

RANDOM 진동하중을 받는 구조물용 재료의 피로파괴에 대한 기초적 연구

김귀식*, 조성배*

Fundamental Study of Fatigue Fracture of Structural Materials under Random Vibration Loading

Kim Gui-sik*, Cho Sung-bae*

ABSTRACT

This paper was to investigate a fatigue damage of structural material under service loading, random loading. This examined irregular factors(α), wave counting methods and equivalent load amplitudes about three random loading waves generated by a personal computer. Results obtained are follows.

1. It is greatly different of counting results between range and rainflow cycle counting methods applied wide band spectrum, but it is similar those applied narrow band one.
2. A Equivalent load amplitude, Leq , is obtained from m , the index of Paris' rule on a constant load amplitude test, and the result of cycle counting. Here, m is larger, Leq is greater.
3. In relation between irregular factor(α) and the cycle count method, when α is near 1.0, Leq calculated by rainflow method is similarly that by range one, but when α is lower than 0.99, the former is large rather than the latter.

서 론

근년 우주공항, 원자로, 해양구조물등의 대형 기계구조물의 안전성, 효율성, 신뢰성을 위하여 피로설계의 도입이 비약적으로 확대되고 있고 그 중요성이 크게 인식되고 있다. 이들 기계구조물

들이 운용중에 받는 실사용하중은 다양하지만, 대부분의 경우 하중의 평균치와 진폭이 시시각각 변하는 불규칙적인 랜덤진동하중 특성을 갖기 때문에 랜덤진동하중하의 피로해석이 필요하다.

실사용하중하의 피로시험으로서 항공기 분야에 서 일반적으로 이용하는 방법을 예로 들어보면,

* 기관공학과

Fig. 1에 보이는 것처럼 비행기의 기체 전체에 걸쳐 극히 복잡하게 피로시험을 행하고 있다. Fig. 1에서의 피로시험 부하장치는 수직방향의 부하장치만을 표시하고 있으나 여기에 수평방향, 전단방향 부하시험을 표시하면 훨씬 더 복잡하다. 이러한 복잡한 피로시험을 대처할수 있는 실험실 규모내에서 실사용 조건을 모의하여 행하고자 하는 랜덤하중 시뮬레이션 실험에 대하여 많은 연구가 되고있다²⁾.

그러나 랜덤 진동하중의 발생장치 및 실험장치의 어려움 때문에 현재로서는 실험실내에 쉽게 행할 수 있는 정현파형 등의 일정진폭 하중파형 실험결과로부터 피로손상의 선형누적손상법칙³⁾ (Miner's rule)을 가정해서 랜덤진동하중 피로손상을 추정하는 방법이 이용되고 있다. 따라서 신

뢰성, 안정성을 위한피로설계를 위해서는 실사용 하중하 즉, 랜덤진동하중하의 피로파괴기구를 해명하고 랜덤피로기구와 현재 데이터가 많이 축적되어 있는 일정진폭하중하의 피로기구와의 상관관계도 명확히 검토되어야 한다. 이에 대한 연구단계로서는 ①랜덤파형의 시뮬레이션 및 랜덤파형의 해석방법의 검토 ②시뮬레이션 랜덤파형의 피로시험기에의 재현 ③랜덤피로기구의 해명 및 일정진폭시험과의 상관관계 검토 ④랜덤피로파괴의 일정진폭시험에 의한 추정법의 제안이 필요하다고 생각한다. 본 연구에서는 이중 랜덤파형의 시뮬레이션 및 랜덤파형의 해석방법의 검토를 목적으로 유사랜덤파형을 퍼스널컴퓨터에서 시뮬레이션하여 파형의 불규칙도, 파형계수 방법, 등가하중진폭의 산정등을 검토하였다.

