散亂問題에 關한 DYSON과 L—S公式과의 連關性

洪 性 樂

The Relation between Dyson and L-S Formula for the scattering Problems

Hong, Sung Rak

Summary

There are several ways approaching to the quantum mechanical scattering problems. In this paper, it has been considered on the Lippmann-Schwinger's formal operator formalism. Using Foldy-Wouthuysen transformation, Schrödinger wave equation could be derived from Dirac equation, and an internal correlationship between the non-relativistic formalism of Lippmann-Schwinger equation and Dyson's covariant formalism was explicitly derived. Appling Lippmann Schwinger equation to the quantum mechanical scattering problems, it has been recognized that the formal operator formalism has excellent functions.

Ⅰ. 緖 論

Lippmann—Schwinger(1950)는 散亂問題의 公式化에 있어서 衝突演算子를 Hermitian Reaction 演算子로 記述하여 量子力學的 時間從屬型 散亂理論을 만들었다는데에 그 特色이 있다. (이하 Lippmann—Schwinger를 L—S로 略記함) 그러나 L—S 方程式은 非相對論的 關係式이므로 光速에 가까운 高速의 散亂問題에 對해서는 適用할 수 없다는 것은 그 出發點이 Schrödinger 波動方程式임을 생각할 때 곧 理解된다 散亂問題의 相對論的 公式化중에는 Dyson 의 Covariant Formalism(Dyson, 1970; Dyson, 1970)을 들 수 있는데 이것은 Dirac의 波動方程式을 出發點으로 한 것이다. 우리는 Dyson의 S—行列理論과 L—S型의 內的 連關性을 考察하고 그 特性을 明白히 하기위해 Foldy—Wouththuysen 變換을 活用하여 Dirac 方程式에서 Schrödinger 方程式을 誘導하였다.

이와같이 非相對論的 散亂公式과 相對論的 散亂公式사이의 內的 連關性을 밝혀두고 L—S公式의 應用을 다루었다.

Ⅱ. L—S方程式과 F—W變換

Schrödinger 方程式은

$$i\frac{\partial\Phi(x,t)}{\partial t}=H''\Phi(x,t) \tag{1}$$

$$H''=\frac{P^2}{2m}+V=H_0''+V$$

가 된다. H_0''는 自由粒子 또는 自由場을 記述하고 V는 粒子間의 相互作用을 記述한다(Nishijima, 1963; Newton, 1966). 非相對論的 L—S力程式을 얻기위해 (1)을 달리 表現하면

$$\begin{aligned} i\frac{\partial\Psi(x,t)}{\partial t}&=e^{-iH''t}\,Ve^{-iH''t}\,\Psi(x,t)\\ &=V(t)\Psi(x,t) \end{aligned} \tag{2}$$

인데 여기서,

$$\Phi(x,t)=e^{-iH''t}\Psi(x,t)$$

이다. 이 相互作用 表示의 特徵은 만약 相互作用이 없다면 Ψ는 一定한 값을 갖게된다. Ψ가 任意의 時間 t_0에서

$$\Psi(x,t)=U(t,t_0)\Psi(x,t_0) \tag{3}$$

와 같이 주어진다면 (2)式은 쉽게 풀려진다. 그러면 다음의 두 條件

$$i\frac{\partial U(t,t_0)}{\partial t}=V(t)U(t,t_0)$$

$$U(t_0,t_0)=1 \tag{4}$$

을 얻는데 (4)를 積分形으로 고치면

$$\mathrm{U}(t,t_0)=1-i\int_{t_0}^{t}dt\ V(t)\mathrm{U}(t,t_0) \qquad (5)$$

가 되며 變換函數로 불리우는 演算子 U의 物理的 意味는

$$|\Psi_f,\ \mathrm{U}(t,t_0)\Psi_i|^2=|\langle f|\mathrm{U}(t,t_0)|i\rangle|^2$$

