TGT 협동학습을 통한 수열의 지도

김도현*, 이경언**

목 차

Ⅰ. 고등학교 수학에서 수열 학습의 실태와 중요성

고등학교에서 수열(sequence)은 "어떤 규칙에 따라 수를 차례로 나열한 것"으로 도입하기 때문에 학생들은 수의 나열이라는 측면에서만 수열을 인식하는 경향이 있다. 그러나 수열의 일반항을 a_n 이라 할 때, 수열은 정의역을 자연수 전체의 집합 N , 공역을 실수 전체의 집합 R 로 하는 함수 $f: N \rightarrow R$, $f(n) = a_n$ 이며, 학생들에게 이런 점을 강조할 필요가 있다. 이러한 점에 대하여 교육과정 해설서의 지도상의 유의점에서도 수열의 학습에서 자연수와의 대응을 구체적으로 생각하도록 지도한다고 명시하고 있다. 이를 강조하지 않는 경우에 학생들은 수열의 일반항을 구하거나 특정한 항의 값을 구하는 문제를 해결할 때, 각각의 항과 그 항의 값들 사이의 관계를 동시에 살펴봐야 하는데 학생들은 항에 대해서는 고려하지 않고 나열된 값에만 집중하여 일반항을 구하거나 특정한 항의 값을

* 제주대학교 수학교육과 교수
** 한국교원대학교 수학교육과 박사과정

구하는데 어려움을 보이는 경우가 많다.

또한 수열의 학습은 이후의 극한과 연속, 미분과 적분 학습의 출발점으로 이후의 학습을 위한 기초 단원이 되므로, 지도에서 주의를 요한다. 특히, 극한의 학습에서는 수열의 일반항을 구하는 것이 문제해결의 기초가 되므로 다양한 수열에 대한 규칙을 일반항으로 표현해보는 경험이 필요하다.

수열 단원의 내용은 학생들에게 발견의 기회를 제공할 충분히 많은 소재와 문제를 포함하고 있어서 학생들의 흥미를 갖고 학습하기에 적절한 단원이라고 할 수 있다. 또한 다양한 문제를 통해 학생들의 탐구력과 문제해결력을 신장시키기에 좋은 문제를 많이 포함하고 있다. 그러나, 수열이라는 것이 "어떤 규칙에 따른 수들의 나열"이라는 측면에서 도입되므로 간혹 수업이 교사 중심으로 진행되어 교사가 먼저 일련의 규칙들을 제시하고, 그러한 규칙을 발견하는 방법을 설명한 후에 학생들은 기계적으로 학습한 규칙을 적용해보는 수준의 학습에 머무를 가능성이 많은 단원이다.

이러한 교사 중심의 전달식 수업은 학생들에게 진정한 탐구의 기회를 제공해주지 못하며, 수학하는 경험, 즐거움을 빼앗아 버리게 된다고 생각한다. 브루소(Rrousseau)의 교수학적 변환론의 관점에서 이를 살펴본다면, 이는 공식화된 지식의 논리적 표현에만 의존하는 교수 현상, 즉 수학적 지식의 형식적 측면만을 연습시키는 '형식적 고착(formal abidance)'의 측면이라 할 수 있다. 이러한 접근 방법은 수학적 지식에 대한 학생 나름대로의 설명과 이해를 시도할 기회를 박탈하게 함으로써 수학적 지식의 의미를 되새겨볼 수 없게 하며, 학생들과는 괴리된 의미 없는 기호만을 기억하게 할 수 있다. 또한, 조심해야할 극단적 교수현상으로 '토파즈 효과(Topaze effect)를 생각할 수 있다. 이는 교사 중심의 설명식 수업에서 주어진 수학적 기호나 지식을 이용하여 문제를 해결하는 과정에서 나타나는 여러 가지 장애 요소를 학생들 스스로 해결하는 경험을 해야 하는데, 이러한 장애 요인을 해결하는 방법을 교사의 설명이나 결정적인 힌트를 통해 해결하게 됨으로써, 실제 학습의 주체인 학생들은 깊이 사고하지 않고도 문제해결에 이를 수 있다. 수열의 학습에서 특정한 형태의 해법을 찾는 방법 등을 공식화해서 가르친다거나 주어진 수열의 규칙의 결정적 측면을 힌트로 제공함으로써 결국 학생들의 학습 기회를 빼앗는 결과를 초래할 수 있다. 결국, 수열의 학습에서 암기한 공식을 적용하여 기계적으로 일반항을 구하고, 합을 구하는 수업보다는 학생 스스로 규칙을 탐구하고 규칙을 일반적인 형태로 표현하는 경험을 통해 수열의 의미를 더욱 잘 이해할 수 있는 수업 형태가 필요하다고 할 수 있다.

