

정삼각형 구멍에 의한 회절 무늬 형태에 대한 고찰

강명화* · 강동식** · 김두철*

A Review on the Diffraction Pattern of a Regularly Triangular Aperture

Kang, Myeong-Hwa* · Kang, Dong-Shik** · Kim, Doo-Chul*

Abstract

We have calculated the irradiance distribution function of diffraction for a regularly triangular aperture and obtained the diffraction pattern by the computer simulation. Also the diffraction pattern has been observed by the Fraunhofer diffraction experiment. From these results we find that the distribution of diffraction has three symmetric axes and the diffraction pattern in each axes has an alternating bright and dark fringes like the pattern of a single slit.

I. 서 론

빛의 회절 현상은 일반적으로 광원과 스크린이 회절되는 구멍(aperture)에서 멀리 떨어져 있어서 입사파와 회절파의 파면이 평면파라고 볼 수 있는 Fraunhofer 회절과 광원과 스크린이 구멍(aperture)에 가까이 있어 입사파와 회절파의 파면이 구면파라 볼 수 있는 Fresnel 회절 현상으로 구분한다."

* 제주대학교 자연과학대학 물리학과

* 제주대학교 사범대학 과학교육과

이러한 회절 현상은 장애물의 모양에 따라 회절의 형태도 다르게 되므로 장애물의 모양 변화에 따른 회절 현상에 대한 많은 연구가 이루어졌다. 최근에 Marvin은 다이아몬드형의 구멍에 의한 회절 현상²⁾, 김 등은 정삼각형 모양의 구멍에 의한 회절 현상에 대한 이론적 계산 및 실험적 결과를 발표한 바 있다³⁾. 그리고 계 등은 태양전지를 이용한 회절격자의 주기와 간격의 측정 결과를 발표하였으며⁴⁾, 문 등은 빛의 회절 현상에 대한 시범 실험에 관한 논문을 발표하였고⁵⁾, 백은 He-Ne 레이저를 사용한 광회절에 관한 논문을 발표하였다⁶⁾.

본 논문에서는 정삼각형 구멍에 의한 회절 방사강도 분포함수를 구하고, 컴퓨터 시뮬레이션 및 실험적으로 회절 분포 형태를 조사하여 기 발표된 논문의 결과와 비교 분석하려 한다.

II. 이론적 고찰

입의의 모양을 가진 구멍(aperture)에 입사된 빛이 회절되어 스크린에서 관측되는 Fraunhofer 회절의 계산은 Fresnel-Kirchhoff 공식인

$$U_p = C \iint e^{ikr} dA \quad (1)$$

로 주어진다⁷⁾. 이 식은 엄밀하게는 vector 파동인 빛에 대하여 사용할 수 없으나, 파동함수의 절대치의 제곱이 방사 강도가 되므로 빛의 Fraunhofer 회절의 계산에 사용할 수 있다. r 은 구멍(aperture)에서 스크린의 입의의 점까지의 거리, k 는 파수(wave number)이며, C 는 모든 일정한 인자를 포함하는 상수이다.

한변의 길이가 a 인 정삼각형 구멍에서 회절되는 파동함수를 구하기 위해 Fig. 1-a)와 같이 정삼각형 구멍을 xyz 좌표계, 스크린을 XYZ 좌표계로 정하면 (1) 식은

$$U_p = C \iint_{\text{aperture}} e^{ik(Yy+Zz)/R} dA \quad (2)$$

로 주어진다⁷⁾.

