선형계획기법(Linear Programming)에 관한 연구

고충석*, 이병철**

目 次

Ⅰ. 연구의 필요성과 목적

현재의 시대를 위기의 시대, 또는 불확실성의 시대라고 규정짓는 학자들이 많이 있다.[1] 이들이 공통적으로 내세우는 논거는 여러가지가 있지만 그 중에서 가장 많이 거론되는 것은 경이적인 기술발달과 이에 따른 역기능이다.

물론 도덕적, 윤리적 가치관의 타락, 정치발전의 부재등과 같은 거시적 차원에서의 조망도 있지만 이러한 것에 못지않은 기계만능주의, 인간소외, 허무주의와 같은 현대과학이 가져다준 문명의 역기능에서 비롯된 비관적 견해의 표출에 근거한 논리도 있는 것이다.[2] 이러한 것과 맥을 같이하면서 보다 인류의 미래에 먹구름을 드리우는 것은 바로 세계적인 에너지문제와 자원관리의 문제이다. 이 두 문제는 동전의 양면처럼 불가분의 관계를 유지하면서 미래 인류의 생존에 선결적인 문제를 제기하고 있는 것이다. 이미 발표된 여러 보고서에 의하면 지구상에 매장된 석유(oil), 석탄(coal) 및 천연가스(natural gas)는 현재의 소비수준이 계속되는 한, 앞으로 30

1) John Kenneth Galbraith, *The Age of Uncertainty* (boston, Mass.: Houghton Mifflin Co., 1977).
2) Erich Fromm, *The Sane Society* (N.Y.: Holt, Rinehart and Unwin Ltd., 1960).
______________, *Escape from Freedon* (N.Y.: Holt, Rinehart and Winston., 1941).

* 社會科學大 助敎授 ** 延世大學校 行政學科 講師

년, 200년 그리고 50년후에는 각각 고갈될 것으로 전망되고 있다.[3] 설상가상으로 아직 이를 대체할 에너지원의 개발이 초보적 단계에 있으며 인구의 격증과 과학기기의 계속된 발명 및 사용급증으로 에너지 및 자원관리의 문제는 더욱 더 가속적으로 심화되고 있는 실정이다.

이에 대처하기 위해선 대체에너지개발과 인구감소를 위한 정책적 노력등이 필요로 되겠으나 이에 못지 않게 현실적으로 더욱 중요한 것은 에너지 및 자원의 효과적이고 능률적인 사용이라고 말할 수 있다.

사뮤엘슨(Paul Samuelson)은 현대경제가 풀어나가야 할 문제로 무엇을 생산하고 어떻게 효율적으로 생산하며 그것을 어떻게 누구를 위해 분배할 것인가(What/How/For Whom)를 제시하였으며[4] 머스그레이브(R. A. Musgrave)도 국가재정의 4대기능중 하나로 자원의 효율적 배분(Allocation of Resources)을 들고 있다.[5]

이와같이 한정된 자원과 에너지를 효과적이고 능률적으로 사용하기 위한 문제제기는 반드시 경제적인 분야에서만 한정되는 것은 아니다. 막대한 액수의 국부(Wealth of Nation)를 기획, 운영해 나가는 행정의 입장에서도 이러한 인식은 중요한 의미를 지니는 것이다. 따라서 행정에서도 관리과학(Management Science)이라는 하위분과학문이 대두되어 이러한 자원관리의 효율성을 제고시키기 위한 여러 체계적 사상과 분석시각(Analytic Viewpoint) 및 기법(Technique/Tool)들을 개발, 적용시키고 있다.

여기에선 에너지 및 자원관리와 연관된 의사결정에 촛점을 두고 이러한 의사결정을 보다 더 객관적이고 정확성있게 수행하기 위한 방안으로서 관리과학에서 개발되어 사용되고 있는 선형계획기법(Linerar Programming)을 고찰하고 이 기법이 지닌 장점과 문제점을 다각적인 차원에서 분석해 보고자 한다. 그리고 이 기법에 관심을 두고 있는 행정학도나 실제행정분야에서 인력관리·재무관리 등과 같은 정책사안을 해결해야 하는 정책결정자 및 행정실무자들에게 선형계획기법적용의 방법을 이해하게 함으로써 자원관리의 과학적, 계량적 이론형성과 정책형성에 일조하려는데 본 연구의 궁극적 목적이 있는 것이다.

Ⅱ. 연구의 범위와 방법

본 연구의 범위는 인력관리나 재무관리정책에 대한 사례를 선형계획기법의 이해와 그 적용방법, 적용가능성 및 한계를 알아보기 위해 사용하는데 한정되며, 효율적 인력 및 재무 관리를 위한 가치적이고 규범적인 문제라든가 선형계획기법을 제외한 기타 계량기법과 관련된 문제는 논외로 한다. 오직 관리기법의 하나인 선형계획모형에 대해서 설명을 하고 실제 사례에 적용해 보며 그런 과정에서 제기되는 문제점과 발전가능성을 밝히는 데만 중점을 두기로 한다.

3) "World Resources Situation, 11. Petroleum, "*Congressional Digest*, Vol.54 (August–September, 1975), p.196 & p.224.
4) Paul A. Samuelson, *Economics* (N.Y.: McGraw–Hill, 1973), pp.17~18.
5) Richard A. Musgrave, *The Theory of Public Finance* (Ny. Y.: McGraw–Hill, 1959), pp.6~27.

한편 연구방법은 선형계획기법과 연관이 되는 관계자료나 이와 관련된 서적들을 통한 문헌분석을 중심으로 하는 바 기법적용은 가상적인 사례(예문)를 들어서 이해 및 응용의 폭을 넓히도록 한다.

Ⅲ. 선형계획법(Linear Programming)

1. 선형계획법의 개념

기업이나 정부활동은 제한된 자원을 어떻게 생산적 용도에 합리적으로 배분할 것인가를 결정하는 적정화문제와 깊이 관련되어 있다.[6] 선형계획법(Linear Programming)은 이러한 적정화문제를 해결하기 위한 수리적 계획법(Mathematical Programming) 중의 하나로 개발된 계획기법이다.

선형계획법이 수리적 계획기법으로서 갖는 특징은 선형함수로 표시되는 목적함수와 선형부등식으로 표현되는 제약조건을 갖고 자원배분문제의 최적해를 찾는 데 있다.

원래 선형계획법은 앞서 언급했듯 현대수학의 부산물로 개발되었다가 1947년에 단찌히(George. G. Dantzing)가 발표한 단산법(Simplex Method)에 관한 논문을 기점으로 실제적인 관리문제에 적용되기 시작하였다.

