



저작자표시-비영리-변경금지 2.0 대한민국

이용자는 아래의 조건을 따르는 경우에 한하여 자유롭게

- 이 저작물을 복제, 배포, 전송, 전시, 공연 및 방송할 수 있습니다.

다음과 같은 조건을 따라야 합니다:



저작자표시. 귀하는 원저작자를 표시하여야 합니다.



비영리. 귀하는 이 저작물을 영리 목적으로 이용할 수 없습니다.



변경금지. 귀하는 이 저작물을 개작, 변형 또는 가공할 수 없습니다.

- 귀하는, 이 저작물의 재이용이나 배포의 경우, 이 저작물에 적용된 이용허락조건을 명확하게 나타내어야 합니다.
- 저작권자로부터 별도의 허가를 받으면 이러한 조건들은 적용되지 않습니다.

저작권법에 따른 이용자의 권리는 위의 내용에 의하여 영향을 받지 않습니다.

이것은 [이용허락규약\(Legal Code\)](#)을 이해하기 쉽게 요약한 것입니다.

[Disclaimer](#)

석사학위논문

2015 개정 수학과 교육과정에 따른
국정 및 검정교과서 비교 분석
-분수 감각을 중심으로

Comparative Analysis of
Government-designated and Authorized
Textbooks according to the 2015 Revised
Mathematics Curriculum
-Focuisng on Fraction Sense

제주대학교 교육대학원

초등수학교육전공

김 정 주

2023년 8월

2015 개정 수학과 교육과정에 따른
국정 및 검정교과서 비교 분석
-분수 감각을 중심으로

Comparative Analysis of
Government-designated and Authorized
Textbooks according to the 2015 Revised
Mathematics Curriculum
-Focuisng on Fraction Sense

지도교수 김 해 규

이 논문을 교육학 석사학위 논문으로 제출함

제주대학교 교육대학원

초등수학교육전공

김 정 주

2023년 5월

김 정 주의
교육학 석사학위 논문을 인준함

심사위원장 최 근 배 (서명)

위 원 이 호 수 (서명)

위 원 김 해 규 (서명)

제주대학교 교육대학원

2023년 6월

목 차

국문 초록	viii
I. 서론	1
1. 연구의 필요성	1
2. 연구 내용	3
3. 연구 용어	3
II. 이론적 배경	4
1. 수 감각	4
2. 분수 감각	6
3. 분수 감각 검사 도구 관련 선행 연구	8
III. 연구 방법 및 절차	14
1. 연구 방법	14
2. 연구 절차	17
IV. 연구의 실제	18
1. 2015 개정 교육과정에 따른 국정 및 검정교과서 분석	18
2. 6학년 학생들의 분수 감각 검사 결과 분석	99
3. 분수 감각 검사 결과 분석에 기반한 교과서의 문제점과 개선 방안	110
V. 결론 및 제언	140
1. 결론	140
2. 제언	144

참고 문헌	145
ABSTRACT	148
부 록	150
〈부록1〉 분수 감각 검사지	151

표 목 차

〈표 II-1〉 수 감각 체계와 구성 요소	5
〈표 II-2〉 분수 감각 구성 요소	8
〈표 II-3〉 분수 감각 지필 검사 내용	9
〈표 II-4〉 수 감각 검사	10
〈표 II-5〉 수 감각 검사 문항	10
〈표 II-6〉 분수에 대한 수감각 지필검사 문항 영역 및 요소	11
〈표 II-7〉 분수의 의미에 따른 검사 문항 예	12
〈표 III - 1〉 검정교과서 분석 대상	14
〈표 III-2〉 분수 감각 진단 검사 실시 대상의 특징	15
〈표 III-3〉 분수 감각 구성 요소별 분수 감각 검사 문항 구성	16
〈표 IV-1〉 분수 감각 구성 요소별 분수 학습 단원	18
〈표 IV-2〉 각 교과서별 단원의 구성 체제	19
〈표 IV-3〉 3학년 1학기 ‘분수와 소수’ 단원 전개 비교	21
〈표 IV-4〉 3학년 2학기 ‘분수’ 단원 전개 비교	24
〈표 IV-5〉 4학년 2학기 ‘분수의 덧셈과 뺄셈’ 단원 전개 비교	26
〈표 IV-6〉 5학년 1학기 ‘약분과 통분’ 단원 전개 비교	28
〈표 IV-7〉 5학년 1학기 ‘분수의 덧셈과 뺄셈’ 단원 전개 비교	30
〈표 IV-8〉 5학년 2학기 ‘분수의 곱셈’ 단원 전개 비교	32
〈표 IV-9〉 6학년 1학기 ‘분수의 나눗셈’ 단원 전개 비교	34
〈표 IV-10〉 6학년 1학기 ‘비와 비율’ 단원 전개 비교	36
〈표 IV-11〉 6학년 2학기 ‘분수의 나눗셈’ 단원 전개 비교	39
〈표 IV-12〉 교과서별 부분-전체(연속량) 개념 차시 전개 비교	41
〈표 IV-13〉 교과서별 부분-전체(이산량) 개념 차시 비교	46
〈표 IV-14〉 소수 도입 차시 비교	48
〈표 IV-15〉 교과서별 가분수, 대분수 관련 차시 비교	49

〈표 IV-16〉 교과서별 ‘전체의 분수만큼’ 분수 차시 비교	51
〈표 IV-17〉 5학년 2학기 자연수×분수 차시 대표 예제 비교	53
〈표 IV-18〉 교과서별 몫이 1보다 작은 (자연수)÷(자연수) 문제 분석	54
〈표 IV-19〉 교과서별 몫이 1보다 큰 (자연수)÷(자연수) 차시 비교	54
〈표 IV-20〉 교과서별 두 양의 크기 비교 맥락	57
〈표 IV-21〉 교과서별 ‘비’ 개념 도입 맥락	58
〈표 IV-22〉 교과서별 ‘비율’ 개념 도입 맥락	59
〈표 IV-23〉 교과서별 ‘비율의 활용’ 차시	60
〈표 IV-24〉 교과서별 ‘백분율’ 도입 차시	62
〈표 IV-25〉 교과서별 ‘백분율의 활용’ 차시	63
〈표 IV-26〉 ‘크기가 같은 분수’ 관련 차시 분석	66
〈표 IV-27〉 동분모 분수의 크기 비교(진분수, 단위분수) 관련 차시 분석	68
〈표 IV-28〉 동분모 분수(가분수, 대분수) 크기 비교 관련 차시 분석	70
〈표 IV-29〉 5학년 1학기 ‘약분과 통분’ 분수의 크기 비교 대표 예제 분석	71
〈표 IV-30〉 동분모 분수의 덧셈 대표 예제	76
〈표 IV-31〉 동분모 분수의 뺄셈 차시 전개	78
〈표 IV-32〉 이분모 분수의 덧셈 차시 전개	82
〈표 IV-33〉 동분모 분수의 뺄셈 차시 전개 이분모 분수의 뺄셈	83
〈표 IV-34〉 (분수)×(자연수) 관련 차시 대표 예제 분석	86
〈표 IV-35〉 (진분수)÷(자연수) 대표 예제 분석	87
〈표 IV-36〉 여러 가지 분수의 나눗셈 대표 예제 분석	88

<표 IV-37> 분모가 같은 (분수) \div (분수) 차시 분석	90
<표 IV-38> 분모가 다른 (분수) \div (분수) 차시 분석	91
<표 IV-39> (자연수) \div (분수) 차시 분석	91
<표 IV-40> ‘(분수) \div (분수)를 분수의 곱셈으로 나타내기’ 차시 분석	92
<표 IV-41> 답의 합리성 검토 문제 교과서 장면	97
<표 IV-42> ‘분수의 의미 이해’ 영역 정답률	99
<표 IV-43> ‘분수의 동치 표현 및 동치식의 이해’ 영역 정답률	100
<표 IV-44> ‘분수의 크기 이해’ 영역 정답률	102
<표 IV-45> ‘연산의 의미와 결과 이해’ 영역 정답률	103
<표 IV-46> ‘기준 척도의 활용’ 영역 정답률	104
<표 IV-47> ‘지식의 적절한 활용’ 영역 정답률 (1)	107
<표 IV-48> ‘지식의 적절한 활용’ 영역 정답률 (2)	108
<표 IV-49> 분수 감각 검사 문항 정답률	109
<표 IV-50> 별도 차시에 구성된 분수의 크기 비교 방법	125
<표 IV-51> 5학년 1학기 ‘약분과 통분’ 내 분수의 크기 비교 관련 본 차시 문제 유형	126
<표 IV-52> 분모가 다른 분수의 크기 비교 관련 수학 교과서 연습 문제 및 단원 마무리 문제 유형	127
<표 IV-53> 분수의 덧셈과 뺄셈 질적 추론 교과서 장면	130
<표 IV-54> 분수의 곱셈과 나눗셈 질적 추론 교과서 장면	132
<표 IV-55> 연산별 질적 추론 유형	134
<표 IV-56> 기준 척도를 활용한 어림 유형 예시	137

