J. of Basic Sciences, Cheju Nat'l Univ
13(1), 111~119, 2000

기초과학연구 제주대학교
13(1), 111~119, 2000

$2 \times J$ 分割表에서의 順序型 資料에 대한 趨勢檢定과 Score 選擇

김봉모 · 김철수
제주대학교 자연과학대학 전산통계학과

Trend test and the Choice of Scores for Ordinal $2 \times J$ Tables

Bong Mo Kim and Chul Soo Kim

Categorical data analysis is a statistical method for analysing the relation between variables in which we take the values of data as categorical data. There are two important method for analysis of categorical data; chi-squared test and likelihood ratio test which uses a given model of hypothesis test. It is known that the test statistics from two tests above follow chi-squared distribution. But unlike nominal data, ordinal one has much used M-squared test because it has expectations according to the numbers of observational value.

The object of this articles is to suggest suitable scores, producing optimal p-value if row variables in $2 \times K$ table has a kind of trend. We compared p-values as varying scores in many ways. As a result, we get the way of using random numbers for the purpose of producing optimal distance. This method took the rejection region of conservative critical value which would accurately reject null hypothesis.

I. 서 론

범주형 자료분석이란 자료의 값이 범주형으로 측정되는 변수들 사이의 관계를 분석하는 통계적 분석방법으로 설문조사 자료분석이나 사회조사 자료 분석 등에 많이 이용되는 통계적 분석방법이다.

이와 같은 범주형 자료분석에서는 대부분의 경우 두 변수 또는 세 변수간에 서로 독립인가의 검정을 실시하게 되는데 독립성 검정은 관측된 자료의 독립성 가정하에서 주어진 모형에 의한 관측값과 기대값을 이용한 χ^2-검정을 실시하거나 주어진 모형의 가정에서 우도비검정방법을 이용하여 검정 통계량을 구하는 방법이 있다.

두 방법에 의한 검정통계량은 근사적으로 χ^2 분포를 따른다고 알려져 있다. 그러나, 순서형 자

료인 경우에는 명목형 자료와 달리 관측값의 빈도수에 따라 다른 기대치를 갖기 때문에 그에 따른 검정통계량인 M^2 검정을 많이 사용하여 왔다.

의학통계분석 같은 경우는 $2\times K$ 분할표의 행이 증가하는 순서형일 때 반응변수가 이항반응변수를 갖는 경우의 분석이 많이 있기 때문에 이에 대한 자료들에 대해서는 χ^2 검정을 사용하기보다는 그에 맞는 적합한 분석방법을 권장하기도 하고, 적합한 분석의 방법들을 제안하기도 하였다.

분석에 있어서 이항변량의 경우에는 로지스틱회귀분석을 사용하기도 하나, 행 score가 존재하지 않는 경우에는 순서(rank)를 부여하여 검정하는 Wilcoxen rank-sum 검정을 사용하기도 하였다.

Ⅱ. 범주형자료 분석방법

범주형 자료를 분석하는 방법은 새로운 의학 치료법에 대한 가치를 평가하는 문제에서부터 다양한 쟁점에 관한 사람들의 의견에 영향을 주는 인자들을 평가하는 문제에 이르기까지 여러 분야에 걸쳐 널리 사용되고 있다.

범주형 변수는 측정된 척도가 여러 범주들의 집합으로 구성되어 있는 변수를 의미한다. 예를 들어, 정치 성향은 "진보적", "중립" 또는 "보수적"으로 구분되어 측정되고 아침 식사의 종류는 "밥", "빵", 또는 "먹지 않음"등의 범주를 사용하여 측정될 수 있다. 알츠하이머병에 대한 검사 결과는 "병의 징후가 있음", "병의 징후가 없음"으로 측정될 수 있다. 이러한 경우 각 문항에 대해서 한 범주값만 관측되어야 한다.

범주형 척도들은 사회과학 분야에서 어떤 논점에 대한 사람들의 태도와 의견을 측정하기 위해 널리 사용된다. 또한 범주형 척도들은 의학 및 보건학 분야에서도 많이 이용된다. 예를 들면, 수술 후 환자의 생존 여부(예, 아니오), 상처의 증상 정도(괜찮음, 약간, 보통, 심각함) 그리고 병의 단계(초기, 중기, 말기)등을 측정하는데 사용된다.