이런 점을 고려하여, 먼저 수열과 관련된 기존의 연구를 분석하여 수열의 학습에서 학생들이 갖는 어려움과 오개념을 정리한다. 그 후에 학생들이 갖는 어려움과 오개념을 해결할 수 있는 방안으로 제시되고 있는 여러 가지 교수 자료 및 소재를 살펴보고, 교사 중심의 설명식 수업의 단점을 보완할 수 있는 협동 학습 모형 중 하나인 토너먼트게임식 팀학습

(TGT, Team Games Tournament) 방법을 통한 수열의 지도를 살펴본다.

Ⅱ. 교육과정과 교과서에서의 수열

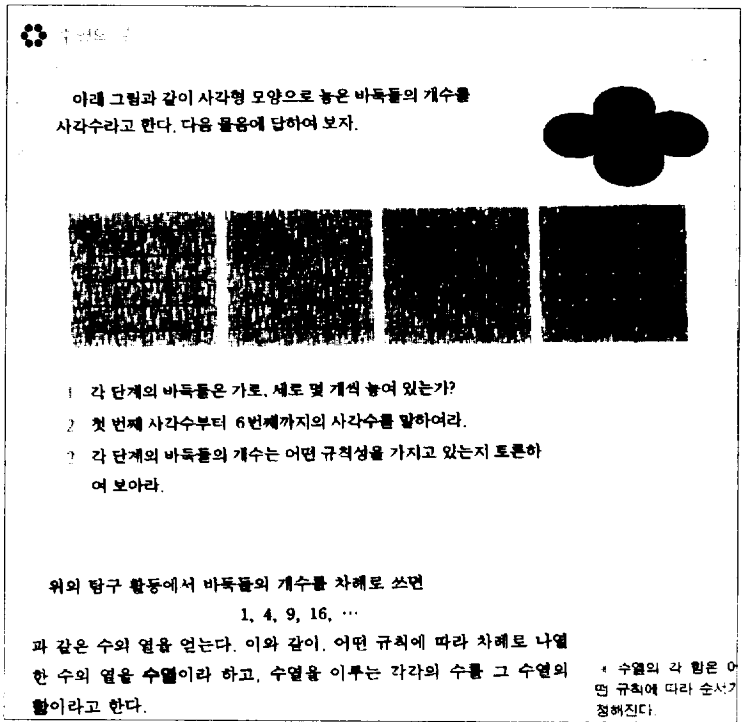
제7차 수학과 교육과정에서 수열은 <수학Ⅰ>에서 도입된다. <수학Ⅰ>에서는 수열을 도입하여 등차수열과 등비수열을 비롯한 여러 가지 수열을 다루고, 이어서 수학적 귀납법, 알고리즘과 순서도를 다룬다. 또한 무한 수열의 극한과 무한급수의 합을 구하고 무한 등비급수를 활용하는 여러 가지 문제를 다룬다. <수학Ⅱ>에서는 <수학Ⅰ>에서 다룬 수열의 극한에 연이어 함수의 극한과 연속성을 다루고, 이를 통해 미분을 도입하는 기초를 마련한다.

교육과정 상의 수열관련 내용의 지도 계열과 수열 단원의 내용을 정리하면 다음 <표 1>과 같다.

<표 1> 수열 관련 내용 체계

과목명	영역	단원	지도 내용
수학 Ⅰ	대수	수열	· 등차수열과 등비수열 · 여러 가지 수열 · 수학적 귀납법 · 알고리즘과 순서도
	해석	수열의 극한	· 무한수열의 극한 · 무한급수
수학 Ⅱ	해석	함수의 극한과 연속성	· 함수의 극한 · 함수의 연속성
		다항함수의 미분법	· 미분계수 · 도함수 · 도함수의 활용
		다항함수의 적분법	· 부정적분 · 정적분 · 정적분의 활용
미분과 적분	해석	함수의 극한	· 삼각함수의 극한 · 지수함수와 로그함수의 극한
		미분법	· 여러 가지 함수의 미분법 · 도함수의 활용
		적분법	· 부정적분 · 정적분 · 정적분의 활용

이어서 고등학교 <수학Ⅰ> 교과서에서 수열을 도입하는 방법과 정의를 살펴보면 다음과 같다.



아래 그림과 같이 사각형 모양으로 놓은 바둑돌의 개수를 사각수라고 한다. 다음 물음에 답하여 보자.

1 각 단계의 바둑돌은 가로, 세로 몇 개씩 놓여 있는가?
2 첫 번째 사각수부터 6번째까지의 사각수를 말하여라.
3 각 단계의 바둑돌의 개수는 어떤 규칙성을 가지고 있는지 토론하여 보아라.

위의 탐구 활동에서 바둑돌의 개수를 차례로 쓰면

1, 4, 9, 16, ⋯

과 같은 수의 열을 얻는다. 이와 같이, 어떤 규칙에 따라 차례로 나열한 수의 열을 **수열**이라 하고, 수열을 이루는 각각의 수를 그 수열의 **항**이라고 한다.

* 수열의 각 항은 어떤 규칙에 따라 순서가 정해진다.