이며 時間間隔 $t-t_0$에서 처음 狀態 Ψ_i에서 最終狀態 Ψ_f로 遷移하는 確率을 뜻한다. 이때 單位時間當 遷移確率은

$$W=\frac{1}{t-t_0}|\mathrm{U}(t,t_0)f_i|^2 \qquad (6)$$

이며 一般的으로 (6)式은 t와 t_0에 對해서 複雜한 函數이다. $t-t_0$가 無限히 클 때 이 比가 一定極限値를 가지면 意味가 있다. 實驗에 依하면 時間間隔 $t-t_0$에서 W가 核 또는 電子運動의 週期보다 상당히 크다는 것이 觀測되었으므로 W를 다음과 같이 定義하자.

$$W=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}|\mathrm{U}(T,-T)f_i|^2$$

이제 (5)式을 逐次近似法으로 展開하면

$$\mathrm{U}(t,-\infty)=1-i\int_{-\infty}^{t}dt'\ V(t')$$
$$+(-i)^2\int_{-\infty}^{t}dt'\int_{-\infty}^{t}dt''V(t'')+\cdots\cdots \qquad (7)$$

이 된다. (7)의 (fi)의 行列要素는

$$\mathrm{U}(t,-\infty)_{fi}=\delta_{fi}-i\int_{-\infty}^{t}dt'V(t')_{ti}$$
$$+(-i)^2\int_{-\infty}^{t}dt'\int_{-\infty}^{t}dt''\sum_n V(t')_{fi}V(t'')_{fi} \qquad (8)$$

$$V(t)_{fi}=\langle f|e^{iH_0''t}V_{-}e^{-iH_0''t}|i\rangle$$
$$=e^{it(E_f-E_i)}V_{fi} \qquad (9)$$

인데 여기서 i와 f는 自由 Hamiltonian H_0의 固有狀態이다. (8), (9)式에서

$$\mathrm{U}(t,-\infty)=\delta_{fi}-i\int_{-\infty}^{t}dt'e^{it'(Ef-Ei)}\ V_{fi}$$
$$+(-i)^2\int_{-\infty}dt'\int_{-\infty}^{t'}dt''\sum_n e^{it''(Ef-En)}$$
$$e^{it''(En-Ei)}V_{fn}V_{fi}+\cdots\cdots \qquad (10)$$

이 된다. (10)式을 t에 關해서 積分하면

$$\mathrm{U}(t,-\infty)_{fi}=\delta_{fi}+e^{it(Ef-Ei)}\lim_{\epsilon\to 0}\Big[\frac{V_{fi}}{E_i-E_f+i\epsilon}$$
$$+\sum_n\frac{V_{fn}}{E_i-E_f+2i\epsilon}\cdot\frac{V_{ni}}{E_i-E_n+i\epsilon}$$
$$+\sum_{n,n'}\frac{V_{fn}'}{E_i-E_f+3i\epsilon}\cdot\frac{V_{nin}}{E_i-E_n'+2i\epsilon}\cdot\frac{V_{ni}}{E_i-E_n+i\epsilon}+\cdots\Big]$$

를 얻는다. 만일 項이 有限하다면 $\epsilon, 2\epsilon, 3\epsilon\cdots$은 간단히 ϵ로 代置된다. 攝動論에 있어서 S—行列은 다음과 같이 定義된다.

$$S=\mathrm{U}(\infty,-\infty)=\lim_{t\to\infty}\mathrm{U}(t,-\infty)$$

t가 無限할때 U에 關한 極限計算을 하면

$$S_{fi}=\delta_{fi}-2\pi i\delta(E_f-E_i)\Big(V_{fi}+\sum_n\frac{V_{fn}V_{ni}}{E_i-E_n+i\epsilon}+\cdots\Big)$$
$$\equiv\delta_{fi}-2\pi i\delta(E_f-Ei)R_{fi} \qquad (11)$$

