

필터이론을 이용한 입체 트러스 구조물의 2단계 손상 검출

서 일 교* · 은 회 창*

2-Step Damage Detection of Space Truss Structures Using Filter Theory

Ill-Gyo Suh* and Hee-Chang Eun*

ABSTRACT

In this paper, a study of 2-step damage detection for space truss structures using the extended Kalman filter theory is presented. Space truss structures are composed of many members, so it is difficult to find damaged member from the whole system. Therefore, 2-step damage identification method is applied to detect the damaged members. First, kinetic energy change ratio is used to find damage region including damaged member and then detect damaged member using extended Kalman filtering algorithm in damage region. The effectiveness of proposed method is verified through the numerical examples.

Key words : Kinetic energy change ratio, effective mass ratio, identification

1. 서 론

최근들어 내구성과 안전성의 측면에서 기존 구조물의 내구연한을 합리적으로 예측할 필요성이 인식됨에 따라 유지, 보수 및 교체 등을 위해 구조물의 손상위치를 추정하고, 손상정도를 평가하는 방법을 개발하는 것이 중요한 과제가 되고 있다. 그러나 손상부를 파악하고자 하는 경우 그 위치나 정도를 정확히 알아내는 것은 매우 어려운 일이다. 이러한 기존 구조물 내부의 손상부 추정등을 수행하는데 역문제(inverse problem)의 해석은 매우 유용하여 최근 많은 관심을

받고 있다.^{1)~3)}

특히 3차원 트러스와 같은 대형구조물은 매우 많은 부재로 구성되는 구조 시스템으로서, 이 많은 부재의 가운데에는 어느 한 부재의 손상을 시작으로 차례 차례로 손상되어 전체 시스템의 붕괴에 이르게 하는 중요한 부재도 있다. 그러나 3차원 트러스는 부재수가 많기 때문에 각 부재마다 관찰하여 손상을 검출하는 것은 매우 어렵다. 그렇기 때문에 우선 전체 시스템의 변화를 관찰하여 서서히 손상추정 영역을 줄이고 최종적으로 손상부재의 위치를 찾아 손상정도를 평가하는 방법이 개발된다면 대폭적인 노력과 비용의 절감을 기대할 수 있을 것이다.

따라서 본 논문에서는 많은 부재로 구성되는 3차원 트러스에 대한 효과적인 손상추정법의 개발을 목표로 한다. 3차원 트러스에 대해 전체 시스템에서 국부적인

* 제주대학교 건축공학과, 산업기술연구소
Dept. of Architectural Engineering, Res. Inst. Ind. Tech.,
Cheju Nat'l Univ.

손상위치를 추정하여 미지수를 줄여 최종적으로 손상 부재를 추정하는 2단계 손상추정법을 도입한다. 또한 손상영역을 줄여나가는 과정에서 구조 시스템의 특성에 대하여 적절한 손상지표를 선택하는 것이 중요하다. 따라서 본 논문에서는 많은 부재로 구성되는 입체 트러스의 손상추정을 위해 1단계에서는 운동에너지의 변화를 통해 손상부재를 포함한 국부손상 영역을 추정하고, 그 손상영역을 대상으로 2단계에서는 국부손상 부위에서 확장 칼만 필터 알고리즘을 이용하여 손상부재의 위치를 찾고 손상정도를 추정한다.

마지막으로 수치해석 예를 통하여 제안된 해석법의 유효성을 밝힌다.

II. 입체트러스 구조물의 손상추정

3차원 트러스 구조물을 전부재의 강성을 미지수로 하여 손상부재를 직접 검출할 경우, 한정된 정보만으로 전체 시스템의 변화를 찾아야만 하므로 매우 어려운 일이다. 이러한 문제를 극복하기 위해 미지량의 수를 줄여 나가는 방법으로 Fig. 1에서 보인바와 같이 우선 적절한 손상지표를 정의하고 그것을 이용하여 전체 시스템에서 손상부재를 포함하는 손상영역을 찾는다. 다음으로, 손상영역내의 손상부재를 확장칼만필터 알고리즘을 이용한 손상추정법을 통해 검출하도록 한다.

2.1 확장 칼만 필터 이론

본 논문에서는 관측잡음을 고려할 수 있는 비선형 시스템에 대한 역문제 해석법인 확장 칼만 필터 알고리즘을 적용하여 보다 효율적이고 보다 정밀한 손상추정해석을 수행하고자 한다.

확장 칼만 필터 이론^{4),5),6)}은 선형 시스템을 대상으로 하는 칼만 필터 이론을 비선형 문제에 확장 적용시킨 필터이론으로, 다음의 이산시간 확률시스템을 대상으로 한다.