<그림 1> 수열의 도입1 (수학Ⅰ, (주)중앙교육진흥연구소)

<그림 1> (주)중앙교육진흥연구서 <수학Ⅰ> 교과서를 보면, 바둑돌과 바둑판이라는 구체물을 이용하여 실제 바둑돌을 놓는 상황을 탐구한 후에, 수열을 "어떤 규칙에 따라 차례로 나열한 수의 열"이라고 정의하고 있다. 또 <그림 2> (주) 천재교육의 <수학Ⅰ> 교과서를 살펴보면 실제 일정한 규칙에 따라 수를 나열하도록 한 후에, 이를 기초로 수열을 "어떤 규칙에 따라 차례로 나열된 수의 열"이라고 직관적으로 정의하고 있다.

▶ 수열의 뜻을 알아보자.

1에서 시작하여 차례로 2를 더하여 얻어지는 수를 나열하면 다음과 같은 수의 열을 얻는다.

$$1, 3, 5, 7, 9, \cdots \qquad \cdots\cdots ①$$

이와 같이 어떤 규칙에 따라 차례로 나열된 수의 열을 **수열**이라고 하고 나열된 각 수를 그 수열의 **항**이라고 한다.

<그림 2> 수열의 도입2 (수학Ⅰ, (주) 천재교육)

이러한 수열의 정의는 모두 수의 나열이라는 측면을 강조한 것으로, 자연수에 대응하는 규칙성이 있다는 측면은 이러한 정의에서는 인식하기 어렵다. 물론, 이러한 정의를 도입한 이후에 첫째항, 둘째항, …, n 째항, …과 같은 용어를 도입하지만, 교사는 학생들에게 수의 나열 측면뿐만 아니라 자연수에 대응하는 규칙성의 측면을 강조해야 하겠다.

또한 고등학교 수학에서 다루는 수열은 규칙을 찾을 수 있는 범위의 수열에 대하여서만 다루고 있으므로, 학생들은 $1, 2, 3, 2, 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \cdots$ 와 같은 수열은 수열이 아니라고 생각한다. 즉, 학생들은 수열은 알기 쉽고 확실하게 일관된 형태 또는 a_n 은 간단한 대수적 공식으로 주어져야 한다고 생각한다. 고등학교에서 다루는 수열은 a_n 을 n 에 관한 식으로 나타낼 수 있는 것들을 다루지만, 수열의 일반항 a_n 이 반드시 n 에 관한 식으로 나타낼 수 있는 것은 아니라는 사실에 유의하여 지도해야 한다.

수열을 도입한 후, 등차수열과 등비수열, 계차수열 등의 여러 가지 수열을 학습한 후에 수열의 극한을 학습하게 된다. 수열의 극한에서는 수열의 일반항 a_n 을 구하는 것을 기초로 하여 무한의 개념이 도입되므로 특히 학생들이 어려워하는 부분이다. 고등학교 수준에서는 수열의 극한 역시 직관적인 정의를 하고 있다.

극한(lim)

lim은 극한을 뜻하는 영어 limit의 약자이다.

일반적으로 무한수열 $\{a_n\}$에서 n이 한없이 커질 때, 일반항 a_n이 일정한 수 α에 한없이 가까워지면, 수열 $\{a_n\}$은 α에 **수렴**한다고 하며, 이 일정한 수 α를 수열 $\{a_n\}$의 **극한** 또는 **극한값**이라고 한다. 이것을 기호로

$$\lim_{n\to\infty} a_n = \alpha \text{ 또는 } n\to\infty \text{일 때 } a_n \to \alpha$$

와 같이 나타낸다. 이 때, 기호 ∞는 한없이 커진다는 것을 뜻하며 **무한대**라고 읽고 ∞는 수가 아니고 한없이 커짐을 나타내는 기호이다.

참고 수열 $\{a_n\}$이 α에 수렴한다는 것은 $n\to\infty$일 때 $|a_n-\alpha|$가 0에 한없이 가까워짐을 뜻한다. 즉,

$$\lim_{n\to\infty} a_n = \alpha \iff \lim_{n\to\infty} |a_n-\alpha| = 0$$

<그림 3> 수열의 극한의 도입 (수학Ⅰ, (주) 천재교육)

이처럼 직관에 의존하여 정의하기 때문에, 학생들이 이해하기는 쉬워도 그 의미가 모호한 경향이 있다. 또한 '한 없이 커짐에 따라 한없이 가까워진다'와 같이 일상적인 표현을 사용하게 되면, 수학적 의미를 일상어의 의미로부터 추출하려는 경향을 가져올 수 있다. 일상어에서 온 표현은 수학 용어로 사용되더라도 여전히 그 이전의 의미, 즉 비수학적인 자생적 관념을 간직하게 되므로 혼란의 원인을 제공할 수 있다. 예를 들어, 상수수열인 $1, 1, 1, 1, \cdots$ 의 경우 수열의 항이 1 로 일정하므로 어떤 수에 가까워지는 것은 아니므로 극한값이 존재하지 않는다는 생각을 가져올 수 있다. 실제 박선화(2000)의 연구에 따르면 다수의 학생들이 상수수열의 극한값이 존재하지 않는다고 응답하였다.