범주형 변수들은 사회과학, 의학 및 보건학 분야뿐만 아니라 그 외 다른 분야에서도 널리 사용된다. 범주형 변수들이 많이 사용되는 또 다른 분야는 행동과학(예, 정신 질병의 진단을 위한 범주: 정신분열증, 우울증, 노이로제), 공중보건학(예, AIDS로 인해 콘돔의 사용이 증가하는지에 대한 범주: "예", "아니오"), 동물학(예, 악어의 먹이 선택에 대한 범주: 물고기, 무척추동물, 파충류), 교육학(예, 시험 문제에 대한 학생의 응답에 대한 범주: "맞음", "틀림") 그리고 마케팅 분야(예, 생산품의 세 가지 상표 중에서 소비자의 선호도에 대한 범주: "상표 A", "상표 B", "상표 C")등이다. 또한 기술적 분야인 엔지니어링분야나 품질관리 분야에서도, 어떤 품목이 표준에 적합한 지의 여부를 분류할 때도 범주형 변수들이 사용된다.

범주형 변수들에 대하여 두 가지 형태의 측정 척도가 있다. 범주형 척도들이 자연스럽게 순서를 갖는 경우가 많은데, 예를 들면 유산의 합법성에 대한 태도를 조사했을 때 그 반응이 (모든 경우에 반대, 특정한 경우에만 찬성, 모든 경우에 찬성)으로 나타나고, 회사의 재고 수준을 평가했을 때 결과가 (너무 낮다, 적절하다, 너무 높다)로 나타나게 된다. 또한 의학 치료에 대한 반응이 (우수, 양호, 보통, 나쁨)으로 나타나고, 환자가 정신질환을 앓고 있는지에 대한 진단 결과가 (확실함, 그럴 것 같음, 아닌 것 같은, 아님)등으로 나타나는 경우이다. 이와 같이 범주들간에 순서척도가 있는 범주형 변수들을 순서형 변수라고 부른다.

순서가 없는 범주형 변수를 명목형 변수라고 부른다. 예를 들어 종교를 (카톨릭, 유대교, 신교, 기타)로 구분하고, 교통수단을 (오토바이, 자전거, 버스, 지하철, 도보)로 구분하며 좋아하는 음악을 (고전, 컨트리, 포크, 재즈, 록)으로 구분하고, 거주지를 (아파트, 콘도, 주택, 기타)등으로 구분했을 때 이들 범주들 간에는 아무런 순서가 존재하지 않음을 알 수 있다.

명목형 변수들에 있어서, 범주를 나열하는 순서는 의미가 없다. 또한 명목형 변수에 대한 통계적 분석 방법들은 범주가 어떻게 나열되는지에 관계없이 같은 결과를 제공해야 한다. 그러나, 순서형 변수에 대한 분석방법들은 범주의 순서를 이용하

게 되므로, 범주를 낮은 데서 높은 순서대로 혹은 반대로 높은 데서 낮은 데로 나열하여 분석하면 문제가 없지만, 순서를 임의로 바꾸게 되면 분석 결과가 다르게 된다.

순서형 변수의 분석을 위해 제안된 방법은 순서 정보를 갖고 있지 않는 명목형 변수의 분석에는 사용할 수 없다. 그러나 명목형 변수에 대한 분석 방법은 범주의 척도만을 요구하므로 명목형 또는 순서형 변수의 분석에 모두 사용할 수 있다. 하지만 이 경우에도 순서에 대한 정보를 이용하지 않기 때문에 검정력에서 많은 손실을 볼 수 있다. 그러므로 실제 척도에 적절한 방법을 적용하는 것이 바람직하다.

범주형 변수는 흔히 몸무게, 나이, 수입, 체포된 회수 등과 같은 양적 변수 와 구별하기 위해 질적 변수로 부르기도 한다. 그러나 때때로 순서형 자료들을 범주들에 일정한 score를 할당하여 양적인 자료의 형태로 다루는 것이 유익할 때도 있다.

모든 변수는 각기 고유의 척도를 가지지만 분석 과정에서 변수의 형태를 변환시키면 그 척도도 달라지며, 이 때, 적용해야 할 통계학적 분석법도 따라서 새로 변형된 변수의 척도에 맞게 달라져야 한다. 예를 들어 연령은 12세, 13세, … 등의 연속적인 고유의 값을 가지는 것으로 비 척도(ratio scale)에 해당되는 값이다. 그러나, 자료를 분석하는 과정에서는 연구의 목적에 따라 연령을 ~9세, 10~19세, … 등의 범주로 변수를 변환하게 되는데 이런 경우에는 원래의 연속적인 비 척도가 순위 척도(ordinal scale)로 바뀌게 된다. 즉 해당 변수의 원래의 척도에 상관 없이 분석과정에서 가지는 변형된 변수의 척도에 따라 통계학적 분석법이 결정된다는 뜻이다.

