

폴림모사 기법을 이용한 최적배치 알고리즘 개발에 관한 연구

趙慶鎬*

A Study on the Development of the Optimal Nesting Algorithm Using the Simulated Annealing Technique

Kyung-Ho Cho*

Summary

To minimize the waste of the raw sheet material, an effective nesting module has been developed using the simulated annealing algorithm. This nesting algorithm would be the first one in which the simulated annealing algorithm is applied to the nesting of arbitrary shapes with satisfaction. In the implementation of the algorithm, a new concept of 'gap filling with local annealing' has been introduced, and a dominant improvement has been obtained in the nesting efficiency.

서론

판재 소재를 다루는 산업 응용분야에서 생산규모의 확대에 따라 재료의 경제적 활용을 위한 상용화된 최적배치 프로그램을 많이 사용하고 있다. 배치 알고리즘의 대표적인 적용분야로는 종래의 자동차, 조선분야 등에서의 철판절단과 유리제품 가공시의 유리절단, 가구산업에서의 나무 판재절단, 의류 분야의 옷감 재단이나 가죽재단 분야 뿐만 아니라, 최근에는 전자부품 업계에서의 회로의 고밀도화, 고집적화 설계 등을 위한 효율적인 배치 등이 있다.

최적배치에서의 고전적인 주요 목표는 전체적 사

용재료의 버림률(waste scrap ratio)를 최소화하는 것이나, 최근의 연구 동향으로는 여러가지 구속조건을 고려한 배치, 즉 피혁 원단과 같은 원자재의 경계가 불규칙한 경우 및 원자재 내부의 결함을 고려한 배치(Nee *et. al.* 1986)와 옷감 혹은 복합재, 가구용 무늬목의 재단에서 처럼 원자재의 방향성을 고려한 배치 등이 있다. 그러나, 아직은 원자재의 방향성을 고려한 최적배치에 관한 효과적인 연구 결과는 보이지 않고 있다. 한편 2차원 배치에서 발전하여 창고, 컨테이너 혹은 화물선 등에서의 효과적인 물품 적재 방법과 같은 3차원 배치들이 앞으로의 주요 연구과제로 기대된다.

배치 알고리즘에 대한 연구는 배치 대상물인 형상

* 공과대학 에너지공학과 (Dept. of Nuclear and Energy Engineering, Cheju Univ., Cheju-do, 690-756, Korea)

의 종류, 형상의 표현방법, 형상의 가공 혹은 절단방법, 최적화 기법 등에 따라 여러 형태로 변화 발전되어 왔다. 형상의 종류에 따라서는 일정형상(Herz, 1972; Adamowicz and Albano, 1976a; Albano, 1977)와 임의형상의 배치(Adamowicz and Albano, 1976b; Christofides and Whitlock, 1977; Chow, 1979; Albano and Sapuppo, 1980; Nee, 1983; Sarin, 1983)에 대한 연구가 있다. 형상표현 방법으로는 다각형 근사법을 주로 사용하나 이따금 화소 혹은 격자 근사법(pixel or grid approximation)(방, 1990; 조, 1993)이 사용되기도 한다. 최적화 기법의 관점에서 보면 초기 단계의 직사각형 배치문제는 정수 계획법(integer programming)으로 해석적 접근이 가능하여 1960년대 후반부터 1970년대 초에 걸쳐 완성 단계에 이르렀다(Albano and Sapuppo, 1980). 임의 형상의 배치에 주로 이용되는 2단계 접근법(two-step approach)은 Albano에 의해 큰 발전을 보였고, 현재 상용화 되어 있는 소프트웨어들은 대부분 이와 유사하면서 개선된 알고리즘을 쓰고 있다. 이 방법은 배치결과를 빠른 시간 내에 보여줄 수 있는 장점이 있는 반면에 여러 형상들이 합쳐져 일단 모듈화 되고 나면 하나의 직사각형 형상으로 취급되기 때문에 합쳐진 형상(clustered shapes) 사이의 상대 위치 및 방향의 재조정 가능성을 원천적으로 봉쇄하고 있는 문제점이 있다.

최적화 기법의 관점에서 볼 때 배치문제의 최적해를 구하는 방법으로 가장 최근에 등장한 것은 시물레이티드 아닐링(simulated annealing) 알고리즘을 이용한 연구가 있다. 시물레이티드 아닐링 알고리즘은 Kirkpatrick 등(1983) 및 Cerny(1985)에 의해 최적화 기법으로 처음 소개된 이래, VLSI 설계시의 칩 배치, 와이어링 등의 최적화 문제들에 이용(Laarhoven and Aarts, 1988; Wong *et. al.* 1989; Otten and Ginneken, 1989) 되기 시작하였으며, 최적배치 분야에선 경제제한이 없는 원자재 위에서 동일 형상의 효과적인 반복배치에 대한 연구(Jain *et. al.* 1991)에 처음으로 적용되어 좋은 평가를 얻은 바 있다.

한편, 최적배치에 대한 최근의 국내 연구로는 방(1990), 조(1993), 한과 나(1993) 등이 있다. 특히, 조(1993)의 연구는 시물레이티드 아닐링 알고리즘을

임의 형상의 최적배치 문제에 까지 확장시켰다. 한(1993)의 연구는 최적배치 문제를 신경회로망과 시물레이티드 아닐링 알고리즘을 혼합하여 해결하고자 하는 노력을 보였으나, 배치형상이 단순한 직사각형 형상에 국한되어 있다.

연구내용 및 방법

1. 개발 알고리즘의 주요 내용

본 연구에서는 다음과 같은 내용을 주요 특징으로 하는 최적배치 알고리즘을 개발하였다.

