

## 프리모델을 사용한 전력계통의 안정화

김 현 종\* · 김 호 찬\*\*

### Power System Stabilizer using the Free Model

Hyun-Jong Kim\* and Ho-Chan Kim\*\*

#### ABSTRACT

The free model concept is introduced as an alternative intelligent system technique to design a controller with input and output data only. The idea of free model comes from the Taylor series approximation, where an output can be estimated when such data as position, velocity, and acceleration are known. The parameters in the free model can be estimated using the input and output data and a controller can be designed based on the free model. The free model thus developed is shown to be controllable, observable, and robust. The accuracy of the free model approximation can be improved by increasing the observation window and the order of the free model. The LQR method is applied to the free model to design power system stabilizers (PSS), and compared with the conventional PSS.

**Key Words** : Free model, Intelligent control, Power system stabilization, Linear quadratic regulator.

#### 1. 서론

전력계통 제어의 주 목적은 모든 소비자에게 전기를 공급하는데 있어 부하 변동에 관계없이 안정된 주파수와 전압을 제공하기 위함이다. 소비자들은 전력계통이 광범위한 라인, 케이블 그리고 변압기 네트워크로 구성되어 있고 전력은 먼 거리에 있는 발전소에

서 공급된다는 사실에도 불구하고 믿을 수 있고 안전한 전기 에너지 공급을 기대한다. 전통적으로, 대부분의 제어기들은 계통과 그 계통의 선형화된 모델의 수학적 기술에 바탕을 두고 설계된다. 따라서 수학적 모델에 바탕을 둔 제어기들을 실제의 시스템, 특히 전력계통과 같은 복잡하고 비선형 시스템에 적용하기는 어렵다.

본 논문에서는 입출력 데이터만을 사용하여 시스템식별을 위한 프리모델 (free model) 개념과 전력계통 안정화장치 (power system stabilizer, PSS)에의 적용방법에 대해 살펴본다. 프리모델 개념은 단지 입력과 출력 데이터를 이용하여 미지의 동적 시스템을 대상으로 제어기를 설계하는 새로운 지능시스템 설계

\* 제주대학교 산업대학원 전자전기공학과  
Department of Electronic & Electrical Engineering, Graduate School of Industry, Cheju Nat'l Univ.  
\*\* 제주대학교 전기전자공학부, 첨단기술연구소  
Faculty of Electrical & Electronic Engineering, Research Institute of Advanced Technology, Cheju Nat'l Univ.

기법으로 생각할 수 있으며 시스템식별을 위한 수학적 모델은 필요하지 않는다. 프리모델은 Taylor 급수로부터 유도할 수 있는데 위치, 속도 및 가속도와 같은 데이터를 이용하여 시스템의 출력을 쉽게 예측할 수 있다. 프리모델에서의 매개변수는 입출력 데이터를 이용하여 계산되고 제어기는 이런 프리모델에 기초하여 설계된다. 제어가 설계를 위해서 프리모델은 선형 상태공간 모델 (state space model)로 변형되고 LQR (linear quadratic regulator)에 의해 안정화된다. 프리모델의 정확성은 예측을 위한 관측창 (observation window)의 크기와 프리모델의 차수를 증가시킴으로써 향상시킬 수 있다.

본 논문에서는 제안한 방법의 실현 가능성을 살펴 보기 위해 1기무한대모선 전력계통을 대상으로 FMBPSS (free model based PSS)와 CPSS (conventional PSS)의 성능을 비교하였다. 비록 선형 상태공간 모델이 제어기 설계를 위해 사용되었지만, FMBPSS는 여러 가지의 부하조건과 주변환선의 정전 혹은 3상 지락 사고와 같은 계통 사고에 대해 강인성 (robust)을 보여준다.

## II. 전력계통의 모델링

과도 안정성 (transient stability)은 발전 또는 변환 시설의 손실, 갑작스럽거나 지속적인 부하 변화 혹은 계통 사고로부터 초래된 주 왜란동안 동기속도를 유지하기 위한 전력계통의 적응성에 관련된 정보를 제공해 주는데, 특히 전력계통에서 기기의 속도와 토오크의 변화와 전압, 선전류와 전력의 변동에 대한 것을 알려준다<sup>1)</sup>. 과도 안정성 해석은 미분방정식의 해를 통해 네트워크간의 관계를 나타내는 대수방정식을 조합함으로써 수행될 수 있다<sup>1,2)</sup>. 네트워크 방정식의 해를 통해 각 시스템의 특성을 파악할 수 있으므로, 전력계통의 모델링을 통해 과도상태 동안의 시스템의 전압과 전류에 관한 정보를 얻을 수 있다.