이 선형계획법은 관리분야에서 개발된 수리적 기법중에서 가장 널리 이용되고 있는 것으로 알려져 있다. 처음에는 단찌히(Dantzig)와 그의 연구동료들이 미공군에 이 기법을 적용하여 성공함으로써 군사문제해결에 이용되었고, 점차로 일반기업경영에 전파되면서 부터 그 기법의 중요성이 인정되었으며 현재에는 미국의 일반행정부처에서도 이 기법을 활용하고 있다.

사실상 선형계획법의 효용성은 한정된 자원을 사용함에 있어서 어떻게 하면 최대의 효과를 얻을 수 있을까 하는 문제와 어떤 목표를 달성함에 있어서 어떻게 하면 자원의 사용을 최소로 할 수 있을까 하는 문제를 수리적으로 해결함에 있다.

구체적으로 이 기법은 인력계획, 물품수송계획, 급식계획, 급수계획, 토지이용계획, 사무공간활용계획, 자금활용계획, 에너지 수급계획 등을 마련함에 있어서 정부행정가나 기업경영자에게 도움을 주고 있다.

여기에서는 논점에 따라 이러한 모든 것을 전부 다루지 않고 선형계획의 기법내용, 적용사례 ―예문을 통해― 및 문제점과 해결방안(적용의 가능성)을 살펴보는데 한정시킨다.

선형계획법은 다음과 같은 특징을 지니고 있다. 첫째, 목적함수가 분명해야 한다는 것이다. 이것이 의미하는 바는 실업율을 10%에서 8%로 하락시킨다든가 또는 실업자 100만중에서 20만을 취업시킨다든가 하는 식으로 목적자체가 명시적으로 확연해야 한다는 것이다. 둘째는 선택할 대안(Alternative)이 둘 이상이어야 한다는 것이다. 이 뜻은 대안이 둘 이상이어야만 비교가 가능하기 때문이다. 세째는 자원이 한정적이어야 한다는 것이다. 자원이 무한정일땐 구태여 이러한 기

6) 김기영 · 곽노균, 「계량의사결정론 : 경영문제해결의 계량적 접근」(서울 : 법문사, 1984), 127면.
강석호, 「Operations research : 계량 경영분석을 중심으로」(서울 : 영지문화사, 1983), 2~9, 34~35면.

법을 사용할 의미가 없는 것이다. 네째, 변수상호간에 수치적으로 관련성이 있어야 한다. 즉 변수간에 관계가 정비례적이든 또는 역비례관계이든 서로 관련성을 지녀야 한다는 것이다. 이러한 관련성이 없으면 선형함수가 존재할 수도 없게 된다. 다섯째, 앞의 특징의 논리적 귀결로서 목적함수와 제약조건이 선형적이어야 하며 마지막으로 결정변수는 부(Non-negative)가 아니어야 한다. 이것을 비부원칙(Non-negativity Principle)이라 하는데 이것의 의미는 각 변수는 사람이나 물건으로 실제로 존재하고 있기 때문에 부(−)로 볼 수 없다는 것이다.

다음, 선형계획기법적용에는 극대화문제와 극소화문제가 있다. 극대화문제는 이득(benefit)이나 고용률을 어떻게 하면 극대화시킬 수 있느냐를 둘러싼 문제이며 극소화문제는 비용을 극소화시키는 것과 관련된 문제인 것이다. 기법적용에는 극대화문제냐 극소화문제냐에 따라 차이가 있게 되므로 여기서는 분리시켜서 설명토록 한다.

2. 극대화문제

극대화문제는 이윤(benefit)이나 고용율등을 극대화시키는 것과 관련된 것이다. 목점함수는 다음과 같은 수식으로 표현이 된다.

$$Z_n = c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3 + \cdots\cdots\cdots + c_nx_n$$

여기에서 C는 열(列)의 계수(coefficient)를 의미하며 x은 결정변수—예를 들면 자동차정비공의 수 —등을 나타낸다.

이 목적함수와 제약조건(Constraint)— 어떠어떠한 조건하에서 극대화가 된다는 것을 의미—을 배합시켜 프로그래밍하는 것을 수식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
&a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \cdots\cdots\cdots + a_{1n}x_n \leqq b_1 \\
&a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \cdots\cdots\cdots + a_{2n}x_n \leqq b_2 \\
&a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{32}x_3 + \cdots\cdots\cdots + a_{3n}x_n \leqq b_3 \\
&\qquad\vdots \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \vdots \\
&a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + a_{m3}x_3 + \cdots\cdots\cdots + a_{mn}x_n \leqq b_m
\end{aligned}$$

여기에서 $a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \cdots\cdots\cdots + a_{1n}x_n$의 합(合)은 b_1보다 클 수가 없다. 왜냐하면 배정된 예산액수를 초과할 수 없기 때문이다.

또한 $x_1, x_2, x_3 \cdots\cdots x_n$은 반드시 0보다 커야 한다.

이상의 식을 간략히 하면 $Z_n = \sum_{j=1}^{n} c_jx_j$, constraints $\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j \leqq b_i (i=1, 2, 3 \cdots\cdots m)$으로 나타낼 수 있다.

이를 이해의 편의를 위해 가상된 사례(예문)를 통해 설명해 나가면 다음과 같다.[7]

(예문) K시 당국에서는 년간 예산 2,000만원으로 실업자 구제를 위하여 직업훈련을 시킬 계획을 수립하였다. 시장조사를 해본 결과 수리공과 자동차정비공의 수요가 아주 많다는 것이 판명되었다. 그런데 K시 당국에서는 1년에 T.V. 수리공은 120명까지, 자동차 정비공은 80명까지 훈련시킬 능력밖에 없다고 하며, T.V. 수리공의 훈련비용은 1인당 10만원, 자동차정비공의 그것은 20만원이라고 한다. 그리고 훈련을 마치고 고용이 될 경우 T.V. 수리공의 년간수입은 400만원이고 자동차정비공의 그것은 500만원이라고 한다면 T.V.수리공과 자동차정비공은 각각 몇명씩 훈련시켜야 이들의 년간 총수입을 극대화시킬 수 있을 것인가?

우선 이러한 정책사안을 해결하기 위해선 앞에서 언급한 선형계획의 특징에 입각하여 문제의 성격을 파악한 후 프로그래밍을 하여야 한다.

첫째, K시 당국의 목적이 훈련받은 고용인들의 년간 총수입을 극대화시키는 데에 있으며, 이 목적달성을 위해 T.V. 수리공과 자동차정비공을 각각 몇명씩 훈련시켜야 할 것인가를 결정하는 일이 선결문제가 된다.

따라서 자동차정비훈련공의 수와 T.V. 수리훈련공의 수가 K시 당국의 목적추구를 위한 결정변수(Decision Variable)가 된다.

결정변수를 x로 표기하고 T.V. 수리훈련공의 수를 x_1으로, 자동차 정비훈련공의 수를 x_2로 표기한다면 총수입은 다음과 같은 식으로 표시할 수 있다.