상태방정식

$$x_{t+1} = f_t(x_t) + g_t(x_t) \omega_t \quad (1)$$

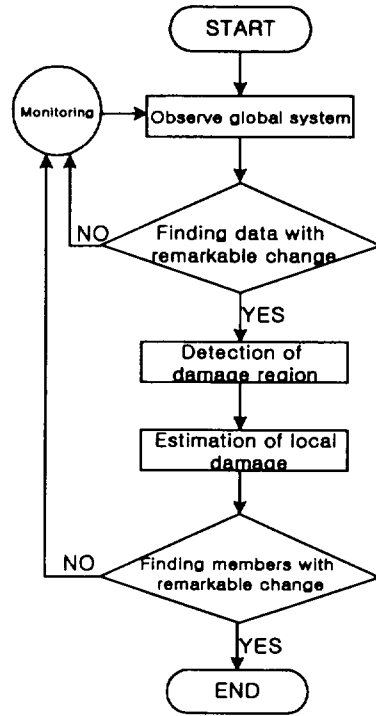


Fig. 1. Flowchart of 2-step damage detection.

관측방정식

$$y_t = h_t(x_t) + v_t \quad t \geq 0 \quad (2)$$

x_t 는 n차원 상태벡터, y_t 는 p차원 관측벡터이다. 시스템잡음, 관측잡음 및 초기치 ω_t, v_t, x_0 는 가우스확률벡터로서 확률변수 벡터 및 공분산행렬은 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{aligned}
 E\{x_0\} &= \bar{x}_0, & E\{\omega_t\} &= E\{v_t\} = 0 \\
 E\left\{ \begin{pmatrix} \omega_t \\ v_t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega_t^T & v_t^T \end{pmatrix} \right\} &= \begin{pmatrix} Q_t & 0 \\ 0 & R_t \end{pmatrix} \delta_{tr} \\
 E\{(x_0 - \bar{x}_0)(x_0 - \bar{x}_0)^T\} &= \Sigma_0 \quad (3)
 \end{aligned}$$

여기서, δ_{tr} 는 kronecker 델타이고, E는 기대치 연산 기호이다. x_0 는 ω_t, v_t 와는 독립으로 한다.

이상과 같이 선형화된 이산시간 확률시스템에 대한 확장 칼만 필터는 다음과 같다.

< 필터 방정식 >

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}_{t+1/t} &= \mathbf{f}_t(\hat{\mathbf{x}}_{t/t}) \\ \hat{\mathbf{x}}_{t/t} &= \hat{\mathbf{x}}_{t/t-1} + \mathbf{K}_t[\mathbf{y}_t - \mathbf{h}_t(\hat{\mathbf{x}}_{t/t-1})] \end{aligned} \quad (4)$$

< Kalman Gain >

$$\mathbf{K}_t = \mathbf{P}_{t/t-1} \mathbf{H}_t^T [\mathbf{H}_t \mathbf{P}_{t/t-1} \mathbf{H}_t^T + \mathbf{R}_t]^{-1} \quad (5)$$

< 추정오차 공분산 행렬 >

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{t+1/t} &= \mathbf{F}_t \mathbf{P}_{t/t} \mathbf{F}_t^T + \mathbf{Q}_t \\ \mathbf{P}_{t/t} &= \mathbf{P}_{t/t-1} - \mathbf{K}_t \mathbf{H}_t \mathbf{P}_{t/t-1} \end{aligned} \quad (6)$$

< 초기조건 >

$$\hat{\mathbf{x}}_{0/-1} = \bar{\mathbf{x}}_0, \quad \mathbf{P}_{0/-1} = \Sigma_0 \quad (7)$$

여기서, $\hat{\mathbf{x}}_{t/t}$ 는 t 스텝에서의 관측벡터 \mathbf{y}_t 에 의해 얻어지는 \mathbf{x}_t 의 추정치이고, $\mathbf{P}_{t/t}$ 는 $\hat{\mathbf{x}}_{t/t}$ 의 추정오차 공분산 행렬이다.

2.2 운동에너지의 변화

일반적으로, 손상전후에 고유진동수와 모드형상의 변화에서 손상위치를 줄여나가는 것은 쉽지가 않다. 그러므로 본 논문에서는 각 자유절점에서 손상전후에의 운동에너지 분포의 변화를 손상지표로 하여 손상영역을 추정하기로 한다. 손상영역을 줄여 나가기 위한 손상지표로서 운동에너지 변화율(Kinetic energy change ratio : KECR)을 다음과 같이 정의한다.

$$KECR = \frac{(E_{ij})_{damaged} - (E_{ij})_{undamaged}}{(E_{ij})_{undamaged}} \quad (8)$$

식(8)에서 절점에서의 운동에너지분포는 모드특성을 이용하여 다음과 같이 정의한다.

$$E_{ij} = \sum_{r=1}^3 m_j \omega_r^2 \phi_{rj}^2 \quad (r=1,2,3) \quad (9)$$

여기서, m_j 는 절점 j에서의 질량, ϕ_{rj} ($r=1,2,3$)은 절점 j에서 i차 모드의 x, y, z 방향 성분의 진폭비.

ω_r 는 i차 모드의 고유진동수이다.