고등학교에서와 대학교에서의 수열의 극한의 정의 방법을 비교하여 설명하면 다음과 같이 제시하고 있다.(수학교육과정과 교재연구, p.316 재인용)

첫째, 직관적 정의에서는 n 이 변화함에 따라 a_n 이 변화하는 '함수의 종속적 관점'을 취하는데 반해, 형식적 정의에서는 각 n 에 대해 정해진 조건을 만족시키는 a_n 이 존재한다는 식으로 '함수의 대응적 관점'을 취한다.

둘째, 직관적 정의에서는 독립변수 n 이 커질 때, 종속변수 a_n 이 일정한 값에 가까워지는 '동적인' 특성을 지니는데 반해, 형식적 정의는 수열의 항들이 이미 존재한다고 가정하고 항들과 극한 사이의 관계를 보는 '정적인' 특성이 강하다.

셋째, 직관적 정의에서는 '한없이 커지면 한없이 가까워진다'는 표현에서 알 수 있듯이 항이 끝없이 계속된다는 '가능적 무한'을 기초로 한다. 그에 반해 형식적 정의는 수열이 무한하게 계속되지만 어느 순간 완결된 값을 갖는다고 생각하는 '실무한' 개념을 바탕으로 한다.

넷째, 직관적 정의는 n 의 변화에 따른 a_n 의 변화 '과정'에 초점을 맞추는데 반해, 형식적 정의는 $|a_n - \alpha| < \varepsilon$ 를 만족하는 '결과'로서의 극한값 α 에 주목한다.

다섯째, 직관적 정의는 독립변수 n 이 커지는 원인에 의해 종속변수 a_n 이 α 에 가까워지는 결과를 생각하므로, 논리적 전개의 순서가 '원인→결과'이다. 이에 반해, 형식적 정의는 종속변수가 $|a_n - \alpha| < \varepsilon$ 을 만족할 수 있도록 독립변수 n 을 결정한다는 점에서 '결과→원인'의 역순서이다. 이처럼 수열을 $\varepsilon - N$ 방법으로 정의할 때에는 자연스러운 사고 방향을 역행하는 논리적인 반전이 뒤따라야 하므로 이해에 있어 어려움이 따른다.

이와 같은 차이점을 교수학적 변환론의 관점에서 고려할 때, 수열과 수열의 극한에 대한 고등학교에서의 직관적 정의는 수학자들의 수학인 '학문 수학'을 학교에서 가르치고 배우는 '학교 수학'으로 변환한 결과라 할 수 있다. 전문 수학자와 학생들 사이에 존재하는 분명한 수준의 차이를 고려하고, 학생들의 이해를 돕기 위해 고등학교에서는 직관적인 방법을 통해 정의한다고 정리할 수 있다.

Ⅲ. 수열 관련 선행연구 분석

수열과 수열의 극한과 관련된 연구는 주로 학생들이 학습에서 갖는 오개념에 대한 연구와 학생의 이해를 돕기 위한 학습 소재 개발과 관련된 연구가 많다.

Ⅲ-1. 수열과 수열의 극한에서의 오개념에 관한 연구

먼저 오개념과 관련된 연구를 살펴보자. 외국의 경우, Davis와 Vinner(1986)는 수열과 수열의 극한에 대하여 학생들이 주로 일으키는 오개념들을 조사하여 제시하고 있다.(오정미, 2002, p. 10~11, 재인용)

첫째, 수열은 그것의 극한에 도달해서는 안된다.

둘째, 극한의 의미를 "~으로 향해 가는 것"으로 이해하고 있다. 따라서 상수수열은 어느 것을 향해서도 가지 않으므로 발산이다.

셋째, 극한을 모든 항 a_n 의 상위 또는 하위의 경계로 생각한다.

넷째, 수열이 마지막 항을 갖는다고 생각한다.

다섯째, 수열의 많은 항들은 무한하게 지나갈 수 있는 것으로 생각한다.

여섯째, 수열은 알기 쉽고 확실하게 일관된 형태를 가져야만 한다고 가정한다.

이중에서 특히, 두 번째의 경우의 오개념은 박선화의 연구에 따르면 우리나라 학생들의 경우에도 많이 나타나는 오개념이다. 이러한 오개념들을 제시하고, Davis와 Vinner는 이러

한 오개념의 근원으로 특히 언어의 영향을 강조한다. 즉, '극한', ' n 이 무한대로 간다'와 같은 어휘는 수학 외적인 의미 때문에 학생들에게 잘못된 개념 이미지를 형성시킬 수 있다. 즉, 변수 n 은 어딘가로 "가는" 것이 아니며, 또한 많은 수학적 구조 내에 "무한"은 도달할 수 있는 장소가 아니다. 또한 극한이라는 단어는 속도제한과 같은 한계값이나 공간에서의 경계선이라는 개념을 연상시킨다. 즉, 일상생활에서 자주 사용되는 이러한 용어를 수학적 개념으로 사용될 때 오개념의 발생은 당연하다고 할 수 있다.