SAAB-FAIRCHILD 340
FATIGUE TEST A/F
VERTICAL LOADING JACKS

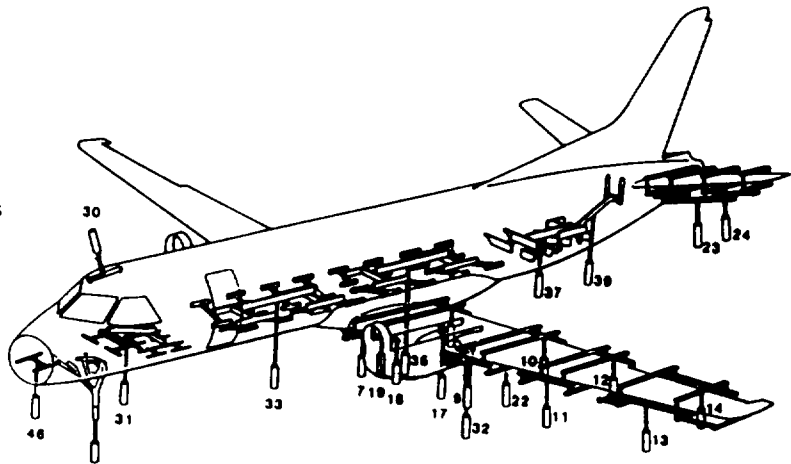


Fig. 1 Service loading fatigue test of airplane.

해석방법

랜덤진동하중파형의 발생

피로시험용 랜덤진동하중파형의 발생방법으로서 는, ①실제기구나 구조물에 작용하는 하중파형을

기록 처리하여 사용하는 방법. ②백색잡음 발생기의 출력을 전기적으로 필터링하여 원하는 파워 스펙트럼을 가진 파형을 얻는 방법. ③컴퓨터 시뮬레이션에 의해 작성하는 방법등이 있다. 이중 컴퓨터 시뮬레이션에 의한 방법에는 1자유도진동

계에 랜덤기진력이 작용하는 계의 응답을 이용하는 1자유도 진동계 응답법과 여현급수합법이 있다.

1자유도 진동계응답법은 계산이 간단하여 계산 시간이 짧지만, 파워스펙트럼을 임의로 변화시켜 정도 좋은 시뮬레이션을 행하기에는 곤란하다. 한편 여현급수합법은 계산과정에서 반복계산의 횟수가 많아 계산 기간이 길기 때문에 실험시에 주파수의 제한을 받지만, 임의의 파워스펙트럼을 가진 파형의 시뮬레이션이 가능하므로 본 연구에서는 이 방법을 이용한다. 이 방법은 푸리에 역변환을 이용하는 것으로 엘고드성을 가진 정상가우스과정이 중심극한정리에 의해 (1)식을 이용하여 계산하는 것이 가능하므로 폭넓게 응용되고 실용성이 확인되고 있다^{4,5}. 랜덤파형의 시계열은 (1)식으로 표현된다.

$$X(t) = \sum_{n=1}^N C_n \cdot \text{Cos}(2\pi \cdot f_n \cdot t + \phi_n) \dots (1)$$

$$C_n = [2W(f_n) \cdot \Delta f]^{\frac{1}{2}}$$

$$f_n = f_1 + (n-1/2) \cdot \Delta f$$

$$\Delta f = (f_2 - f_1) / N \quad (n=1, 2, \dots, N)$$

여기에서 $W(f_n)$ 은 파워스펙트럼 밀도함수, ϕ_n : 랜덤파형 위상각, f_2 : 상한 주파수, f_1 : 하한 주파수, N : 분할수이다. (1)식에서 파워스펙트럼 밀도함수 $W(f_n)$ 의 형태가 주어지며 랜덤파형이 작성된다. 여기에서는 송등⁵이 행한 바와같이 $W(f_n)$ 의 세가지 형태 즉, 비교적 광대역, 1자유도계 진동계를 가정한 협대역, 2자유도계 진동계를 가정한 파워스펙트럼 밀도함수(Fig. 2 (a), (b), (c))을 가지고 랜덤파형을 발생시켰다. 식(1)의 ϕ 에 대해서는 균일난수발생으로 이용하는 곱셈합동법(2)식에 의해 난수를 발생시켜 $[0, 2\pi)$ 사이의 값으로 변환하여 사용하였다.

곱셈합동법은

$$X_{n+1} = \lambda \cdot X_n \cdot (\text{mod } P) \dots \dots \dots (2)$$

으로 표시된다. 여기에서 mod P는 P의 정수배를 버린다는 의미이며, λ, P, X 의 초기값⁶으로 $\lambda=5^{13}, P=2^{42}, X_1=566387$ 로 하였다.