총수입(단위 : 10,000원)을 Z라고 표시하면

$$Z=400x_1+500x_2$$

이러한 일차함수식을 선형계획(Linear Programming)의 목적함수(Objective Function)라고 부르며, 이 식은 모든 훈련공들의 취업이 확실하다는 가정하에 만들어진 것이다. 그리고 이 식에서 각 훈련공 1명의 수입이 확정되어 있으므로 결정변수 x_1, x_2의 관계가 5 : 4로 비례적임을 알 수가 있다.

둘째로 고려해야 할 요소는 목적함수를 충족시키는데에 있어서의 자원의 제약성으로서 이러한 자원의 제약을 제약조건(Side Constraint)이라 한다. 위의 문제에서 K시 당국은 1년에 T.V. 수리공(x_1)은 120명까지, 자동차 정비공(x_2)은 80명까지로 훈련시킬 능력이 제한되어 있을뿐만 아니라, 년간예산 2,000만원으로 1인당 10만원이 요하는 T.V. 수리공과 1인당 20만원이 드는 자동차정비공을 훈련시킬 수 있는 자원의 제한성을 보여주고 있다. 이러한 제약조건은 다음과 같은 부등식으로 표시할 수 있다.

$$x_1\leqq 120,\quad x_2\leqq 80$$
$$10x_1+20x_2\leqq 2000$$

셋째로 결정변수 x_1, x_2의 값은 0보다 적은 부수(負數)가 될 수 없다. 다시 말해서 반드시 0보다

7) 여기에서 사용되는 예문은 김형렬 교수가 집필한 「관리과학의 기법」(연세대학교 행정학과 세미나, 1983)에 실린 것을 그대로 인용한 것임.

큰 정수(正數)이거나 적어도 0이어야 한다. K시의 예에서 어느 훈련계획을 제기하면 결정변수는 0이 되며 논리적으로 그 이하가 될 수 없기 때문에 선형계획법에서는 결정변수의 값이 부(負)가 되는 경우는 고려하지 않는다. 따라서 이러한 제약도 하나의 조건으로 다음과 같이 표시된다.

$x_1 \geq 0,\ \ x_2 \geq 0$

이러한 조건을 비부조건(Non-negativity Condition)이라 한다.

이렇게 프로그래밍이 완결되면 다음엔 결정변수에 따라－두개면 도해석 해결이 가능하나 세계 이상이면 도해적 해결은 어렵고 단산법(Simplex Method)을 사용한다－최적해를 얻기위해 도해적 해법과 단산법을 선택적으로 사용하게 된다. 우선 이 문제를 도해적 해법으로 풀면 다음과 같다.

1) 도해적 해법

이 방법은 평면좌표를 이용한 도표에 의하여 최적해를 얻는 방법으로 일반적으로 2개의 결정변수를 갖는 선형계획법에 한하여 사용된다. 이를 이용해 앞의 예문을 풀면 앞에서 프로그래밍 된대로 목적함수, 제약조건, 비부조건을 표시하면 다음과 같고 이를 이용해 도식을 하면 아래 그림과 같다.

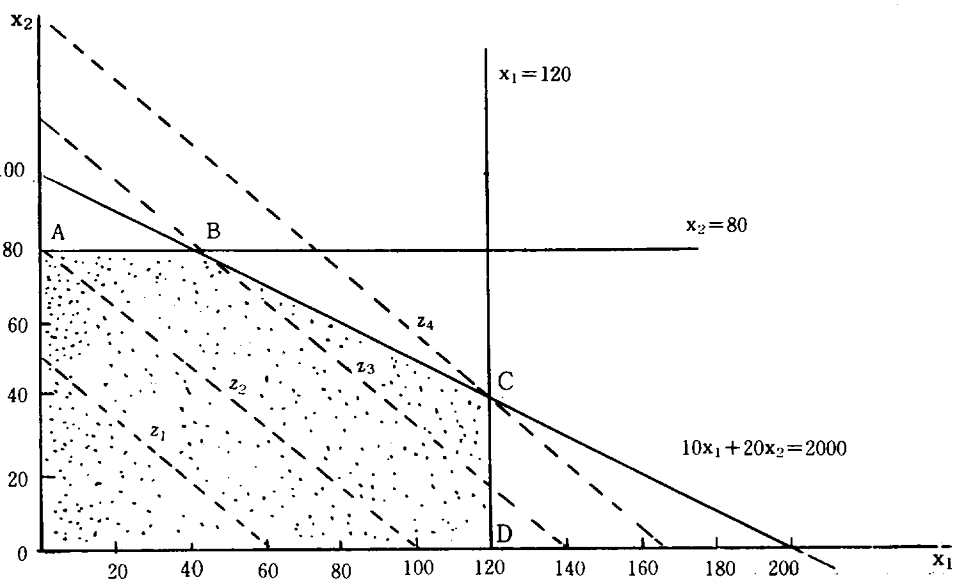
목점함수 $Z=400x_1+500x_2$

제약조건 $x_1 \leq 120,\ \ x2 \leq 80$

$10x_1+20x_2 \leq 2000$

비부조건 $x_1 \geq 0,\ \ x_2 \geq 0$

여기서 x_1은 T.V. 수리공의 수이고 x_2는 자동차정비공의 수이다.



〈그림1－1〉

위의 식들을 좌표상에 그리면 (그림1-1)에서 점으로 찍힌 부분인 OABCD와 같아진다. 즉, 이 빗금친 부분은 위의 제 제약조건들을 만족시켜주는 가해영역(可解領域)이며, 이것이 결정되면 다음 순서로는 어느 점이 목점함수의 값 즉 최대의 총수입을 달성하게 하느냐 하는 문제를 풀어야 한다. 그런데 목적함수를 다음과 같이 표시하였던 바(총수입 $z=400x_1+500x_2$) 이 식에서 x_1과 x_2 사이의 교환비율은 5 : 4이다. 즉, 5명의 T.V 수리공의 수입과 4명의 자동차정비공의 수입이 동일하다는 뜻이며, 이 비율을 표시하는 선을 등가수입선(等價收入線 : Isoincome Line)이라고 부른다. 이러한 등가수입선상에서는 어느 점을 택하든 그 수입이 동일하며, 이 등가수입선을 이동시킴에 따라서 총수입이 달라지기 때문에 도면에서 이 선을 계속 움직이면 최적점을 찾을 수 있을 것이다.