동적 전력계통 해석에서, 고정자 (stator)와 네트워크 방정식은 대수방정식으로 주어지고, q축 및 d-q 축 발전기 (generator) 모델은 수정된 전력 흐름 방정식으로 나타낼 수 있다<sup>1,2)</sup>.

## III. 프리모델

다음과 같은 비선형 시불변 이산시간 시스템을 고려하자.

$$\begin{aligned} y(k+1) &= f(y(k), y(k-1), \dots, y(k-N)), \\ u(k), u(k-1), \dots, u(k-M)) \end{aligned} \quad (1)$$

여기서  $y(k-i)$ 와  $u(k-j)$ ,  $i=0, 1, \dots, N$ ,  $j=0, 1, \dots, M$ 는 각각 지연된 입력과 출력 신호들을 나타낸다. 식 (1)에서 나타난 지연된 신호들을 다음과 같은 후진 차분 연산자 (backward difference operator)<sup>3,4)</sup>를 사용하여 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \Delta^n f(k) &= \Delta^{n-1} f(k) - \Delta^{n-1} f(k-1), n \geq 1 \\ \Delta^0 f(k) &= f(k) \end{aligned} \quad (2)$$

식 (2)의 차분 연산자를 이용하여 이산시간 시스템 (1)을 다시 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} y(k+1) &= f(y(k), \Delta y(k), \dots, \Delta^N y(k), u(k), \\ &u(k-1), \Delta u(k-1), \dots, \Delta^M u(k-1)) \end{aligned} \quad (3)$$

식 (3)을 1차 Taylor 급수로 확장하여 나타내면

$$\begin{aligned} y(k+1) &= f(y(k), \Delta y(k), \dots, \Delta^N y(k), u(k), \\ &u(k-1), \Delta u(k-1), \dots, \Delta^M u(k-1)) \\ &= y(k) + \sum_{i=1}^N a_i \Delta^i y(k) + b_0 \Delta u(k) \\ &+ \sum_{i=1}^M b_i \Delta^i u(k-1) + O(k) \end{aligned} \quad (4)$$

이다. 여기서,  $a_i = \frac{\partial f}{\partial \Delta^i y(k-1)}$ ,  $b_0 = \frac{\partial f}{\partial u(k-1)}$ ,  $b_i = \frac{\partial f}{\partial \Delta^i u(k-2)}$  이고  $O(k)$ 는 고차항을 나타낸다. 식 (4)에서  $y(k)$ 를 좌변으로 이동하면, 위식은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \Delta y(k+1) &= \sum_{i=1}^N a_i \Delta^i y(k) + b_0 \Delta u(k) \\ &+ \sum_{i=1}^M b_i \Delta^i u(k-1) + O(k) \end{aligned}$$

여기서 고차항  $O(k)$ 을 무시하면, 프리모델은 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\Delta \hat{y}(k+1) = \sum_{i=1}^N a_i \Delta^i y(k) + b_0 \Delta u(k) + \sum_{i=1}^M b_i \Delta^i u(k-1) \quad (5a)$$

또는  $\Delta$ 으로 양변을 나누면

$$\hat{y}(k+1) = \sum_{i=1}^N a_i \Delta^{i-1} y(k) + b_0 u(k) + \sum_{i=1}^M b_i \Delta^{i-1} u(k-1) \quad (5b)$$

이다. 여기서  $N$ 과  $M$ 은 각각 입력과 출력을 위한 프리모델의 차수이다. 프리모델은 위의 두 가지 형태로 공식화할 수 있다. 일반적으로 프리모델 차수는  $N=M$ 으로 가정하고 매개변수  $a_i, b_0, b_i$ 는 최소자승법 (least squares method)등을 이용하여 결정할 수 있다<sup>3,4,5)</sup>. 최소자승 문제는 다음과 같은 목적함수 (object function)  $J$ 를 최소화하는 것이다.