그림 목 차

[그림 IV-1] 국정교과서: 같은 크기의 도형 다양하게 분할하기	44
[그림 IV-2] A 교과서: 같은 크기의 도형 다양하게 등분할하기	44
[그림 IV-3] C 교과서: 다양한 모양을 등분할하기	45
[그림 IV-4] 국정교과서: 부분의 크기가 정해진 경우 전체 알아내기	46
[그림 IV-5] B 교과서: 전체에 따라 달라지는 분수의 양	46
[그림 IV-6] A 교과서: 분수와 낱말을 이용하여 알맞은 문장 만들기	51
[그림 IV-7] C 교과서: 요리에서 활용되는 측정으로서의 분수	51
[그림 IV-8] 검정 C 교과서 6-1 ‘분수의 나눗셈’ 준비 차시: 단위를 다르게 하여 나누기	56
[그림 IV-9] A 교과서 6-1 ‘분수의 나눗셈’ 자연수÷자연수를 분수의 곱셈으로 나타내기	56
[그림 IV-10] A 교과서: 크기가 같은 분수 이해하기	67
[그림 IV-11] C 교과서: 크기가 같은 분수로 나타내기	68
[그림 IV-12] C 교과서: 단위분수의 크기 비교 방법	69
[그림 IV-13] A 교과서: 기준 척도를 활용한 분수의 크기 비교	73
[그림 IV-14] B 교과서: 분수 감각을 이용한 크기 비교	74
[그림 IV-15] C 교과서: 기준 척도를 활용한 분수의 크기 비교(본 차시)	75
[그림 IV-16] C 교과서: 기준 척도를 활용한 분수의 크기 비교 (별도 차시)	75
[그림 IV-17] B 교과서 4-2 ‘분수의 덧셈’ 단위 덧셈 형식화	78
[그림 IV-18] C 교과서 4-2 ‘분수의 덧셈’ 단위 덧셈 형식화	78
[그림 IV-19] C 교과서: 통분의 필요성	85
[그림 IV-20] 이분모 분수의 덧셈 모델 제시	85
[그림 IV-21] 국정교과서: (대분수)+(대분수) 어렵	94

[그림 IV-22] 국정교과서: 받아내림이 있는 (대분수)-(대분수) 어림	...	94
[그림 IV-23] C 교과서: 이분모 분수의 덧셈 어림	95
[그림 IV-24] C 교과서: 이분모 분수의 뺄셈 어림	95
[그림 IV-25] C 교과서: 이분모 대분수의 덧셈 어림	96
[그림 IV-26] C 교과서: 이분모 대분수의 뺄셈 어림	96
[그림 IV-27] 연속량의 부분-전체로서의 분수 이해 문항 응답 예시	...	110
[그림 IV-28] B 교과서 3-1 '분수와 소수' 중 분수만큼 색칠하기	111
[그림 IV-29] 연속량의 부분-전체로서의 분수 이해 문항 응답 중 오답 예시	111
[그림 IV-30] 이산량의 부분-전체로서의 분수 이해 문항 오답 예시	112
[그림 IV-31] $\frac{3}{4}m$ 를 수직선에 표시한 응답 중 오답 유형	114
[그림 IV-32] $3\div 4$ 의 몫을 그림으로 표현한 응답 유형 ①-1	115
[그림 IV-33] $3\div 4$ 의 몫을 그림으로 표현한 응답 유형 ①-2	115
[그림 IV-34] $3\div 4$ 의 몫을 그림으로 표현한 응답 유형 ②-1	115
[그림 IV-35] $3\div 4$ 의 몫을 그림으로 표현한 응답 유형 ②-2	115
[그림 IV-36] 국정교과서의 (자연수) \div (자연수) 모델 제시 일부	116
[그림 IV-37] A 교과서의 (자연수) \div (자연수) 모델 제시 일부	116
[그림 IV-38] 연산자로서의 분수 문항 응답 유형 ①	117
[그림 IV-39] 연산자로서의 분수 문항 응답 유형 ②	117
[그림 IV-40] 관점에 따라 달라지는 비와 비율	118
[그림 IV-41] 검정 C 교과서 '여러 가지 분수의 의미'	120
[그림 IV-42] 국정교과서 '자연수 n'과 크기가 같은 분수	121
[그림 IV-43] 국정교과서: 대분수를 가분수로 바꾸어 나타내기	121
[그림 IV-44] C 교과서 '자연수 n'과 크기가 같은 분수	122
[그림 IV-45] B 교과서 대분수를 가분수로 바꾸기	122

국 문 초 록

2015 개정 교육과정에 따른 국정교과서 및 검정교과서 비교 분석 -분수 감각을 중심으로

김 정 주

제주대학교 교육대학원 초등수학교육전공
지도교수 김 해 규

본 연구에서는 분수 감각 면에서 2015 개정 교육과정에 따른 수학과 국정교과서와 검정교과서를 비교·분석하였다. 또한 2015 개정 교육과정 수학 국정교과서에 따라 학습한 6학년 학생들을 대상으로 분수 감각을 검사하고 그 결과에 기반하여 국정교과서와 검정교과서가 가지고 있는 문제점과 분수 감각 지도의 개선 방안을 제시하였다.

국정교과서는 다양성과 창의성에 대한 요구에 따라 검정교과서 체제로 전환되었다. 국정교과서와 검정교과서는 분수 학습과 관련하여 동일한 단원명과 주제로, 단원의 흐름 전개로 볼 때 크게 보아 유사한 흐름을 가지고 있었다. 그러나 각 교과서는 학생들의 분수 감각을 키우기 위해 차별화된 차시, 활동, 발문, 시각 자료를 배치하고 있었다.

학생들의 분수 감각은 구성 요소에 따라 이해도가 달랐다. 첫째, 학생들은 분수의 여러 가지 의미를 골고루 파악하고 있지 않았다. 둘째, 분수의 동치 표현에서 기초적인 개념 오류를 보였다. 셋째, 분수의 크기를 비교할 때 통분으로 문제를 해결하는 경향이 있었다. 넷째, 이와 마찬가지로 연산 문제를 해결할 때에도 분수 감각을 활용하기보다 학습한 알고리즘에 따라 계산하려는 학생들이 많았다. 다섯째, 기준 척도를 능숙하게 다루는 학생이 적었다. 여섯째, 연산 지식을 활용하고 실생활에서 측도와 분수를 연결 짓는 학생이 적었다.

학생들의 분수 감각 검사 결과에 기반한 분수 감각 지도 내용 및 교과서 개선 방안은

다음과 같다. 첫째, 분수의 다양한 의미 학습 시 단위에 대한 이해가 선행되도록 해야 한다. 둘째, 분수의 다양한 의미에 설명을 바탕으로 서로 어떻게 관련되어 있는지 학습한다. 셋째, 구체적 조작을 통해 학생들이 분수가 곱셈적 관계를 지닌 수라는 것을 충분히 인식하도록 하고 동치 분수를 만들어야 한다. 넷째, 분수의 크기를 비교하는 방법에는 통분 외에 다양한 방법이 있음을 알아야 한다. 다섯째, 질적 추론 활동과 어림 활동을 충분히 다루어 연산의 결과를 이해하도록 한다. 여섯째, 기준 척도에 대한 탐구를 하고 이를 문제 해결에 적용하는 경험을 갖도록 한다. 일곱째, 자연수에서 학습한 연산 지식이 분수의 연산에서도 적용된다는 것을 파악한다. 여덟째, 실생활의 구체적 상황에 알맞게 분수와 측정 단위가 어울리는지 살펴본다.