- 배치될 형상은 임의의 모양을 갖는다.
- 형상표현 방법으로 격자 표현법(grid representation)을 사용하였다.
- 원자재 경계에 대한 구속조건의 유무에 관계없이 모두 적용할 수 있다.
- 최적화 기법으로 시물레이티드 아닐링 알고리즘을 사용하였다.
- 최적해를 위한 탐색 도중에는 형상 간의 중첩(overlap)을 허용하였다.
- 동일 형상의 반복배치 뿐만 아니라 서로 다른 여러 형상의 최적배치해를 구할 수 있도록 하였다.
- 동일 알고리즘으로 형상의 내부 구멍 존재 유무에 관계 없이 형상을 표현하고, 형상의 내부 구멍에 다른 작은 형상을 별도의 추가 알고리즘 없이 배치할 수 있다.
- 기본적으로 형상간의 배치 순서에 제한을 두지 않고 모든 형상을 동시에 배치한다. 또한 각 형상의 초기 배치 위치 및 배치 방향을 임의로 부여하여 전체적인 배치 상황을 얻은 뒤 최적화 과정을 통해서 이를 바람직한 배치 상태로 계속 갱신한다. 이는 큰 형상부터 작은 형상 순으로, 원자재의 좌측 하단부터 우측으로, 또한 밑에서 위로 등의 경험법칙을 바탕으로 한번에 하나씩 차례로 배치하는 기존의 배치 알고리즘과 크게 다른 점이다.
- 전통적인 시물레이티드 아닐링 알고리즘으로는 수렴성에 문제가 있어 이를 극복하기 위한 방안으로써 국지적인 풀림을 통한 간극채우기(gap filling with local annealing) 개념을 도입하였다. Fig. 1는 본 배치 알고리즘의 개발적 흐름을 나타낸

것으로서, Fig. 1(a)는 모든 형상이 동시에 임의의 위치에 임의의 방향으로 배치된 초기 배치 상황을 보인다. 이로부터 원자재의 버림률을 줄이기 위하여 배치 상황의 갱신이 몬테카를로 방법에 따라 수없이 시도되고, Fig. 1(b)는 이러한 최적화 과정에서 얻어질 수 있는 어느 한 배치 상황을 나타낸 것이다. 그러나, 버림률이 줄어들며 따라 Fig. 1(c)와 같은 배치 상황에 도달하면 최적화의 관점에서 볼 때 커다란 국지해(local minima)에 빠져 배치 상황의 효과적인 갱신을 더 이상 기대할 수 없는 경우에 봉착할 수도 있다. Fig. 1(d), (e)는 이러한 국지해로부터 탈출하여 궁극적으로 도달할 수 있는 개선된 여러 배치상황 중의 일례를 나타낸 것으로서, 본 연구에서는 이를 위하여 특별히 '국부적 풀림을 통한 간극 채워넣기'라는 새로운 개념을 시도하였다.

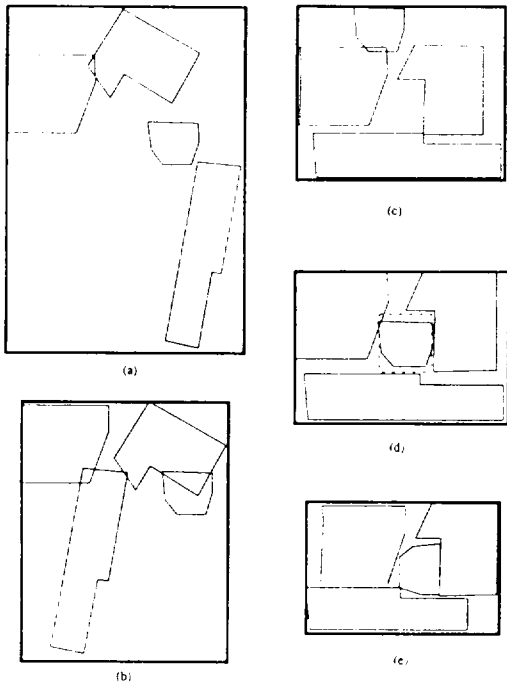


Fig. 1. Schematic flow of nesting algorithm.

2. 최적화 방법

본 연구에서 해결하고자 하는 최적배치 문제와 같이 수 많은 국지해를 갖는 콤비네이토리얼 최적화 문제 (combinatorial optimization problem) 들은 그 최

적해를 구하는데 있어서의 난이도에 따른 분류로 볼 때 NP complete (nondeterministic polynomial time complete) 문제에 해당된다(Garey and Johnson, 1979). 이들 문제는 대부분 미분이 가능하지 않은 부정정제이기 때문에 종래의 목적함수의 변화율에 근거한 최적화기법 (gradient based optimization algorithm) 으로는 최적해 (global optima)에 도달하기 어렵고 주로 국지적인 해에 빠지기 쉽다. 따라서 수많은 국지해를 거쳐 전체적 최적해에 도달하기 위해선 다음과 같은 특성을 갖는 최적화기법이 필요하다. 즉, 국지해에 빠졌더라도 더 좋은 해를 찾기위해 이를 탈출할 수 있는 기능이 필요하다. 이는 목적함수값이 증가하는 방향으로 이동 할 수 있는 능력을 의미하며, 통상 힐클라이밍 능력 (hill climbing ability) 이라 한다. 이에 덧붙여서, 이미 과거 어느 순간 방문되었던 해라 할지라도 필요에 따라선 다시 과거의 그 해로 되돌아 가서 새로운 탐색을 시도할 수 있는 능력이 필요하다. 이를 백트래킹 능력 (backtracking ability) 이라 칭한다. 이상의 두 능력을 고루 갖춘 최적화 기법으로 최근 주목을 받고 있는 것으로 시뮬레이티드 아닐링과 타부서치 (tabu search, Glover, 1977, 1986; Bland and Dawson, 1991; Widmer, 1991) 가 있다. 이에 따라 본 연구에서는 시뮬레이티드 아닐링 알고리즘을 최적화 기법으로 도입하였다.