따라서 (그림1-1)의 가해영역내에서 등가수입선 z_1을 z_2.z_3를 거쳐 z_4로 옮겨보면서 이들 등가수입선의 수입을 구해보면 다음과 같다.

z_1=20,000(만) z_2=40,000(만) z_3=56,000(만) z_4=68,000(만)

결국 등가수입선은 가해영역인 OABCD의 꼭지점 C를 마지막으로 지나게 되는데 이점에서 최대의 총수입을 얻을 수 있음을 보여주고 있다. 그러면 이를 증명하기 위해서 각 꼭지점에서의 총수입을 (그림1-1)에 나타난 좌표에 의거하여 구해보기로 하자. 우선 A점은 $x_1=0$이고 $x_2=80$이므로 (0,80)이고 B점은 $x_2=80$직선과 $10x_1+20x_2=2000$ 직선이 교차하므로 $x_2=80$을 대입하면 $10x_1+20(80)=2000-0, 10x_1+1600=2000$ 따라서 x_1은 40일때 x_2는 80이므로 좌표는(40,80)이 되고 C점은 $x_1=120$과 $10x_1+20x_2=2000$ 직선이 교차하므로 $x_1=120$을 대입하면 $10(120)+20x_2=2000$ 따라서 $x_2=40$이 나오므로 $x_1=120$, $x_2=40$으로 좌표는(120,40) D점은 $x_1=120$이고 $x_2=0$이므로 (120,0)이라 각점(A.B.C.D)의 좌표수치를 목적함수에 대입하여 최대수치를 갖는것을 답으로 고른다.

A ; $400\times0+500\times80=40,000$(만)

B ; $400\times50+500\times80=16,000+40,0000=56,000$(만)

C ; $400\times120+500\times40=48,000+20,000=68,000$(만)

D ; $400\times120+500\times0=48,000$(만)

따라서 가장 수입이 많은 점은 C점으로 총수입이 68,000만원이다.

$\therefore z=$ 68,000(만), x_1(T.V. 수리공) 120명, x_2(자동차정비공) 40명

이상과 같이 K시 당국은 2,000만원의 예산으로 T.V수리공 120명과 자동차 정비공 40명을 훈련시키면 이들의 총수입이 년간 6억8천만원이 되며 따라서 조세의 원천을 증가시키고 실업율을 감소시킬 수도 있게 된다는 것이다. 그런데 K시의 예에서는 결정변수가 2개이기 때문에 평면도에 의하여 해결할 수 있었지만, 만일 결정변수의 수가 3개 이상일 경우에는 입체도를 그려야 하므로 도식에 의한 해결은 불가능한 것은 아니나 힘들게 마련이다. 따라서 이를 극복하기 위해서 고안된 방법이 대수적 단산법(Simplex Method)이다.

그러면 K시의 예문을 단산법에 의하여 풀어보기로 하자.

2) 단산법 해법

선형계획법에서 최적해는 일반적으로 가해영역을 이루는 꼭지점이나 경계선상에서 찾을 수 있는 바, 이것은 등식으로 나타난 직선을 의미하기 때문에 제약조건을 표시하고 부등식을 등식으로 바꿀 필요가 있다. 이렇게 하기 위해서 임의의 변수를 도입하게 되는데 이를 여유변수(Slack Variable)라고 한다.

여유변수는 사용되지 않은 자원을 의미하는데 K시의 예문에서는 훈련시켜야 할 최적인원이 T.V 수리공 120명, 자동차정비공 40명이었으나 실제로 K시 당국에서는 후자를 80명까지 훈련시킬 능력이 있으므로 40명의 여유가 생겼다.

이런 뜻에서 여유변수를 사용하는데 K시 당국의 문제를 여유변수를 사용하여 다시 생각해 보기로 하자.

$x_1 \leqq 120,\quad x_2 \leqq 80$

$10x_1 + 20x_2 \leqq 2000$

위의 부등식에서 여유변수 S_1, S_2, S_3를 각식의 왼쪽에 더하면(∵작은쪽에 더해서 兩式이 동일하게 되기 때문) $x_1 + S_1 = 120$, $x_2 + S_2 = 80$, $10x_1 + 20x_2 + S_3 = 2000$이 된다.

위의 式들을 여유변수에 관한 式으로 바꾸면 다음과 같다.

$S_1 = 120 - x_1 \qquad S_2 = 80 - x_2 \qquad S_3 = 2000 - 10x_1 - 20x_2$

그리고 목적함수를 다시 쓰면 아래와 같다.

$Z = 400x_1 + 500x_2 (= 0 + 400x_1 + 500x_2)$

이상의 여유변수와 목적함수에 관한 식들을 단산표로 표시하면 (표1－1)과 같다.

T 1－1	상 수	x_1	x_2
Z	0	400	500
S_1	120	－1	0
S_2	80	0	－1
S_3	2,000	－10	－20

이 표를 가지고 첫번째로 해야 할 일은 추축수(Pivot Number)를 찾는 것으로, 이 수는 추축열(Pivot Column)과 추축행(Pivot Row)이 만나는 곳의 수이다.

추축열은 Z행에 있는 결정변수중 가장 큰 수가 있는 열로 x_2(=500)의 값이 x_1(=400)의 값보다 더 크기 때문에 x_2열이 추축열이 된다.

그리고 나서 왼쪽 상수열에 있는 수들을 추축열에 있는 수(0은 제외)로 나누어 절대치를 구하고

그중에서 가장 작은값을 갖는 행을 추축행으로 정한다. 따라서 추축행과 추축열이 교차되는 추축수는 −1이 된다.

추축수는 극대화문제에서는 부수(−)가 되는데 그 이유는 여유변수가 결정변수의 증가에 따라 감소되기 때문이다. 이와는 대조적으로 극소화문제에서는 추축수가 정수(+)로 나타나는데 이는 결정변수의 증가에 따라 여유변수가 증가하기 때문이다.

이렇게 추축수가 결정되면 목적함수의 값을 찾기 위하여 단산표를 다시 만들어야 한다. 즉, (표1−1)에서 추축열이 x_2, 추축행이 S_2행으로 결정되었으므로 이 두 변수를 교체할 필요가 있다. 그런데 제약조건식에서 $x_2+S_2=80$이었으므로 이식을 x_2에 대한 식으로 고치면 다음과 같다.

$$x_2=80-S_2 \quad \cdots\cdots ①$$

①을 $\left.\begin{array}{l} Z=400x_1+500x_2 \\ S_3=2000-10x_1-20x_2 \end{array}\right\}$ 에 각각 대입하면

$$Z=400x_1+500(80-S_2)=40,000+400x_1-500S_2 \quad \cdots\cdots ②$$

$$S_3=2000-10x_1-20(80-S_2)=400-10x_1+20S_2 \quad \cdots\cdots ③$$

①.②.③을 새로운 simplex table에 기입 정리하면 (표1−2)와 같다.