$$J = \min \sum_{i=1}^n (y(k-i+1) - \hat{y}(k-i+1))^2 \quad (6)$$

여기서  $y$ 와  $\hat{y}$ 은 각각 플랜트 출력과 계산된 프리모델의 출력을 나타낸다. 식 (6)을 최소화시키는 프리모델의 매개변수들은 다음의 관계식에서 구할 수 있다<sup>3,4,5)</sup>.

$$\bar{Y} = \bar{P} \bar{X}, \quad \bar{P} = [P_1 \ P_2] \quad (7)$$

여기서

$$P_1 = \begin{bmatrix} \Delta^0 y(k) & \cdots & \Delta^{N-1} y(k) \\ \vdots & & \vdots \\ \Delta^0 y(k-n) & \cdots & \Delta^{N-1} y(k-n) \end{bmatrix}$$

$$P_2 = \begin{bmatrix} u(k) & \Delta^0 u(k-1) & \cdots & \Delta^{N-1} u(k-1) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ u(k-n) & \Delta^0 u(k-n-1) & \cdots & \Delta^{N-1} u(k-n-1) \end{bmatrix}$$

그리고  $\bar{P} \in R^{((n+1) \cdot (2N+1)) \times 1}$ 이고

$$\bar{X} = [a_1 \ \dots \ a_N \ b_0 \ b_1 \ \dots \ b_N]^T \in R^{(2N+1) \cdot 1}$$

$$\bar{Y} = [y(k+1) \ \dots \ y(k+1-n)]^T \in R^{(n+1) \cdot 1}$$

이다. 이때  $N$ 은 프리모델의 차수이고  $n$ 은 매개변수를 구하기 위해 사용된 데이터의 수를 나타낸다. 이때 프리모델의 매개변수  $\bar{X}$ 는 다음 식으로부터 얻어진다.

$$\bar{X} = (\bar{P}^T \bar{P})^{-1} \bar{P}^T \bar{Y} \quad (8)$$

#### IV. 상태공간 모델과 LQR 제어기

프리모델을 상태공간 모델로 나타낼 수 있으면 기존의 제어기 설계방법을 쉽게 적용할 수 있다. 본 논문에서는 프리모델을 LQR에 적용한 FMBOC (free model based optimal controller) 제어기를 설계하도록 한다. 먼저 프리모델을 선형 상태공간 모델로 변환하기 위해 다음과 같은 선형 변환이 소개되고 다음으로 LQR 설계 방법이 적용된다<sup>6,7)</sup>. 상태변수를 다음과 같이 정의하자.

$$x_1(k) = \Delta y(k)$$

$$x_2(k) = \Delta^2 y(k) + \beta_1 \Delta u(k-1)$$

$$x_3(k) = \Delta^3 y(k) + \beta_2 \Delta u(k-1) + \beta_1 \Delta^2 u(k-1)$$

$$\vdots$$

$$x_N(k) = \Delta^N y(k) + \beta_{N-1} \Delta u(k-1) + \dots + \beta_1 \Delta^{N-1} u(k-1)$$

식 (9)에서 정의된 상태변수를 사용하면 프리모델은 다음과 같은 선형 상태공간 모델로 나타낼 수 있다.

$$x(k+1) = Ax(k) + B \Delta u(k) \quad (10)$$

$$\Delta y(k) = Cx(k)$$

여기서

$$A = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & \cdots & a_N \\ a_1 - 1 & a_2 & \cdots & a_N \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_1 - 1 & a_2 - 1 & \cdots & a_N \end{bmatrix}$$

$$C = [1 \ 0 \ \dots \ 0]$$

$$B = \begin{bmatrix} b_0 \\ b_0 + \beta_1 \\ \vdots \\ b_0 + \beta_1 + \dots + \beta_{N-1} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_{N-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_2 & a_3 & \dots & a_N \\ a_3 & a_4 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_N & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_{N-1} \end{bmatrix}$$

이다. 식 (10)에서 입력 및 출력 쌍인  $(u(k), y(k))$  와  $(\Delta u(k), \Delta y(k))$ 는 같은 변환 함수를 가지므로 제어입력  $u(k)$ 를 구하기 위한 제어기는 프리모델의 상태공간 모델  $(A, B, C)$ 로부터 설계할 수 있다.