식(8)의 KECR을 3차원 트러스의 자유절점에서 계산하여, 손상전후의 운동에너지 분포의 변화를 관찰하여 손상영역을 추정한다. KECR의 값이 주변의 값에 비해서 큰 부분을 포함하는 절점은 손상부재가 포함되었을 가능성이 크다. 그런데 식(8)과 같이 KECR은 각각의 모드마다 정의되므로 모든 모드에 대해 적용하기는 어렵다. 따라서, 손상검출을 수행할 특정한 모드를 찾아내는 것이 문제를 효율적으로 다룰 수 있을 것이다. 3차원 트러스는 부재수가 매우 많기 때문에 대응되는 자유도나 모드역시 2차원 트러스나 전단형구조물등에 비해서 훨씬 많다. 따라서, 많은 모드중에서 손상검출에 유효한 모드를 선출해낼 필요가 있다. 이를위해 다음과 같이 정의된 유효질량비(Effective mass ratio: EMR)를 이용한다.

$$EMR = \frac{M_{a_i}}{\sum_{i=1}^N M_{a_i}} \quad (a=1,2,3) \quad (10)$$

여기에서

$$M_{a_i} = \frac{\left(\sum_{j=1}^L m_j \phi_{a ij} \right)^2}{\sum_{j=1}^L m_j \phi_{a ij}^2} \quad (11)$$

이고, N은 전모드수, L은 절점수를 나타낸다. 여기서 유효질량비는 x, y, z 각 방향 성분에 대해서 구한다.

각 모드마다 구해진 유효질량비 값에서 그 값이 큰 성분은 대응하는 방향의 외력에 대해서 발생하기 쉬운 성분이므로 각 방향에서 유효질량비 값이 큰 모드에 대해 운동에너지 변화율을 고려한다. KECR의 값이 주변의 값에 비해서 큰 절점은 손상부재가 포함되었을 가능성이 크기 때문에 해당절점을 손상영역으로 추정할 수 있다.

2.3 손상부재의 검출

KECR이 큰 절점에 대해 전체 시스템을 대상으로 손상 부재를 포함한 손상영역을 추정한 후, 손상영역 내 손상 부재의 검출은 확장 칼만 필터 알고리즘을 이용하여 적절한 손상지표로서 손상영역 내에서 검출한다.

본 논문에서는 구조물내의 각 부재의 손상은 강성의 저하로서 평가하고, 손상지표로 사용되는 관측 데이터로는 고유진동수 및 모드 진폭으로 한다.

III. 수치해석 예

3.1 트러스 돔

Fig. 2에 나타낸 트러스 돔 구조물은 단면적 $A = 8.04\text{cm}^2$, 영계수 $E = 2.1 \times 10^6 \text{kg/cm}^2$, 밀도 $\rho = 0.009$ 인 24개의 부재로 구성되어 있다.

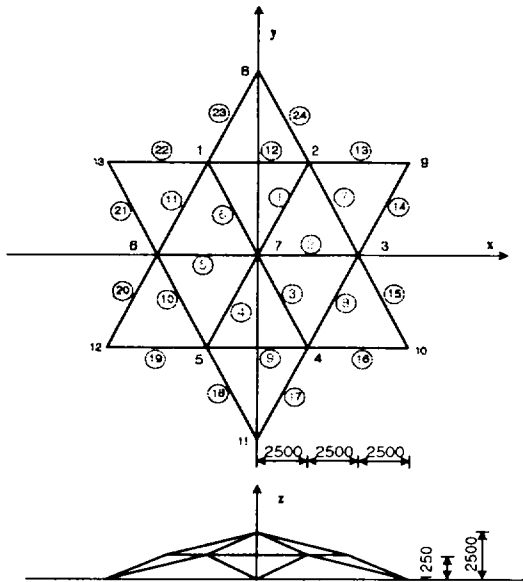


Fig. 2. Truss dome.

수치 예제 모델에서 손상전의 고유진동수 및 유효 질량비(EMR)를 Table 1에 나타낸다. 표에서 유효질량비가 비교적 큰 모드는 2차, 8차, 9차, 11차 및 13차 모드이고, 그 밖의 모드는 매우 작은 것을 알 수 있다.

손상영역을 줄여나가기 위해서 전체 절점에서의 KECR을 구할 필요가 있다. 손상추정을 위해 모드형상 진폭을 관찰할 경우 전체 절점에서 모든 방향에 대해 관측하는 것보다 대상 구조물의 형태에 따라 거

Table 1. Effective mass ratio

Mode	Effective mass ratio		
	x	y	z
1	0.16	0.00	0.00
2	0.00	0.55	0.00
3	0.19	0.00	0.00
4	0.00	0.00	0.00
5	0.00	0.00	0.15
6	0.00	0.00	0.07
7	0.00	0.00	0.00
8	0.23	0.00	0.00
9	0.00	0.22	0.00
10	0.00	0.00	0.00
11	0.22	0.00	0.00
12	0.00	0.00	0.00
13	0.00	0.00	0.25
14	0.00	0.12	0.00
15	0.16	0.00	0.00

동에 크게 기여하는 방향을 채택하는 것이 더 효율적이라 할 수 있다. 따라서 본 논문에서는 전체 절점의 z 방향 성분을 관측하였다.