랜덤진동하중파형의 불규칙도(α)

랜덤진동하중피로해석에서의 중요한 파라메타중의 하나는 파형의 불규칙도이다. 불규칙도(α)를 표시하는 지수는

$$\alpha = N_n / F_n$$

N_n : 정방향의 평균치통과 빈도수
 F_n : 극대치의 빈도수

로서 표시하는데 정상가우스 랜덤과정에서는

$$N_n = (M_0 / M_2)^{\frac{1}{2}}, \quad F_n = (M_4 / M_2)^{\frac{1}{2}}$$

이다. 여기에서 M_0, M_2, M_4 는 파워스펙트럼밀도 함수 $W(f_n)$ 의 0차, 2차, 4차 모멘트이며, 하기와 같이 표시한다.

$$M_0 = \int_0^{\infty} f \cdot W(f) df$$

$$M_2 = \int_0^{\infty} f^2 \cdot W(f) df$$

$$M_4 = \int_0^{\infty} f^4 \cdot W(f) df$$

그러므로 불규칙도(α)는 (3)식으로 표시된다.

$$\alpha = M_2 / (M_0 \cdot M_4)^{\frac{1}{2}} \dots \dots \dots (3)$$

파형계수법

랜덤진동하중파형에 의한 재료의 피로파괴를 평가하기 위해서는 시간계열로 표시된 랜덤진동하중파형으로부터 진폭과 평균치의 빈도수를 구할 필요가 있다. 이것을 파형계수라 한다. 파형계수법