Metropolis 등 (1953)은 물질의 열적 평형상태의 변화를 시뮬레이션하기 위해 몬테카를로 방법 (Monte Carlo Method) 이라는 효과적인 알고리즘을 제시하여 통계 열역학 분야에 크게 기여한 바 있다. 그 후 Kirkpatrick 등 (1983) 및 Cerny (1985)는 각각 콤비네이토리얼 최적화 문제에서의 목적함수의 최소화 과정과, 자연계의 대부분의 물질이 그 물질의 최저 에너지 상태 (ground state)에 도달하기 까지의 점진적 냉각과정 사이에는 매우 밀접한 상사성이 존재하는 것을 깨닫고, 앞의 몬테카를로 방법을 이용한 새로운 최적화 기법을 시뮬레이티드 아닐링이라는 이름으로 제시하였다.

몬테카를로 방법은 일정 온도 T에서 어느 물질이 열적 평형상태에 도달하기 까지의 수많은 상태 변화를 시뮬레이션하는 방법으로써 그 기본원리는 다음과 같다.

현재의 상태를 S라할 때, 무작위로 생성된 작은 교란(상태변화)을 S에 부여하여 얻어지는 새로운 상태를 S'라하면 이때의 각 상태의 에너지 변화량 $\Delta E = E(S') - E(S)$ 가 음이면 S'는 S보다 평형에 더 가까워졌다고 보고 시뮬레이션은 S'를 새로운 현재의 상태 S로 받아들이고, 이로부터 평형 상태에 보다 더 가까워지기 위한 또다른 S'를 계속 탐색한다. 이때 ΔE 가 양이더라도 통계 역학적 관점에서 상태 S'의 존재 확률은 0보다 크다. 즉, 온도 T에서 상태 S'의 존재 확률은 아래와 같은 Boltzman 분포를 따른다고 가정한다.

$$\Pr(S') = \frac{1}{Z(T)} \cdot \exp\left(\frac{-E(S')}{K_b T}\right)$$

여기서, Z(T)는 정규화 상수이고 K_b 는 Boltzman 상수이다. Metropolis et. al은 ΔE 가 양일때 상태 S에서 상태 S'로의 변화는 $\exp(-\Delta E/K_b T)$ 가 0과 1 사이의 난수(random number) r보다 클 경우 받아들여지고 그렇지 못하면 상태변화는 거부되도록 하는 허용기준(Metropolis Acceptance Criterion)을 도입하였다. 따라서, 일정 온도 T에서 몬테카를로 방법에 따른 상태 변화를 무수히 반복하면 상태 에너지 E(S)는 그 온도에서의 열적 평형상태, 즉, 최적해에 도달할 수 있다.

이 알고리즘은 구현이 비교적 쉬워서 목적함수의 구성방법, 구속조건, 자유도 등의 변화와는 거의 독립적으로 알고리즘의 골격을 유지할 수 있어 새로운 문제로의 적용성이 뛰어나다. 따라서, 여러가지 구속 조건을 고려하여 해석적 수식으로 목적함수를 표현하기가 용이하지 않고, 국지해가 많은 다자유도의 최적화 문제에서 시뮬레이티드 아닐링 알고리즘이 효과적인 연구결과를 보여주고 있다(Laarhoven and Aarts, 1988; Wong et al, 1989; Otten and Ginneken, 1989; Rutenbar, 1989; Jain et al, 1991).

3. 격자모델 및 자료구조

앞에서도 언급된 바와같이 시뮬레이티드 아닐링 알고리즘의 근간은 현재의 해(configuration)에 무작위로 작은 교란을 부여하여 새로운 해를 무수히 생성해 내는 몬테카를로 방법에 있다. 이때 새로운 해로

의 상태변화에 대한 허용여부를 평가하기 위해선 목적함수의 변화를 매번 계산하여야 한다. 따라서, 시뮬레이티드 아닐링 알고리즘의 효과적인 작동을 위해선 목적함수의 효율적인 계산 방법이 필수적으로 요구된다. 이런 관점에서 시뮬레이티드 아닐링을 이용한 최저배치에서 사용된 자료구조는 다음 사항을 만족하도록 설계되었다.

- 형상 배치 및 제거작업의 신속한 수행
- 중첩 검사의 신속성
- 형상 저장 방법의 효율성


이를 위해 본 연구에서는 원자재 및 그 위에 배치될 형상을 모두 격자화 함으로써 앞의 요구 사항에 부응토록 하였다. 또한 형상의 배치 방향에는 제한을 두어 사용자가 지정하는 각도 증분만큼의 회전만 허용하였다. 또한, 본 연구에서는 배치 방향이 바뀔 때마다 매번 회전격자 모델을 새로 생성하는 대신, 기본형상의 모든 회전 가능 방향에 대한 회전된 격자 모델을 한번만 생성시켜 이를 저장하고 있다가, 필요할 때마다 이를 참조하여 배치/제거 및 중첩검사를 수행하도록 하였다. Fig. 2는 본 연구에서 새로 시도된 형상의 격자화 방법 및 격자 모델 저장을 위한 자료구조의 일례이다.