대상으로 하는 모드도 z 방향에서 큰 유효질량비를 보이는 13차모드에 한정하여 그 모드에 대하여 손상 영역의 추정, 손상부재의 추정 및 손상도의 평가를 수행한다. 여기서 Case-1은 ①번 부재가 50% 손상된 경우이고 Case-2는 ⑦번 부재, Case-3은 ⑬번 부재가 각각 50% 손상된 경우로서 설정하였다.

Fig. 3에서 Case-1의 경우 절점 1과 2, Case-2의 경우 절점 2, Case-3의 경우 절점 2와 3과 관계되는 부재가 손상되었다고 판단할 수 있다.

앞에서 제시된 KECR에 의해 손상범위를 줄여 손상추정을 수행할 경우 Case-1의 경우 절점 1과 절점2와 관계된 부재 1, 6, 7, 11, 12, 13, 22, 23, 24를 미지부재로 하고 나머지 부재는 그 강성비가 1인 기지의 값으로 한다. Case-2는 절점 2와 관계된 부재로 1, 7, 12, 13, 24를 미지부재로, Case-3은 절점 2와 3과 관계된 부재로 1, 2, 7, 8, 12, 13, 14, 15, 24를 미지부재로 하여 손상 부재를 추정한다.

KECR에 의해 손상절점을 추정하여 2단계인 확장 칼만 필터 알고리즘을 이용한 손상부재를 찾는 과정

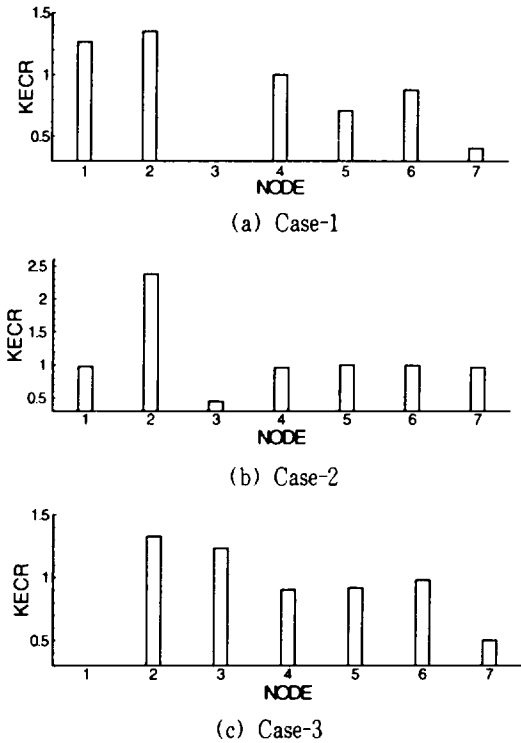
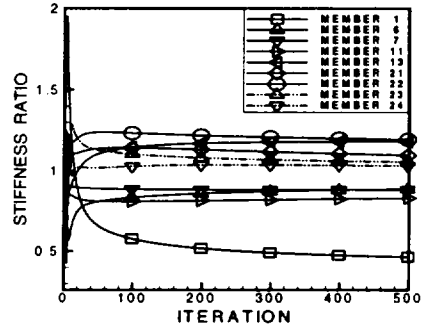


Fig. 3. KECR of 13th mode.

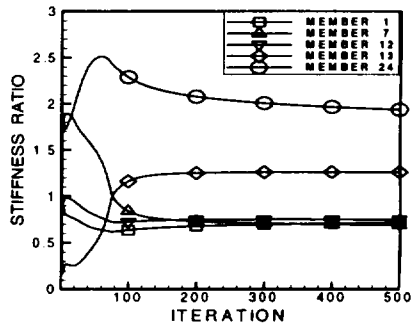
에서 사용된 데이터는 10차까지의 고유진동수와 13차 모드 중에서 각 case 별로 관련된 절점의 모드형상 진폭 데이터를 이용하였다.

부재 손상도는 부재 강성의 저하로 하고, 강성저하를 판단하는 강성비는 '손상 후 강성/손상 전 강성'으로 표시한다. 확장 칼만 필터 알고리즘을 이용한 손상추정을 수행하기 위해서 확률분포의 가정은 다음과 같다. 관측잡음은 관측치의 30%를 표준편차로 하는 분포로 가정하고, 초기조건은 정상시의 강성을 초기 상태벡터로 한다. 그리고 감도행렬 계산을 위한 초기치는 정상시의 30%의 손상으로 가정한다.