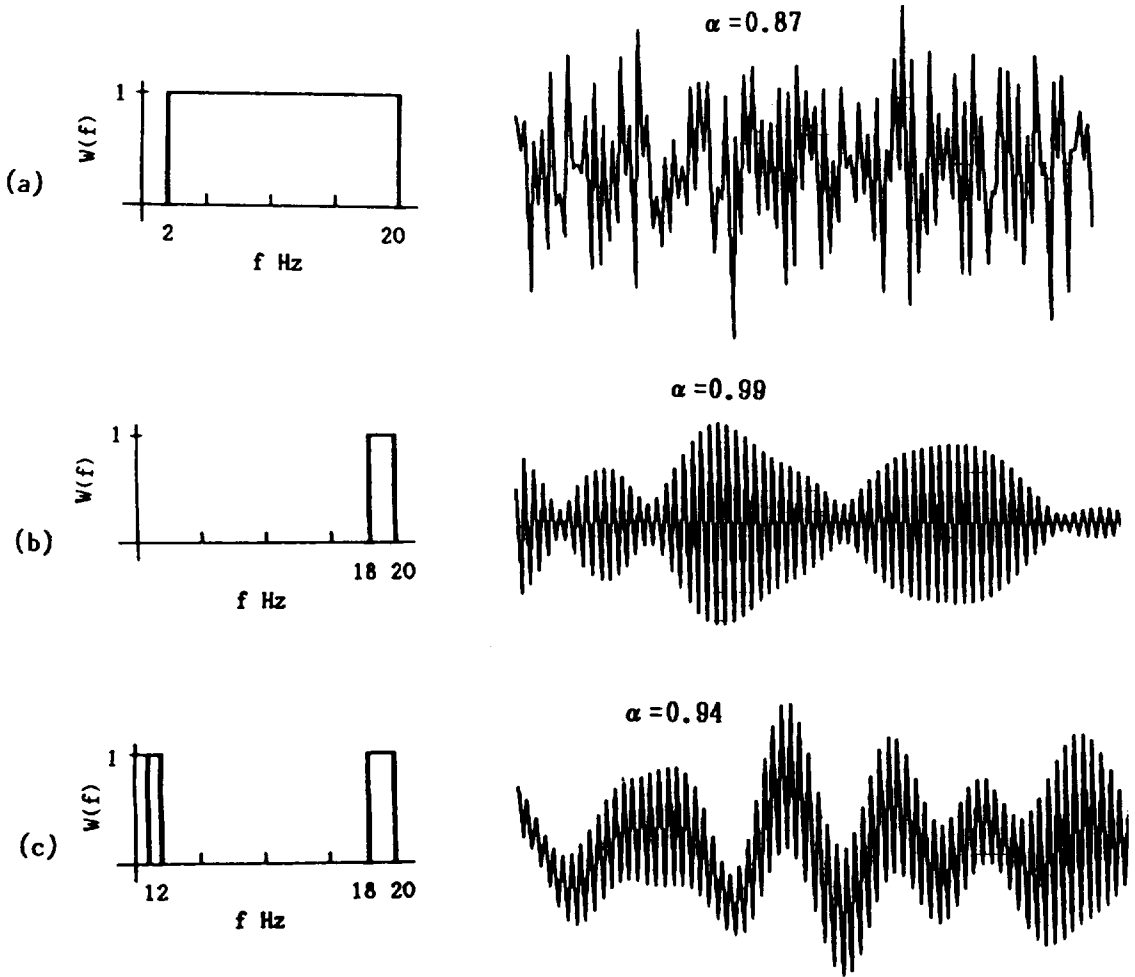


Fig. 2 Power spectral density functions and random waves.

에는 크게 Range법과 Range pair법으로 나눌수 있다. Range법은 간단히 계속되는 Peak치간을 1/2 Cycle로서 계수하는 것이고, 랜덤진동하중의 경우에는 Range pair법의 한 종류인 Rainflow 법이 유효한 것으로 알려져 있다⁷⁾⁸⁾. 여기서는 Rainflow법에 대하여 검토하여 그 비교로서 Range법을 이용한다.

Rainflow법의 계수는 Fig. 3에 나타내는 것처럼

응력 혹은 변형률을 횡축에, 시간축을 종축 즉, 수직 하향방향으로 해서 극대치와 극소치간을 결합하여 여러개의 지붕으로 가정해서 위에서 흘러내리는 빗물의 흐름을 생각하여 다음의 2가지의 전제조건을 두어서 계수를 행한다.

- ① 흐름은 각 지붕의 이음점에서 시작하고, 위에서 떨어지는 흐름과 밑의 지붕에서의 흐름이 만나는 점에서 이음점과의 수평거리가

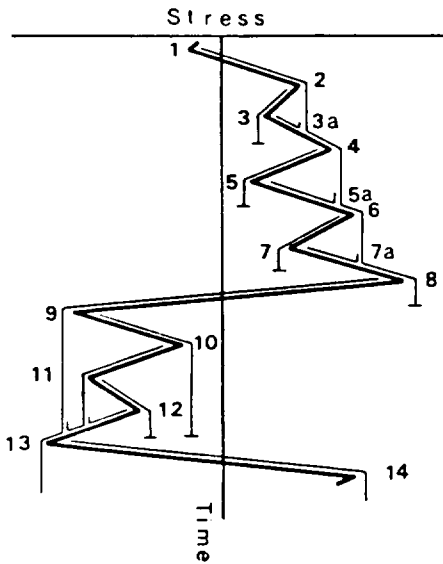


Fig. 3 Rainflow cycle counting method.

긴것이 흐름을 계속하고, 짧은 것은 중지한다.

- ② 흐름은 극대치 혹은 극소치 보다도 절대치가 큰 극대치 혹은 극소치가 나타나면 중지하게 되며, 중지된 흐름의 수평거리를 1/2 Cycle로 계수한다.

그러나, 이대로의 방법은 알고리즘이 복잡하므로 본 연구에서는 보다 간단화되어있는 방법⁹⁾¹⁰⁾을 이용한다.

등가하중의 산정법

본 연구에서의 등가하중은 선형누적손상법칙³⁾(Miner's Rule)을 응용하여 다음과 같이 구한다. 일정하중진폭시험의 피로파괴에 대한 균열진전속도 da/dN 와 응력확대계수(ΔK)의 관계는 Paris' Rule¹¹⁾로 알려져 있다. 즉,

$$da/dN = C(\Delta K)^m$$

$$\Delta K = \sigma(\pi a)^{\frac{1}{2}} \cdot F$$

$$da/dN = C \sigma^m [(\pi a)^{\frac{1}{2}} \cdot F]^m$$

a : 균열길이, N : 하중반복수, σ : 응력, C , m : 일정하중진폭시험에서의 상수, F : 시험편형상 함수

여기서 한 Cycle당 균열성장이 균열길이 보다 충분히 작다면 ($da/dN \ll a$), Cycle당 균열성장의 증분은 다음과 같다.