Ⅲ. 범주형자료에 대한 검정방법

범주형 자료는 반응범주에서 관찰되는 빈도수로 구성된다. 두 개의 범주형 변수 X와 Y에서 X는 I개의 수준을 , Y는 J개의 수준을 갖는다. X의 범주는 I개의 행을 나타내고 Y의 범주는 J개의 열을 나타내는 IJ개의 조합들로 이루어진다. 표의 모든 칸(cell)들은 IJ개의 가능한 결과를 표현한다. 표의 칸에 빈도수를 나타낸 표를 분할표(contingency table)라 한다. 두 변수들을 교차분류하는 분할표를 이원분할표(two-way table), 세 개 변수를 교차분류하는 경우 삼원표등으로 부른다. I개의 행과 J개의 열을 갖는 이원표를 $I \times J$표라 한다.

의학 및 보건학 분야의 연구에서는 수집된 자료가 2×2 table의 형태로 요약되는 경우가 흔치 않다. 역학적 연구의 결과 변수인 질병발생은 '환자군 및 대조군' 혹은 '사망의 발생 및 미발생'으로 요약되어 이분성 변수가 되는 것이 일반적이지만, 반면에 독립변수인 '요인에의 폭로여부'는 대개의 경우 연속변수이거나 아니면 다항으로 분류되는 순위변수가 되기 때문이다.

그럼에도 불구하고 역학적 자료분석론에서 가장 기본이 되는 분석법이 '2×2 table'의 형태로 요약된 자료에 대한 이분성 자료분석법이다. 연관성 분석은 대부분의 다변량 통계 분석에서 핵심적 위치에 있으며, 이원분할표에서 비율의 차이 및 비율의 비를 분석하는 방법으로는 오즈비(odds ratio)가 있으며, 그 외 일반적인 $I \times J$표에서의 분석에 있어서는 카이제곱검정법이나 우도비검정법이 많이 사용된다.

$$S^2 = \frac{\sum (o_{ij} - e_{ij})^2}{e_{ij}} \approx \chi^2(\mathrm{df})$$

χ^2-검정법은 계산이 간편하고 그 적용범위가 넓어서 매우 유용하게 사용되고 있는 방법이다. 그러나, 전체 관찰대상의 수가 클수록, 줄(row)의 수와 칸(column)의 수가 많으면 많을수록, 즉, 자유도의 값이 클수록, 위험요인과 질병과의 관련성이 강하면 강할수록, 그리고 특정칸의 기대값이 매우 작을 경우에 χ^2-값은 커진다. 역설적으로 말하면 어떤 통계학적 검정에서 유의성을 보장받

<Table. 1> *Presence or absence of congenital sex organ malformation categorized by alchol consumption of the mother*

	Alchol consumption(average#drinks/day)				
Malformation	0	< 1	1~2	3~5	>= 6
Absent	17,066	14,464	788	126	37
Present	48	38	5	1	1
Total	17,114	14,502	793	127	38

출처 : B. I. Graubard and E. L. Korn, *Biometrics* 43 : 473 (1987)

기 위해서는 표본의 수를 무작정 늘리기만 하면 된다.

H_0을 검정하기 위한 또 다른 통계량은 유의성검정에 대한 우도비 방법을 이용한 통계량이다. 이 검정법은 먼저 H_0이 참일 때 우도함수를 최대화시키는 모수값을 결정한다. 다음으로 H_0에 관계없이 일반적인 상황에서 우도함수를 최대화시키는 모수값을 결정한다.이차원 분할표에서 이 검정통계량은 다음 식과 같이 간단하게 정리된다.

$$G^2 = 2\sum n_{ij}\log\left(\frac{n_{ij}}{\mu_{ij}}\right)$$

이 G^2 통계량을 우도비 카이제곱 통계량이라고 부른다. Pearson 통계량처럼 G^2는 모든 i, j에 대하여 $n_{ij} = \mu_{ij}$일 때 최소값 0을 가지며 G^2 값이 클수록 H_0를 기각할 수 있는 강력한 증거를 보여준다.