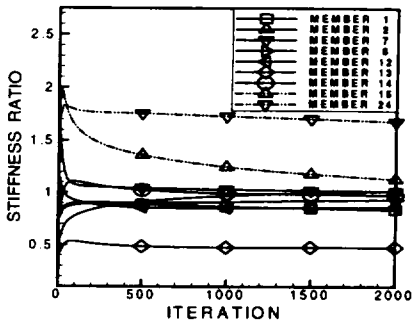
Fig. 4에서 Case-1의 경우 10차 모드까지의 고유진동수, 13차 모드의 데이터를 사용하여 절점 1과 2의 부재를 미지부재로 하여 손상추정을 수행할 경우 부재 1이 강성비 약 0.5로 수렴함을 알 수 있다. Case-2의 경우 KECR의 값이 큰 절점 2와 연결된 부재들에 대해, 절점 2, 3, 7에서의 10차 모드까지의 고유진동수와 13차 모드 형상 데이터로 손상추정을



(a) Case-1



(b) Case-2

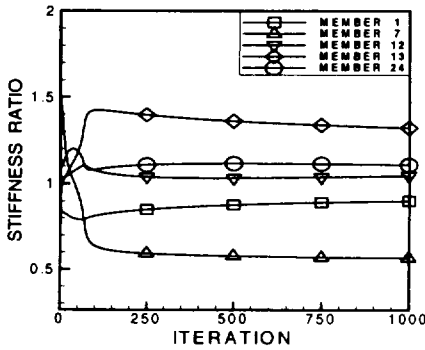


(c) Case-3

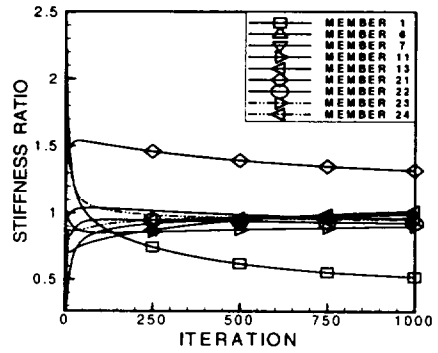
Fig. 4. Results of damage estimation with natural frequencies and 13th mode shape.

수행한 경우 정확한 강성비로 수렴하지 못하는 것을 볼 수 있다. Case-3의 경우 KECR의 값이 큰 절점 2와 3의 부재를 미지부재로 하여 손상추정을 수행한 것인데 Case-2와 동일한 데이터에 대해 부재 13의 강성비는 약 0.5이나 정상부재의 강성비 값이 정확하게 수렴하지 못한 것을 볼 수 있다.

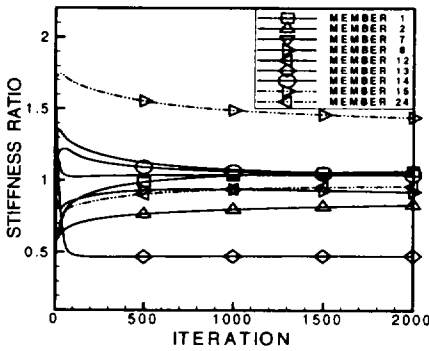
Fig. 5는 Case-2와 Case-3을 대상으로 z 방향에 대



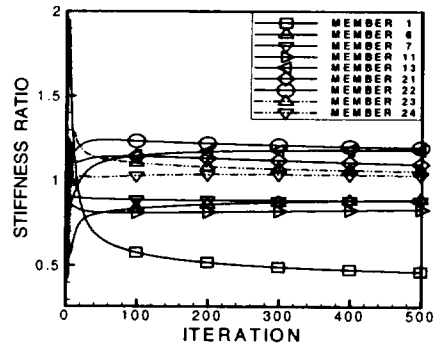
(a) Case-2



(a) 10% standard deviation



(b) Case-3



(b) 30% standard deviation

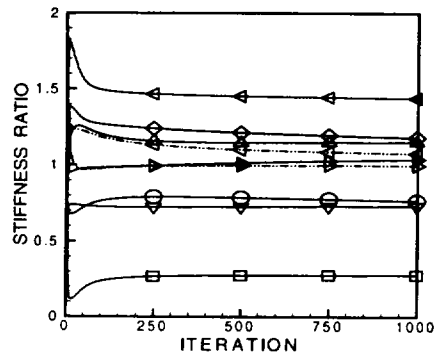
Fig. 5. Results of case-2 and case-3 with additional 5th mode shape data.

해 EMR 값이 큰 5차 모드의 모드 진폭 데이터를 추가하여 보조 정보량을 늘렸을 때의 손상추정 결과이다. 그림에서 보조정보량을 추가할 경우 그 강성비가 더 정확하게 수렴하는 것을 확인할 수 있다.

Fig. 6은 관측잡음에 대한 표준편차를 변화시켰을 때 그에 따른 해의 수렴성을 보인 것으로 Case-1에 대해서 관측잡음의 분포를 각 각 관측데이터의 10%, 30%, 50%를 표준편차로 했을 때의 결과이다. 그림에서 알 수 있듯이 관측잡음에 대한 표준편차가 커질수록 부재 강성비의 추정오차가 커짐을 알 수 있다.

상태량의 초기치는 손상 후의 상태량의 평균치이나 그 값을 모르기 때문에 가정을 해야한다. 여기서 Case-1에 대해 고려하면 이 경우 상태량의 평균치는 강성비로서 0.98이 된다.

Fig. 7은 Case-1에 대해 상태량의 초기치의 변화에



(c) 50% standard deviation

Fig. 6. Effects of standard deviation of the observed data in case-1.