T 1−2	상 수	x_1	s_2
Z	40,000	400	−500
s_1	120	−1	0
x_2	80	0	−1
s_3	400	−10	20

(표1−2)에서 목적함수의 값이 40,000으로 나타나고 있는데 최대치를 구하기 위해서는 Simplex Table을 더 개조하여야 한다. (표1−2)에서는 추축열은 x_1열이 되고 추축행은 S_3행이 되어 −10이 추축수가 된다. 그러면 x_1에 관한 식을 (표1−2)로 부터 정리해 보면 다음과 같다.

$S_3=400-10x_1+20S_2$에서 $x_1=40-\frac{1}{10}S_3+2S_2 \quad \cdots\cdots ④$

④를 $\left.\begin{array}{l} Z=40,000+400x_1-500S_2 \\ S_1=120-x_1 \end{array}\right\}$ 에 각각 대입하면 다음과 같다.

$$Z=40,000+400(40-\frac{1}{10}S_3+2S_2)-500S_2=56,000-40S_3+300S_2 \quad \cdots\cdots ⑤$$

$$S_1=120-(40-\frac{1}{10}S_3+2S_2)=80+\frac{1}{10}S_3-2S_2 \quad \cdots\cdots ⑥$$

④.⑤.⑥을 새로운 simplex table에 기입정리하면 (표1−3)과 같다.

T 1—3	상 수	S_3	S_2
Z	56,000	-40	300
s_1	80	$\frac{1}{10}$	-2
x_2	80	0	-1
x_1	40	$\frac{1}{10}$	2

(표1-3)에서 목적함수의 값은 56,000으로 나타나고 Z행에 있는 여유변수중 아직도 정수가 있으므로 모두 부수(-)가 될때까지 단산표를 개조하여야 할 것이다.

(표1-3)에서 추축열은 S_2열이고 추축행은 S_1행히므로 추축수는 -2가 된다. 그러면 S_2에 관한 식을 (1-3)으로 정리하면 다음과 같다.

즉, $S_1=80+\frac{1}{10}S_3-2S_2$에서 $\quad 2S_2=80+\frac{1}{10}S_3-S_1$

$$S_2=40+\frac{1}{20}S_3-\frac{1}{2}S_2 \quad \cdots\cdots ⑦$$

⑦을 $\left.\begin{array}{l} Z=56,000-40S_3+300S_2 \\ x_2=80-S_2 \\ x_1=40-\frac{1}{10}S_3+2S_2 \end{array}\right\}$ 에 각각 대입하면

다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$Z=56,000-40S_3+300(40+\frac{1}{20}S_3-\frac{1}{2}S_1)$$
$$=68,000-25S_3-150S_1 \quad \cdots\cdots ⑧$$
$$x_2=80-(40+\frac{1}{20}S_3-\frac{1}{2}S_1)=40-\frac{1}{20}S_3+\frac{1}{2}S_1 \quad \cdots\cdots ⑨$$
$$x_1=40-\frac{1}{10}S_3+2(40+\frac{1}{20}S_3-\frac{1}{2}S_1)=120-S_1 \quad \cdots\cdots ⑩$$

⑦.⑧.⑨.⑩을 새로운 단산표에 기입, 정리하면 (표1-4)와 같다.

T 1—4	상 수	s_3	s_1
Z	68,000	-25	-150
s_2	40	$\frac{1}{20}$	$-\frac{1}{2}$
x_2	40	$-\frac{1}{20}$	$\frac{1}{2}$
x_1	120	0	-1

(표1-4)에서는 Z행에 나타난 변수들이 모두 부수(-)이므로 목적함수의 값이 최대치로 나타나고 있으며 더 이상 단산표를 개조할 필요가 없다.

즉, 68,000(만원)으로 이 값은 먼저 도해적 해법에 의해 얻은 해답과 동일한 것이라는 게 증명되

는 셈이다. 그리고 T.V 수리공 120명, 자동차정비공 40명도 앞의 해답과 동일하게 나타났다. 계산절차가 도해적 해법보다 더 어려운 듯하나 결정변수가 3개 이상일 때는 단산법을 사용할 수 밖에 없으며, 지금까지의 풀이보다 더욱 쉽게 풀어 나가는 방법도 있기 때문에 이러한 단산법 활용을 숙달할 필요가 있는 것이다.

3. 극소화문제

극소화문제는 비용(cost)을 극소화시키는 것과 관련된 것이다. 목적함수와 제약조건은 다음과 같은 수식으로 나타낼 수 있다.

$$Z_n = \sum_{j=1}^{n} C_j x_j \qquad \text{Constraints} \ \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \geqq b_i (i=1,2,3,\cdots\cdots n)$$

이것도 앞의 극대화문제와 같이 이해의 편의를 위해 가상된 사례(예문)를 통해 설명해 나가면 다음과 같다.

(예문) L시 당국은 시민들의 건강을 위하여 수도물에 광물질(mineral)을 첨가하기로 결정하였는 바 전문가들의 자문을 얻어 매일 최소한 480단위의 철분, 360단위의 옥소, 320단위의 규소를 수도물에 첨가하기로 하였다. 그런데 x_1이라는 화학제품 한상자에는 20단위의 철분, 40단위의 옥소 그리고 20단위의 규소가 들어 있으며, x_2라는 화학제품 한상자에는 60단위의 철분, 20단위의 옥소 그리고 20단위의 규소가 포함되어 있다. 그리고 x_1 한 상자의 가격은 21만원, x_2 한 상자의 가격은 24만원이라고 한다면 시당국이 예산을 최소화하기 위해서는 하루에 화학제품 x_1, x_2를 각각 몇상자씩 사용해야 할 것인가?

이러한 정책사안을 해결하기 위해선 우선 선형계획기법을 적용키 위한 프로그래밍을 한다. 목적함수와 제약조건을 제시하면 다음과 같다.

$Z_n = 21x_1 + 24x_2$

Constraints

$20x_1 + 60x_2 \geqq 480, \quad 40x_1 + 20x_2 \geqq 360, \quad 20x_1 + 20x_2 \geqq 320$

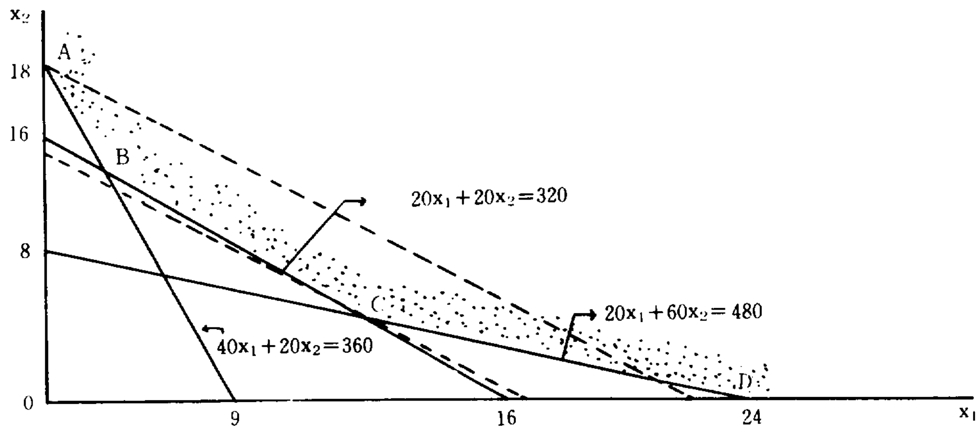
$x_1 \geqq 0, \ x_2 \geqq 0$ (Nonnegativity condition)

(x_1 : 화학물질 x_1 한상자
x_2 : 화학물질 x_2 한상자)

이러한 프로그래밍의 절차가 끝나면 극대화문제를 풀때와 마찬가지로 도해적 해법이나 대수적 단산법을 사용하여 문제를 풀어나간다.