격자모델을 생성하기 위해서는 일반적으로 많은 교차계산을 수반하는 격자화 방법을 주로 사용한다. 이와는 달리 본 연구에서는 그래픽 유틸리티에서 제공되는 화소(pixel) 정보 참조기능을 이용하여 새로운 격자모델 생성법을 시도하였다. 이 방법의 장점은 기존 방법에 비해 매우 간결하면서도 신뢰도 높은 격자모델을 얻을 수 있는데 있다.

격자모델을 얻기위해 본 연구에서 새로이 사용한 방법은 다음과 같다. 그래픽 화면의 고유 분해능(resolution)을 고려하여 적절한 축적으로 Fig. 2(c)와 같이 기준형상을 그린뒤, 형상의 모든 경계를 포함하는 직사각형(X1, Y1)(X2, Y2)라 지정하면

```
rectread(X1, Y1, X2, Y2, Parray)
```

라는 그래픽 함수를 이용하여 지정된 직사각형 내의 모든 화소의 16bit color index 정보를 parray라는 배열을 통해 참조할 수 있다. 격자모델의 격자정보의 저장은 Fig. 2(c)의 빗금친 부분만 저장하도록 하여

기억 공간을 효율적으로 사용하도록 하였다. 즉, 그림의 로 표시된 영역의 저장을 위해선 시작점 및 끝점에 대한 격자값 즉 x_{0s}, x_{1s}, y_s 만 알면 된다. 이 작업은 지정된 직사각형의 최하단부터 상단까지 일정 y_j 값에서 x_1 부터 x_2 까지 parray값을 참조하는 간단한 알고리즘으로 각 strip의 양 끝점을 추출한다.

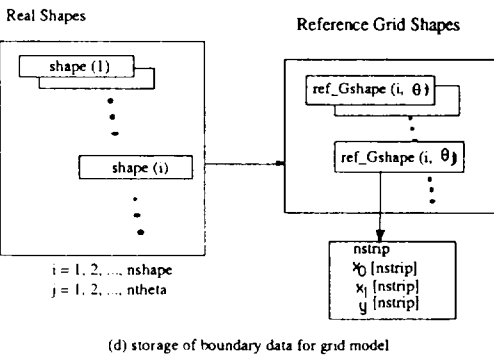
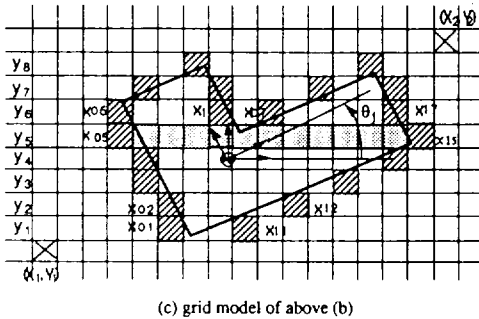
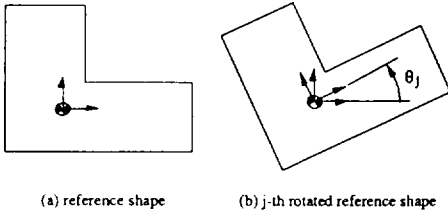


Fig. 2. Grid representation of shape and its storage.

형상의 격자화 방법과 이를 저장/배치하기 위해 본 연구에서 개발된 자료구조와 이를 이용한 배치 알고리즘은 내부에 구멍이 있는 형상에 대해서도 완전히 동일하게 적용될 수 있다는 장점을 갖고 있다. 이에 반하여 Adamowicz와 Albano(1976a, 1976b)의 연

구에서는 내부에 구멍이 있는 형상에 대해서는 특별히 고안된 알고리즘을 통해 사전에 내부 구멍에 배치시킬 수 있는 형상을 찾아 이를 그 구멍안에 배치시킨 후 이 형상들을 한데 묶어 하나의 형상으로 취급하는 다단계 배치 방법을 필요로 하는 단점을 갖고 있다.

4. 초기배치 및 목적함수

배치되어야 할 모든 형상에 대해 앞절에서와 같이 기준 격자 모델을 완성한 후, 이미 격자화되어 있는 원자재 위에 모든 형상을 임의의 위치와 방향을 갖도록 한꺼번에 배치한다. 이때 형상과 형상 사이에는 중첩이 일어날 수도 있다. 다만, 각 형상들에는 원자재 경계를 벗어나지 않는 범위에서 무작위로 배치 위치 및 방향이 부여된다. 프로그램상에서 형상의 배치는 격자 모델을 배치하고자 하는 위치에 이동시켰을 때 격자 형상에 대응하는 원자재의 각 격자의 격자값을 1씩 증가시키는 일에 해당한다. 따라서, 원자재의 임의의 격자에 대해서 그 격자의 격자값은 그곳에 배치된 형상의 갯수를 의미한다. 배치된 형상의 제거는 해당 원자재의 각 격자값을 1씩 감소시키는 일에 해당한다. 이렇게 각 형상의 초기 위치 및 방향이 결정되어 원자재에 배치된 상황을 초기 배치상황이라 하고 본 연구에서는 이로부터 수많은 배치상황의 변화를 통하여 궁극적으로는 최적의 배치해를 구하고자 한다. 이를 위해 최적화 시켜야 할 목적함수는 다음과 같이 구성하였다.

$$C(S) = Scrap + W * Overlap-area$$

여기서, S는 현재의 배치 상황을 나타내고, C(S)는 이때의 목적함수 값이다. 최적화의 목표는 C(S)를 최소화하는 배치 상황 S를 찾는 것이다. Scrap은 지정된 원자재로부터 모든 배치 형상을 가공해낸 후 남게되는 원자재의 찌투리양을 나타낸다. 이는 기본적으로 원자재의 격자값이 0인 모든 격자의 수에 해당한다. Overlap-area은 중첩부위의 면적을 나타낸다. 이것 역시 기본적으로 원자재의 격자값이 2이상인 모든 격자의 수에 해당한다. 본 연구에서는 최적 배치를 위한 탐색 도중에는 형상간의 중첩을 허용한다. 그러나 최종배치 결과에서는 중첩이 나타나지 않도록 하기 위해 가중치(weighting factor, w)가 도

입되었다.