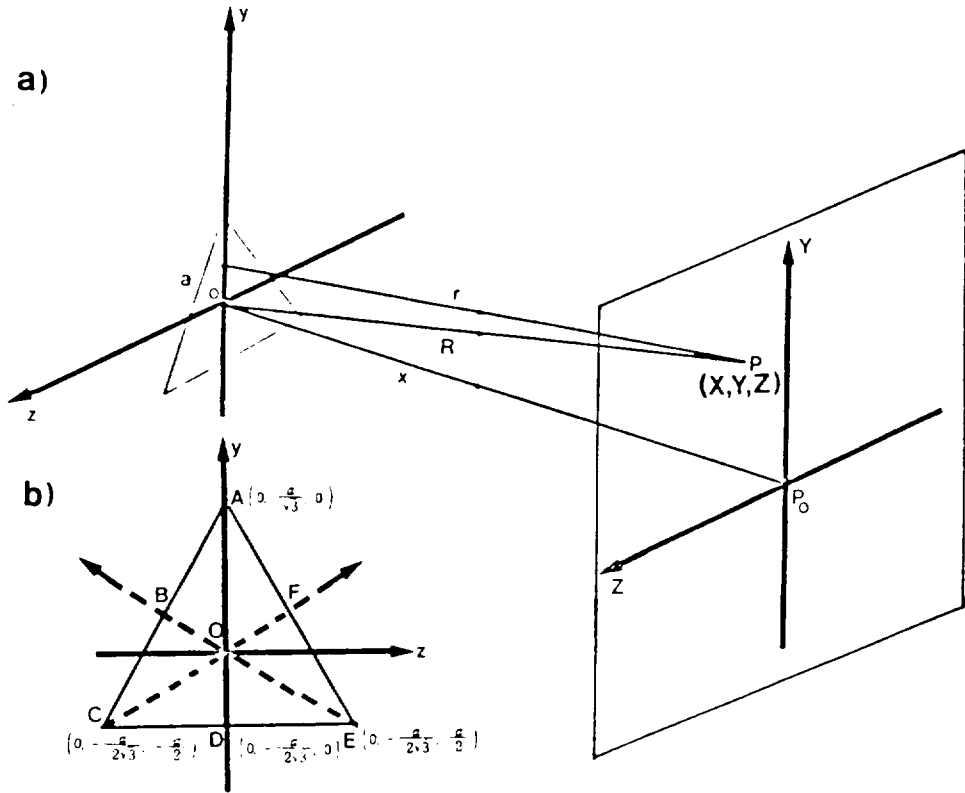


Fig. 1. a) Arrangement for observing Fraunhofer diffraction for a regularly triangular aperture, b) A regular triangular aperture.

한변의 길이가 a 인 정삼각형 구멍에 의한 회절분포 함수를 구하기 위하여 Fig. 1-b)와 같이 정삼각형의 AD축을 y 축으로, 삼각형의 무게중심을 원점(0)으로 하면 정삼각형 구멍에 의한 회절 파동함수는 (2) 식에서

$$\begin{aligned}
 U_p &= C \left[\int_{-a/2\sqrt{3}}^{a/\sqrt{3}} \int_{y/\sqrt{3}-a/3}^{-y/\sqrt{3}+a/3} e^{ik_y y/R} e^{ik_z z/R} dy dz \right] \\
 &= C \frac{\sqrt{3}a}{2i\beta} \left[e^{iBa/3} e^{iA/2} \frac{\sin(3A/2)}{3A/2} - e^{-iBa/3} e^{iB/2} \frac{\sin(3B/2)}{3B/2} \right] \quad (3)
 \end{aligned}$$

와 같은 결과를 얻을 수 있다. 여기서

$$\left. \begin{aligned} A &= a/2\sqrt{3}(\alpha - \beta\sqrt{3}), \\ B &= a\sqrt{2}\sqrt{3}(\alpha + \beta\sqrt{3}), \\ \alpha &= kY/R, \quad \beta = kZ/R \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

이다. 따라서 정삼각형 구멍에서 회절되는 방사강도의 분포는

$$I = |U_p|^2 = \frac{I_0}{\beta^2} \left[\frac{(\sin(3A/2))^2}{(3A/2)^2} + \frac{(\sin(3B/2))^2}{(3B/2)^2} - 2 \frac{(\sin(3A/2))(\sin(3B/2))}{9AB/4} \cos \left(\frac{2\beta a}{3} + \frac{A}{2} - \frac{B}{2} \right) \right] \quad (5)$$

와 같이 계산 된다.

III. 결과 및 고찰

본 연구에서는 한번의 길이가 a인 정삼각형에서 회절된 회절 방사 강도 분포를 계산하여 (5)식과 같은 결과를 얻었다. (5)식은 다시

$$I/I_0 = \frac{1}{\beta^2} \frac{1}{(3A/2)^2 (3B/2)^2} \left\{ \left(\frac{3B}{2} \right)^2 \sin^2 \left(\frac{3A}{2} \right) + \left(\frac{3A}{2} \right)^2 \sin^2 \left(\frac{3B}{2} \right) - \left(\frac{3A}{2} \right) \left(\frac{3B}{2} \right) \sin \left(\frac{3A}{2} \right) \sin \left(\frac{3B}{2} \right) \cos \left(\frac{2\beta a}{3} + \frac{A}{2} - \frac{B}{2} \right) \right\} \quad (6)$$

로 표현할 수 있으며, 이 (6)식은 $\beta=0$, $A=0$, $B=0$ 에서 극대값을 가질 수 있다. 즉 $\beta=0$ 에서 $\beta=kZ/R$ 이므로 $Z=0$ 인 Y축이며, $A=0$ 에서는 $A=a/2\sqrt{3}(\alpha - \beta/\sqrt{3})=0$ 에서 $Y=+Z/\sqrt{3}$ 인 축, 그리고 $B=0$ 에서는 $B=a\sqrt{2}\sqrt{3}(\alpha + \beta/\sqrt{3})=0$ 에서 $Y=-Z/\sqrt{3}$ 인 축이다. 따라서 정삼각형 구멍에 의한 회절 광선은 $Z=0$ 인 Y축, $Y=\pm Z/\sqrt{3}$ 인 3개의 축에 같은 형태로 분포됨을 예견할 수 있다.