주요어 : 분수 감각, 국정교과서, 검정교과서, 2015 개정 교육과정

I. 서론

1. 연구의 필요성

수학과는 수학의 개념, 원리, 법칙을 이해하고 주변의 여러 가지 현상을 수학적으로 관찰하고 해석하며 논리적으로 사고하고 합리적으로 문제를 해결하는 능력과 태도를 기르는 교과이다(교육부, 2022). 수학과 교육과정에서 가장 많은 비중을 차지하고 있는 수와 연산 영역에서는 학생들의 수 감각 발달을 강조하고 있는데(방정숙, 2005) 교육과정이 개정을 거듭하며 수 감각의 중요성이 드러나고 있다.

2007 개정 수학과 교육과정 해설에 따르면 수와 연산 영역 지도 의의에서 계산 능력 못지 않게 수학에서 강조되어야 할 내용으로 연산의 의미와 수 감각을 언급하며(교육인적자원부, 2007, p. 57) 다음과 같이 밝히고 있다:

수와 연산 영역에서는 자연수, 분수, 소수에 대하여 수를 바르게 읽고 쓰고 수들 사이의 관계를 이해하며 수의 성질을 탐구함으로써 수 감각을 개발하는 데 중점을 두고 있다. 또 덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈과 같은 연산에서도 수로 나타낸 정보를 처리하고, 연산들이 서로 어떻게 관련되었는지를 이해하고, 적절하게 어렵하며, 사칙계산을 사용해서 문제를 해결하도록 한다. 연산의 의미는 조작 활동을 통해서 파악하도록 하고, 표준화된 계산 알고리즘을 제시하기 전에 학생들이 습득한 사전 경험이나 아이디어를 바탕으로 각자 나름의 계산 방법을 개발할 수 있는 기회를 제공할 수 있다. 이러한 과정에서 수학적 사고력뿐만 아니라 수학에 대한 자신감과 유연성을 발달시키도록 한다.(p. 57)

2009 개정 수학과 교육과정에서 수와 연산 영역의 감각에 대한 내용은 성취기준 및 교수·학습상의 유의점에서 확인할 수 있다. 2009 개정 교육과정 수학과 성취기준에 따르면 1~2학년군에는 ‘하나의 수를 두 수로 분해하고 하나의 수로 합성하는 활동을 통해 수 감각을 기른다’는 성취기준이 포함되어 있다(교육과학기술부, 2011, p. 12). 또한 교수·학습 방법 및 유의 사항에는 ‘덧셈과 뺄셈을 여러 가지 방법으로 계산하는 활동을 통하여 연산 감각을 기르게 한다(p. 13)’, ‘분모가 다른 분수의 크기 비교에서 수 감각을 이용하여 추론하고 토론하는 활동을 하게 한다(p. 23)’고 제시되어 있다. 2015 개정 교육과정에서는 교수·학습상의 유의점이 교수·학습 및 유의 사항으로 바뀌었을 뿐 내용은 다르지 않았다.

이에 더하여 2022 개정 교육과정에서는 수학과 내용 체계에서 초등학교 전 과정에 걸쳐 길러야 할 과정·기능에 ‘수 감각과 연산 감각 기르기’를 포함하고 있다(교육부, 2022, p. 7). 2015 개정 교육과정에서 ‘수와 연산’ 영역에서만 수 감각을 언급했던 것에 비해 다른 영역 성취기준의 해설에서 ‘등호가 사용된 식이 옳은지 판단할 때는 수 감각

이나 학생이 직관적으로 이해하고 있는 연산의 성질을 이용하여 두 양이 서로 같은지 비교하게 할 수 있다(p. 20)'고 제시된 점은 수 감각이 여러 영역에서 활용된다는 것을 보여준다. 이처럼 교육과정에서 수 감각에 대한 비중이 증가하고 수와 연산 외 타 영역에도 언급되는 것은 수학 학습에서의 수 감각의 중요성을 나타낸다.

한편, 학습부진학생들 대부분이 수학에서 어려움을 경험하고 있었으며, 학습부진을 경험한 최초의 시점이 모두 '분수'로 귀결되는 현상(김태은 외, 2018 p. 161)을 보이고 있다. 분수는 부진아뿐만 아니라 일반 아이들이 학습하는 과정에서도 어려움을 겪는 내용으로 다양한 오류가 많이 나타나고 이 때문에 초등학교 수학교육 연구에서 분수는 대단히 중요하다(김태은 외, 2019, p. 201).

따라서 분수 학습에 대한 다양한 자료가 학교 현장에 투입되어야 할 필요가 있는데 학교 수학 수업에서 가장 널리 쓰이는 자료는 교과서이다. 교사는 교과서가 의도하는 목표를 가르치되 변경이 가능한 것이라고 인식하면서도(김정하, 2019 p. 510) 수학 교과서와 수학익힘책이 수업에서 차지하는 비중이 75% 이상이라고 답한 초등 교사는 88.5%였다. 이는 교과서와 익힘책의 중요성을 드러내는 수치라고 할 수 있다(p. 510). 교과서에 매몰되지 않은 교육과정 재구성이 활발하게 이루어지는 현재 시점에도 수학 교과서는 수학 수업 및 학습에서 많은 비중을 차지하고 있다. 이는 수업 및 학습에 활용되는 수학 교과서에 따라서 학생들의 학습 결과 또한 바뀔 가능성이 있음을 암시한다.

2021학년도까지 초등학교 전 학년은 교육부에서 발행한 단일 국정교과서로 수학 학습을 하고 있었다. 그러나 교육부는 3~6학년 사회, 수학, 과학 교과서 검정 전환계획 보도자료를 통해 “다양성·창의성을 높이는 수업을 위해 교과서 발행체제의 혁신이 필요하다”는 의견을 반영하여 교사의 수업 재구성과 학생 활동중심 수업을 지원하는 다양한 교과서 개발을 위해 검정 전환을 추진하게 되었다”고 검정교과서 전환 추진 배경을 밝혔다(교육부, 2019a) 이에 따라 수학 교과서는 2022학년도부터 초등 3~4학년, 2023년부터 5~6학년까지 검정체제로 단계적 전환되었다. 검정체제로 변환을 하게 된 배경에 걸맞게 검정교과서에 분수 감각을 향상시키기 위한 유의미한 활동이 어떻게 구성되어 있는지 살펴볼 필요가 있다.

이에 본 연구에서는 2015 개정 교육과정에 따른 국정교과서와 검정교과서를 비교·분석하고 학생들의 분수 감각 검사하여 그 결과에 따라 앞서 분석한 교과서들의 문제점과 분수 감각 지도에 대한 개선 방안을 제시하고자 한다.

2. 연구 내용

본 연구를 위해 설정한 연구 문제는 다음과 같다.

- 가. 2015 개정 교육과정에 따른 국정교과서와 검정교과서를 분수 감각 구성 요소별로 분석한다.
- 나. 2015 개정 교육과정에 따른 국정교과서로 학습한 학생들의 분수 감각을 구성 요소별로 파악한다.
- 다. 학생들의 분수 감각 검사 결과에 기반한 분수 감각 지도 내용 및 방향 개선 방안을 강구한다.

3. 연구 용어

본 연구를 위해 설정한 연구 문제는 다음과 같다.

가. 국정교과서: 교육부가 저작권을 갖는 도서로 국가적 통일성이 필요한 교과목 위주로 개발된 것으로 1과목에 1종류 교과서로 학교에서 별도로 선정 절차가 필요 없는 도서

나. 검정교과서: 민간에서 개발한 도서 중 교육부장관의 검정을 받은 도서로서 한 과목에 여러 종류의 교과서가 존재하여 학교에서 선정절차가 필요한 도서

다. 분수 감각

본 연구에서의 분수 감각은 (1) 분수의 의미 (2) 분수의 동치 표현 및 동치식 (3) 분수의 크기 (4) 연산의 의미와 결과 (5) 기준 척도의 활용 (6) 수 지식의 적절한 활용 등을 종합한 것을 말한다.

