-e)[Z] \quad (34)$$

여기서,  $e$ 는 Lumping parameter로 불리며, 0.7~0.95의 범위를 취한다. 식 (32), (33)를 전체의 영역에서 경계조건을 주어 계산을 하면, 각 절점에서 유속과 조위를 구할 수가 있다. 본 계산에서는 Lumping parameter  $e$ 를 0.90으로 하였다.

## 3. 移動境界處理

천해장파방정식의 유동해석에 있어서는, 변화하는 수제선(水際線)의 위치를 파악하는 것이 중요한 문제로 된다. 수제선이 이동함에 따라 경계형상만이 아니라 수심형상이 변하기 때문에, 수제선의 이동을 고려한 해석을 해야한다. 이동경계의 해석에는 몇가지 방법이 있으나, 여기서는 Kawahara and Umetsu (1986) 방법을 이용한다. 이 방법은 해석영역이 물에 침수되어있는가 혹은 노출되어 있는가가 판단의 기준이다.

① 3개의 절점이  $H < 0$ 이면, 노출되어 있는 것으로 하여, 계산에서 제외한다.

② 3개의 절점중 하나라도  $H > 0$ 이면, 침수되어 있는 것으로 하여, 계산에 포함한다.

위의 algorithm을 이용하여, 이동경계를 고려한 해석을 하였다.

## 數值計算結果 및 考察

이산화된 천해장파의 유한요소방정식 (32), (33)를

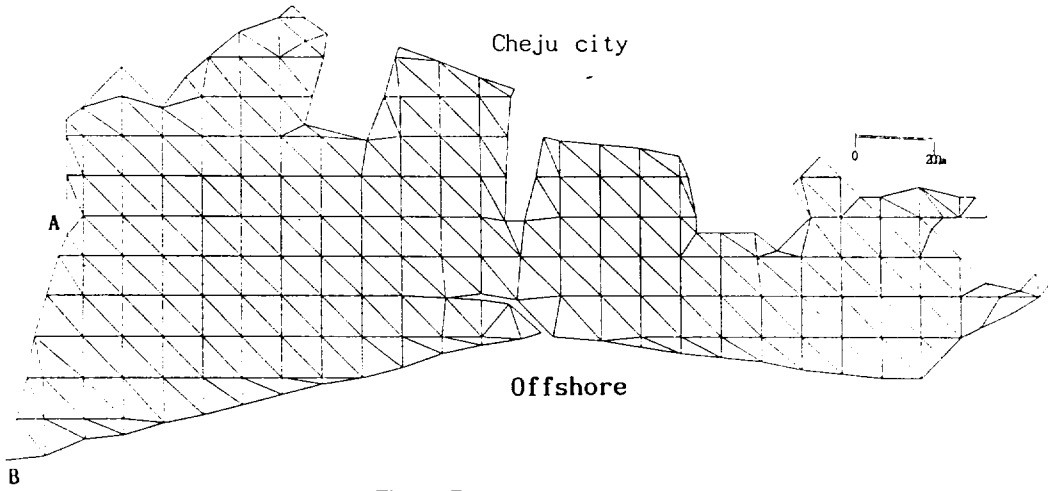


Fig. 2. Finite element mesh.