5. 이웃해 및 배치상황의 갱신

최적화 작업은 앞절의 목적함수를 개선(감소)시키는 새로운 배치방법을 연속적으로 찾아나가는 과정이다. 현재의 배치상태 S에 매우 작은 교란 ΔS 를 무작위로 부여하여 얻을 수 있는 모든 새로운 배치상태 S'를 S의 이웃해라 칭한다.

Fig. 3은 본 연구에서 구현되고 있는 이웃해 생성 방법을 개괄적으로 나타낸 것으로서 형상 *id가 무작위로 선택되면 그 형상의 기존 배치 정보(refx₀, refy₀, θ₀)로부터 이에 작은 교란을 부여하여 새로운 배치상태(*refx, *refy, *theta)를 생성하여 이를 새로운 이웃해로 정의하는 것을 나타낸다. 여기서 refx₀, refy₀, *refx, *refy들은 배치 위치에 대응하는 격자번호로서 모두 정수값을 갖는다. 또한, 배치 방향은 한정된 각도 증분만큼씩만 변할 수 있다고 제한하기 때문에 *theta값도 실제로는 사전에 지정된 배치 가능 방향 θ_j, j=1, 2, ..., ntheta중의 가장 가까운 값으로 선택된다.

Procedure

Get_Neighbor(*id, *refx, *refy, *theta)

```

*id ← nshape * r[0,1] /* one shape selected randomly */
Δx ← 2 * δx * r[0,1] - δx /* perturbation on x */
Δy ← 2 * δy * r[0,1] - δy /* perturbation on y */
Δθ ← 2 * δθ * r[0,1] - δθ /* perturbation on θ */
*refx ← refx0 + Δx /* r: random no. between 0 and 1 */
*refy ← refy0 + Δy
*theta ← θ0 + Δθ
    
```

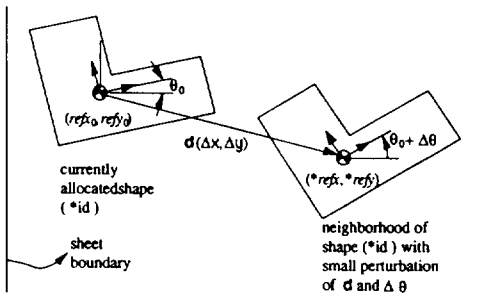


Fig. 3. Generation of neighbor configuration.

Fig. 4는 최적배치를 위해서 본 연구에서 구현한 프로그램의 기본적인 흐름도이다. 그림에서 나타낸 바와 같이 임의의 온도 T_k에서 이웃해를 탐색하다가 이

온도에서 목적함수가 평형 상태에 도달하면 온도 T_k를 새로운 온도 T_{k+1}로 변화시켜 이 온도에서 다시 목적함수가 새로운 평형상태에 도달할때까지 새로운 탐색을 반복한다. 이렇듯 반복되는 탐색 작업은 끝남 조건이 만족될 때까지 계속된다. 온도 변화는 처음에는 높은 온도에서 시작하여 점점 낮은 온도로 변화시켜 가며 아닐링을 모사(simulation) 하도록 하는데, 이를 냉각 방법(cooling schedule)이라 하고 본 연구에선 T_{k+1}/T_k=0.8~0.95로 하였다. 임의의 온도에서 해가 어떤 평형상태에 도달하였나를 판정하기는 쉽지 않다. 본 연구에서는 이웃해에 대한 탐색 횟수가 문제 크기에 비례 하도록하여 대략 200 * nshape회의 이웃해에 대한 탐색이 시도되었으면 평형상태에 도달한 것으로 처리하였다. 또한 끝남 조건(stop condition)으로는 아래와 같은 조건을 사용하였다.

-지정된 탐색 횟수 동안 목적함수의 최소값이 전혀 개선되지 않는 경우.

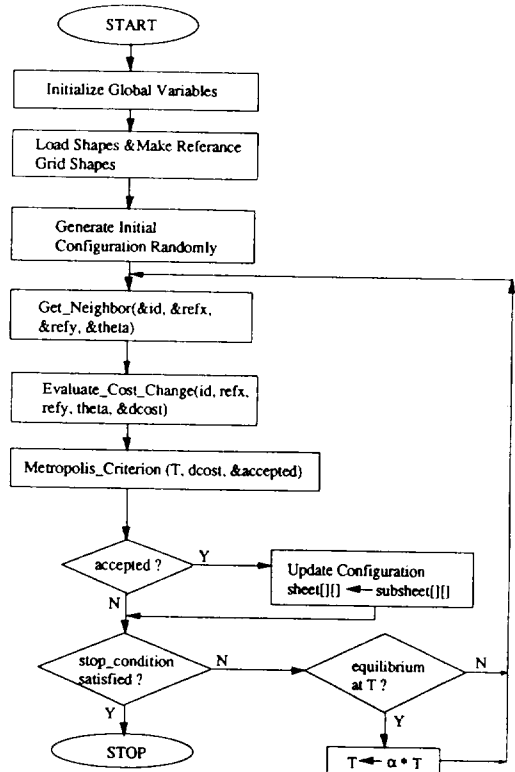


Fig. 4. Flow chart for the optimal nesting.