인데 여기서 R_{fi}는 Hermitian Reaction 行列이다. L—S는 演算子 H_0를 導入해서 R에 關한 完全한 演算形態를 만들었다. 結果的으로 R_{fi}는 Born級數로 展開된 것이다. 따라서

$$W=(2\pi)^2\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\Big[\delta(E_f-E_i)\Big]^2|R_{fi}|^2$$
$$=2\pi\delta(E_f-E_i)|R_{fi}|^2\ (f\neq i)$$

이다. S—行列要素 S_{fi}의 다른 表現은

$$S_{fi}=\lim_{t_1,t_2\to\infty}(\varphi_f^*,\ \mathrm{U}(t_2,0)\mathrm{U}(0,t_1)\varphi_i)$$
$$=\delta_{fi}-2\pi i\delta(E_f-E_i)(\varphi_f^*,V\Psi)V \qquad (12)$$

이다. (11)과 (12)를 比較하면

$$R_{fi}=(\varphi_f^*,\ V\Psi)$$
$$=\langle f|V|i\rangle+\langle f|V\frac{1}{E_i-H_0''+i\epsilon}V|i\rangle+\cdots \qquad (13)$$

이다. 波動函數 Ψ의 具體的인 形態는

$$\Psi=\varphi_i+\frac{1}{E_i-H_0''+i\epsilon}V\Psi=\varphi_i+\frac{1}{\nabla^2+K^2+i\epsilon}V\Psi \qquad (14)$$

이다. 여기서 $H_0''=-\nabla^2$, $E_i=K$이고 $\hbar=1$, $m=\frac{1}{2}$인 單位系를 使用했다.

그런데,

$$\lim_{\epsilon\to 0}\frac{1}{x+i\epsilon}=P\Big(\frac{1}{x}\Big)-i\pi\delta(x) \qquad (15)$$

인데 $x\neq 0$이면 오른쪽 두번째 項이 없어지므로 (14), (15)式에서 $\Psi(x)$는

$$\Psi(x)=e^{ik\cdot x}+\frac{1}{\nabla^2+K^2}V(x)\Psi(x) \qquad (16)$$

이 된다. 그런데 (14)式으로써는 spin이나 高速粒子를 記述할 수 없다. 非相對論的 L—S方程式은 Schrödinger 方程式에서 그리고 Dyson의 S—行列理論은 Dirac 方程式이 그 出發點이다. Potential이 있을 때와 없을 때의 Dirac 方程式은

$$H|\Psi\rangle=E|\Psi\rangle$$
$$H_0|\varphi_a\rangle=E_a|\varphi_a\rangle$$

인데 여기서 $H=H_0+V$, $H_0=C\alpha\cdot P+\beta mc^2$이다. Dirac 方程式에서의 4—成分 Spinor를 Schrödinger 方程式에서의 1—成分 波動函數로 表現하기 위해 H_0를 Foldy—Wouthuysen 變換에 依해서 對角化시키자. (Schweber, 1961).

$$H_0\to e^{is}H_0e^{-is}=H_0'$$
$$S=-\Big(\frac{i}{2mc}\Big)\beta\alpha\cdot pW\Big(\frac{|P|}{mc}\Big)$$

로 定義된다. 또 W는 앞으로 決定할 實函數이다.

$$H_0' = e^{is}(c\alpha\cdot P + \beta mc^2)e^{-is}$$
$$= e^{is}\beta e^{-is}\beta H_0$$

따라서

$$\beta(\beta\alpha\cdot P)^n = (-1)^n(\beta\alpha\cdot P)^n\beta$$
$$\beta e^{-is} = \beta\sum_{n=0}^{\infty}\left(-\frac{1}{2mc}\right)^n(\beta\alpha\cdot P)^n W^n$$
$$= e^{is}\beta$$

그러므로

$$H_0' = e^{2is}H_0$$
$$= \beta\left[mc^2\cos\left(\frac{|P|}{mc}W\right) + c|P|\sin\left(\frac{|P|}{mc}W\right)\right.$$
$$\left.+\frac{\alpha\cdot P}{|P|}|P|c\cos\left(\frac{|P|}{mc}W\right) - mc^2\sin\left(\frac{|P|}{mc}\right)\right] \quad (17)$$