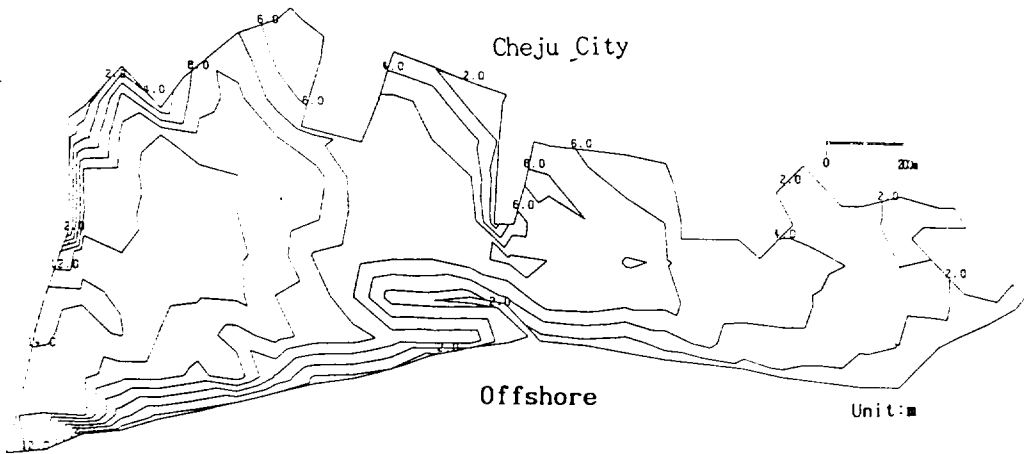


Fig. 3. Sea depth.

이용하여, 제주항의 유동문제물 수치해석하였다. Fig. 2는 제주항의 해석영역을 삼각형의 유한요소로 분할한 것을 나타낸 것이며, 총절점수는 226절점, 총요소수는 350요소로 했다. Fig. 3은 제주항의 해석영역의 수심을 나타낸 것이다. 수치해석의 초기 조건으로서, 유속은 전절점에 있어서 0으로 가정하며, 해면은 조위의 변동이 전혀없는 정수면으로 가정하는 cold start의 조건을 주었다. 한편, 경계조건으로서는 연안경계에 대한 법선방향의 유속을 0으로 하고, 만입구(A-B)에서는 계산 step마다 해수면의 범위를  $M_2$ 조로서 다음과 같은 조화함수로 주었다.

$$\eta = A \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} \Delta t\right) \quad (35)$$

여기서, A는 진폭으로 2.0m이고, T는 주기로  $T = 12 + 5/12$ (hr)으로 했다. 또한  $\Delta t$ 는 계산 step마다의 증분시간이다. 또,  $\Delta t$ 는 다음의 CFL조건을 만족하는  $\Delta t = 0.75$ (sec)로 했다.

$$\frac{\Delta t}{\Delta x} \leq \frac{\sqrt{2 - \frac{e}{\sqrt{3}}}}{3} \cdot \frac{1}{\sqrt{gH}} \quad (36)$$

여기서,  $\Delta x$ 는 유한요소의 최소길이이다.

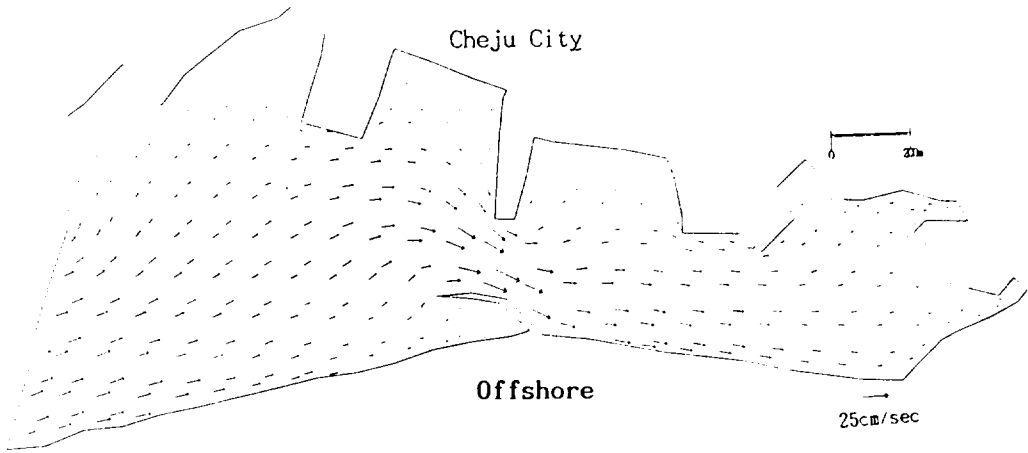


Fig. 4. Computed flood tide flow in  $M_2$ .