비록, Pearson χ^2와 우도비 G^2가 서로 다른 검정통계량이지만 많은 성질을 공유하고 있으며 대개는 동일한 결론을 갖는다. H_0이 참이고 표본칸도수가 클 때 두 통계량은 같은 카이제곱분포를 따르고 수치적으로 매우 유사한 값을 갖는다.

다른 유의성검정과 같이 카이제곱독립성검정도 심각한 제한점이 있는데 그것은 이 검정이 단순히 연관성의 정도만을 나타낸다는 것이다. 이것을 통하여 자료에 관한 모든 의문점에 대해 답을 찾아내는 것은 적합하지 않다. 따라서 이 검정의 결과에만 의존하지 말고 연관성의 성질을 연구해야 한다. 이를 위하여 카이제곱 통계량을 분할하고, 잔차를 연구하고, 연관성의 정도를 나타내는 오즈비와 같은 모수를 추정하는 것이다.

χ^2과 G^2검정은 자료의 유형에 따라 제한을 받는데, 예를 들면 이들의 대표본근사를 이용하기 위해서는 표본크기에 대한 조건이 만족되어야 한다.

χ^2나 G^2를 계산하는 데 있어서 $\left\{\widehat{\mu_{ij}} = \frac{n_{i+}n_{+j}}{n}\right\}$는 열과 행들의 주변합에 의존하지만 열과 행들이 나열된 순서와는 상관이 없다. 따라서, χ^2나 G^2은 열과 행을 임의대로 다시 나열하더라도 통계량값들은 변하지 않는다. 이는 이 검정법들이 두 변수의 범주를 명목적인 것으로 다룬다는 의미이다. 따라서, 만약 순서형인 두 변수에 대한 독립성검정을 하기 위해 이 검정통계량을 사용하게 되면 정보를 어느 정도 무시하게 되는 것이다. 일반적으로 한 변수 혹은 두 변수 모두가 순서형일 때, 검정력이 더 뛰어난 방법들이 존재한다.

<Table 1>의 경우와 같이 행 또는 열이 순서형일 때는 순서적인 개념을 활용하는 검정통계량을 사용하는 것이 더 적절하다.

행변수 X와 열변수 Y가 순서형일 때 흔히 추세 연관성(trend association)이 존재한다. 즉, X의 수준이 증가할 때 Y의 반응수준이 높아지거나 감소하는 경향이 있다. 이런 경우에 하나의 모

$$r = \frac{\sum_{i,j} u_i v_j n_{ij} - \frac{(\sum_i u_i n_{i+})(\sum_j u_j n_{+j})}{n}}{\sqrt{\left[\sum_i u_i^2 n_{i+} - \frac{(\sum_i u_i n_{i+})^2}{n}\right]\left[\sum_j v_j^2 n_{+j} - \frac{(\sum_j v_j n_{+j})^2}{n}\right]}}$$

<Table. 2> Pearson 교차적률 상관계수

수를 사용하여 이와 같은 순서형 추세연관성을 설명할 수 있다. 가장 일반적인 분석방법은 범주 수준에 score를 할당하여 선형추세(linear trend)나 상관관계를 측정하는 것이다.

$u_1 \le u_2 \le \cdots \le u_I$를 행score라고 하고 $v_1 \le v_2 \le \cdots \le v_J$를 열score라고 하자. 이 score는 범주의 수준과 같은 순서를 갖는 단조점수(monotone score)이다 이 score는 범주 사이의 거리를 나타내며 범주들 사이의 거리가 크면 범주들이 서로 더 멀리 떨어진 것으로 간주한다.

발생도수 n_{ij}를 가중치로 사용하여 구한 score의 교차곱 $u_i v_j$의 합은 $\sum_{i,j} u_i v_j n_{ij}$이며 이 가중교차합은 변수 X와 Y의 공분산과 연관되어 있다. 이 score를 사용하여 X와 Y사이의 Pearson 교차적률(cross moment) 상관계수를 구하면 아래 <Table 2> 이며 이 값은 가중교차합을 표준화시킨 것이다. 이 방법은 각각의 개체에 대하여 행과 열에 score를 입력하여 계산할 수 있다. 상관계수 r의 값은 -1과 1사이이며, 두 변수들 사이의 독립성은 이 상관계수의 참값이 0이라는 것을 의미한다. 상관계수의 절대값이 클수록 자료가 독립성으로부터 선형적으로 멀어지는 것을 나타낸다.