여기서 W를 다음과 같이 두면 (17)의 둘째 項은 없어진다.

$$W = \frac{mc}{|P|}\tan^{-1}\frac{|P|}{mc}$$

따라서

$$H_0' = \beta c\sqrt{P^2+m^2c^2} = \beta E$$
$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}\left(m_0c^2 + \frac{P^2}{2m} + \cdots\cdots\cdots\right) \quad (18)$$

非相對論的 極限에서 우리는 Spin과 負의 Energy를 고려치 않으므로 (18)式은

$$H_0' = m_0c^2 + \frac{P^2}{2m}$$

이 되는데 結果的으로 H_0'를 量子力學에서의 演算子로 만들었다. 따라서 H는

$$H = H_0' + V = m_0c^2 + H_0''\left(H'' = \frac{P^2}{2m} + V\right)$$

이고 윗 式에서 m_0c^2을 없애면 Schrödinger 方程式이 된다.

Ⅱ. L-S公式과 Fourier變換

波動函數 Ψ를 Born級數로 表現하자(Omnes, 1963; Wu et al, 1962).

$$\Psi = \varphi_i + \frac{1}{\nabla^2+K^2}V\varphi_i + \frac{1}{\nabla^2+K^2}V\frac{1}{\nabla^2+K^2}V\varphi_i + \cdots (19)$$

이 式의 物理的意味는 波動函數 Ψ가 全散亂課程을 記述하는 項으로 構成되어 있는 것이다. 첫項 φ_i入射平面波와 Potential의 영향을 받지 않는 出射平面波의 合을 나타낸다. 둘째 項은 入射粒子가 Potential과 한번 相互作用하는 것을 나타내고 셋째 項은 두번 相互作用하는 것을 말한다. 이 關係를 圖式化하면 다음과 같다.

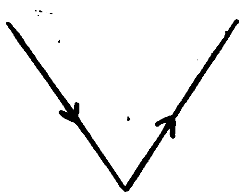

그림1

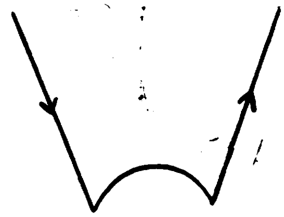

그림2

그림1과 2로 각각 表現된다. 結果的으로 Born級數는 相互作用이 일어나는 個個의 點에 依한 多重散亂으로 全散亂을 記述하는 것으로 생각되어진다. 이와같은 記述課程은 明白히 Potential이 比較的 적을 때에만 物理的인 意味를 갖는다. 特히 共鳴狀態와 束縛狀態의 性質과 存在에 關해서는 Born近似로서는 記述할 수 없다. 이제 L—S方程式 (16)式을 實際問題에 適用하기에 앞서 計算의 便利를 위하여 Fourier變換에 依해서 積分形態로 바꾸는 것이 바람직하다. (16)式에서 演算子(∇^2+K^2)이 一義的인 意味를 갖도록 定義해야 한다. 이 演算子의 意味를 더 뚜렷이 하기 위해 어떤 物理的 狀態가 抽象的 形인 $|\alpha>$로써 表示되었다고 생각하자. 또한 $|\alpha>$를 x空間에서의 波動函數 $\phi_\alpha(x)$로 나타낼 수 있음을 안다. 이때 x空間에서 演算子 $-i\hbar\nabla$는 運動量 演算子 $\hat{P}$로써 나타낼 수 있고 ∇^2+K^2은 $K^2-\hat{P}^2$으로 나타내어 진다. 또한 狀態 $|\alpha>$를 x空間에서의 波動函數 $\varphi_\alpha(x)$뿐만 아니라 運動量 空間에서의 波動函數 $\phi_\alpha(P)$로써도 表現된다. 이렇게 해서 우리는 다음과 같은 關係를 만족하는 運動量 演算子 P의 固有狀態 $|P>$의 集合을 導入한다.