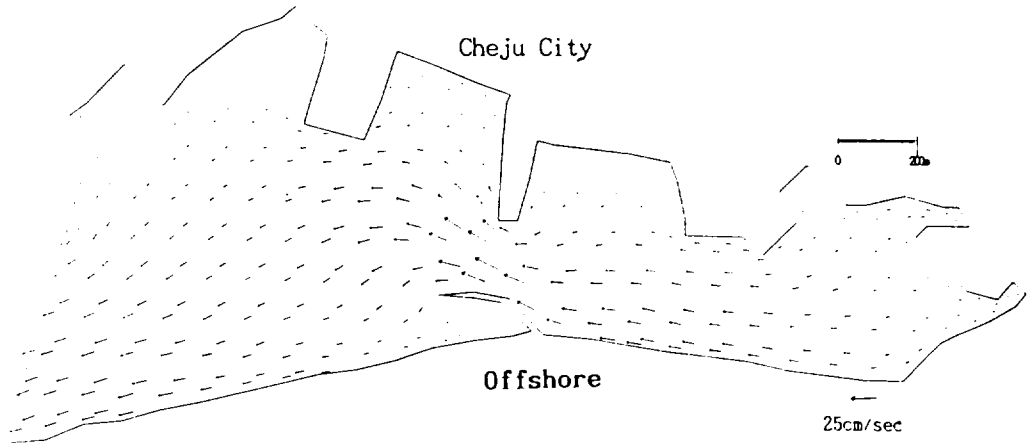


Fig. 5. Computed ebb tide flow in  $M_2$ .

Fig. 4와 Fig. 5는 식 (35)에서 주어진 조위로 계산했을 때, 제주항내로 흘러들어오는 양상과 흘러나오는 양상을 창조류때와 낙조류때의 유동현상을 나타낸 것으로, 흐름의 상태를 정상적으로 파악할 수 있겠다.

### 結 論

천해장과 방정식을 이용한 유동해석의 제2보로서,

조간대(潮間帶)를 처리할 수 있는 유한요소법으로 제주항의 유동현상을 수치해석해 보았다. 본 계산의 결과는 실제의 유동현상을 잘 나타낸다고 볼 수 있겠다. 본 계산에서는 생략되었지만, 넓은 대양을 해석하는 경우에 있어서는, 바람에 의한 외력항을 고려할 필요가 있는 것으로 사료된다. 앞으로의 과제로서는, 해수면과 해저면의 유동현상에 차가 있으므로 다층류(多層流)의 유동해석을 할 필요가 있겠다.

## 参 考 文 献

- Flather, R. A. and N. S. Heaps, 1975. Tidal Computations for Morecambe Bay, Geophys. J. R. Astro. Soc., Vol. 42, 489-527.
- Kawahara, M. and Hasegawa, K., 1978. Periodic Galerkin Finite Element Method of Tidal Flow, Int. J. for Num. Meth. Eng., Vol. 12, 15-127.
- Kawahara, M., Hirano, H., Tsubota, K. and Inagaki, K., 1982. Selective Lumping Finite Element Method for Shallow Water Flow, Int. J. for. Num. Meth. in Fluids, Vol. 2, 89-112.
- Kawahara M. and Umetsu T., 1986, Finite Element Method for Moving Boundary Problems in River Flow, Int. J. for Num. Meth. in Fluids, Vol. 6, 365-386.
- Pinder, G. R. and Gray, W. G., 1977. Finite Element Simulation in Surface and Subsurface Hydrology, Academic Press, New York.
- Robert, K. V., and N. O., Weiss, 1967. Convective difference scheme, Math. Comput., Vol. 20, 272-299.
- stelling G. S., 1984. On the construction of computational methods for shallow water flow problems, Rijkswaterstaat communications, The Hague, 226P.
- Vliedhart, A. C., 1964. Dissipative difference schemes for shallow water equation, Jour. Eng. Math., Vol. 3, No. 2, 81-94.
- 金南亨譯 (Kiyoshi Horikawa 著), 1993. 新編 海岸工学, 清文閣, 415P.
- 金南亨・楊城基, 1993. 有限要素法에 의한 潮汐流의 數值解析, 濟州大學校論文集, 第36卷(自然), 223-230.