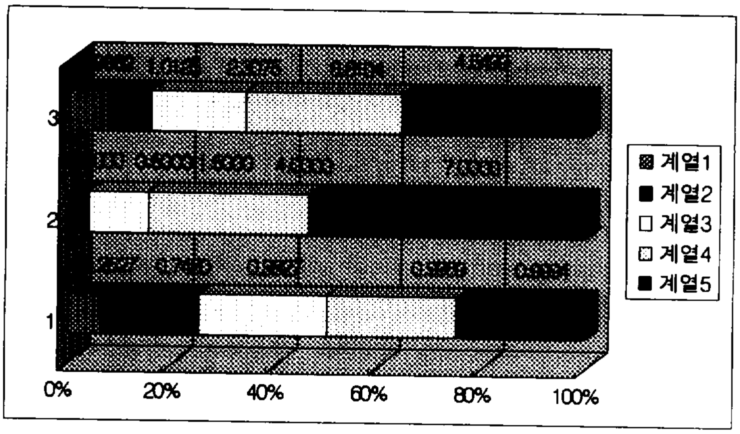
상관계수의 참값이 0이라는 독립성가설과 상관계수의 참값이 0이 아니라는 양측 대립가설을 검정하기 위한 검정통계량은

$$M^2 = (n-1)r^2$$

이다. 이 통계량은 표본상관계수 r의 크기가 증가하고 표본크기 n이 증가하면 함께 증가한다. 또한 표본크기가 크면 이 통계량은 근사적으로 자유도 $df=1$인 카이제곱의 분포를 따른다. 이 통계량이 큰 값을 가지면 χ^2와 G^2와 같이 독립성을 반증하며 이 때의 P-값은 관측값의 오른쪽 꼬리부분의 확률이 된다. 또한 $M=\sqrt{n-1}\,r$은 근사적으로 표준정규분포를 따른다. 이 통계량은 두 변수 사이에 상관관계의 방향성까지 함께 나타내는 단측대립가설에 적용할 수 있다.

	Alchol consumption (average# drinks/day)				
	0	<1	1~2	3~5	>=6
Midpoints	0	0.5	1.5	4.0	7.0
			P-value = 0.01037		
Midranks	8557.5	24,365.5	32,013.0	32,473.0	32,555.5
			P-value = 0.55330		
Equally spaced	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0
			P-value = 0.17639		

<Table. 3> *Alternative scoring systems for column categories with exact one-sided P-values*



<Fig. 1> score 척도간 간격의 비교

M^2검정은 변수들을 대칭적으로 간주한다. 즉, $I\times J$표에서 열과 행을 바꾸고 score도 바꿔서 구한 $J\times I$표로부터도 동일한 M^2의 값을 얻게 된다.

Ⅳ. 추세검정을 위한 Score 선택법

1. 순위변수의 추세검정

임상적 혹은 실험적 연구에서도 흔히 볼 수 있는 자료의 하나는 종속변수는 이분성 명목척도인데 독립변수(위험요인)는 2개 이상의 범주를 가지면서 순서의 개념을 가지고 있는 순위변수로 구성된 $2\times J$테이블이다.

추세에 대한 검정의 방법으로는 폭로의 위험에 대한 위험률의 증가에 대한 귀무가설의 판정으로 Cochran-Armitage-Mantel(CAM)이 많이 사용되어져 오고 있으며, 특히나 순서형 범주를 갖는 $2\times K$ 분할표의 경우에는 행score를 많이 쓰고 있다.

일반적으로 순서형 분할표인 경우에는 범주내에 score를 갖고 있지 않은 경우와 모든 범주가 score를 갖고 있는 경우, 행score의 마지막 범주에서 score를 갖고 있지 않은 경우(open-ended category)로 나눌 수 있다.

첫 번째의 경우는 순서형 범주의 행score로서 등간격의 score인 정수값(midrank)을 사용할 수 있으며, 두 번째인 경우에는 행범주의 score(midpoint)를 사용할 수 있다.

2. Score 선택법

대부분의 자료에서 score의 선택은 결과에 영향을 거의 미치지 않는다. 여러 유형의 단조점수들은 유사한 결과를 보여준다. 그러나 자료가 매우 불균형한 경우, 즉, 어떤 범주들이 다른 범주보다 더 많은 관측값을 가지고 있을 때 결과는 달라진다.

score를 선택하지 않고 검정할 수 있는 방법은 자료로부터 자동적으로 score를 계산하는 방법이다. 즉, 각 관측개체에 순위를 매긴 후에 그 순위를 범주 score로 사용하는 방법이다. 한 범주에 속한 모든 개체들에 대하여 동일한 score를 사용하는데 이 score는 전체 개체에 매겨진 1부터 n까지의 순위 중에서 그 범주에 속하는 개체들의 순위의 평균값이 된다. 이 score를 중간순위(midranks)라고 부른다.