본 논문에서는 전력계통 안정화를 위해 제어기를 LQR을 이용하여 설계한다. LQR 설계는 목적함수의 값을 최소화시키면서 시스템의 초기상태에서부터 최종상태까지 변환할 수 있는 최적제어  $u$ 를 결정하는 것이다. 목적함수는 다음과 같은 2차식의 형태로 주어진다.

$$J = \sum_{k=0}^{\infty} (x^T(k) Q(k)x(k) + u^T(k) R(k)u(k))$$

여기서  $Q(k)$ 는 양의 반 정부호 (positive semi-definite)이고  $R(k)$ 는 양의 정부호 (positive definite)이다. LQR 제어기를 설계하기 위해서, 첫 번째 단계는 중요한 행렬  $Q, R$ 을 선택하는 것이다.  $R$  값은 시스템의 상태보다 제어 입력에 더 비중을 두도록 조절하는 반면에  $Q$ 는 입력보다 상태에 더 많은 비중을 두도록 한다. 제한 이득  $K$ 는 다음과 같이 계산되어질 수 있으며 페루프 시스템 응답은 시뮬레이션을 통해 찾을 수 있다. LQR 제어기는 다음과 같이 주어진다.

$$u(k) = -Kx(k) \tag{11}$$

여기서  $K$ 는 다음과 같은 이산 대수 Ricatti 방정식의 해로부터 얻어진 제한 이득 상수이다.

$$K = (B^T S B + R)^{-1} B^T S A$$

$$S = A^T S A - A^T S B K + (C^T Q C)$$

## V. 컴퓨터 시뮬레이션

본 논문에서는 제안한 FMBPSS의 타당성을 검증하기 위하여 선정한 계통전력은 일반적으로 많이 이용되고 있는 1기무한대모선 (one machine infinite bus, OMIB) 계통에서의 전력계통 안정화 장치를 선정하였다. 본 모델은 전형적인 비선형 시스템이며 외란이 존재하며 q축 발전기 모델, 정적여자기 (static excitation), 터빈과 거버너 (governor) 모델로 구성된다<sup>1,8,9)</sup>. Fig. 1은 일반적인 부하 조건하에서의 계통 출력과 프리모델 출력의 차이를 보여준다. 샘플링 시간은 0.01[sec]이고 첫 번째 100 개의 샘플을 사용하여 2차 프리모델의 매개변수를 최소자승법을 사용하여 다음과 같이 추정하였다:

$$a_1 = 0.9961, \quad a_2 = 0.9987, \quad b_0 = 2.7261 \times 10^{-4} \quad \text{그리고} \quad b_1 = -3.3148 \times 10^{-4}.$$

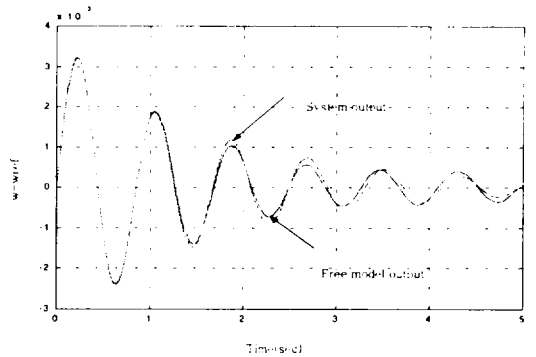


Fig. 1. Comparison between the system output and the free model output (data  $n=100$ , order  $N=2$ ).

프리모델이 실제 전력계통을 얼마나 정확하게 모델링했는지를 살펴보기 위하여, 오차 (error)의 실효값 (root mean square, rms)은 다음과 같이 정의한다.

$$Error = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y(i) - \hat{y}(i))^2} \tag{12}$$

여기서  $n$ 은 샘플링한 숫자이고  $y(i)$ 와  $\hat{y}(i)$ 는 각각 전력계통 출력과 프리모델 출력을 나타낸다. Table 1

은 여러 가지의 프리모델 차수에 대한 예러와 데이터 값을 보여준다. 오차의 실효값은 프리모델의 차수와 데이터 값이 증가함에 따라 감소함을 알 수 있다.