1) 도해적 해법

위에서 프로그래밍된 식들을 좌표상에 도해하면 다음과 같다.



점으로 표현된 부분이 위의 여러 제약조건을 충족시켜주는 가해영역(Feasible Area)이 되는데, 이 영역의 어느 지점이 목적함수의 값을 만족시켜 주는가를 찾아야 할 것이다. 그런데 목적함수에서 x_1과 x_2의 교환율은 24 : 21로 도표상에서 이 비율을 표시하는 등가비용선(Isocost Line)의 기울기는 21/24 즉 7/8이 된다.(점선으로 표시됨) 바로 이 등가비용선이 가해영역의 경계선상의 어떤 점과 가장 안쪽에서 만나는 점이 문제의 해답이 된다.

그림에서 보듯이 C가 목적함수를 극소화시켜주는 점인데 우선 각 교점의 좌표를 구하고 목적함수에 대입하여 그러한가를 알아보자. 각 교점의 좌표는 A가(0,18), B가(2,14), C가(12,4), D가(24,0)이다.

이 점들의 좌표값을 목적함수에 대입하면 A는 432, B는 378, C는 348, D는 504로 C가 가장 적은값을 가지게 된다. 따라서 C점에서의 비용이 기타 다른 점에서의 그것보다 가장 적게 듬을 알 수 있는 것이다.

그래서 x_1(화학물질 x_1상자수)은 12상자, x_2(화학물질 x_2 상자수)은 4상자가 필요로 됨을 알 수 있고 이를 위해 소요되는 예산은 348만원임을 알게 되는 것이다. 다음은 대수적 단산표를 사용하여 문제를 풀어나가는 경우를 살펴보자.

2) 단산법 해법

극대화문제에서 단산표를 작성하기 위하여 여유변수를 도입하여 제약조건의 부등식을 등식으로 변형시켰던 바, 니시 당국의 문제에서도 같은 절차를 밟기로 하자. 즉 제약조건식은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$20x_1+50x_2 \geq 480$ ………… ①

$40x_1+20x_2 \geq 360$ ………… ②

$20x_1+20x_2 \geq 320$ ································· ③

①, ②, ③에서 부등식을 등식으로 변경시키기 위해서 여유변수 S_1, S_2, S_3를 각식의 오른쪽에 더해주면(작은 쪽으로 더해 주어야 등식이 성립하므로) 다음과 같다.

$20x_1+60x_2=480+S_1$ ································· ④
$40x_1+20x_2=360+S_2$ ································· ⑤
$20x_1+20x_2=320+S_3$ ································· ⑥

④, ⑤, ⑥을 때 S_1, S_2, S_3에 관한 식으로 바꾸면 다음과 같다.

$S_1=-480+20x_1+60x_2$ ································· ⑦
$S_2=-360+40x_1+20x_2$ ································· ⑧
$S_3=-320+20x_1+20x_2$ ································· ⑨

그리고 목적함수 z를 표시하면

minimize $Z=0+21x_1+24x_2$ ································· ⑩

⑦, ⑧. ⑨. ⑩을 단산표에 기입, 정리하면

T 1－1	상 수	x_1	x_2
Z	0	21	24
s_1	−480	20	60
s_2	−360	40	20
s_3	−320	20	20

그러면 이 단산표(T 1－1)로 부더 목적함수 Z의 최소치를 찾아야 하는데 그 절차는 먼저 추축행을 결정해야 한다. 이것은 극대화문제서 추축열을 먼저 결정하는 것과는 정반대로 대조적인 것이다. 즉, 상수열에 있는 수중 가장 큰 부수(－)의 행이 추축행이 된다. 그리고 추축행에 있는 정수만을 골라 각각 목적함수의 계수로 나누어 절대치를 구하면 그 중의 최소치가 추축수(Pivot Number)가 된다.

여기선 60이 추축수가 된다. 그런데 상수열의 값중에 부(－)가 있으므로 새로운 단산표를 만들어 가야하는데 그 절차는 극대화문제에서의 절차와 동일하다.

즉, 단산표는 그 상수열에 부수(負數)가 없어질때까지 계속 개조해 가야 한다. 그러면 앞의 (T 1－1)을 개조시키면 다음과 같다.

T 1—2	상 수	x_1	s_1
Z	192	13	$\frac{2}{5}$
x_2	8	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{60}$
s_2	-200	$33\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$
s_3	-160	$13\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$

역시 상수열에 부수가 있으므로 다시 T 1—2를 개조하면

T 1—3	상 수	s_2	s_1
Z	270	$\frac{39}{100}$	$\frac{27}{100}$
x_2	6	$-\frac{1}{100}$	$\frac{1}{50}$
x_1	6	$\frac{3}{100}$	$-\frac{1}{100}$
s_3	-80	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{5}$

아직도 상수열에 부수가 있으니 더 개조하면

T 1—4	상 수	s_3	s_1
Z	348	$\frac{39}{40}$	$\frac{3}{40}$
x_2	4	$-\frac{1}{40}$	$\frac{1}{40}$
x_1	12	$\frac{3}{40}$	$-\frac{1}{40}$
s_2	200	$\frac{5}{2}$	$-\frac{1}{2}$

상수열에 부수가 없으면 단산표의 개조는 필요없고 따라서 목적함수의 값은 348이 되고 x_1은 12, x_2는 4가 된다.

이것은 앞의 도해적 해법에서 나온 결과와 동일한 것임을 알 수 있다.

라. 다양한 형태의 제약조건을 가진 선형계획문제

지금까지는 선형계획의 프로그래밍의 제약조건의 부호가 $\leq$ 또는 $\geq$인 경우만을 취급하였는데, 실제로 하나의 선형계획문제에서 $\leq, \geq, =$와 같은 여러부호를 동시에 취하는 경우가 있다. 이럴 경우 어떻게 적용하는지를 예문을 들어 살펴 보기로 하자.