이 방법은 van Elteren(1960)이 "Wilcoxon rank sum test"를 인용하여 다음과 같이 식을 정의하였다.

$$a_j=\frac{2\left(\sum_{k=1}^{j} n_{+k}\right)-n_{+j}+1}{2(n+1)}$$

이 때, a_j는 0과 1 사이에 존재하게 되나 그 결과는 중간순위를 사용했을 때와 동일한 결과를 갖게 된다. 위 식을 modified ridit scores라 하여 SAS 프로그램의 옵션으로 사용하여 만들 때 만들 수 있는 식이다.

상대적으로 적은 관측값들을 가진 서로 인접한 범주들은 서로 유사한 중간순위들을 갖게 된다.

<Table. 4> 난수를 이용한 score의 분석 결과

No	0	< 1	1~2	3~5	>= 6	r	M^2	p-value
1	0.9862	1.0125	2.3075	3.8104	4.5499	0.0168	9.1463	0.0025
2	0.9485	1.0745	2.1236	3.1467	4.4146	0.0165	8.9134	0.0028
3	0.9537	1.0221	2.7384	3.7775	4.8297	0.0164	8.7993	0.0030
4	0.9452	1.1721	2.5950	3.9773	4.6264	0.0151	7.4497	0.0063
5	0.7634	1.0191	2.5134	3.4581	4.1807	0.0146	6.9842	0.0082
6	0.8613	1.1363	2.2243	3.7106	4.5976	0.0146	6.9680	0.0083
7	0.7957	1.0702	2.8906	3.9567	4.3030	0.0144	6.7528	0.0094
8	0.0000	0.5000	1.5000	4.0000	7.0000	0.0142	6.5700	0.0100
9	0.7563	1.1313	2.8977	3.3053	4.7369	0.0139	6.2786	0.0122
10	0.7314	1.0569	2.3352	3.5027	4.0821	0.0137	6.1390	0.0132
11	0.6765	1.0986	2.9139	3.3532	4.7811	0.0135	5.9704	0.0145
12	0.7184	1.1447	2.6214	3.7182	4.8642	0.0135	5.8947	0.0152
13	0.7193	1.0999	2.6697	3.3944	4.0684	0.0132	5.6857	0.0171
14	0.9971	1.3540	2.8953	3.0044	4.0907	0.0131	5.5697	0.0183
15	0.6492	1.1345	2.7660	3.2111	4.6803	0.0127	5.2906	0.0214
16	0.4881	1.0007	2.2841	3.2917	4.7534	0.0124	5.0281	0.0249
17	0.8853	1.3009	2.4619	3.6823	4.0424	0.0123	4.9306	0.0264
18	0.6271	1.1021	2.3001	3.3681	4.3988	0.0123	4.9103	0.0267
19	0.9522	1.4428	2.5584	3.9218	4.8989	0.0122	4.8356	0.0279
20	0.7603	1.2150	2.1061	3.6035	4.5769	0.0121	4.7825	0.0288
21	0.6155	1.1910	2.8132	3.1421	4.8842	0.0120	4.6980	0.0302
22	0.5647	1.0720	2.5839	3.2859	4.0608	0.0120	4.6619	0.0308
23	0.9100	1.4974	2.8230	3.9851	4.9943	0.0116	4.3502	0.0370
24	0.6695	1.2275	2.3124	3.5104	4.7092	0.0114	4.2607	0.0390
25	0.3462	1.0195	2.2537	3.4938	4.9480	0.0110	3.9771	0.0461
26	0.8327	1.4593	2.8095	3.2558	4.7418	0.0108	3.8279	0.0504
27	0.3935	1.1856	2.9449	3.7023	4.6944	0.0105	3.5825	0.0584
28	0.9617	1.4624	2.0140	3.3214	4.6150	0.0104	3.5444	0.0597
29	0.8704	1.4943	2.7544	3.1404	4.2253	0.0101	3.3457	0.0674
30	0.9912	1.7144	2.9146	3.4798	4.9763	0.0098	3.1073	0.0779
31	0.8215	1.5177	2.7793	3.0848	4.4596	0.0097	3.0650	0.0800
32	0.8352	1.4945	2.4245	3.4609	4.4204	0.0095	2.9682	0.0849
33	0.7616	1.5102	2.5272	3.4715	4.8988	0.0094	2.8965	0.0888
34	0.3173	1.1031	2.1879	3.0961	4.4033	0.0092	2.7649	0.0964
35	0.8459	1.4742	2.1484	3.0714	4.5139	0.0092	2.7448	0.0976
36	0.2685	1.1961	2.7276	3.9876	4.3415	0.0092	2.7338	0.0982
37	0.5226	1.3255	2.3271	3.0138	4.9536	0.0091	2.6922	0.1008
38	0.8479	1.4690	2.0746	3.2751	4.4426	0.0091	2.6904	0.1010
39	0.4467	1.3139	2.4610	3.4962	4.8462	0.0090	2.6579	0.1030
40	0.8722	1.5301	2.2806	3.6157	4.2435	0.0090	2.6221	0.1054
41	0.9701	1.6853	2.4159	3.7800	4.8920	0.0090	2.6165	0.1058
42	0.5122	1.4357	2.8681	3.5159	4.6606	0.0089	2.5600	0.1096
43	0.5912	1.3065	2.2260	3.0673	4.0562	0.0088	2.5198	0.1124
44	0.7820	1.5441	2.4762	3.7942	4.3873	0.0088	2.5034	0.1136
45	0.7153	1.4051	2.0168	3.0558	4.5766	0.0086	2.4307	0.1190
46	0.6232	1.5544	2.8360	3.6220	4.8518	0.0086	2.4276	0.1192
47	0.2269	1.1538	2.4319	3.4891	4.2408	0.0086	2.4014	0.1212
48	0.3607	1.2061	2.0121	3.2472	4.7330	0.0085	2.3301	0.1269
49	0.7233	1.6357	2.9132	3.1120	4.7601	0.0084	2.2716	0.1318
50	0.6177	1.5363	2.6859	3.5401	4.6246	0.0083	2.2378	0.1347