$$P|P> = P|P>$$

$|P>$는 波動函數 $e^{ik\cdot x}$에 依해 x空間에서 表現되어졌다. 그러면

$(K^2-\hat{P}^2)^{-1}$은

$$(K^2-\hat{P}^2)^{-1}|P> = (K^2-P^2)^{-1}|P> \quad (20)$$

이 된다. 이때 P가 $P^2=K^2$을 滿足하는 값에 對應하는 狀態에 適用하지 않는다면 $(\nabla^2+K^2)^{-1}$은 一義的으로 定義되어 진다. 우리는 (20)式이 순간적으로 x空間으로 平行移動하는 것을 無視하기 위해 다음의 完全性條件을 使用하자.

$$\sum_p|P><P = \hat{1}$$

여기서 合은 P의 可能한 모든 값을 잡고 $\hat{1}$은 恒等演算子이다.

$$(K^2-P^2)^{-1}|\alpha>=\sum_p \frac{1}{K^2-P^2}<P|\alpha>|P> \quad (21)$$

(21)式을 Fourier變換에 依해 x空間에서 表現하면

$$(\nabla^2+K^2)^{-1}\varphi_a(x)=\int\frac{d^3P}{(2\pi)^3}\frac{1}{K^2-P^2}e^{ip\cdot x}\int e^{-ip\cdot y}$$

$$\varphi_a(y)d^3y=\int G(x-y)\varphi_a(y)d^3y$$

인데 여기서 $G(x)$는

$$G(x)=\frac{1}{(2\pi)^3}\int e^{ip\cdot x}\frac{d^3P}{K^2-P^2} \quad (22)$$

로 定義된다. $G(x)$는 $P^2=K^2$일때 被積分函數가 發散하므로 이 計算을 하기위해 다음 두가지의 物理條件을 주자.

① (16)式의 오른쪽 둘째 項 散亂波는 r이 충분히 클 때 出射球面波이다.

② $G(x)$가 廻轉에 對해서 不變이라는 것은 (22)式으로 부터 明白하므로 $G(x)$는 $r=|x|$만의 函數이다. 그래서 x는 球面座標系에서 一定한 方向 Z—軸을 選擇하고 $e^{ip\cdot x}$를 $e^{ipr}\cos\alpha$로 代置한다.

$$G(r)=-\frac{i}{(2\pi)^2}\int_0^\infty\frac{1}{r}(e^{ipr}-e^{-ipr})\frac{PdP}{K^2-P^2}$$

$$=\frac{1}{2\pi^2}\int_0^\infty\frac{\sin Pr}{r}\frac{PdP}{K^2-P^2} \quad (23)$$

(23)式의 被積分函數는 P에 關해 對稱이모로

$$G(r)=-\frac{1}{8\pi^2r}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{e^{ipr}dP}{2i}\left(\frac{1}{P-K}+\frac{1}{P+K}\right)$$

$$+\frac{1}{8\pi^2r}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{e^{-ipr}dP}{2i}\left(\frac{1}{P-K}+\frac{1}{P+K}\right) \quad (24)$$

로 表示할 수 있고 이 (24)式를 計算하면

$$G(r)=-\frac{1}{4\pi}\frac{e^{ikr}}{r} \quad (5)$$

가 된다. 우리는 (25)式에서 $G(r)$의 構造를 明白히 하기 위해 다음과 같은 세가지 說明을 붙인다.

① 그 位相은 e^{ikr}로 주어지고 自由粒子들은 運動量의 크기가 K인 球面波로써 散亂後에 發散한다.

② r가 충분히 클 때 因子 r^{-1}은 半徑 r인 球를 통해서 單位時間當 發散하는 粒子의 數가 그 半徑에는 無關하다는 것을 말한다.