(예문) M시 당국은 시유지에 주택을 건설하여 시예산의 세입을 증대시키기로 하였다. 그래서

첫 사업으로 아파트, 연립주택, 단독주택의 세가지 종류의 주택을 최대한 3,000단위까지 짓기로 결정하였다. 그런데 도시계획상 몇가지 조건이 있는데 아파트는 적어도 2,000단위이상 짓고 연립주택과 단독주택은 최대한 각각 600단위, 300단위까지 지어야 한다. 또한 시당국은 각 주택들로부터 발생하는 조세수입을 아파트 한단위당 200만원, 연립주택 한단위당 300만원, 단독주택 한단위당 400만원으로 결정하였다.

그러면 M시 당국은 이러한 주택사업으로부터 최대의 세입을 거두기 위해서는 각 주택을 몇단위씩 건설해야 할 것인가?

이 정책사안을 해결하기 위한 선형계획 프로그래밍은 다음과 같다.

$$\begin{pmatrix} x_1 : \text{아파트 세대수} \\ x_2 : \text{연립주택 세대수} \\ x_3 : \text{단독주택 세대수} \end{pmatrix}$$

$Z = 200x_1 + 300x_2 + 400x_3$

Constraints $x_1 + x_2 + x_3 \leqq 3000$

$x_1 \geqq 2000, \quad x_2 \leqq 600, \quad x_3 \leqq 300$

$x_1 \geqq 0, \quad x_2 \geqq 0, \quad x_3 \geqq 0$

이러한 프로그래밍을 여유변수를 도입해 정리하면

$S_1 = 3000 - x_1 - x_2 - x_3$, $\qquad S_2 = -2000 + x_1$

$S_3 = 6000 - x_2$, $\qquad S_4 = 300 - x_3$

이 식을 가지고 단산표를 만들면 다음과 같다.

T 1－1	상 수	x_1	x_2	x_3
Z	0	200	300	400
s_1	3,000	－1	－1	－1
s_2	－2,000	1	0	0
s_3	600	0	－1	0
s_4	300	0	0	－1

이를 다시 개조하면

T 1－2	상 수	x_1	x_2	s_4
Z	120,000	200	300	－400
s_1	2,700	－1	－1	1
s_2	－2,000	1	0	0
s_3	600	0	－1	0
x_3	300	0	0	－1

이를 다시 개조하면

T 1－3	상 수	x_1	s_3	s_4
Z	300,000	200	－300	－400
s_1	2,100	－1	1	1
s_2	－2,000	1	0	0
x_2	600	0	－1	0
x_3	300	0	0	－1

Z행에 아직도 正數가 있으므로 다시 단산표를 개조하면

T 1－4	상 수	s_1	s_3	s_4
Z	720,000	－200	－100	－200
x_1	2,100	－1	1	1
s_2	100	－1	1	1
x_2	600	0	－1	0
x_3	300	0	0	－1

Z행에 正數가 없이 모두 負數가 되었으므로 더이상 개조할 필요가 없다.

결국 M시 당국은 아파트 2,100단위, 연립주택 600단위, 단독주택 때300단위를 건설하면 72억원의 세입을 올릴 수 있게 된다는 결론에 도달할 수 있게 되는 것이다.

여기에서 다룬 것은 선형계획법의 골간을 이루는 극대화문제, 극소화문제 및 극대·극소화 혼합문제인데 지면상, 쌍대문제(Dual Problem)와 민감도 분석(Sensitivity analysis)은 다루지 못했다. 그래서 간단히 여기에 이에 대해 설명하면 쌍대문제란 문자 그대로 짝을 이루는 문제를 지닌 특이한 선형계획문제를 의미한다. 즉, 2개의 문제가 매우 밀접하게 연관된 성질을 가지고 있어서 어떤 문체에 대한 최적해는 그와 관련되어 짝을 이루는 문제의 최적해에 대해 완전한 정보를 제공하게 되어 계산상의 노력을 줄이는데 유용하게 되는 것이다. 이를 수식으로 표현하면(원문제가 정준형(Canonical Form)일때) 다음과 같다.

최대화 $x_0 = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$

제약조건 $\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \leqq b_i, \quad i=1, 2, \cdots\cdots, n$

$x_j \geqq 0, \quad j=1, 2, \cdots\cdots, n$

이것(primal problem)과 짝을 이루는 쌍대문제는 다음과 같다.

최소화 $y_0 = \sum_{j=1}^{m} b_i y_i$

제약조건 $\sum_{j=1}^{m} a_{ij}y_i \geq c_j$, $j=1, 2, \cdots\cdots, m$
$y_i \geq 0$, $i=1, 2, \cdots\cdots, m$
여기서 $y_i, \cdots\cdots y_m$은 쌍대변수이다.

다음으로 민감도분석을 살펴보면, 새로운 변수의 추가 또는 새로운 제약식 추가라든가 결정변수의 기술계수(Technological Coefficient) 등을 도입해 상대관계에서 발생하는 최적해의 변화에 대한 부수적인 정보를 얻게해, 선형계획문제에서 얻은 최적해의 매개변수의 이산적 변화의 효과를 추구해보는 것으로 이것은 상당한 계산상의 노력을 줄일 수 있다.

Ⅳ. 선형계획기법의 문제점과 발전가능성

1. 개 요

에너지 및 자원관리를 위한 효율적인 의사결정을 하기위한 수단으로 계량적 접근의 일종인 선형계획기법은 상당한 객관성과 문제해결의 정확성이란 측면에서 앞으로 적용의 폭과 깊이가 더 넓고 깊어지며 발전가능성도 높다고 할 수 있다.

그러나 앞에서 실제 사례에 적용을 해보면서 나타나는 몇가지 문제점(고려사항)은 결코 간과하여 지나칠 수 없는 것이다. 왜냐하면 이러한 문제점에 대한 해결이나 또는 깊은 고려없이는 단순한 기법으로서만 의미를 지닐뿐 보다 문제해결능력을 가진 본래의 의미를 지닌 기법으로 존재할 수가 없기 때문이다. 따라서 여기에선 이러한 문제점과 발전가능성에 대해 논급해 보기로 한다.

2. 문제점(고려사항)

선형계획기법에 의한 문제해결은 앞에서도 보았듯이 매우 편리한 장점이 있으나 기술적으로 몇가지 고려해야 할 고려사항이 있다. 이러한 점이 고려되지 못하면 선형계획이 원래 가지고 있던 의미를 상실하게 되는 것이다. 고려될 사항을 열거하면 다음과 같다.[8]

첫째, 변수의 선형성(Linearity)이다.

이것은 목적함수와 제약조건이 일차식으로 이루어져야 한다는 것이다. 따라서 문제가 비선형적일때는 원칙적으로 이 기법을 적용할 수 없다는 한계가 있다.