$$\Delta a_1 = C \sigma_1^m [(\pi a)^{\frac{1}{2}} \cdot F]^m$$

$$\Delta a_2 = C \sigma_2^m [(\pi a)^{\frac{1}{2}} \cdot F]^m$$

⋮
⋮

$$\Delta a_n = C \sigma_n^m [(\pi a)^{\frac{1}{2}} \cdot F]^m$$

$$(\Delta a_1 + \Delta a_2 + \dots + \Delta a_n) = C(\sigma_1^m + \sigma_2^m + \dots$$

$$+ \sigma_n^m) [(\pi a)^{\frac{1}{2}} \cdot F]^m$$

상식의 좌변은 N 사이클에서의 균열성장의 증분이므로 사이클당 균열성장속도는 다음과 같다.

$$da/dN = C(\sigma_1^m + \sigma_2^m + \dots + \sigma_n^m) / N \cdot [(\pi a)^{\frac{1}{2}} \cdot F]^m$$

$$= C \left\{ \sum_{i=1}^N \sigma_i^m / N \right\} \cdot [(\pi a)^{\frac{1}{2}} \cdot F]^m$$

$$= C \left\{ \left(\sum_{i=1}^N \sigma_i^m / N \right)^{\frac{1}{m}} \cdot [(\pi a)^{\frac{1}{2}} \cdot F]^m \right\}^m$$

$$= C \left\{ \left(1/N \sum_{i=1}^N \sigma_i^m \right)^{\frac{1}{m}} \cdot [(\pi a)^{\frac{1}{2}} \cdot F]^m \right\}^m$$

$$= C(\sigma_e(\pi a)^{\frac{1}{2}} \cdot F)^m$$

따라서 등가응력 σ_e 는

$$\sigma_e = \left(1/N \sum_{i=1}^N \sigma_i^m \right)^{\frac{1}{m}} \text{ 로 구할수 있으나,}$$

여기서는 파형계수를 행한 후 다음의 (4)식으로 등가하중을 구하였다.

$$\sigma_{r,s} = \left(\sum_{i=1}^N r_i P_i^m \right)^{\frac{1}{m}} \dots \dots \dots (4)$$

P: 하중진폭, r: 빈도수

결과 및 고찰

랜덤하중파형의 발생 및 불규칙도

(1)식에 의해 발생한 하중파형은 Fig. 2에 나타난다. 여기서, 식(1)에 의해 작성되는 랜덤하중파형은 길이가 길어지면 주기성이 나타나는 경향이 있었다. 그 주기는 다음과 같다.

$$T_p = 2/\Delta f = 2N/(f_0 - f_1)$$

피로 시험의 경우 시시각각 변하는 랜덤하중파형을 작성 및 시험하는 것은 파형작성, 고가의 특수장비, 컴퓨터의 속도등에 어려움이 있으므로 충분히 랜덤성을 유지하는 길이의 랜덤파형을 단위블럭으로 하여 반복 시험하는 것이 좋다. 이 경우 랜덤파형의 단위블럭의 길이는 상기의 주기 T_p 와 일치시키면 될것이다.

(1)식 중의 시간간격 t 는 랜덤파형의 극치의 오차를 결정하는 중요한 변수로 본 연구의 경우 상한 주파수 1 Cycle을 16등분하도록 하여 극치의 오차가 2%이내에 있도록 하였다. Fig. 2에는 (3)식에 의해 구해진 각 파형의 불규칙도를 표시한다. (a)는 $\alpha=0.87$, (b)는 $\alpha=0.94$, (c)는 $\alpha=0.99$ 이었다.