Ⅱ. 이론적 배경

1. 수 감각

가. 수 감각의 특징

수 감각(Nubmer Sense)을 정의하는 것은 쉽지 않지만 많은 사람들은 수 감각을 “수에 관한 지식을 다면적으로 볼 수 있는 안목”이라고 이해하고 있다(이용률, 2018, pp. 51-53). 이용률(2018)은 수 감각의 특징으로 다음 여섯 가지를 들고 있다:

- (1) 문제 장면에 비추어보고, “수나 숫자를 사용하면 어떨까(수화)?” 하는 것을 직관적으로 판단한다.
- (2) 문제 장면에 비추어보고, “이런 정도의 어렵수로 취하여 처리하자.”라는 생각을 직관적으로 떠올린다.
- (3) 어떤 수에 대하여 다른 수와의 관계를 적절하게 생각한다.
- (4) 일상의 장면에 비추어보고, 수치의 타당성이나 이상의 유무를 감지한다.
- (5) 계산에서 얻은 수치가 타당한가를 직관적으로 판단한다.
- (6) “개수를 알아보거나 측정할 때 능률적인 방법을 직관적으로 떠올릴 수 있게 한다”는 세기의 탐구에 대해서도 수 감각이나 직관으로 연관시키는 것이 바람직하다.

한편, Reys, Lindquist, Lambdin, Smith(2014)는 수 감각의 특징으로 (1) 수 개념과 수의 연산을 이해하기, (2) 수와 연산을 다룰 수 있는 유용한 전략을 개발하기, (3) 정확하고 효율적으로 계산하고, 오류를 찾아내며, 계산결과가 타당한지 알기, (4) 수학적 판단을 하기 위하여 융통성 있는 방법으로 수 감각을 이용하는 능력이나 경향, (5) 수는 유용하며, 수를 이용한 일이 유의미하고 중요하다는 점 알기를 제시하였다. 이러한 특성들을 보면, 수 감각을 가진 사람은 수를 이해하고 수를 일상생활에서 효과적으로 사용할 수 있다.(Reys, Lindquist, Lambdin, Smith 2014/ 박성선, 김민경, 방정숙, 권점례, 2019, pp. 157-158)

나. 수 감각의 구성 요소

학생들의 분수 감각 파악 및 교과서를 체계적으로 분석하기 위해 수 감각의 구성 요소를 살펴볼 필요가 있다. 수 감각을 뚜렷이 정의하는 것이 쉽지 않아 연구자마다 수 감각의 구성 요소를 다르게 제시하고 있다.

NCTM(1989)은 교육과정 수준에서 수 감각의 구성 요소를 다섯 가지로 제시하였고 있다. 다양한 수의 이해는 기수, 서수, 명수, 측정수의 의미에 대한 직관적인 이해를 포함한다. 수 관계에 대한 구체적인 이해는 실제 경험에 기초한 직관을 포함한다. 수의 상대적인 크기의 이해는 42는 4보다 10배 정도 크고, 39와 거의 같고(약간 크다), 90보다(반 정도) 작다는 것을 아는 것이다. 연산의 상대적인 효과의 이해는 답이 어느 정도 증감하는가에 대한 감각으로 예를 들면 $8+4$ 의 합은 최소한 8보다 몇 단위가 커야만 한다는 것을 인식하는 것이다. 측도와 참조물(일상의 대상 또는 상황)을 관련짓기는 5cm가 대략 사용중인 연필의 길이이며, 새 연필의 길이는 아니라는 것을 이해하는 것이다 (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 1989; 권성룡, 2006, p.261에서 재인용).

McIntosh, Reys, and Reys(1992)는 수 감각 체계와 구성 요소를 종합하고 정리하였다(McIntosh, Reys, and Reys, 1992; 방정숙, 2005, pp. 424-425). 다음 표는 그 내용을 표로 나타낸 것이다.

<표 II-1> 수 감각 체계와 구성 요소

체계	구성 요소
수 개념	<p>수에 대한 지식과 특성을 다룸</p> <ul style="list-style-type: none"> -수의 순서 감각 -수에 대한 다양한 표현 -수 크기의 절대적/상대적 감각 -기준 척도 체계
연산	<p>연산에 대한 지식과 특성</p> <ul style="list-style-type: none"> -연산 결과에 대한 이해 -수학적 성질의 이해 -연산 사이의 관계 이해
수와 연산의 응용	<p>수와 연산에 대한 지식과 특성을 계산 상황에 적용</p> <ul style="list-style-type: none"> -문제 문맥과 필요한 계산과의 관계 이해 -다양한 전략의 존재에 대한 인식 -효과적인 방법과 표현을 사용하려는 성향 -자료와 결과를 검토하려는 성향

다. 수 감각의 개발

수 감각은 학생들이 갖거나 갖지 못하거나 둘 중에 하나로 정해지는 특성이 아니며 수 감각의 발달은 일생에 걸쳐서 이루어지는 과정이다. 학생들의 수 감각 개발을 돕기 위해서는 적절한 모델을 제시하고, 적절한 문제를 제시하고, 수에 대해서 사고하도록 하고, 수 감각을 육성하는 교실 환경을 조성할 필요가 있다(Reys, Lindquist, Lambdin, Smith 2014; 박성선, 김민경, 방정숙, 권점례, 2019, p. 158).

2. 분수 감각

가. 분수의 개념

초등학교에서 다루는 수 개념은 자연수와 유리수이며, 유리수는 분수와 소수로 나눌 수 있다. 소수는 분수를 기초로 하여 다른 표기 방식으로 도입되므로 분수가 자연수에서 유리수로 넘어가는 관문이 된다고 할 수 있다(조형미, 강완, 2015).

조형미와 강완(2015)은 분수 개념의 교수·학습이 어려운 이유로 분수의 양적 개념과 표기법이 자연수와 다르다는 점을 꼽았다. 자연수는 물체 하나하나가 단위가 되어 수 세기를 하게 되지만, 분수는 같은 양이어도 단위에 따라 그 값이 달라지기 때문에 수 세기로 학습할 수도 없다(Lamon, 2008; 강홍규, 2013; Gelman & Meck, 1992; 조형미, 강완, 2015 재인용). 다음으로, 분수 개념은 여러 가지 의미로 나뉘어 학생에게 그동안 다루어왔던 자연수와는 달리 다른 개념으로 접근해야 하는 심리적인 어려움이 있다(조형미, 강완, 2015, pp. 571-572).

따라서 분수 감각을 다루기 위해서는 분수 개념에 대한 이해가 필요하다. 김정미(2009)는 분수의 하위 개념을 부분-전체, 비, 연산자, 몫, 측도와 같이 다섯 가지로 나누고 있다. 다음은 분수의 하위 다섯 가지 개념에 대한 설명이다.

1) 부분-전체

전체를 똑같이 나눈 것 중 일부분의 크기를 나타내는 것으로, 연속량의 경우 피자 한 판을 등분했을 때 그중 하나를 $\frac{1}{5}$ 로 나타내거나 이산량의 경우 구슬 4개를 구슬 20개의 $\frac{1}{5}$ 로 나타내는 것이 이에 해당한다(교육부, 2019c).

‘부분-전체’로서의 분수는 학생들이 분수를 처음 접하게 되는 개념이자 기초가 된다. 연속량이나 이산량을 등분할하여 일부를 나타내는 분수로서 전체에 대한 부분의 상대

적인 크기를 가리키기 때문에, 그 의미를 이해하기가 쉽지 않다(정은실, 2006).

2) 비율

‘비율’로서의 분수는 두 양을 비교할 때, 그 중 한 양을 기준으로 하여 다른 양을 나타내는 분수이다. 전체를 기준으로 한다면 ‘부분-전체’로서의 분수와 유사해보일 수도 있으나 ‘비율’로서의 분수는 기준을 전체가 아닌 한 부분을 기준으로 하여 부분과 부분 사이의 관계를 드러낼 수 있다는 점에서 ‘부분-전체’로서의 분수와 다르다(정은실, 2006).

예를 들어, 남학생 10명, 여학생 20명으로 이루어진 학급에서 남학생과 여학생을 곱셈적으로 비교하여 여학생에 대한 남학생의 비율을 $\frac{10}{20}$, 즉 $\frac{1}{2}$ 로 나타내거나 전체 학생 수에 대한 여학생의 비율을 $\frac{20}{30}$, 즉 $\frac{2}{3}$ 로 나타내는 것이 이에 해당한다(교육부, 2019c).