따른 추정치의 수렴을 보이고 있다. Fig. 7(a)는 모든 부재의 강성의 초기치로서 손상 전의 25%, (b)는 50%, (c)는 75% 그리고, (d)는 100%로 가정한 경우이다. 그림에서 평균치에서 멀어질수록 수렴이 늦어

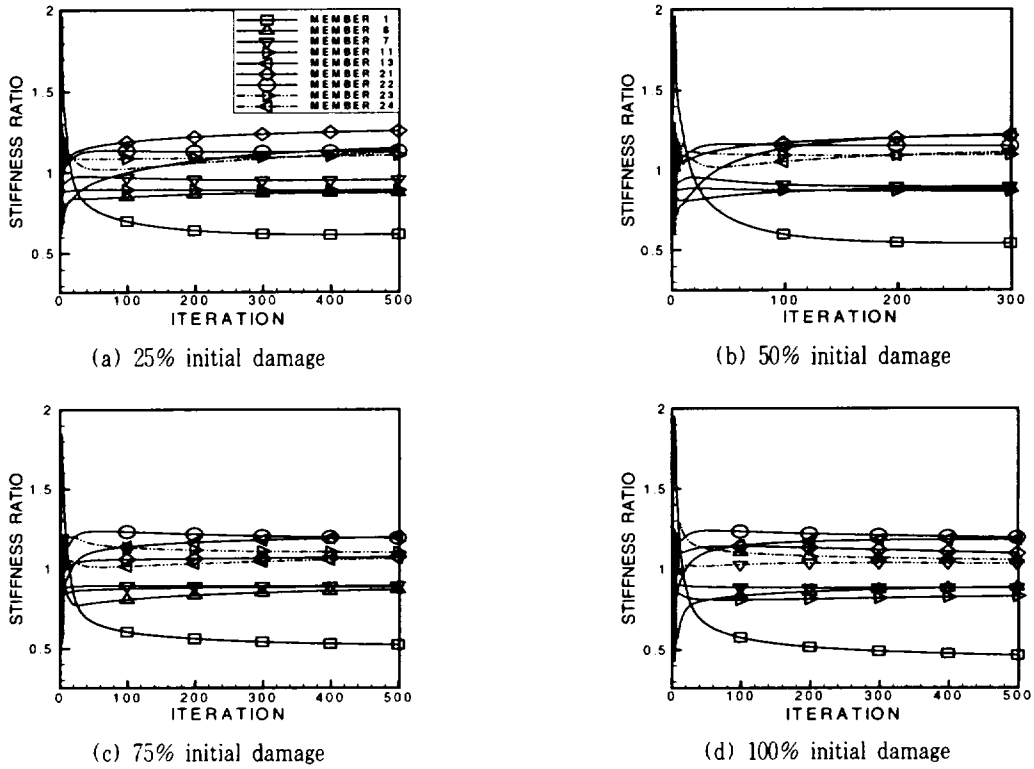


Fig. 7. Effects of initial state.

지고 추정 결과의 오차가 커지는 것을 알 수 있다.

3.2 입체 트러스

Fig. 8에 나타난 입체 트러스 구조물은 부재 단면적 $A=6.0\text{ cm}^2$, 영계수 $E=2.1 \times 10^6\text{ kg/cm}^2$, 밀도 $\rho=0.00787$ 이다. 경계조건은 절점 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25가 x, y, z 모든 방향에 대해 고정으로 한다. 부재 손상의 형태는 부재 4가 손상된 경우(Case-1), 부재 12가 손상된 경우(Case-2), 부재 14가 손상된 경우(Case-3), 그리고 부재 15가 손상된 경우(Case-4)의 네 가지 경우를 고려한다.

그림 9에서 Case-1의 경우 절점 2, Case-2의 경우 절점 3, Case-3의 경우 절점 3, Case-4의 경우 절점 3과 관계되는 부재가 손상되었다고 판단할 수 있다.

앞에서 제시된 KECR에 의해 손상범위를 줄여 손상추정을 수행할 경우 Case-1의 경우 절점 2와 관계

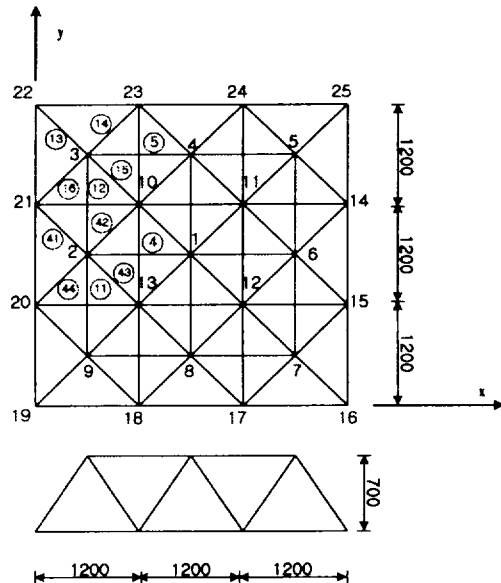


Fig. 8. Space truss.