파형계수

Fig. 2의 각 파형에 대한 파형계수 결과를 Table 1(하중진폭계수결과), Table 2(하중평균치계수결과)에 나타내고, 또 각 계수방법에 대한 하중진폭계수결과와 빈도수(%)와의 관계를 Fig. 4, Fig. 5에 나타낸다. Fig. 4, Fig. 5에 의하면 $\alpha=0.99$ 와 0.94 의 경우 즉, 비교적 협대역에 가까

운 파워스펙트럼의 경우 Range법과 Rainflow법에 의한 계수결과가 유사하고, $\alpha=0.87$ 인 광대역 파워스펙트럼을 가진 경우 두 방법의 결과는 차이를 보인다. 따라서 일반적으로 기기 및 기계구조물이 받는 랜덤하중의 경우는 광대역의 파워스펙트럼을 가지는 경우가 많으므로¹² 파형계수방법의 선택이 중요하다.

등가하중

Fig. 6에 불규칙도에 따른 등가하중 L_{eq} 와 Paris' rule의 지수 m 과의 관계를 나타낸다. 먼저 m 과 L_{eq} 의 상관관계를 보면, m 이 크면 L_{eq} 의 값이 크게 되며, m 의 증가에 따른 L_{eq} 의 증가의 폭은 Rainflow법에 의한 L_{eq} 가 Range법에 의한 것 보다 크다. 또 불규칙도 α 에 의한 관계를 보면 $\alpha=0.99$ 의 경우는 Rainflow법과 Range법의 L_{eq} 는 동일한 m 이던 거의 같다. $\alpha=0.94, 0.87$ 의 경우는 α 가 작아질수록 L_{eq} 는 파형계수방법에 의한 차가 크게 나타난다. Fig. 7에는 파형계수방법의 차를 더욱 분명히 나타내기 위하여 Rainflow법에 의한 계산된 등가하중과 Range법에 의한 등가하중과의 차를 RMS값에 의해 정규화하였다. 그 결과 $\alpha < 0.99$ 이면 두 계수방법의 차가 큼을 알수있다. m 의 값의 선정은 주로 일정진폭하중시험의 결과로부터 선정되는 경우가 많으므로¹¹ 일정진폭하중시험의 결과로부터 Paris' rule을 적용하여 m 의 값을 산정하는데 신중을 요한다.

평균하중의 영향

본 연구에서는 평균하중의 영향은 고려하지 않았지만, 평균하중의 영향은 일정하중진폭시험의 경우 유효응력확대계수로서 균열성장속도를 정리하면 무시되므로^{11,14}, 랜덤하중시험의 경우에 있어서도 랜덤하중파형의 하중-변형을 곡선을 취취

Table 1. Results of cycle counting for load amplitude.

	Rainflow Method		Range Method	
	Amplitude	Count No.	Amplitude	Count No.
$\alpha=0.87$	1.33	86	1.33	54
	3.99	86	3.99	83
	6.65	99	6.65	113
	9.31	41	9.31	80
	11.97	75	11.97	79
	14.63	49	14.63	57
	17.29	41	17.29	19
	19.95	11	19.95	11
	22.61	6	22.61	3
	25.27	5		
$\alpha=0.99$	0.90	90	0.90	90
	1.71	66	1.71	66
	2.53	88	2.53	86
	3.34	44	3.34	56
	4.15	61	4.15	51
	4.97	36	4.97	36
	5.78	54	5.78	52
	6.59	35	6.59	36
	7.41	14	7.41	12
8.22	12	8.00	14	
$\alpha=0.94$	0.64	54	0.64	51
	1.74	102	1.74	90
	2.84	90	2.84	99
	3.94	118	3.94	130
	5.04	84	5.04	70
	6.14	23	6.14	39
	7.24	17	7.24	17
	8.34	5	8.34	3
	9.44	3		
	10.54	3		

Table 2. Results of cycle counting for mean load.

	Rainflow Method		Range Method	
	Mean	Count No.	Mean	Count No.
$\alpha=0.87$	15.68	2	14.80	11
	16.56	12	16.01	28
	17.43	24	17.22	38
	18.31	77	18.44	95
	19.19	82	19.65	97
	20.07	104	20.87	97
	20.94	109	22.08	73
	21.82	44	23.29	38
	22.70	25	24.51	17
	23.58	18	25.72	4
	24.45	2	26.94	1
$\alpha=0.99$	19.32	1	19.32	1
	19.83	8	19.85	42
	19.91	83	19.94	181
	20.00	322	20.03	193
	20.08	85	22.12	82
$\alpha=0.94$	17.62	10	17.48	10
	18.17	20	18.05	17
	18.73	24	18.62	36
	19.28	77	19.20	71
	19.84	141	19.77	120
	20.39	130	20.34	129
	20.94	57	20.91	68
	21.50	28	21.48	32
	22.05	4	22.05	6
	22.61	8	22.62	9
	6.14	23	23.19	1