3) 연산자

‘연산자’로서의 분수는 도형을 축소 또는 확대하거나 원소의 개수를 주어진 분수만큼 늘이거나 줄이는 함수의 역할을 한다(정은실, 2006). 예를 들어 연속량의 경우 도형을 $\frac{2}{3}$ 만큼 축소하거나 $\frac{2}{3}$ 만큼 확대하거나 12cm의 $\frac{2}{3}$ 에 해당하는 길이를 구하거나 이산량의 경우 구슬 12개의 $\frac{2}{3}$ 에 해당하는 수를 구하는 것 등이 이에 해당한다(교육부, 2019c).

4) 몫

분수 $\frac{a}{b}$ 는 $a \div b$ 의 몫을 뜻한다(이용률, 2018). 예를 들어 빵 3개를 8명이 나누어 먹을 때 한 사람의 몫을 나타내는 $\frac{3}{8}$ 이 이에 해당된다(교육부, 2019c).

5) 측정

단위의 크기에 따라 자연수만으로는 측정의 결과를 나타낼 수 없다. 이와 같은 상황에서 등장하는 분수가 측정의 의미로서의 분수이다. 예를 들어 $\frac{a}{b}$ 는 어떤 대상을 특정의 단위(cm, L)로 측정했을 때 생기는 자투리를 나타낼 때, 그 자투리의 크기가 그 단위량(1cm, 1L)을 b등분한 것 a개의 크기를 뜻한다(이용률, 2018).

나. 분수 감각 구성 요소

수 감각의 특징과 구성 요소에 대한 문헌 연구 및 분수의 개념을 토대로 하여 본 연구에서는 다음과 같이 구성 요소를 정리하고 교과서를 분석하였으며 그에 따른 문제를

구성하여 학생들의 분수 감각 검사를 실시하였다.

<표 II-2> 분수 감각 구성 요소

분수 감각 구성 요소	항목
분수의 의미 이해	부분-전체(등분할 연속량, 등분할 이산량), 측정, 몫, 연산자, 비율
분수의 동치 표현 및 동치 식의 이해	동치 표현, 동치 식의 이해
분수의 크기 이해	분수의 절대적 크기, 분수의 상대적 크기
연산의 의미와 결과 이해하기	연산의 의미, 연산 결과 이해
기준 척도의 활용	기준 척도를 활용한 크기 배열 및 연산 결과 어림
지식의 적절한 활용	수와 연산을 다루는 유용한 전략 사용, 답의 합리성 검토, 측도와 참조물에 관련짓기

3. 분수 감각 검사 도구 관련 선행 연구

6학년 학생들의 분수 감각을 검사하기 위해 소성숙(2003), 박정래(2003), 방정숙(2005), 이지영, 방정숙(2014)은 분수 감각의 구성 요소별로 문항을 아래와 같이 개발하였다.

가. 분수 감각 지필 검사지(소성숙, 2003)

소성숙(2003)은 5,6학년 학생들을 대상으로 분수 감각의 실태를 알아보기 위해 다음과 같은 영역과 검사 내용에 따라 분수감각 지필 검사지를 실시하였다. 참고로 다음 검사지의 문항은 교과 전문가에게 타당도를 검증 받았고, 예비검사 결과 신뢰도는 Cronbach $\alpha=0.73$ 이었다.

<표 II-3> 분수 감각 지필 검사 내용 (소성숙, 2003, p. 24)

영역	출제형식	문항번호	검사내용
분수의 의미 이해	지필	1	도형영역에 해당하는 분수 표시하기 -분할선이 나타나 있지 않은 경우
	지필	2-3	이산양에서 해당하는 분수만큼 나타내기
	지필	4	몫으로서의 분수의 의미 이해
	지필	5	비로서의 분수의 의미 이해
여러 분수들 사이의 다양한 관계 인식	지필	6-7	수직선에 진분수의 위치 표시하기
	지필	8	수직선에 가분수의 위치 표시하기
	지필	9	크기가 같은 분수 알아보기
	지필	10	기준점에서의 상대적 거리 인식
분수에 대한 상대적 크기에 대한 인식	지필	11-12	두 수 사이에 있는 분수
	지필	13-14	두 수 사이에 있는 분수
	지필	15	두 분수의 합의 위치 어림
분수연산에 대한 상대적 효과	지필	16	기준값에 가까운 두 분수의 합 알아보기
	지필	17-18	제시된 계산식을 이용한 분수의 나눗셈
	지필	19-20	제시된 계산을 통해 분수의 곱셈
분수사용에 대한 다양한 접근 능력	지필	21	실생활에서의 분수로 나타낸 경우 찾아보기
	지필	22	어림을 통한 실생활 문제 해결
	지필	23	실생활에서 분수의 곱셈 활용
	지필	24	어림을 통한 직사각형의 넓이 구하기
	지필	25	실생활에서 분수 사용의 예

나. 수 감각 검사(박정래, 2003)

박정래(2003)는 6학년을 대상으로 분수와 소수에 대한 수 감각을 계발시키기 위한 학습 프로그램을 개발하였다. 그리고 그 효과를 검증하기 위해 사전과 사후에 수 감각 검사를 실시하였다. 해당 검사는 지도 교수와 현장 교수의 조언을 들어 내용 타당도를 검증 받았다. 예비검사 결과 신뢰도는 Cornbach $\alpha=0.6735$ 이며 수정 및 보완하여 다

음과 같은 최종 20문항을 결정하였다.

<표 II-4> 수 감각 검사(박정래, 2003, p. 38)

수 감각 구성 요소	출제형식	문항번호	검사 내용
1. 수에 대한 감각	객관식	1~3	순서 감각
		4~5	수에 대한 다양한 표현
2. 연산에 대한 감각	주관식	6~7	크기의 절대적, 상대적 감각
	객관식	8~10	분수의 연산 결과 이해
11~13		소수의 연산 결과 이해	
3. 수와 연산에 대한 감각 및 상황에 적용	객관식	14	분수와 소수의 연산 사이의 관계 이해
		15~16	문제문맥과 필요한 계산과의 관계
	주관식	17~18	다양한 사고 전략 필요성 알기
	주관식	19~20	계산 결과의 합리성 인식

다. 수감각 검사(방정숙, 2005)

방정숙(2005)는 6학년 학생들의 수감각을 알아보기 위해 세 가지 구성 요소를 조사하였다. 수감각을 활용하는지를 깊이 분석하기 위해 답에 대한 설명이나 근거를 적도록 구성한 점이 달랐다. 해당 검사지는 수감각 연구를 수행해 온 이스라엘의 Zvia Markovits 교수와 공동으로 개발되었고 초등수학교육을 전공한 교사 7인으로부터 타당성을 검증받았다.

<표 II-5> 수감각 검사 문항(방정숙, 2005, p. 427)

구성 요소	항목	평가내용	문항 수
연산의 의미와 결과 이해하기	나눗셈의 결과	· 동일한 피제수를 크기가 다른 제수로 나누는 경우의 연산결과 비교 · (네 자리 수) \div (두 자리 수)를 기준으로 하여 각각 ① (피제수의 2배) \div (제수의 2배), ② (피제수의 3배) \div (제수의 1/3배), ③ (피제수의 1/2배) \div (제수의 1/2배)의 연산결과 비교	3 (3)*
	뺄셈의 결과	· 소수 세자리 수 끼리의 뺄셈의 결과 비교	
기준 척도의 활용	(소수) $+$ (분수)	· 기준 척도 1/2를 활용하여 (소수) $+$ (분수)와 자연수의 크기 비교	3
	(소수) \times (자연수)	· 기준 척도 1/2를 활용하여 (소수) \times (자연수)의 값을 어렵	

	크기 비교	· 기준 척도 1/2과 1을 활용하여 소수 및 분수의 크기 비교	
지식의 적절한 활용	계산	· 계산 순서를 달리한 자연수의 덧셈 크기 비교 · 적절한 수를 선택한 후 곱해서 특정한 수 만들기 · 여러 개의 대분수와 소수의 혼합계산	6 (2)*
	답의 합리성 검토	· 대분수끼리의 뺄셈 결과 반성	
	실생활	· 서점에서 책을 주문하는 상황 · 성장에 따른 키의 변화	
계			12

* 문제의 특성상 각각 3문제, 2문제의 하위문항을 가진 문제가 1개씩 포함되어 있음.