Table 2. Effective mass ratio in space truss

모드	유효질량비		
	x	y	z
1	0.00	0.00	0.37
2	0.50	0.12	0.00
3	0.12	0.50	0.00
4	0.00	0.00	0.00
5	0.00	0.00	0.00
6	0.10	0.18	0.00
7	0.18	0.10	0.00
8	0.00	0.04	0.00
9	0.04	0.00	0.00
10	0.00	0.00	0.00
11	0.00	0.00	0.00
12	0.00	0.00	0.04
13	0.00	0.00	0.00
14	0.00	0.00	0.00
15	0.00	0.00	0.00

된 부재 4, 11, 12, 41, 42, 43, 44를 미지부재로 하고 나머지 부재는 그 강성비가 1인 기지의 값으로 한다. Case-2, Case-3 및 Case-4는 절점 3과 관계된 부재로 5, 12, 13, 14, 15, 16번 부재를 미지부재로 하여 손상 부재를 검출한다.

KECR에 의해 손상영역을 추정하여 2단계인 확장 칼만 필터 알고리즘을 이용하여 손상부재를 찾는 과정에서 사용된 데이터는 고유진동수와 1차 모드의 모드 형상 진폭 데이터로 손상부재 검출을 수행하였다.

확장 칼만 필터 알고리즘을 이용한 손상추정을 수행하기 위해서 확률분포의 가정은 해석예제 3.1과 동일한 조건으로 하였다

Fig. 10에서 Case-1의 경우 10차 모드까지의 고유진동수와 절점 2, 5, 7, 11, 12에서의 1차 모드 형상 진폭 데이터를 사용하여 KECR 값이 가장 큰 절점 2와 연결된 부재를 미지수로 하여 손상부재 검출을 수행하였다. Case-2는 10차 모드까지의 고유진동수와 절점 3, 5, 6, 7에서의 1차 모드 형상 진폭 데이터를 사용하여 KECR 값이 큰 절점 3과 관련된 부재를 미지수로 하여 손상 추정을 수행하였다. Case-3의 경우는 10차 모드까지의 고유진동수와 절점 3, 5, 7의 1차 모드 형상 진폭 데이터 그리고 Case-4는 10차 모드까지의 고유진동수와 절점 3, 5, 7의 1차 모드 형상진폭 데이터로 절점 3과 관련된 부재들을 미지수로 하여 손상부재 검출을 수행하였다. 그림에서 알 수 있듯이 예제 2의 2단계 손상검출 과정에서는 1차 모드의 데이터 이외에 보조정보량을 추가하지 않아도 반복 계산 횟수도 적고 각각 그 강성비의 추정 결과도 좋다.

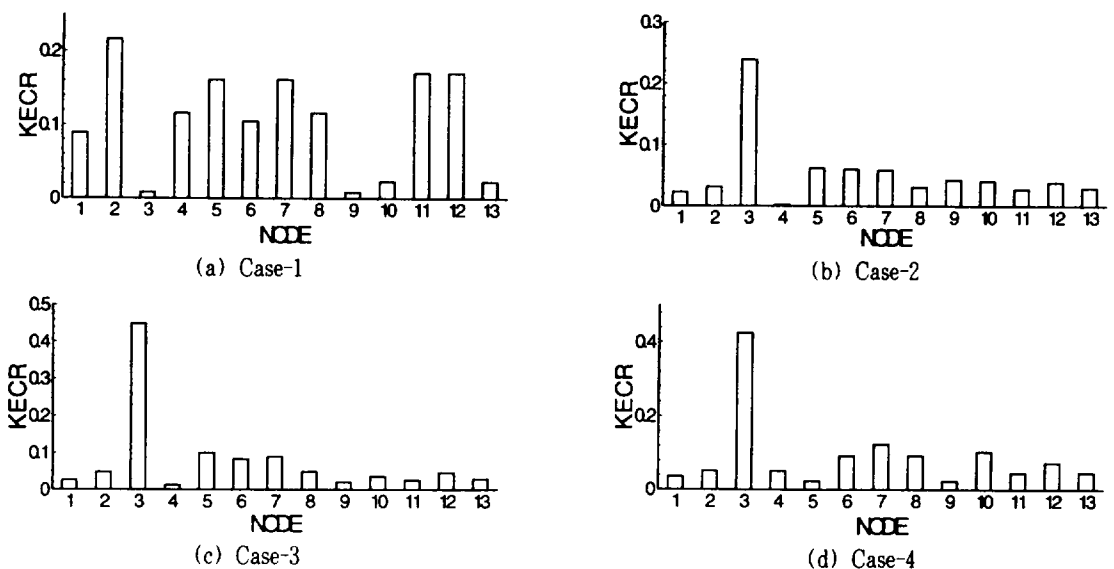


Fig. 9. KECR of the space truss.