우리나라 학생들의 수열과 수열의 극한 개념에 대한 오개념을 조사한 연구를 살펴보면, 노수진(2000)은 광명시 소재 고등학교 2학년 학생 100명을 연구대상으로 수열의 극한과 급수의 합에 대한 오개념과 오류를 분석하였다. 이 연구의 결과를 살펴보면, 학생들은 수열의 연산과 실수의 연산을 혼동하고 있으며, 수열의 극한과 급수의 합 사이의 관련성을 이해하지 못하고 있다는 결과를 보여주었다.

극한 지도와 관련하여 박선화(2000)는 학생들이 주로 갖고 있는 오개념으로 수열이 극한값에 도달할 수 없다는 생각에 대하여 소크라테스식의 대화법을 중심으로 한 극한에 관련된 인지 장애를 극복하는 방안을 제시하였다.

이러한 연구를 통해 수열과 수열의 극한의 지도에서 교사는 학생들이 일상적인 언어를 이용하여 제시되는 개념들에 대하여 오개념을 갖는 경우가 많으므로, 용어 안의 수학적 의미에 대한 강조를 통해 수열과 수열의 극한에 대한 수학적인 이해가 가능하도록 도와야 하겠다.

Ⅲ-2. 수열과 수열의 극한 학습 소재 개발과 관련된 연구

수열과 수열의 극한과 관련된 학습소재를 개발함으로써 학습에서 학생들의 이해의 어려움을 덜어 주기 위한 연구가 있다. 먼저, 윤대원과 박선정(2006)은 수학사 및 예화 자료를 활용한 교수학습이 학생들에게 미치는 효과에서 수학사를 통해 수열 단원에서 사용할 수 있는 수학사 관련 예화를 개발하여 제시하고 있다. 특히 이 논문에서는 10종의 <수학Ⅰ> 교과서 수열 단원에서 수학사와 관련된 소재와 이용 단계를 조사하여 다음 <표 2>와 같이 제시하고 있다.

<표 2> 제7차 교육과정 수학Ⅰ 교과서 수열 단원에서 다루고 있는 내용
(윤대원, 박선정, 2006, p.344, 재인용)

	출판사	[illegible]	[illegible]	[illegible]
A	(주)고려출판	· 피보나치 수열		· 제갈량의 군대 · 삼각수
B	(주)교학사	· 가우스와 수열의 합 · 피보나치 수열 · 토마스 멜더스의 인구론		· 파피루스에 실린 수열 이야기
C	(주)금성출판사	· 알고리즘의 유래	· 가우스와 등차수열의 합	· 피보나치 수열 · 하노이 탑 · 유클리드 호제법
D	대학교과서(주)	· 단원에 관련된 수학자 소개		
E	동아서적(주)			· 피타고라스 학파와 삼각수
F	(주)두산	· 피보나치 수열 · 가우스와 등차수열의 합	· 가우스 · 피타고라스 · 린드 파피루스 · 페아노 · 알콰리즈미	· 하노이 탑
G	법문사	· 브라만 탑의 수수께끼	· 가우스와 등차수열의 합	· 피보나치 수열 · 페르마, 골드바하
H	(주)중앙교육진흥연구소	· 피보나치 · 푸리에	· 가우스의 합	· 피보나치 수열 · 하노이 탑
I	(주)지학사	· 피타고라스 학파와 사각수	· 가우스의 합	· 인구론과 수열 · 하노이 탑
J	(주)천재교육	· 가우스 · 삼각수, 사각수 · 하노이 탑		· 오각수

10종의 교과서를 분석한 결과 학습 동기 유발을 위해서 많은 교과서들이 수학사에서 흥미 있는 일화를 적당한 위치에 배치하여 다루려고 하였지만, 가우스의 예처럼 교육과정 상의 내용과 밀접한 관련을 가진 경우가 드물어 단원에 관련된 수학자를 언급만 하는 경우가 많았다. 수학자의 업적을 다루더라도 개념이나 원리, 법칙의 발견과 그 발달과정을 생략해 흥미를 유발시키기에는 부족한 부분이 많았다. 그리고 수학사를 학습 동기 유발을 목적으로 해 대부분 도입 부분에 위치하거나 마지막 정리 부분에서 다루고 있었다. 특히 도입 부분에 다루었던 수학사를 전개 부분에서 다시 문제에 활용하고 있는 교과서는 극히 드물어 수학사와 교과 내용이 분리되어 제시되는 경우가 많았다. 이 연구에서 윤대원, 박

선정은 실제 수학사와 관련된 예화 문제를 이용하여 지도한 결과 학생의 흥미와 자신감 영역이 유의미한 효과가 있음을 보여주었다. 또한 수학사와 관련된 실제 예화 문제들 통한 수업이 내용의 이해와 기억에도 도움이 된다고 제시하였다.

박교식(2002)은 수열의 교수학습을 위한 교수 단원 소재 연구에서 다각수와 각뿔수가 수열 단원의 교수 소재로 적절하게 사용될 수 있음을 보였다. 이를 위해 박교식은 다각수와 각뿔수에 관련된 일련의 과제 및 그 풀이를 제시하고 있다.