-온도가 지정된 최저온도 T_{min} 보다 작아졌을 경우.

-이웃해에 대한 200* nshape회의 탐색 동안에 한 번도 이웃해가 새로운 해로 받아들여지지 못한 경우.

위와 같은 냉각 방법, 평형상태 판정 방법 및 끝남 조건 등은 시뮬레이터드 아닐링의 수렴성에 중요한 영향을 주는 것으로서 여러 연구 사례가 소개되고 있으나 아직은 정형화된 연구 결과가 없어 적용 문제마다 이들에 대한 적절한 고려가 요구되고 있다.

결과 및 고찰

동일 형상의 반복 배치 및 서로 다른 여러 형상의 배치 문제에 대하여 본 연구에서 개발된 최적 배치 알고리즘을 적용하여 그 작동 성능을 검토하였다.

Fig. 5(a)는 Jain 등(1991)의 연구에서 다루어진 형상 및 최적 배치 해이고, Fig. 5(b)는 동일 문제에 대해 본 연구에서 얻은 결과이다. 그림에서 위의 것은 반복 그룹 내의 형상의 갯수가 2인 경우고 밑의 것은 3인 경우이다. 두 연구 결과는 짜투리 비율에서 약간의 차이를 보이고 있으나 전체적으로 비슷한 추이의 해를 보인다. 여기서 수치 상의 차이는 기본 형상에 대한 부정확한 정보와 짜투리 비율 산출 방식의 차이에 기인하는 것으로 생각된다.

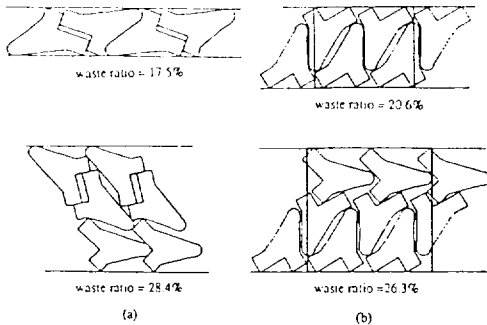


Fig. 5. Nesting results for same shapes (a) by Jain et. al (1991) (b) by this work.

Fig. 6은 36개 형상을 일정 폭의 원자재 위에 배치한 비교 예이다. 실제 형상에 대한 데이터는 삼성물산(주)에서 36개 옷감 모형의 배치(Fig. 6(e))에서 사용되었던 것으로서, Fig. 6(a), (b), (c)는 본 연구

의 결과들이고 Fig. 6(d) 및 (e)는 각각 방기범(1990) 및 삼성물산(주)에서 사용하는 상용 패키지 Lectra시스템의 결과이다.

각 연구마다 짜투리 비율의 정의가 다를 수 있기 때문에 짜투리 비율을 직접 비교하는 것 보다는 사용 원자재의 길이를 기준으로 하는 비교 방법이 보다 객관적이고 정량화된 비교 결과를 보여 줄 수 있다고 판단된다. 이에 따라 Fig. 6에서 모든 형상들이 폭이 일정한 원자재에 짜투리가 전혀 없이 배치되는 이상적인 경우를 가정하여 이때 소요되는 원자재 길이 L_0 를 기준으로 하여 각 배치 결과를 비교하여 이를 Table 1에 보았다. 이때 사용된 짜투리 비율(waste ratio, wr)은 다음과 같이 계산하였다.

$$wr = \frac{WL - \sum A_i}{WL_0} \times 100 = \frac{L - L_0}{L_0} \times 100 (\%)$$

여기서 W, L은 원자재의 폭 및 사용 길이를, $\sum A_i = WL_0$ 는 배치 형상의 면적 총합을 나타낸다.

Table 1. Summary of nesting results.

Fig. 6	L (cm)	$\Delta L = L - L_0$ (cm)	$\Delta L / L_0$ (%)
(a)	350	159.2	83.4
(b)	238	47.2	24.7
(c)	228	37.2	19.5
(d)	250	59.2	31.0
(e)	261	70.2	36.8

Here, $\sum A_i = 12.4 \times 10^3 (\text{cm}^2)$: Area sum of all shapes
 $W = 65 (\text{cm})$; Strip width of the raw sheet material
 $L_0 = \frac{\sum A_i}{W} = 190.8 (\text{cm})$; Strip length of the raw material for the ideal case
 L : Strip length of the raw material to be used

Fig. 6(a)는 36개 형상 모두를 동시에 고려하여 최적배치 해를 찾아가는 도중에 일종의 커다란 국지해에 빠져 목적함수의 효과적인 개선이 크게 기대되지 않는 상황을 보이는 것이다. 그림에서도 나타나듯이 크기가 작은 형상들이 원자재의 기준선(하단의 시작점)에 가까이 물려있는 특징을 보인다. 이런 현상은 다음과 같이 설명될 수 있다. 일정 폭의 원자재 위에 주어진 모든 형상을 효과적으로 배치한다는 것은 사용 원자재의 길이를 최소화하는 작업에 해당한다. 이에 따라 임의의 배치상황에서 목적함수의 값을 줄이