라. 분수에 대한 수감각 지필검사(이지혜, 2007)

이지혜(2007)는 학생들의 분수에 대한 수감각이 어느 정도 되는지 알아보기 위해 5, 6학년 학생들을 대상으로 분수에 대한 수감각 이해도 진단 검사를 실시하였다. 본 검사의 문항 내용은 소성숙(2003)이 사용했던 검사의 내용과 초등학교 교육과정 해설서를 참고하여 다시 작성되었다. 다음은 검사 영역과 검사 요소를 재구성하여 표로 나타낸 것이다.

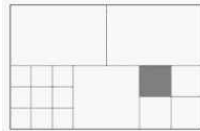




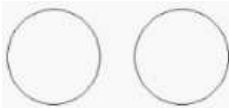
<표 II-6> 분수에 대한 수감각 지필검사 문항 영역 및 요소(이지혜, 2007)



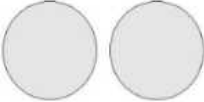

번호	검사 영역	검사 요소	
1	다양한 분수 개념	부분-전체	등분할, 부분-전체(연속량)
2			등분할, 부분-전체(이산량)
3		몫	
4		연산자	
5		비	
6	수직선 위의 분수	수직선에 나타내기	
7		수직선 위의 점 알아내기	
8	분수의 동치 및 크기 비교	1과 동치분수	
9		크기 비교	
10		분수의 크기 결정	
11	분수의 상대적 크기 인식	기준점과의 상대적 거리	
12		기준점과의 상대적 거리	
13		두 수 사이의 분수	
14	분수 연산에 대한 상대적 효과	기준값에 가까운 두 분수의 합	
15		기준값에 가까운 두 분수의 합	
16		제시된 계산식을 이용한 연산	
17	실생활 속 분수 문제	어림을 통한 실생활문제 해결	
18		실생활에서의 분수의 크기 감각	

마. 분수의 의미에 따른 검사(이지영, 방정숙, 2014)

이지영과 방정숙(2014)는 분수의 4가지 의미에서 단위에 대한 학생들의 전반적인 이해를 파악하기 위해 6학년 학생들을 대상으로 검사를 실시하였다. 문항들은 분수의 다양한 의미에 대한 선행 연구에서 선정하여 학생들에게 친숙한 상황으로 재구성하였다. 또한 개발된 검사도구는 초등수학교육전공의 전문가와 교사 5인의 검토를 받았다.

<표 II-7> 분수의 의미에 따른 검사 문항 예(이지영, 방정숙, 2014, p. 88)

분수의 의미	문항의 예	문항 번호	문항 수
전체-부분	5. 직사각형 전체에 대하여 색칠한 부분의 크기를 분수로 쓰고 이유를 쓰시오. 	1, 5	2
	10. 다음 그림은 하하가 가지고 있는 전체 도토리입니다. 전체의 $\frac{3}{4}$ 이 몇 개인지 그림에 나타내시오. 	10, 14	2
측정	2. 다음 수직선에 $\frac{3}{4}$ m를 나타내시오. 	2, 6	2
	11. 다음 수직선에 $\frac{3}{4}$ m를 나타내고 이유를 쓰시오. 	11, 13	2
몫	12. 다음 그림은 색 테이프 3m입니다. 이것을 5명이 똑같이 나누어 가지려고 합니다. 문제 상황을 그림에 나타내고 1명이 가지는 색 테이프의 길이가 얼마인지 표시하고 답을 쓰시오. 답: ()m 	3, 12	2
	17. 다음 그림의 피자 2판을 3명에서 나누어 먹으려고 합니다. 문제 상황을 그림에 나타내고 1명이 먹는 피자가 몇 판일지 표시하고 답을 쓰시오. 	7, 17	2

	오. 답: ()판			
비율	4. 검은 띠의 길이는 하얀 띠의 길이의 얼마인지 그림에 나타내고 답과 그 이유를 쓰시오. 	4, 19	2	2
	15. 사과 개수는 복숭아 개수의 얼마인지 그림에 나타내고 답과 그 이유를 쓰시오. 	8, 15	2	
연산자	9. 피자 2판이 있습니다. 전체 피자 2판의 $\frac{3}{8}$ 이 얼마일지 그림으로 나타내고 답을 쓰시오. 	9, 20	2	2
	18. 테이프 $\frac{2}{3}$ m의 $\frac{3}{4}$ 이 얼마일지 그림으로 나타내고 답을 쓰시오.  답: ()m	16, 18	2	

Ⅲ. 연구 방법 및 절차

1. 연구 방법

가. 교과서 분석

1) 분석 대상

2015 개정 교육과정에 따른 국정교과서와 검정교과서 3종을 분석 대상으로 하였다. 2015 개정 교육과정에 따른 초등학교 수학 검정교과서는 모두 10종이나 본 연구에서는 분수 감각 검사를 실시한 6학년 학생들이 속한 학교에서 선택한 3종으로 하였다.

<표 Ⅲ - 1> 검정교과서 분석 대상

학교	㉠ 초등학교	㉡ 초등학교	㉢ 초등학교	㉣ 초등학교
3~4학년군	A 출판사	A 출판사	B 출판사	C 출판사
5~6학년군	B 출판사	A 출판사	B 출판사	C 출판사

2) 분석 방법

2015 개정 교육과정에 따른 국정교과서와 검정교과서 3종의 분수 관련 단원을 추출하고 분수 감각 구성 요소별로 각 검정교과서를 분석한다. 단원에 전개된 분수 감각 관련 활동 및 내용, 분수 감각 면에서 바라본 각 검정교과서의 특징과 타 교과서와의 공통점과 차별점 등을 살펴본다.

나. 분수 감각 검사 투입 및 분석

1) 분석 대상

본 연구는 분수 감각의 구성 요소에 따른 학생들의 분수 감각 이해도를 파악하고자 하였다. 2015년 개정 교육과정 국정교과서에 따라 학습한 제주도 소재 학교 6학년 학생을 대상으로 분수 감각 검사를 실시하였다. 검사를 실시한 학교는 2022년 12월 기준 각각 43학급(1개교), 10학급(1개교), 11학급(1개교), 6학급(1개교)의 총 4개교이며 제주시와 서귀포시의 중심 및 외곽 지역을 골고루 포함하고자 하였다.

학생들이 모든 수학과 학습을 마친 2022년 12월 말 검사를 실시하여 반응을 분석하였다. 각 문항별 정답률 및 분수 감각을 활용한 정도를 도출할 뿐만 아니라 대상 학교를 두 그룹으로 나누어 학교 규모별 반응을 비교하였다.

<표 III-2> 분수 감각 검사 실시 대상의 특징

학교	㉠ 초등학교	㉡ 초등학교	㉢ 초등학교	㉣ 초등학교
지역	제주시 동 지역	제주시 동 지역	서귀포 동 지역	서귀포시 읍·면지역
규모 (전체)	43학급	10학급	11학급	6학급
규모 (6학년 기준)	8학급	2학급	1학급	1학급
검사 참여 학생 수	132	18	30	6
그 외 특징	학습에 대한 학생과 학부모의 관심이 전반적으로 높은 편임. 학교 주변 교육 인프라가 풍부함.	학습에 대한 학생과 학부모의 관심이 낮은 편은 아니나 가정의 경제적 여건, 교육 정보 및 인프라가 부족함.	학습에 대한 학생과 학부모의 관심도가 가정마다 차이가 있으며 교육 정보 및 인프라가 비교적 풍부함.	학습에 대한 학생과 학부모의 관심도가 각 개별 가정마다 차이가 크고 교육 정보 및 인프라가 부족함.

2) 검사 도구

6학년 학생들의 분수 감각을 알아보기 위해 분수 감각의 구성 요소(분수의 의미 이해, 분수의 동치 표현 및 동치 식의 이해, 분수의 크기 이해, 연산의 의미와 결과 이해하기, 기준 척도의 활용, 지식의 적절한 활용)별 문항을 구성하였다. 문항은 소성숙(2003), 박정래(2003), 방정숙(2005), 이지혜(2007), 이지영, 방정숙(2014)에 활용된 분수 감각 검사 문항을 참고·응용하였다.