이영주(2006)는 수열 단원에서 시각화 학습자료를 활용한 수업의 효과를 실험한 결과 수학 성취도에서 상위권 집단에서는 유의미한 차이가 있었지만($p=.037(p<.05)$), 중위집단과 하위집단에서는 유의미한 차이가 없었다고 결과를 제시하고 있다.(중위 $p=.552(p>.05)$, 하위 ($p=.391(p>.05)$))

Ⅳ. TGT 학습 방법에 대하여

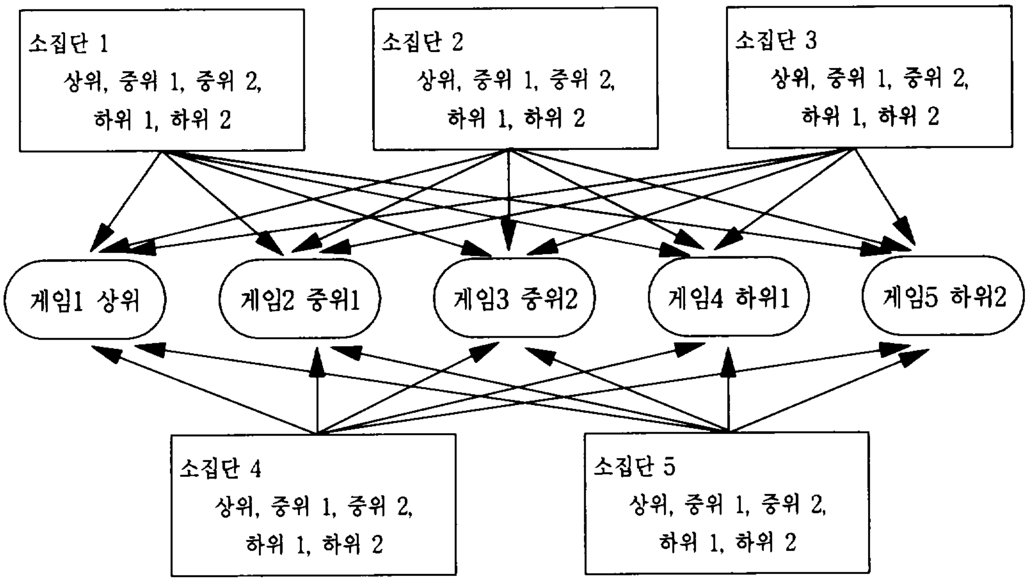
본 수업에서 수업 담당 교사가 선택한 지도 방법은 토너먼트식 게임 학습(Team Games Tournament, 이하 TGT)이다. TGT 학습 방법에 대하여 살펴보자.

Ⅳ-1. TGT 학습 방법과 집단의 편성 방법

TGT 협동학습은 David DeVries와 Keith Edwards(1978)가 개발한 협동학습의 한 방법이다. 이 모형은 STAD(Student Team Achievement Division)과 거의 비슷한 절차를 가진다. 다른 점이 있다면 STAD 모형은 개인적인 퀴즈를 대비해서 학습하는 반면에, TGT 모형은 개인별 퀴즈를 받는 대신 학생은 동일한 성적을 보이는 다른 팀의 학생과 함께 토너먼트에 참가한다는 점이다. 따라서 TGT에서 동료교수(peer tutoring)의 목적은 토너먼트에 대한 준비라고 할 수 있다. 토너먼트를 하기 전 교사의 수업을 먼저 듣고 그리고 팀의 구성원 간 서로 가르쳐 주는 협동학습을 수행한다. 팀 활동이 끝나면 교사는 첫째 테이블에 각 집단에서 성적이 가장 우수한 학생을, 둘째 테이블에는 두 번째 우수한 학생을 배정한다. 이와 같은 방법으로 각 소집단의 모든 학생들을 한명씩 토너먼트를 하기 위한 테이블에 배정한다. 토너먼트 게임에 참여하는 학생들은 학습한 내용과 관련된 문항들 중에서 무순위로 숫자카드를 뽑아내고 그 카드 번호에 해당하는 문항에 답을 한다. 틀렸을 경우 정답을 안다고 생각하는 학생은 찬스라고 말하면서 답을 한다. 맞출 경우 가산점을 얻지만

틀린 경우는 감점을 당한다. 여기에서 얻은 각자의 점수는 팀의 총점으로 합산되며, 이때 향상점수는 이용하지 않는다.(이영원, 2007, 재인용)

한 모둠이 5명이고 전체가 5개의 모둠으로 구성된 학급에서 5개의 문제를 이용하여 TGT 협동학습을 이용하는 경우 게임 집단 편성 방법을 보면 다음의 <그림 4>와 같다.



<그림 4> TGT 협동학습에서 게임 집단 구성 방법

실제 교실에서 TGT 협동학습을 실시하는 경우에 공간상의 문제로 인하여 위의 <그림 4>에서처럼 모둠별 자리와 게임을 위한 자리를 별도로 준비하기가 어렵다. 그러므로, 모둠별 자리를 적절하게 이용하여 게임을 위한 자리를 마련해야 하겠다.