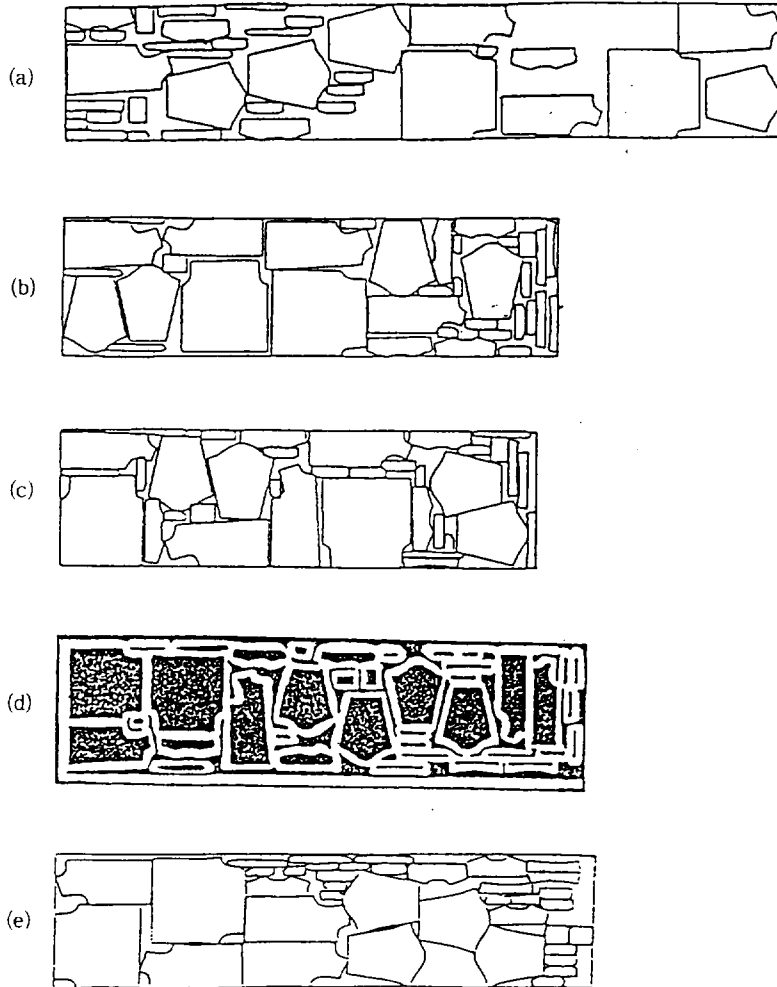


Fig. 6. Nesting results of 36 patterns: (a) without gap-fill (83.4%), (b) gap-fill without local annealing (24.7%), (c) gap-fill with local annealing (19.5%), (d) by 방기법 (31.0%), (e) by Lectra System (36.8%).

기 위한 각 형상의 배치위치의 변화 방향은 중첩이 일어나지 않는 한도내에서 가능한 기준선으로 가까이 접근하는 움직임으로 귀착된다. 이때 몬테카를로 방법에 의해 생성되는 수 많은 배치상태의 변화 중 큰 형상들의 움직임은 짜투리가 줄어들수록 (ground state에 가까워질수록) 주위의 다른 형상과 중첩을 유발하기 쉽고, 따라서 목적함수 값을 증가시

켜 Metropolis 허용 조건에 의해 배치될 확률이 커져 그 움직임이 둔화된다. 반면에 작은 형상들은 이와는 반대의 양상을 보여, 이들의 위치 이동이 받아들여질 확률은 큰 형상보다 상대적으로 커서 보다 많은 위치 이동이 수행될 수 있다. 그러나, 결과적으로 작은 형상들이 많이 모인 기준선 부분의 국부적인 짜투리 비율은 줄어드나 커다란 형상들만 남은 상단부에는 상

대적으로 큰 짜투리 비율이 발생하는 문제점을 보였다.

위의 문제점을 해결하기 위하여 36개 형상을 크기 순으로 3개의 그룹으로 나누어 큰 형상 그룹→중간 형상 그룹→작은 형상 그룹 순으로 배치 하였다. 이때 중간 그룹의 배치까지는 앞에서와 같이 몬테카를로 방법에 의거한 시뮬레이티드 어닐링으로 수행되나, 작은 형상들의 배치에서는 '국부적인 플러움을 통한 간극채우기'라는 새로운 개념을 추가로 도입하였다. 즉 짜투리 영역의 일부를 나타내는 직사각형을 간극(gap)이라 정의하고, 작은 형상을 이 간극에 끼워넣기 식으로 배치하는 방법을 고안하였다. 이는 마치 여러가지 크기의 물건을 큰 상자 속에 넣을 때 큰 것들을 먼저 넣은 뒤 작은 물건들을 큰 것들 틈바귀에 적절히 끼워넣고 상자를 조금씩 흔들어 주면 작은 것들이 큰 것들 틈바귀에서 스스로 제자리를 찾아가는 현상을 모사한 것이다.

Fig. 6(b)는 이와같은 크기별 배치 및 작은 형상에 대한 간극 채우기 개념이 도입되어 Fig. 6(a)보다 개선된 배치 결과를 보인다. 그러나 Fig. 6(b)에서는 중첩이 발생하면 이를 해소하기 위한 국부적 플러움이 적용되지 않은 경우로서 간극 채워넣기가 성공될 확

률이 저조하였다. 이에 비해 Fig. 6(c)는 국부적 플러움까지 적용한 것으로서 가장 좋은 결과를 보인다. 이와같이 최적해에 가까워짐에 따라 국부 플러움 목적함수 개선에 상당한 효과를 보임을 확인할 수 있었다. 참고로 Fig. 6(e)와 같은 상용시스템의 결과는 일반적으로 생산 작업에 직접 사용되지 않고 사용자에 의해 배치결과가 수정·보완되어 사용되어야 한다.