3. 개선된 score선택법에 의한 score검정

순위변수를 갖는 $2 \times K$ 분할표의 개선된 score test의 방법은 앞에서 기술한 바와 같이 χ^2검정이나 우도비검정의 경우에는 주어진 분할표를 명목형변수로 취급하기 때문에 순서의 특징을 나타내지 못한다. 그러나, M^2인 경우에는 행score를 어떻게 부여하느냐에 따라 척도가 달라지는 특징을 가지고 있다.

따라서, 여러 가지 방법으로 score를 부여하여 보았으나, 표본수를 고려한 행score를 직관적으로 부여할 때 최적의 결과를 만들어낼 수 있었으며, 기존의 방법들이 행 score간의 간격의 비에 따라 최적의 p-value를 만들어내는 데 착안하여, 범주간의 최적의 거리를 찾아낼 수 있도록 하는 데 초점을 맞추었다.

시뮬레이션의 방법은 먼저 등간격(Equally spaced)의 범주척도를 부여한 다음, 등간격의 score를 기준으로 난수를 발생시켜 나가는 데 있다. 난수 발생의 방법은 범주척도의 각 구간에 대하여 동일확률의 구간을 만들어 낼 수 있도록 MATLAB에 내장되어 있는 Uniform 난수를 사용하였으며, $2 \times J$ table인 경우에는 J개의 난수를 발생시켜 난수가 만들어질 때마다 동시에 J개의 범주척도에 대하여 상관계수 r를 계산하고 동시에 M^2와 p-value를 계산한다.

V. 결 론

기존의 범주형 자료 분석에서 순서형 변수에 대한 반응변수를 다루는 경우에는 분할표내에서의 범주에 대한 score를 활용한 검정의 방법을 찾기 위해 여러 가지 시도를 하게 되었다.

그 방법으로는 순서형변수를 갖는 경우에는 rank를 사용하거나 등간격의 score를 사용하기도 하였으며, 가장 일반적인 경우 범주척도가 행score를 갖고 있는 경우에는 행score를 기준으로 새로운 척도(midrank, midpoint)를 산출하여 검정을 하기도 하였다.

χ^2나 G^2검정인 경우에는 주어진 자료를 명목형 변수로 취급, 순서형 변수를 전혀 고려하지 않은 결과를 만들어 낸다, M^2검정인 경우에는 순서형 변수를 고려한 행score를 사용하여 보다 정밀한 p-value를 찾을 수 있다. 이 때, 여러 가지 방법으로 score를 변경시키면서 p-value를 비교하여 보았다.