Ⅳ-2. TGT 협동학습의 절차

TGT 협동학습의 구성요소로는 "학습안내(class presentation), 집단(teams), 게임(games), 토너먼트(tournaments), 집단인정(team recgnition)"과 같은 5가지 요소로 구성되며, 수업 절차는 대체로 4단계로 구성된다.(박일수, 2007)

가. 1단계 : 학습과제 제시

TGT 협동학습은 교수 목표가 명확한 내용에 적합하다. 이러한 학습 내용의 특성으로 인하여 교사들은 학습과제를 제시할 때 지시적 수업 방법 또는 강의법을 주로 사용한다. 교사는 학생들에게 학습 과제를 제시하고, 학습 과제를 해결하는 구체적인 방법에 대하여 시범을 보인다. 모든 학생들은 학습과제와 관련이 있는 예제 문제를 2문항 정도 연습한다. 안내된 연습의 목적은 학습과제의 숙달이 아니라 학생들의 이해도 점검에 있기 때문에, 많은 문제를 해결하지는 않는다.

나. 2단계 : 소집단 학습

집단은 4-5명의 학생들로 구성되며 최대한 이질적으로 구성한다. 집단 구성원들과 동료들이 학습 과제를 해결하기 위해 서로 협력한다. 학습 과제에 충분한 이해와 숙달이 이루어진다.

다. 3단계 : 토너먼트 게임

집단 구성원들은 자신의 학습 수준을 고려하여 다른 집단의 학생들과 토너먼트 게임을 하게 된다. 토너먼트 게임의 목적은 학습 과제의 성취도를 확인하는 것이다. 토너먼트 게임에서는 유사한 학습 능력을 지닌 서로 다른 집단의 구성원들과 집단간 경쟁 학습을 한다. 4인 1조로 게임조를 편성한 경우, 한 학생은 선두(先頭, reader)가 되어 문제를 출제하고 먼저 정답을 맞힐 수 있는 기회를 갖게 된다. 세 학생은 각각 첫 번째 도전자와 두 번째 도전자, 세 번째 도전자가 되어 선두의 대답에 따라서 정답을 맞힐 수 있는 기회가 제공된다.

라. 4단계 : 집단 보상(team recognition)

토너먼트 게임을 한 후에, 토너먼트 게임 결과에 따라 학생들은 개별로 성적을 받는다. 토너먼트 게임에서 획득한 점수를 집단 활동 기록표에 기록하며, 조별 점수를 산정한다. 사전에 설정해 놓은 보상 기준을 달성한 집단은 약속된 보상을 받는다.

Ⅳ-3. 수학 학습에서의 TGT 학습의 효과

Davidson(1990)은 수학교육에 협동학습의 필요성을 주장하였는데, 그는 협동학습의 근거를 학생의 기본 특성에서 찾고 있다. 특히 초등학생의 경우 발달 단계상 매우 활동적이지만, 전통적인 학교 학습에서는 학생들에게 조용히 앉아서 수동적으로 듣기를 요구한다. 학생들의 활동성을 고려한다면, 학생들이 수업 시간에 적극적으로 참여할 수 있는 학습 환경을 조성해야 하는데, 협동학습은 이러한 환경을 제공한다.

협동학습이 수학 학습에 미치는 영향을 조사한 몇몇 연구를 살펴보면 다음과 같다.

박일수(2007)는 협동학습이 학생들의 수학과 문제해결력 및 수학적 태도에 긍정적인 영향을 미치는지를 TGT 학습 방법을 이용하여 연구하였다. 연구결과 TGT 협동학습은 설명학습보다 수학적 문제해결력에 있어서 효과적이었으며, 수학적 태도와 관련해서는 하위변인인 열의, 자신감, 성공기대 변인에서는 통계적으로 유의미한 차이가 나타났으나 유용성, 주의집중 변인에서는 통계적으로 유의미한 차이가 나타나지 않았다.

또한 최성희(2004)는 인천시에 소재한 중학교 1학년 2개 학습을 선정하여 한 학습은 TGT 협동학습을 비교반은 전통적인 학습을 적용한 결과, TGT 협동학습은 수학학습 부진아의 학업성취도와 수학적 태도(흥미도, 자신감, 태도)에 영향을 주고 있음을 보고하였다.

이영원(2007)은 상업계 고등학교 2학년 학생들을 대상으로 TGT 협동학습을 통해 수학을 학습할 경우 기존의 전통적 학습과 비교하여 학업성취도, 학습동기와 자아존중감에 어떤 영향을 미치는지를 조사하였다. 그 결과 TGT 협동학습은 학업성취도에서 유의미한 차이를 보였고, 자아존중감은 하위집단의 경우 유의미한 차이를 보였다. 그러나 학습동기에서는 실험집단과 비교집단 사이에 유의미한 차이를 보이지 않았다고 보고하고 있다.