Table 1. rms error of the free model ( $\times 10^{-4}$ )

|        | Data | N=2    | N=3    | N=3    | N=4    |
|--------|------|--------|--------|--------|--------|
| Case a | 100  | 1.0030 | 0.9690 | 0.8440 | 0.7870 |
| Case b | 180  | 0.2674 | 0.2593 | 0.2464 | 0.2459 |
| Case c | 260  | 0.2334 | 0.2270 | 0.2221 | 0.2218 |
| Case d | 340  | 0.2230 | 0.2172 | 0.2148 | 0.2146 |
| Case e | 420  | 0.2186 | 0.2130 | 0.2115 | 0.2114 |

또한 프리모델은 중부하 (heavy load)와 3상 사고 (three phase fault)와 같은 운전 조건하에서 시험하여 보았다. 프리모델을 이용하는 주된 목적이 그 자체의 간단함 (simplicity)이기 때문에, Table 1에서 가장 간단한 조건에서, 즉 프리모델은 차수가  $N=2$  이고 데이터의 개수가  $n=100$ , 제어를 설계하도록 하였다. 2차 프리모델에  $R=0.000475$  와  $Q=1$ 의 값을 갖는 LQR를 적용하였다. 일반적인 부하 조건하에서, 계산된 최적 이득은  $K=[-44.0 \ -2154.9]$ 이다.

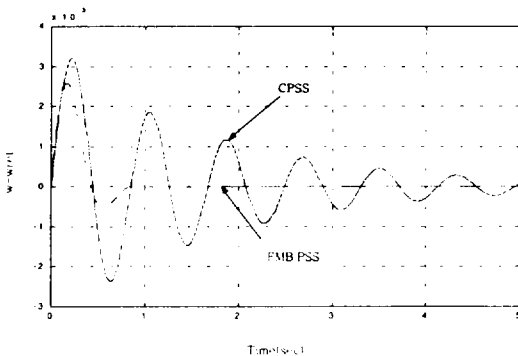


Fig. 2. Outputs of the CPSS and FMBPSS in the normal loading condition.

Fig. 2, 3과 4는 프리모델에 기초한 전력계통 안정화 장치 (FMBPSS)의 응답과 기존의 PSS (CPSS)

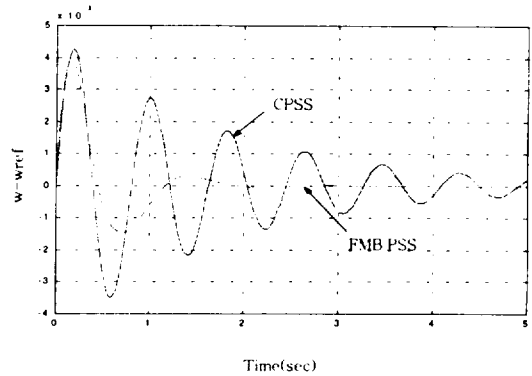


Fig. 3. Outputs of the CPSS and FMBPSS in the heavy loading condition.

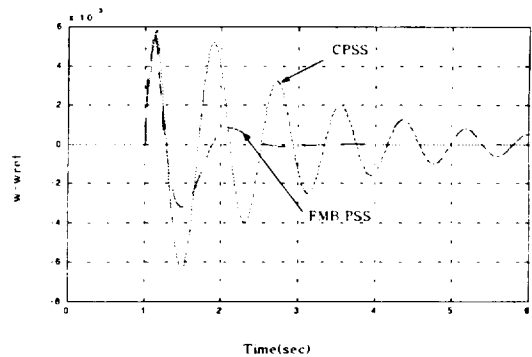


Fig. 4. Outputs of the CPSS and FMBPSS in the three-phase fault condition.

의 응답을 나타내고 있다. Fig. 2는 일반적인 부하 조건하에서 -10%에 의한 토오크각 편차 (torque angle deviation)가 존재할 때의 결과이고, Fig. 3은 중부하 조건하에서의 같은 토오크각 편차가 존재할 때 결과이다. 그리고 Fig. 4는 3상 사고 조건하에서의 응답을 보여준다. 3가지 경우 모두 FMBPSS가 CPSS 보다 훨씬 우수한 성능을 보여주는 것을 볼 수 있다.

## VI. 프리모델의 견실성

위에서 얻어진 시뮬레이션 결과는 여러 가지 조건 중에서 한 경우가 잘못된 상황만을 다루었다. 그러나

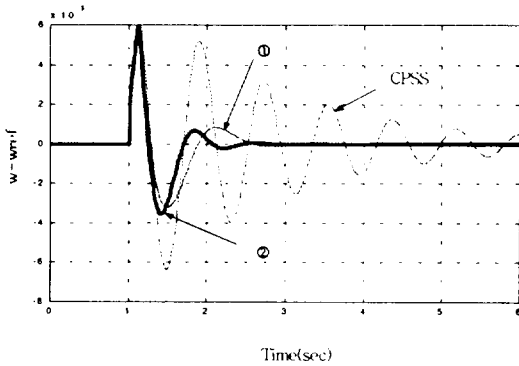


Fig. 5. Robustness of the FMBPSS for heavy loading condition.