검사 문항은 선다형, 서답형 문제를 골고루 포함하고 선다형 문제에서 답의 개수를 1개로 제한하지 않고 1개 또는 2개 이상 고르도록 하여 선다형 문제의 한계를 보완하고자 하였다. 서답형 문제에서는 풀이 과정이나 설명을 쓰도록 하여 분수 감각을 활용하여 문제를 해결하는지 살펴보았다. 검사 시간은 최대 60분으로 하였다.

<표 III-3> 분수 감각 구성 요소별 분수 감각 검사 문항 구성

분수 감각 구성 요소	항목		문항 수	문항 번호		관련 선행연구 문항
분수의 의미 이해	부분-전체	등분할 연속량	6	1		소성숙
		등분할 이산량		2		이지영, 방정숙
	측정			3		이지영, 방정숙
	몫			4	그림 표현	이지영, 방정숙
					답	
	연산자			5	그림 표현	이지영, 방정숙
답						
비		6		소성숙		
분수의 동치 표현 및 동치 식의 이해	동치 표현		2	7		박정래
	동치 식의 이해			8		-
분수의 크기 이해	분수의 절대적 크기		4	9		이지혜
	분수의 상대적 크기			10, 11, 12		소성숙, 이지혜, 이지혜
연산의 의미와 결과 이해하기	뺄셈의 결과 이해		2	13	답 설명	방정숙
	피젯수가 같은 나눗셈의 결과 비교			14	답 설명	방정숙
기준 척도의 활용	기준 척도를 활용한 분수 배열		3	15	답 설명	방정숙
	기준 척도 1/2를 활용한 분수의 덧셈의 값 어림			16, 17		이지혜, 소성숙
지식의 적절한 활용	계산 순서를 달리한 분수의 덧셈 크기 비교(교환법칙 활용)		5	18	답 설명	방정숙
	여러 개의 분수 혼합 계산(결합법칙 활용)			19	답 설명	방정숙
	답의 합리성 검토:대분수끼리의 뺄셈 결과 돌아보기			20	답 설명	방정숙
	실생활: 서점에서 책을 주문하는 상황, 성장에 따른 키의 변화			21	답 설명	방정숙
				-1	답 설명	방정숙
				21	답 설명	방정숙
		22		방정숙		

2. 연구 절차

가. 교과서 분석

- 1) 수 감각 및 분수 감각에 대한 문헌 연구
- 2) 분수 감각 구성 요소 추출
- 3) 국정 및 검정교과서 분석

나. 분수 감각 검사

- 1) 수 감각 및 분수 감각에 대한 문헌 연구
- 2) 분수 감각 구성 요소 추출
- 3) 분수 감각 구성 요소에 따른 검사지 작성
- 5) 분수 감각 검사 실시
- 6) 분수 감각 검사 결과 분석

IV. 연구의 실제

1. 2015 개정 교육과정에 따른 국정 및 검정 교과서 분석

분수 학습은 크게 ‘분수의 개념’과 ‘분수의 연산’으로 구분할 수 있다(김태은 외, 2018). 초등학교 교과서 내 분수와 관련된 단원은 총 9개이고 각 단원에 분수 감각 구성 요소가 여러 개 포함되어 있다. 예를 들어 3학년 1학기 ‘분수와 소수’에서 부분-전체 으로서 분수의 의미와 분모가 같은 분수의 크기를 학습한다. 이는 분수 감각의 요소 중 ‘분수의 의미 이해’와 ‘분수의 크기 이해’를 다루는 것이다. 또한 5학년 1학기 ‘약분과 통분’은 분수 감각 구성 요소 중 ‘분수의 동치 표현 및 동치 식의 이해’와 ‘분수의 크기 이해’를 포함하고 이분모 분수의 덧셈과 뺄셈을 다루는 ‘분수의 덧셈과 뺄셈’은 ‘연산의 의미와 결과 이해’ 및 ‘분수의 크기 이해’ 요소가 필요한 단원이다. 따라서 단원과 분수 감각 구성 요소는 일대일 대응이 이루어지는 것이 아니며 각 단원은 여러 가지 분수 감각 구성 요소를 포함하고 있다. 또한 수학 교과서의 위계적인 성격으로 점차 학습 내용이 전개될수록 모든 분수 감각 구성 요소에 대한 포괄적 이해가 필요하게 된다. 아래 표는 분수 감각 구성 요소별 관련 단원과 그 내용을 제시하였다.

<표 IV-1> 분수 감각 구성 요소별 관련 단원

분수 감각 구성 요소	학년-학기	관련 단원명	분수 감각 구성 요소 관련 내용
분수의 의미 이해	3-1	분수와 소수	<ul style="list-style-type: none"> ● 부분-전체(연속량) ● 부분-전체(이산량)
	3-2	분수	<ul style="list-style-type: none"> ● 연산자 ● 측정
	5-2	분수의 곱셈	<ul style="list-style-type: none"> ● 연산자
	6-1	분수의 나눗셈	<ul style="list-style-type: none"> ● 몫
	6-1	비와 비율	<ul style="list-style-type: none"> ● 비율
분수의 동치 표현 및 동치 식의 이해	5-1	약분과 통분	<ul style="list-style-type: none"> ● 약분과 통분 ● 크기가 같은 분수
분수의 크기 비교	3-1	분수와 소수	<ul style="list-style-type: none"> ● 분모가 같은 분수의 크기 비교(1) ● 단위분수의 크기 비교
	3-2	분수	<ul style="list-style-type: none"> ● 분모가 같은 분의 크기 비교(2) <ul style="list-style-type: none"> - 가분수와 가분수 - 대분수와 대분수 - 가분수와 대분수
	5-1	약분과 통분	<ul style="list-style-type: none"> ● 크기가 같은 분수

			<ul style="list-style-type: none"> • 분모가 다른 분수의 크기 비교
연산의 의미와 결과 이해하기	4-2	분수의 덧셈과 뺄셈	<ul style="list-style-type: none"> • 분모가 같은 분수의 덧셈 • 분모가 같은 분수의 뺄셈
	5-1	분수의 덧셈과 뺄셈	<ul style="list-style-type: none"> • 분모가 다른 분수의 덧셈 • 분모가 다른 분수의 뺄셈
	5-2	분수의 곱셈	<ul style="list-style-type: none"> • 분수의 곱셈
	6-1	분수의 나눗셈	<ul style="list-style-type: none"> • 분수의 나눗셈
	6-2	분수의 나눗셈	<ul style="list-style-type: none"> • 분수의 나눗셈
기준 척도의 활용	5-1	약분과 통분	<ul style="list-style-type: none"> • 크기가 같은 분수 • 분모가 다른 분수의 크기 비교
	5-1	분수의 덧셈과 뺄셈	<ul style="list-style-type: none"> • 분모가 다른 분수의 덧셈 • 분모가 다른 분수의 뺄셈
지식의 적절한 활용	전 단원 통틀어 제시		

본 연구에서는 국정교과서 및 검정교과서 3종에서 전개된 분수 감각 관련 내용 및 활동을 파악하고 공통점 및 차별점을 분석해보고자 한다. 각 단원의 전개를 비교하고 분수 감각 구성 요소에 따라 단원 내용을 구체적으로 살펴보았다. 편의를 위해 본문 내용에서 장혜원 외 13인(2022a, 2022b, 2022c, 2023a, 2023b, 2023c, 2023d), 김성여 외 15인(2022a, 2022b, 2022c, 2023a, 2023b, 2023c, 2023d), 류희찬 외 25인(2022a, 2022b, 2022c, 2023a, 2023c, 2023d, 2023e)에 대하여 임의로 검정 A 교과서(이하, A 교과서), 검정 B 교과서(이하, B 교과서), 검정 C 교과서(이하, C 교과서)로 기술하였다. 국정교과서(교육부, 2019b, 2019d, 2019f, 2019g, 2019i, 2019j, 2019k)는 국정교과서로 기술하였다.

가. 단원별 전개 분석

단원별 전개를 분석하기 전, 각 교과서의 구성 체제를 파악할 필요가 있다. 단원의 구성 체제는 단원을 전개하는 큰 열개이기 때문에 교과서의 전체적인 흐름 및 특징을 읽는 데 도움을 준다. 각 교과서별 단원의 구성 체제는 다음과 같다.