적 요

이상의 연구 결과 시뮬레이티드 어닐링 알고리즘을 최적배치 문제에 그대로 이용할 경우 배치문제의 일반적인 특성 때문에 국지해에 쉽게 빠져 상황의 개선이 매우 어렵다는 것을 여러번의 실험을 통해 알 수 있었다. 따라서, 시뮬레이티드 어닐링 알고리즘을 최적배치 문제에 효과적으로 적용하기 위해선 수많은 국지해로부터의 적절한 탈출 방안이 모색되어야 한다. 본 연구의 크기별 배치방법이나 국부적 플러움 통한 간극 채워넣기 개념의 도입은 이러한 문제점의 대처 방안으로 고려된 것으로서 배치효율면에서 괄목할 만한 개선 효과를 얻을 수 있다.

참 고 문 헌

- Adamowicz, M., and A., Albano, 1976a. A Solution of the Rectangular Cutting-Stock Problem, *IEEE Trans. on Syst. Man & Cyber. SMC-6* (4) : 302-310.
- Adamowicz, M., and A., Albano, 1976b. Nesting Two-dimensional Shapes in Rectangular Modules, *Computer Aided Design*, 8(1) : 27-33.
- Albano, A., 1977. A method to Improve Two-dimensional Layout, *Computer Aided Design* 9(1) : 48-52.
- Albano, A., and G. Sapuppo, 1980. Optimal Allocation of Two-dimensional Irregular Shapes Using Heuristic Search Methods, *IEEE Trans. on Syst. Man & Cyber. SMC-10* (5) : 242-248.
- 방기범, 1990. 판재소모를 최소화하는 이차원 형상의 최적배치, 석사학위 논문, 서울대학교.
- Bland, J. A., and G. P., Dawson, 1991. Tabu search and design optimization, *Computer-Aided Design* 23(3) : 195-201.
- Cerny, V., 1985. Thermodynamical Approach to the Traveling Salesman Problem : An Efficient Simulation Algorithm, *J. of Opt. Theory & Appl.* 45 (1) : 41-51.
- 조경호, 1993. 판매부품의 가공 자동화를 위한 CAD /CAM 통합시스템, 박사학위 논문, 서울대학교.
- Chow, W. W., 1979. Nesting of a Single Shape on a Strip, *Int. J. Prod. Res.* 17(4) : 305-322.
- Christofides, N., and C., Whitlock, 1977. An Algorithm for Two-dimensional Cutting Problems, *Oper. Res.* 25(1) : 30-44.
- Friden, C., A. Hertz, and Werra, 1990. TABARIS : An exact algorithm based on tabu

- search for finding a maximum independent set in a graph, *Comput Opns Res.* 17(5): 437-445.
- Garey, M. R., and D. S., Johnson, 1979. *Computers and Intractability: A Guide to the Theory of NP-Completeness*, W.H. Freeman and Co., U.S.A.
- Glover, F., 1977. Heuristics for integer programming using surrogate constraints, *Design Sci.* 8: 156-166.
- Glover, F., 1986. Future Paths for integer Programming and links to artificial intelligence, *Comput. Opns. Res.* 13, 533-549.
- 한국찬, 나석주, 1993. 신경회로망을 이용한 직사각형의 최적배치에 관한 연구, 대한 기계학회 춘계 학술대회 논문집(1): 954-957.
- Herz, J.C., 1972. Recursive Computational Procedure for Two Dimensional Stock Cutting, *IBM J. Res. Develop.* 16, 462-469.
- Jain, P., P., Fenyas, and R., Richter, 1990. Optimal Blank Nesting Using Simulated Annealing, *Advances in Design Automation*, DE-vol. 23-2, ASME, 109-116.
- Kirkpatrick, S., C.D., Gelatt Jr., and M.P., Vecchi, 1983. Optimization by simulated annealing, *Science* 220(4598): 671-680.
- Laarhoven, P.J.M., and E. H. L., Aarts, 1988. *Simulated Annealing: Theory and Application*, Reidel Publishing Co.
- Metropolis, N., A., Rosenbluth, M., Rosenbluth, A., Teller, and E., Teller, 1953. Equation of State Calculations by Fast Computing Machines, *J. of Chem. Physics* 21: 1087-1092.
- Nee, A.Y.C., K.W., Seow, and S.L., Long, 1986. Designing Algorithm for Nesting Irregular Shapes with and without Boundary Constraints, *Annals of the CIRP.* 35(1): 107-110.
- Nee, A.Y.C., 1983. Computer-Aided Nesting of Similar Blanks, *Manuf. Engin.* Technical Paper, MS 83-925.
- Otten, R.H.J.M., and L.P.P.P, van Ginneken, 1989. *The Annealing Algorithm*, Kluwer Academic Publishers.
- Rutenbar, R.A., 1989. Simulated Annealing Algorithms: An Overview, *IEEE Circuits & Devices Mag.*, 19-26.
- Sarin, S.C., 1983. Two-dimensional Stock Cutting Problems and Solution Methodologies, *J. of Engin. for Industry*, 105: 155-160.
- Widmer, M., 1991. Job Shop Scheduling with Tooling Constraints: a Tabu Search Approach, *J. Opt. Res. Soc.*, 42(1): 75-82.
- Wong, D.F., H.W., Leong, and C.L., Liu, 1989. *Simulated Annealing for VLSI Design*, Kluwer Academic Publishers.