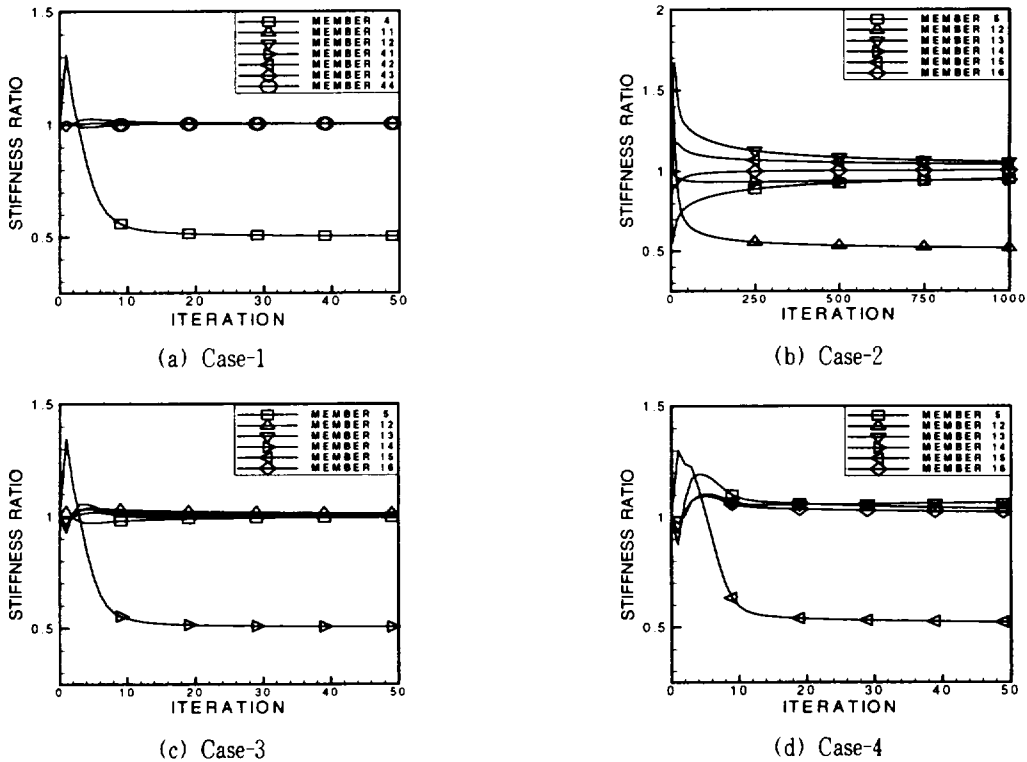


Fig. 10. Results of damage estimation in space truss with natural frequencies and 1st. mode shape data.

IV. 결 론

본 논문에서는 많은 부재로 구성되는 입체 트러스의 손상검출을 위한 2단계 손상추정법을 제안하였다. 제안된 2단계 손상추정법은 우선 KECR값이 주변의 값에 비해서 큰 부분을 포함하는 절점은 손상부재가 포함되었을 가능성이 크기 때문에 KECR을 이용하여 손상부재를 포함한 손상영역을 추정한다. 손상영역을 추정한 후 검증된 손상지표로 확장 칼만 필터 알고리즘을 이용하여 손상된 부재를 검출한다.

제시된 추정법을 해석예제에 적용한 결과, KECR을 이용한 손상영역 추정에 대해서 좋은 결과를 보였다. 손상영역내의 손상부재의 검출도 손상부재 위치 및 손상도를 정도가 좋게 추정할 수 있었다. 또한 보다 정확한 결과를 얻기 위해 보조정보량을 증가시킴으로서 좋은 결과를 얻을 수 있었다.

확장 칼만 필터를 이용한 3차원 트러스의 손상추정에서 2단계 손상추정법을 이용할 경우 손상부재 및 손상도 추정은 우수하지만 2차원 트러스 구조물의 손상추정에 비해 필터링 횟수가 많아 이에 대한 보완 연구가 필요할 것이다. 또한 다양한 구조물에 대해 본 손상추정법을 적용하여 그 유효성을 검증해 나갈 예정이다.

참고문헌

- 1) 서일교, 1999. 확장 칼만 필터를 이용한 2차원 트러스 구조물의 손상 추정, 대한건축학회 논문집, 제15권 4호, pp.3-12
- 2) 유숙경, 서일교, 권택진, 2000. 확장 칼만 필터를 이용한 2차원 트러스 구조물의 손상추정에 적용된 5가지 손상지표의 유효성 및 수렴성에 관한 연구, 한국전산구조공학회 학술발표회 논문집, 제13권 제1

- 집, pp.207-214
- 3) 유숙경, 서일교, 권택진, 2000, 확장 칼만 필터를 이용한 2차원 트러스 구조물의 손상추정에 적용된 손상지표의 유효성 및 수렴성, 대한건축학회 학술발표회 논문집, 제20권 제1호, pp.11-14
 - 4) 片山 徹, 1983, 應用カルマンフィルタ, 朝倉書店,
 - 5) 西山 清, 1994, パソコンで解くカルマンフィルタ, 丸善株式會社
 - 6) Brown, R.G. and Hwang, Patrick Y.C., 1997, *Introduction to random signals and applied kalman filtering*, John wiley and sons, New York.