③ r이 충분히 작을 때 $G(r)$은 $\frac{1}{4\pi r}$과 같아진다.

$G(r)$가 $(\nabla^2+K^2)^{-1}$로써 定義 되었으므로

$$(\nabla^2+K^2)^{-1}G(x)=\delta(x)$$

가 되고

$$G(|x-y|)=-\frac{1}{4\pi}\frac{e^{ik|x-y|}}{|x-y|}$$

$$(\nabla^2+K^2)^{-1}\Psi(x)=\int G(x-y)\Psi(y)d^3y$$

$$=-\frac{1}{4\pi}\int\frac{e^{ik|x-y|}}{|x-y|}\Psi(y)d^3y$$

$$\Psi(x)=e^{ik\cdot x}-\frac{1}{4\pi}\int\frac{e^{ik|x-y|}}{|x-y|}V(y)\Psi(y)d^3y \quad (26)$$

이다. (26)式이 L—S方程式(16)式의 積分形態이다.

散亂斷面積은 散亂振幅만 주어지면 다음 公式에 依해 計算되어 진다.

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}=|f(\theta)|^2$$

散亂振幅은 r이 충분히 클 때 波動函數의 境界條件에서 定義된다.

$$\Psi(x)=e^{ik\cdot x}+f(\theta)\frac{e^{ikr}}{r} \quad (27)$$

Ψ에 關한 積分方程式(26)式과 境界條件(27)式을 比較하면 다같이 入射平面波 $e^{ik\cdot r}$가 完全히 分離되어 있으므로 散亂振幅의 明白한 表現을 얻기 위하여 (26)式의 오른편 둘째 積分의 漸近形을 찾자. 그래서 우리는

$$\int\frac{e^{ik|x-y|}}{|x-y|}V(y)\Psi(y)d^3y \quad (28)$$

의 性質을 조사하자. 만약 相互作用이 局所化되었다면 (28)式은 y에 關한 積分領域이 有限하다고 생각되므로 분모에 있는 $|x-y|$는 x에 比해서 y를 近似的으로 無視할 수 있다. 한편 位相因子 $e^{ik|x-y|}$는 y보다 x가 훨씬 큰 값이라도 敏感하게 y에 依存한다.

$$|x-y|\approx|x|=r$$

$$|x-y|=|x|\left[1-\frac{2x\cdot y}{|x|^2}+\frac{y^2}{|x|^2}\right]^{\frac{1}{2}}\simeq|x|-\frac{x\cdot y}{|x|}$$

$$e^{ik|x-y|}\simeq e^{ikr-ik'\cdot y}\left(K'=K\frac{x}{|x|}\right)$$

그러므로 (26)式은

$$\Psi(x)\cong e^{ik\cdot x}-\frac{1}{4\pi}\frac{e^{ikr}}{r}\int e^{ik\cdot y}V(y)\Psi(y)d^3y \quad (29)$$

이 된다.

(27)과 (29)式를 比較하므로써

$f(\theta)=-\frac{1}{4\pi}\int e^{-ik'\cdot y}V(y)\Psi(y)d^3y$를 얻으며 散亂振幅은 달리

$$f(\theta)=-\frac{1}{4\pi}(\varphi_f{}^*, V\varphi_f)$$

로 定義할 수 있다. 또 $f(\theta)$를 Born 級數로 展開하기 위해 (19)式의 왼쪽에 V를 곱하고 φ_f와 scalar곱을 취하면 $-4\pi f(\theta)$가 되고 이것은 (14)式와 같다.

$$R_{fi}=(\varphi_f{}^*, V\Psi)=-4\pi f(\theta) \quad (30)$$

이것의 物理的 意味는 Born 級數(19)式와 같다. 入射粒子의 波動函數가 Potential의 영향을 거의 받지 않는다면 우리는 (30)式으로 부터 $f(\theta)$에 對한 第一 Born 近似式을 얻을 수 있다.

$$f(\theta)\simeq-\frac{1}{4\pi}\int e^{i(k-k')\cdot r}V(r)d^3r \quad (31)$$

만일 $V(r)$이 球對稱函數라 하고 球面座標系를 쓰면 積分이 가능하다(Schiff, 1955).

$$\int e^{i(k-k')\cdot r}V(r)d^3r=4\pi\int_0^\infty \frac{\sin Kr}{K}V(r)rdr$$

$$f(\theta)\simeq-\frac{1}{K}\int_0^\infty \sin Kr V(r)rdr \qquad (32)$$

(32)式이 第一 Born 近似式이다.