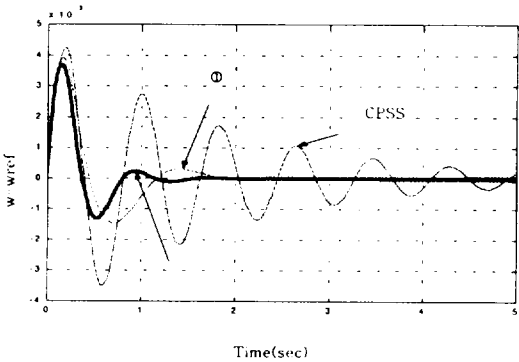


Fig. 6. Robustness of the FMBPSS for three-phase fault condition.

여러 가지 운전 조건을 갖는 모든 경우에 대해서 동작 가능한 제어를 설계하는 것이 바람직하다. 이를 위해, 일반적인 부하 조건에서 설계된 FMBPSS 제어를 중부하 조건과 3상 단락 사고가 발생한 경우에 적용하였다. Fig. 5와 6은 제안한 FMBPSS의 강인성을 보여준다. Fig. 5에서 응답 ①은 중부하 조건하에서 설계된 FMBPSS를 나타내고 응답 ②는 일반적인 부하 조건하에서 설계된 FMBPSS 경우를 나타내는 결과이다. 또한 Fig. 6에서 응답 ①은 3상 사고 조건하에서 설계된 FMBPSS를 나타내고 응답 ②는 일반적인 부하 조건하에서 설계된 FMBPSS 경우를 나타내는 결과이다. 이 두 경우로부터, 프리모델은 여러 가지 운전 조건에 대해 강인할 수 있

다는 것을 보여준다.

## VII. 결 론

본 논문에서는 시스템 식별을 위한 프리모델 개념을 살펴보고 전력계통 안정화 장치 (PSS)를 설계할 때 적용하기 위한 방법을 제시하였다. 프리모델 개념은 단지 입력과 출력 데이터를 갖는 미지의 동적 계통에서 제어를 설계하기 위한 새로운 지능 시스템 설계기법으로 제시하였는데 제안한 방법은 시스템 해석을 위한 수학적인 지식을 필요로 하지 않는다. 프리모델은 선형 상태공간 모델로 변형되고 LQR 방법을 이용하여 안정한 PSS 설계를 위해 사용되었다. 측정된 매개변수에 대해 프리모델의 차수가 증가하고 관측창이 확대됨에 따라 프리모델의 정확성이 대략 증가하는 것을 알 수 있었다. 그러나, 프리모델의 간단함을 유지하기 위해 낮은 차수의 프리모델과 비교적 적은 관측창이 FMBPSS를 설계하는데 사용되었다.

제안된 FMBPSS는 1기무한대모선 전력계통에 적용하여 다양한 운전 조건하에서 시험되었고 기존의 PSS와 비교하였다. 그 결과 모든 경우에 있어서 FMBPSS는 기존의 PSS보다 우수한 수행능력을 보였다.

## 참고문헌

- 1) P.W. Sauer and M.A. Pai, 1998. *Power System Dynamics and Stability*. Prentice Hall, New Jersey.
- 2) G.W. Stagg and A.H. El-Abiad, 1968. *Computer Methods in Power Systems Analysis*. McGraw Hill, Inc..
- 3) C. Phillips and H.T. Nagle, 1997. *Digital Control System Analysis and Design*. Prentice Hall.
- 4) K. Ogata, 1995. *Discrete-time Control System*. Prentice Hall.
- 5) P.J. Autsaklis and A.M. Michel, 1997. *Linear*

System. McGraw-Hill, Inc..