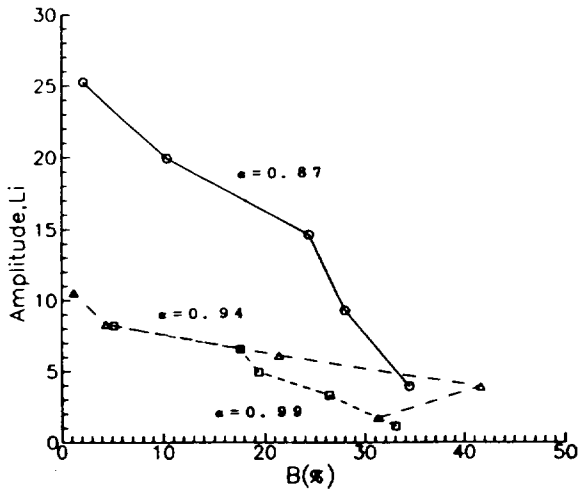


Fig. 4 Results of cycle counting by rainflow method.

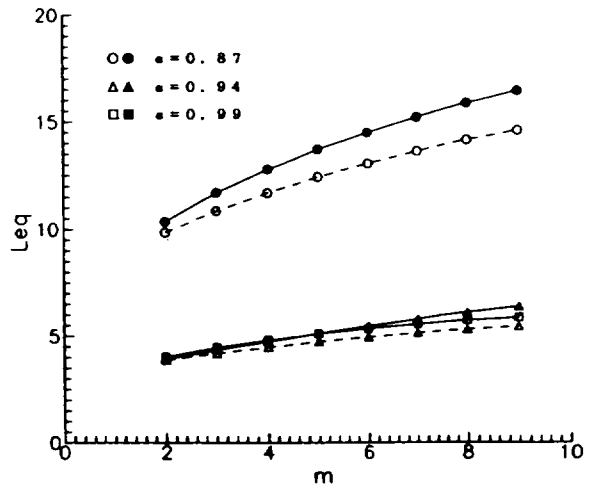


Fig. 6 Relations between L_w and m .
solid mark : rainflow method,
blank mark : range method.

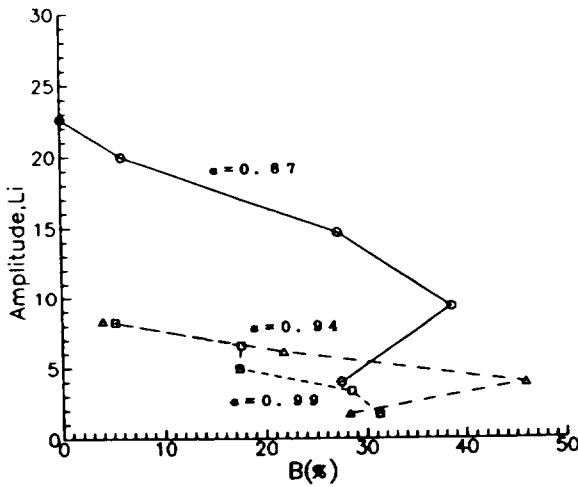


Fig. 5 Results of cycle counting by range method.

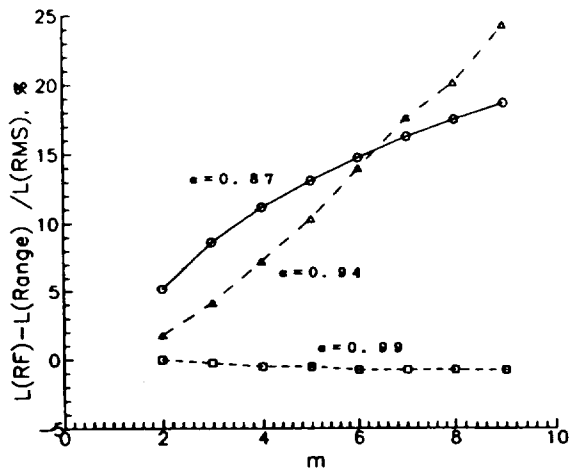


Fig. 7 Relations between L_w normalized and m .