Ⅳ. 應用 및 結論

다른 方法으로 計算이 되어 있는 것을 위의 (32)式으로 다시 整理하자.

1. 直角 Potential우물에서의 散亂

$$V(r)=\begin{cases}0: r>a,\ r<0\\ -V_0: 0<r<a\end{cases}$$

$$f(\theta)=-\frac{1}{K}\int_0^\infty \sin Kr\ V(r)rdr$$

$$=\frac{V_0}{K^3}\left[-ka\cos Ka+\sin Ka\right]$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}=|f(\theta)|^2$$

$$=(a^3V_0)^2\frac{\left[\sin\left(2Ka\sin\frac{\theta}{2}\right)-\left(2K\sin\frac{\theta}{2}\right)\cos\left(2Ka\sin\frac{\theta}{2}\right)\right]^2}{\left(2Ka\sin\frac{\theta}{2}\right)^6}$$

여기서 $K=2k\sin\frac{\theta}{2}$이고

$$g(x)=\frac{(\sin x-x\cos x)^2}{x^6}$$

라 두면

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}=(a^3V_0)^2\ g(2Ka\sin\frac{\theta}{2})$$

가 된다.

2. 核子와 核子의 散亂

$V(r)=\frac{A}{r}e^{-\alpha r}$: Yukawa Potential

$$f(\theta)=\frac{A}{\alpha^2+K^2}$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}=|f(\theta)|^2=\left[\frac{A}{\alpha^2+4K^2\sin^2\frac{\theta}{2}}\right]^2$$

3. Rutherford 散亂

$V(r)=\frac{1}{r}zz'e^2$:Coulomb Potential

$$f(\theta)=-\frac{1}{K^2}zz'e^2$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}=\left(\frac{zz'}{K^2}e^2\right)^2\left(2\sin\frac{\theta}{2}\right)^{-4}$$

이상에서 考察한 結果를 要略하면

① 非相對論的 散亂問題를 形式的으로 다룰 수 있게 하는 L—S公式을 Rutherford 散亂에 適用하니 다른 方法보다 斷面積을 간단히 計算할 수 있었다.

② 相對論的 散亂問題 中에서 核子間散亂에 L—S公式을 適用한 결과 斷面積에 對한 近似値만 얻을 수 있었다.

③ 相對論的 散亂問題에 對한 Dyson의 Covariant Formalism은 L—S方程式의 相對論的 확장이다.

References

Dyson, F.J. 1970. Phys. Rev., 75, 468

Dyson, F.J. 1970. Phys. Rev., 75, 1736

Lippmann, B.A. and J.S. Schwinger, 1956. Phys. Rev., 79, 469

Newton, RogerG. 1966. Scattering Theory of Waves and Particles, p. 147-213 (McGrow-Hill Book co, N.Y)

Nishijima, K. 1963. Fundamental particles, p. 104-111 (W.A. Benjamin, N.Y)

Ommes, R. and M. Froissart. 1963. Mandelstam Theory and Regge Poles, p.1-14 (W.A. Benjamin, N.Y.)

Schweber, S.S. 1961. An Introduction to Relativistic Quantum Field Thery, p. 91-95, 315-325 (Harper and Row N.Y.)

Schiff, L.I. Quantum Mechanics, p.161-166 (McGrow-Hill Book Co, N.Y)

Wu and Ohmura, 1962. Quantum Theory of scattering. (prentice-Hall)