이러한 연구들을 종합하여 볼 때, 협동학습의 방법으로 학습할 때 학생들은 타인을 신뢰하고 존중하며 가치있게 수용하고, 거의 모든 학생들이 수학 과제를 해결할 수 있다는 믿음을 갖게 된다고 볼 수 있다. 경쟁학습 및 개별학습 구조와 달리, 협동학습 구조에서는 학생들이 동료와의 긍정적인 상호 의존적 관계속에서 수학 과제를 해결하는 경험을 갖게 되기 때문에, 수학에 대한 자신감, 높은 수준의 자아존중감 및 자아 효능감이 형성되며, 문제해결력에 있어서 향상을 보여줌을 알 수 있다.

V. TGT 학습 방법의 효과적인 적용을 위한 제언

앞서 살펴본 연구 결과들에서, TGT 협동학습은 학업 성취도에서 전통적 학습 방법보다 효과가 있음을 살펴보았다. 이러한 효과의 원인을 살펴보고 이를 통해 TGT 수업을 준비하는 과정에서 좀더 관심을 갖고 주의해야 할 사항들을 살펴보고자 한다.

첫째, TGT 협동학습에서는 비슷한 수준끼리 모여 경쟁을 하기 때문에 할 수 있다는 자신감을 가지고 노력한다. 하위 수준에 있는 학생은 자신에게 해당되는 난이도가 낮은 문제를 풀게 되고, 상위 수준에 있는 학생은 난이도가 높은 문제를 풀게 되므로 자연스럽게 자신의 실력도 다질 수 있고 또한 자신감을 얻을 수 있다. 이러한 측면을 고려할 때, TGT 협동학습의 준비에서 무엇보다 중요한 요소는 토너먼트에 사용하는 문제를 구성하는 것이다. 각 수준에 맞는 적절한 문제를 제공해야 학생들은 자신감을 키울 수 있고 도전의식을 갖게 될 것이다.

둘째, 소집단 점수는 한 두 명의 우월한 구성원에 인해 올라가는 것이 아니라 모든 소집단의 구성원들이 함께 좋은 점수를 받아야 한다. 그러므로 이 과정에서 학생 개개인은 나름대로 강한 압박감을 가질 수 있다. 이러한 긴장감이 지나칠 경우 오히려 학습에 역효과를 초래할 수가 있다. 그러므로, 조별 내에서의 자연스러운 분위기의 조성과 토너먼트에서 최선을 다하고 결과를 인정하는 태도를 기르는 것이 중요하다.

셋째, TGT 협동학습에는 토너먼트 과정뿐만 아니라 교사의 설명을 통한 강의식, 설명식 수업의 과정이 포함된다. 초등학생의 경우에 비해 고등학교의 경우는 수업 진도 문제, 학습 분량의 문제 등으로 인하여 TGT 협동학습을 실행하기에 현실적으로 제약이 있을 수 있다. 그러므로, 교사는 수업의 설계에서 여러 학습 형태가 효율적으로 진행될 수 있도록 시간 배분 등과 같은 문제에도 관심을 가져야 하겠다.

넷째, 일반적으로 TGT 협동학습을 통한 수학 학습에서 학생들, 특히 하위 수준의 학생들의 수업에 대한 적극성이 증대되었다는 연구 결과를 보고하고 있다. 그러므로, TGT 학습을 통해 증대된 학습에 대한 적극적인 태도를 이후의 학습에서도 지속적으로 유지하여 학습에 참여할 수 있도록 교사의 적절한 격려와 보상이 필요하겠다.

참고문헌

박교식 (2002). 수열의 교수학습을 위한 교수 단원 소재 연구-다각수와 각뿔수. 대한수학교육학회지 <학교수학> 4(2). p.361-373.

박선화 (2000). 수열의 극한 개념에 대한 인지장애의 극복 방안 연구. 수학교육학연구 10(2). p.247-262.

박일수 (2007). TGT 협동학습이 수학과 문제해결력 및 수학적 태도에 미치는 효과. 학습자중심교과교육연구 7(1), pp.21-39.

오정미 (2002). 수열의 극한 단원 학습을 위한 프랙탈 학습자료 개발 및 적용. 한국교원대학교 석사학위 논문.

윤대원, 박선정 (2006). 수학사 및 예화자료를 활용한 교수학습이 학생들에게 미치는 효과-수학Ⅰ 수열 단원을 중심으로-. 한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육 논문집> 20(3). p.343-359.

이영원 (2007). TGT 협동학습이 수학학습에 미치는 효과-상업계 고등학교 2학년 대상-. 한국교원대학교 석사학위 논문.

이영주 (2006). 시각화 학습자료를 활용한 수열지도가 학업성취도에 미치는 영향. 한국교원대학교 석사학위 논문.

임석훈 외 (2003). 고등학교 수학 Ⅰ, (주)천재교육.

최봉대 외 (2007). 고등학교 수학 Ⅰ, (주)중앙교육진흥연구소.

최성회 (2004). TGT모형을 적용한 협력학습이 수학 학습부진아에게 미치는 영향. 강원대학교 교육대학원 석사학위 논문.