그 결과 기존의 방법들은 범주간의 표본수에 대한 자료간의 거리를 고려한 결과를 보여주었으며, 이에 착안하여 각 범주간의 효과적인 거리의 비를 산출할 수 있도록 난수를 사용하는 방법을 택하게 되었다.

따라서, Uniform 난수를 사용한 일반화된 방법을 찾아내어 최적의 p-value를 만들어 낼 수 있었으며, 귀무가설을 기각할 수 있는 보수적인 임계치의 기각역을 구할 수 있게 되었다.

VI. 참 고 문 헌

[1] 구자성 (1988) "종속적인 자료에 대한 기수비(odds ratio)의 추정에 관한 연구" 연세대대학원 석사

[2] 김성태 (1986) "난수와 그 응용" 동아대학교 교육대학원 수학교육전공 석사

[3] 김정문 (1995) "2차 정방형 분할표 대칭 검정 통계량의 검정력 연구" 연세대학교 대학원 응용통계학과 석사

[4] 박경희 (1986) "Odds Ratio의 이론적 특성 및 그 활용범위에 대한 연구" 서울대학교 보건대학원 보건학석사

[5] 박태성 · 이승연 (1998) 『범주형자료분석개론』 서울:자유아카데미.

[6] 유근영 (1996) 『의학-보건학을 위한 범주형자

료 분석론』 서울:서울대학교출판부.

[7] 윤미숙 (1991) "범주형자료분석의 모형적합에 관한 연구" 중앙대학교 대학원 통계학과 수리통계학석사

[8] 정광모 · 최용석 (1999) 『SAS를 활용한 범주형자료분석』 서울:자유아카데미.

[9] 최완식 (1994) 『난수발생기 "RANDU"와 "DRAND" 에 관한 분석 및 그것을 위한 일반 도구 컴퓨터 프로그램 개발』 대한공업교육학회지 제19권 제1호 80-90

[10] 허명회 (1992) 『비교연구를 위한 통계적방법론』 서울:자유아카데비.

[11] Agresti (1990). Categorical Data Analysis, New York: Willy.

[12] Armitage, P. (1955). Tests for linear trends in proportions. Biometrics 11, 375-389.

[13] Cochran, W. G. (1954). Some methods for strengthening the common chi-square tests. Biometrics 10, 417-451.

[14] Cox, D. R. and Hinkley, D. V. (1974). Theoretical Statistics. New York: Chapman and Hall.

[15] D. J. Best and J. C. W. Rayner and L. G. Stephens (1998). Small-sample comparison of McCulla호 and Nair analysis for nominal-ordinal categorical data. Computational Statistics & Data Analysis 28 (1998) 217-223.

[16] Graubard, B. I. and Korn, E. L. (1987). Choice of column scores for testing independence in ordered $2 \times K$ contingency tables. Biometrics 43, 471-476.

[17] Kendall, M. G. (1948) Rank correlation methods. London: Griffin.

[18] Kimeldorf, G., Sampson, R. A., and Whitaker, L. R. (1992). Min and max scoring for two-sampled ordinal data. Journel of the American Statistical Association 87, 241-247.

[19] Kruskal, W. H. and Wallis, W. A. (1952). Use of ranks in one-criterion analysis of variance. J. Amer. Statist. Ass., 47, 583-621.

[20] Maclure, M. and Greenland, S. (1992). Tests for trend and dose response: Misinterpretations and alternatives. American Journel of Epidemiology 135, 96-104

[21] Markus Neuhäuser and Ludwig A. Hothorn (1999). An exact Cochran-Armitage test for trend when dose-response shapes are a priori unknown. Computational Statistics & Data Analysis 30 (1999) 403-412.

[22] Maura E. Stokes, Charles S. Davis and Gary G. Koch (1995). Categorical Data Analysis Using the SAS System

[23] Shiva Gautam. (1997). Test for linear trend in $2 \times K$ ordered tables with open-ended categories. Biometrics 53, 1163-1169.

[24] Silvapulle, M. J. and Sivapulle, P. (1995). A score test against one-sided alternatives Journel of the American Statistical Association 90, 342-349

[25] Qing Liu (1998). An Order-Directed score test for trend in ordered $2 \times K$ tables. Biometrics, September 1998

[26] Yoo K. Y. (1990). A review of test for trend: score tests and likelihood ratio tests using linear logistic model and log-linearmodel with computer programs. Korean J Epidemiol 1990; 12(2): 115-30.