하고 균열개구하중을 산정하여 균열개구하중 이상의 파형을 상기의 파형계수법에 의해 계수하고, 유효등가하중진폭을 결정하면 될것으로 사료된다. 이에대한 연구는 차후의 과제로 생각된다.

결 론

랜덤진동하중파형을 발생하여 불규칙도, 파형계수, 등가하중진폭의 상관관계를 검토한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 협대역 랜덤하중파형의 경우에 있어서는 Range법과 Rainflow법으로 계수한 결과가 거의 유사하나 광대역인 경우 차이가 크다.
2. 일정하중진폭시험에서 등가하중진폭을 산정하는 식(4)의 지수 m 이 크면 등가하중 L_m 가 크게되고, m 의 값에 따른 L_m 는 Rainflow법이 Range법 보다 크다. 그러므로 일정하중진폭시험결과를 Paris' rule에 적용하여 구하는 m 값의 산정에 신중을 요한다.
3. 불규칙도 α 의 값이 1.0에 가까워질수록 Range법과 Rainflow법으로 계수하여 구한 등가응력 L_m 는 거의 같고, $\alpha < 0.99$ 인 경우는 두 파형계수법에 의해 구한 L_m 의 차이가 나타난다.

參 考 文 獻

- 1) 薄一平, 1988, 航空宇宙機器の疲労損傷評價, 材料(日本材料學會誌), 37, 418, 813~817.
- 2) Cheng, Y. W., 1988, Fatigue crack growth analysis under sea-wave loading, Int. J. Fatigue, 10, 2, 101~108.
- 3) Miner, M. A., 1945, Cumulative damage in fatigue, J. Appl. Mech., Trans. ASME 12, A152~A164.
- 4) Shinozuka, M. and C. M., Jan, 1972, Digital simulation of random process and its application, J. Sound and Vibration, 25(1), 111~128.
- 5) 송지호, 김종한, 김정엽, 1989, 유사랜덤하중파형 작성과 이를 이용한 랜덤하중하의 표면피로균열 진전에 관한 기초적 검토, 대한기계학회 논문집, 13, 1, 125~134.
- 6) 律田孝夫, 1977, モンテカルロとシミコロシヨソ, 倍風館, 1977, 11~13.
- 7) 町田進雄, 大岡俊之, 渡邊佐千雄, 森田明保, 1983, 實動荷重下の疲労き裂傳播の研究, 日本造船學會論文集, 154, 396~406.
- 8) Wirsching, P. H. and A. M. Shehata, 1977, Fatigue under wide band random stresses using the rainflow method, J. Engineering Materials Technology, ASME, July, 205~211.
- 9) 遠藤, 安在, 1981, 簡明にされたレイソフローアルゴリズム「P/V差法」について, 材料(日本材料學會), 30, 89~93.
- 10) Rychlik, I. A 1987, New definition of the rainflow cycle counting method, Int. J. Fatigue, 9, 2, 119~121.
- 11) Paris, P. C. and F., A, Erdogan, 1963, Critical analysis of crack propagation laws, J. Basic Engng., Trans. ASME, D85, 3, 528~534.
- 12) Chaudhury, G. K. and W. D., Dover, 1985, Fatigue analysis of offshore platforms subject to sea wave loadings, Int. J. Fatigue, 7, 1, 13~19.
- 13) Bhuyan, G. K., 1988, Fatigue life prediction of offshore tubular joints using a linear elastic fracture mechanics approach, Int. J. Fatigue,

10. 1. 117~120.
- 14) 菊川, 城野, 三上, 1983, 正常變動荷重下の疲労き裂進展とき裂開閉口舉動, 材料(日本材料學會誌), 31, 344, 483~488.
- 15) 町田, 吉成, 渡邊, 森田, 石橋, 1988, 實動荷重下の疲労き裂傳播の研究, 日本造船學會論文集, 162, 467~473.