1개축의 회절분포를 알면 나머지 2개축에서도 같은 형태이므로 $Z=0$ 인 경우, 즉 Y축 상의 회절 강도의 분포를 살펴보자. $Z=0$ 이면 (4)식에서 $\beta=0$ 이므로 $A=B=akY/2\sqrt{3}R$ 이며, (6)식은

$$\begin{aligned}
 I/I_0 &= \frac{1}{\beta^2} \left[2 \left(\frac{\sin(3A/2)}{3A/2} \right)^2 - 2 \left(\frac{\sin(3A/2)}{3A/2} \right)^2 \cos \left(\frac{2\beta a}{3} \right) \right] \\
 &= \frac{1}{\beta^2} 2 \left(\frac{\sin(3A/2)}{3A/2} \right)^2 \left(1 - \cos \left(\frac{2\beta a}{3} \right) \right) \\
 &\approx 4/9 a^2 \left(\frac{\sin(3A/2)}{3A/2} \right)^2 \tag{7}
 \end{aligned}$$

와 같이 표현된다. 이 식은 $A=0$, 즉 $Y=0$ 에 극대치가 있으며, $3A/2 = \pm\pi, \pm2\pi, \pm3\pi, \dots$ 등에서 0의 값이 된다. 그리고 이들 영점값들 사이에 신속히 변해가는 2차적 극대치들이 존재함을 알 수 있다. 이는 상수항에 의한 차이는 있지만 회절 광선의 분포는 단일 슬릿에 의한 회절 분포와 같음을 알 수 있다. 이와같은 회절 강도의 분포를 보기 위해 (6)식에 의해 컴퓨터 시뮬레이션한 결과가 Fig. 2이다. 그림에서 3개의 대칭축에 극대치와 극소치가 존재함을 볼 수 있다.

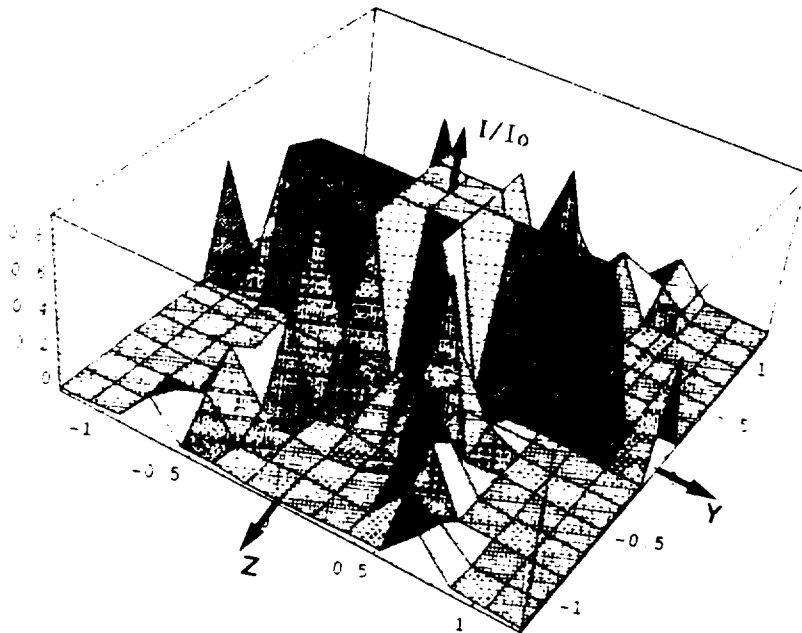


Fig. 2. The Fraunhofer diffraction pattern of the regularly triangular aperture by a computer simulation.

이러한 현상을 실험적으로 확인하기 위한 실험장치의 개략도는 Fig. 3이다. 삼각형 구멍

및 광원을 광학대 위에 설치하고 암실에서 실험을 하였다. 삼각형 구멍과 스크린과의 거리는 22cm로 유지하였으며, 스크린에 나타난 회절상을 얻기 위해 ASA 1600인 negative color film을 사용하였다.