물론 비선형적일때도 어느 정도의 비례성을 지닌 곡선형태라면 대수(Logarithism)를 취해 직선적으로 바꾼후 이 기법을 적용할 수는 있으나 결과의 정확성이나 신뢰성은 아무래도 저하하게 되는 것이다.

둘째, 가산성(Additivity)이다.

8) 김기영·곽노균, 前揭書, 156~159면.

이것은 자원의 사용량이나 목적함수의 값을 표현할 때 그 단위의 총량은 항상 개별단위의 총합계와 일치한다는 가정하에 이루어진다는 것이다. 그러나 실제세계에선 이러한 단순성은 문제해결에 별도움이 안되는 경우가 비일비재하다.

세째, 분할성(Divisibility)의 문제이다.

이것은 결정변수가 그 해답에서 소수점값을 취할 수 있다는 전제를 하는 것인데 실제로 대상체의 성격에 따라 이것이 불가능한 경우가 많다. 사람을 계산할 때 2.5명 등으로 계산할 수는 없는 것이다.

네째, 변수의 수와 대안의 유한성이다.

선형계획모형자체가 수학적 모형인 관계로 해서 여기에 포함될 수 있는 변수는 무한적일 수 없고 유한적일 수 밖에 없으며 대안자체도 이러한 문제점에 의해 유한적일 수 밖에 없다. 따라서 실세계의 영향변수 모두를 포괄할 수 없다는 한계를 지니게 된다.

다섯째, 확실성(Certainty)과 정태성(Static time period)이다.

여기에선 모든 결정변수의 계수가 확실한 여건하에서의 의사결정만을 다루는 것으로 되어 있어 단위당이윤, 단위당 비용, 생산시간의 소용량등이 사전에 정해진다. 그리고 어떤 특정기간을 대상으로 하는 정태적 성격을 가지므로 해서 불확실적 상황이나 동태적 상황에선 이 기법의 적용이 한계를 지니게 된다.

여섯째, 비화폐적 성과의 고려의 제한성이다.

화폐적 가치 자체나 화폐가치를 토대로 한 효용함수의 도출만으로 설명하지 못하는 다른 요인들이 존재한다.

3. 발전가능성

선형계획기법은 위에서 제기한 문제점을 안고 있지만 이러한 문제점에 대해 적절한 고려와 대비책이 강구된다면 충분히 성공적인 과학적 관리기법으로 발전해 나갈 수 있다고 사료된다.

변수의 선형성은 앞에서 약간 언급이 되었지만, 로그(log)를 이용해서 적용의 폭을 넓힐 수도 있으며 또한 이를 보완할 새로운 분석기법들이 개발되어 문제의 핵심을 타개해 나갈 수 있을 것이다. 또한 분할성에 대한 문제도 정수계획법(integer Programming) 등으로 어느정도 완화시킬 수 있고, 변수와 대안의 유한성에 대한 문제도 문제해결에 직결되는 전략적 요소(limiting factors)만을 결정변수로 정확히 채택할 수 있는 노력이 강구되어 진다면 어느 정도 전도는 밝다. 확실성과 정태적 성향에 대한 것도 보다 상황을 정확히 예측, 분석, 평가할 수 있는 관리정보시스템(MIS)이나 Computer Science, 미래학등의 개발을 통해 어느 정도 보완이 될 것이며, 정태적 문제도 시간적 차원에서 미래에 발생되는 가치를 모두 시간가치개념을 도입해 현재가치(present value)[9]로 재평가할 수 있다면, 그것도 선형계획기법의 적용, 발전의 가능성을 더욱 밝게 해주는 것이 된다. 화폐적 가치나 효용기준을 문제의 사안이나 상황에 맞게 적절히 취사선택해 사용하는 것

9) 김기영 · 곽노균, 前揭書, 118~119면.

도 또한 발전가능성을 재고시키는 방안의 하나라 생각된다. 특히 앞으로의 행정은 네이스비츠(John Naisbitts)[10]나 토플러(Alvin toffler) 등이 시사하듯 첨단과학기기를 근간으로 한 전문화시대의 발전역군을 필요로 하게 될 것이다. 이러한 때일수록 생산적 관료(Entreprenuer style bureaucrat)나 전문기술관료(Techno-bureaucrat)[12]의 중요성은 더욱 더 강조될 것이며 그들의 도구역할을 할 선형계획과 같은 관리과학기법들은 그 어느때보다 더욱 그 위치를 공고히하게 될 것이다.

10) John Naisbitts, *Megatrend* (N.Y.: Warner Books, Inc., 1984).
11) Alvin Toffler, *The Third Wave* (N.Y.:William Morrow and Comany, Inc., 1980)
12) Arnold J. Meltsner, *Policy Analysts in the Bureaucracy* (Berkeley, CA: university of california press, 1976), pp. 14~49.

Summary

A Study on Applying Linear Programming

Koh, Chung-seok & Lee, Byung-chul

One of the most fundamental of the decisions a public administrator must make is the determination of how scarce resources should be allocated to competing activities. These scarce resources may be budgeted dollars, land for housing, manpower, equipment, or any other factor over which the administrator exercises control. Linear programming is concerned with the basic problem of the allocation of scarce resources.

The purpose of this paper is to point out the problems and the major issues which are intimately related to apply Linear programming to real policy problem situation in the past and present in order to provide an effective and efficient framework, rather than to attempt any specific policy prescriptions and testing hypothetical propositions.

Several other studies have used Linear programming to test hypothetical propositions and specific policy prescriptions. These studies have had unique analytic viewpoints and perspectives. They helped to improve Linear programming.

Therefore, according to unique analytic viewpoint, this paper examines the role of quantitative analyses in public administration and decision making. Throughout this presentations several key features of the palper should be noted. First, this paper is tried to introduce the concepts of Linear programming as they relate to public administration. Second, the evaluation of quantitative analyses will be examined in light of the different levels of decisions a public administrator must make. Third, It is oriented toward the scientific method of problem solving and expands the steps involved in public problem solving.

The final feature of the paper that should be noted is that each discussion of a model presents an analysis of how the model should be developed, a discussion of specific public oriented case studies(example problems), and an analysis of the potential/shortcomings of Linear programming model in public administration.

The methodology adopted is based on the literature−survey.

A review of the literature on Linear programming revealed a substantial methodologicall−especialy, hypothetical assumptions−shortcomings.

These shortcomings are following as;

1. Linearity 2. Additivity 3. Divisibility

4. Finiteness   5. Certainty and Static time period
6. Non-monetary performance ignorance

For solving these shortcomings, this paper presents some ideas.

A major conclusion is that Linear programming has varied according to the specific situations of policy pattern that were involved.

Therefore, Linear programming application must flexibly consider the real specific policy situations. If this assumption is accepted, we think, The Future of Linear programming application is very optimistic.