- 6) Y.N. Yu, K. Vongsuriya, and L.N. Wedman. 1970. Application of an optimal control theory to a power system. *IEEE Trans. on PAS*, vol. PAS-89, no.1, pp.55-62.
- 7) B.D.O. Anderson and J.B. Moore. 1990. *Linear Optimal Control*. Prentice Hall, New Jersey.
- 8) K.N. Srivastava and S.C. Srivastava. 1997. Application of Hopf bifurcation theory for determining critical value of a generator control or load parameter. *Int. J. Elec. Power Energy Syst.*, vol.19, no.8, pp.535-540.
- 9) E.V. Larsen and D.A. Swann. 1981. Applying power system stabilizers: Part 1-3. *IEEE Trans. on PAS*, vol.PAS-100, no.6, pp.3017-3046.

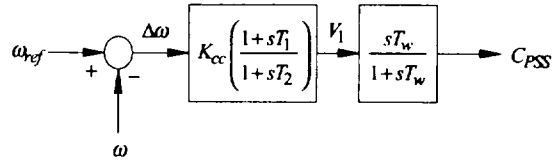


Fig. A.2. Conventional power system stabilizer model.

Table A.1. The parameters of PSS

| $T_1$ | $T_2$ | $T_w$ | $K_{cc}$ |
|-------|-------|-------|----------|
| 0.685 | 0.1   | 3     | 7.091    |

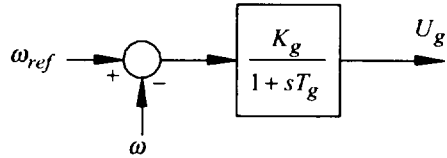


Fig. A.3. Governor model.

APPENDIX

One machine infinite bus (OMIB) power system

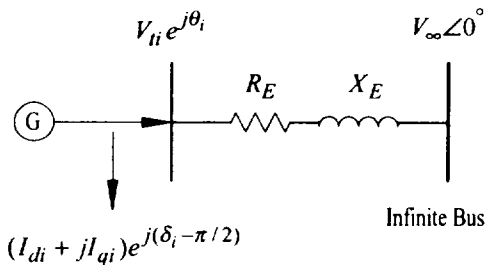


Fig. A.1. One machine infinite bus power system.

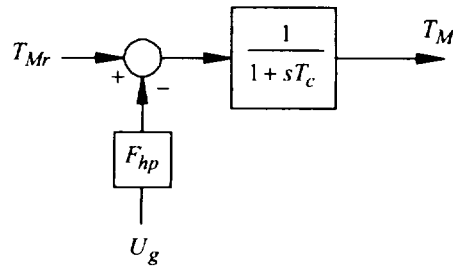


Fig. A.4. Turbine model.

$$\frac{d\delta_i}{dt} = \omega_b(\omega_i - \omega_0)$$

$$M_i \frac{d\omega_i}{dt} = (T_{Mi} - P_{ei} - D_i(\omega_i - \omega_0))$$

$$T_{di} \frac{dE_{qi}}{dt} = (E_{fdi} - E_{qi} - (X_{di} - X'_{di})I_{di})$$

$$T_{Ai} \frac{dE_{fdi}}{dt} = (K_{Ai}(V_{refi} - V_i + C_{PSSI}) - E_{jei})$$

$$T_{Ci} \frac{dT_{Mi}}{dt} = (F_{hpi} U_{gi} - T_{Mi} + T_{Mr})$$

$$T_{gi} \frac{dU_{gi}}{dt} = (K_{gi}(\omega_{refi} - \omega_i) - U_{gi})$$

Table A.2. The parameter of Generator, Turbine, and Governor (  $e'_q$  Model)

| M     | D      | $T'_{do}$ | $x_d$    |
|-------|--------|-----------|----------|
| 9.26  | 0.01   | 7.76      | 0.937    |
| $x_q$ | $x'_d$ | $T_c$     | $F_{hp}$ |
| 0.55  | 0.19   | 0.1       | 1        |
| $K_g$ | $T_g$  |           |          |
| 10    | 0.1    |           |          |

Table A.3. The operating points

| P | Q   | $V \angle \theta$       | $I \angle \theta$            |
|---|-----|-------------------------|------------------------------|
| 1 | 0.2 | $1 \angle 29.602^\circ$ | $1.0198 \angle 18.292^\circ$ |

Table A.5. Exciter data

| $T_A$ (sec) | $K_A$ (p.u) |
|-------------|-------------|
| 0.03        | 0.5         |

Table A.4. Transmission line data

| $R_E$ | $X_E$ |
|-------|-------|
| 0.03  | 0.5   |