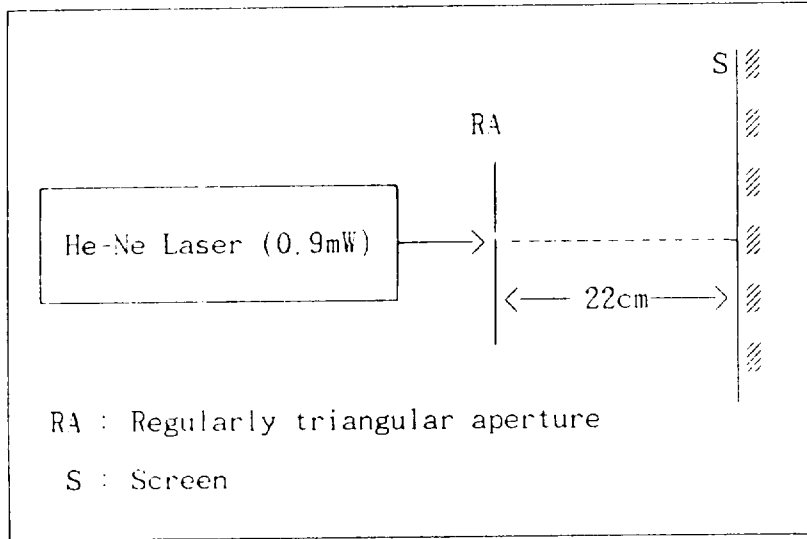


Fig. 3. Block diagram to observe the Fraunhofer diffraction pattern for the regulary triangular aperture.

실험적으로 정삼각형 모양의 구멍(aperture)을 제작하고 회절 무늬를 관측한 결과가 Fig. 4이며, 3개의 대칭축에 명암이 교차되는 회절 모양을 볼 수 있었다. 이는 이론적 계산과 컴퓨터 시뮬레이션 결과와 일치함을 알 수 있었다.

그러나 이와같은 결과는 김등이³⁾ 정삼각형 구멍에 의한 회절에 대한 연구결과인 “회절상이 3개의 대칭축을 가진다.”는 결과와는 일치하지만, “회절 방사강도가 연속적으로 감소한다.” “주 극대만 존재하고 부 극대는 없으므로 명암이 교차가 없다”라는 결과와는 상반된 결과이다.

IV. 결 론

정삼각형에 의한 회절 형태의 방사강도 함수를 계산하고, 계산 결과에 따라 컴퓨터 시뮬레이션하였다. 그리고 정삼각형 구멍을 제작하여 실험적으로 회절상을 얻었다. 이러한 결과 정삼각형에 의한 회절무늬 형태는 스크린의 Y축, $Y = \pm Z/\sqrt{3}$ 인 3개 축에 분포되며,

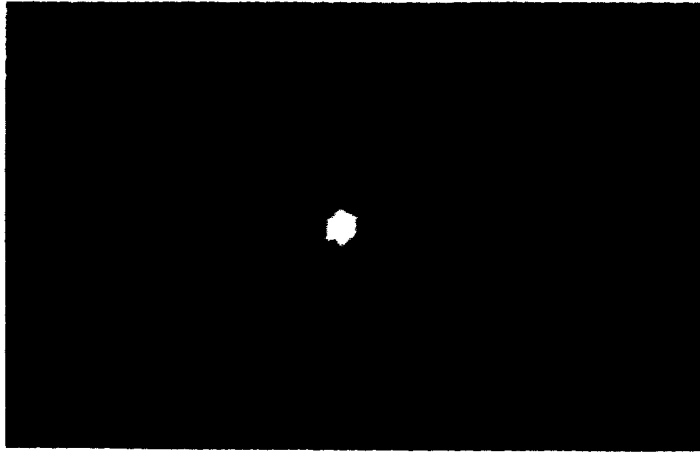


Fig. 4. Diffraction pattern for a regularly triangular aperture.

각 축에서 회절 무늬는 단일 슬릿에 의한 회절무늬처럼 명암이 교차됨을 알 수 있었다.

V. 참고 문헌

1. G. R. Fowles, "Introduction to Modern Optics", 2nd ed, Holt, Rinehart and Winston, Inc., New York, Chapter 5(1975).
2. H. J. Marvin, Fraunhofer diffraction by diamond-shaped apertures : A theoretical and experimental study, Am. J. Phys. 56. 551~554(1988).
3. 김현수, 정순영, 노경숙, 정삼각형 구멍의 Fraunhofer 회절에 대한 고찰, 경상대논문집, 24. pp. 31~33(1985).
4. 계종욱, 이성묵, 태양전지를 이용한 회절격자의 주기 및 간격 측정, 한국물리학회지 물리교육, 9. pp. 42~46(1991).
5. 문현주, 이성묵, 빛의 회절현상을 보여주는 시범실험, 한국물리학회지 물리교육, 9. pp. 101~107(1991).
6. 백낙권, He-Ne 레이저를 사용한 광회절에 관한 연구, 연세대, 석사학위논문(1985).
7. E. Hecht, A. Zajac, "Optics", Addison-Wesley Publishing Company, Inc., London, Chapter 10(1979)