<표 IV-2> 각 교과서별 단원의 구성 체제

국정교과서	검정 A 교과서	검정 B 교과서	검정 C 교과서
단원도입	<단원 도입>	<단원도입>	<단원도입>
*선수 학습 내용	*선수 학습	*선수 학습 내용	*여는 그림
알기	내용(놀이)	확인	*핵심 질문
*단원의 전반적	*본단원 학습 내용	*단원의 전체 상황을	<준비광판>

맥락을 나타내는 그림	<u>제시(만화)</u>	나타낸 그림	*선수 학습 내용 확인 <u>*본 단원을 위한 기초 내용</u>
본 차시	본 차시	본 차시	본 차시
생각 수학 *수학적 지식을 적용하여 일상생활에서 일어나는 여러 문제를 해결하기	수학 놀이 (수학이랑 놀자) <u>*본차시 중간에 구성됨</u>	생각에 빠지다 *생활 주변 현상, 사회 현상, 자연 현상 등 여러 가지 상황에 배운 내용 적용하기	문제 해결력 쑥쑥 *단원에서 배운 내용을 적용하여 문제 해결 능력 기르기
얼마나 알고 있나요	문제 해결 <u>*본차시의 중간이나 끝에 구성됨</u>	놀이에 빠지다 *배운 내용을 놀이를 하며 학습하기	단원 마무리 척척
탐구 수학 *단원 주제와 관련된 탐구 활동, 창의·융합 학습	창의·융합 *수학 교과 내 다른 영역과 연결 *다른 교과와 연결	배운 내용을 확인해 볼까요	함께하는 활동 *단원 내용으로 여러 가지 활동하기 *놀이, 미술, 글짓기 등 타 교과와 융합
-	단원 마무리 *문제로 마무리 *수학 더 알기 -실생활 수학 이야기 -수학사 이야기	우리가 배운 수학 이야기 *단원 내용과 관련된 수학 이야기	-

각 교과서는 모두 ‘단원 도입’, ‘본 차시’, ‘단원 마무리’로 전개되는 큰 흐름 외에 수학적 지식을 놀이나 탐구에 적용하는 별도 차시로 구성하였다.

‘단원 도입’에서는 선수 학습 내용을 확인하고 본 단원에서 배울 내용을 예상할 수 있는 그림을 제시한다. 국정교과서와 B 교과서는 선수 학습 내용을 수학 익힘 교과서를 통해 알아보았고 A와 C 교과서는 수학 익힘 교과서 외에도 각각 수학 교과서의 놀이, ‘준비짱짱’에서 확인하였다. 그리고 각 교과서에서 삽화로 본 단원에서 배울 내용이나 상황을 제시하였는데 A 교과서는 삽화 대신 만화를 삽입한 것이 특징이었다. C 교과서는 선수 학습 내용 확인 및 배울 내용 예상하기 외에 본 단원을 배우는 데 직접적인 기초가 되는 내용을 다루는 점이 달랐다.

별도 차시들은 교과서별로 다양한 이름을 지녔다. 예를 들어 국정교과서는 ‘생각 수

학’, ‘탐구 수학’, A 교과서는 ‘수학 놀이’, ‘문제 해결’, ‘창의 융합’, B 교과서는 ‘생각에 빠지다’, ‘놀이에 빠지다’, C 교과서는 ‘문제 해결력 쑥쑥’, ‘함께하는 활동’ 등이다. 대개 본 차시 후에 제시되었다. A 교과서에 경우 ‘수학이랑 놀자’, ‘문제 해결’ 차시가 본 차시의 중간에 투입된 점이 달랐다. 보통 본 차시에서 더 깊이 탐구하거나 익숙해질 필요가 있는 학습 내용을 뒤에 배치되었다.

1) 3학년 1학기 ‘분수와 소수’

3학년 1학기 ‘분수와 소수’ 단원은 분수 감각 요소 중 ‘분수의 의미 이해’ 및 ‘분수의 크기 비교’를 다룬다. 학생들은 자연수로 정확하게 나타낼 수 없는 양을 나타내기 위하여 발전한 분수와 소수를 처음 학습한다. 연속량을 똑같이 나누는 활동으로 부분-전체으로서의 분수 개념을 이해하고 다양한 상황에서 부분과 전체의 크기를 분수로 나타내어 본다. 개념을 학습한 뒤에는 진분수의 크기 비교 및 단위분수끼리의 크기 비교 방법을 알고 비교한다.

부분-전체으로서의 분수의 개념은 2차시에 걸쳐 전개되는데 C 교과서는 이를 연차시로 구성하였다. 이때 단위분수의 뜻까지 같이 제시하고 있다.

이에 비하여 국정교과서와 B 교과서는 단위분수의 크기를 비교하는 차시에서 단위분수의 뜻을 명시하고 있고 A 교과서는 단위분수에 대한 별도의 차시를 구성하였다.

이에 따라 분수의 크기 비교의 학습 순서도 달라졌다. 국정교과서와 B, C 교과서는 분모가 같은 진분수의 크기 비교 차시와 단위분수의 크기를 비교 차시를 별도로 구성하여 차례로 학습 내용을 전개하였다. A 교과서는 단위분수에 대한 별도의 차시를 구성하고 진분수가 단위분수가 모인 것임을 학습하였기 때문에 ‘분수의 크기를 비교해요’라는 차시에서 분모가 같은 진분수의 크기 비교와 단위분수의 크기 비교를 모두 다루었다.

<표 IV-3> 3학년 1학기 ‘분수와 소수’ 단원 전개 비교

차시	국정교과서	검정 A 교과서	검정 B 교과서	검정 C 교과서
1	단원도입 *선수학습내용 확인(수학익힘) *단원도입 그림으로 분수와 소수의 의미와 필요한 상황 이해	<준비하기> *선수학습내용 *분수와 소수가 필요한 상황 그림으로 파악하기	<단원도입> *배운 내용 알아보기(수학익힘)	<단원도입> <준비광광> <u>*무엇을 알고 있나요</u>
2	똑같이 나누어 볼까요	전체를 똑같이 나누어요	똑같이 나누어 볼까요	<똑같이 나누기> *똑같이 나누어진

	*구체물이나 그림을 이용하여 똑같이 나누기 *여러 가지 방법으로 색종이 똑같이 나누기	*구체물이나 그림을 똑같이 나누기 *여러 가지 방법으로 색종이 나누기	*구체물이나 그림을 이용하여 똑같이 나누기 *여러 가지 방법으로 색종이 똑같이 나누기	것 알기 *여러 가지 방법으로 색종이 똑같이 나누기
3	분수를 알아볼까요(1) *전체를 똑같이 나누었을 때 부분이 전체를 몇 등분한 것 중 몇인지 알기 *등분할을 통해 전체에 대한 부분의 크기로서의 분수 개념 이해 *분수 쓰고 읽기	<분수를 알아봐요(1)> *부분-전체 분수 개념 이해 *읽고 쓰기	<분수를 알아볼까요(1)> *등분할을 통한 부분-전체 분수 개념 이해 *분수 쓰고 읽기	<분수> <u>*부분-전체 분수</u> 개념 이해 *읽고 쓰기 <u>*단위분수 뜻</u> <u>*전체와 부분의</u> <u>관계를 분수로 표현</u>
4	분수를 알아볼까요(2) *전체와 부분의 관계를 분수로 표현 *부분을 알 때 전체 알기	<분수를 알아봐요(2)> *전체와 부분의 관계를 분수로 표현 *부분을 알 때 전체 알기	<분수를 알아볼까요(2)> *전체와 부분의 관계 분수로 표현하기 *부분을 알 때 전체 알기	
5	분모가 같은 분수의 크기를 비교해볼까요 *그림으로 비교 *진분수와 단위분수의 관계를 이용하여 비교	[수학이랑 놀자] 분수 카드 놀이 *분수 카드와 그림카드 연결하기	분모가 같은 분수의 크기 비교 *그림으로 비교 *진분수와 단위분수의 관계를 이용하여 비교	분모가 같은 분수의 크기 비교 *그림, 단위분수 개수
6	단위분수의 크기를 비교해볼까요 *단위분수의 뜻 *그림을 이용하여 비교하기 *수직선에 나타내어 비교하기	<u>단위분수를</u> <u>알아봐요</u> <u>*단위분수의 뜻</u> <u>*진분수는</u> <u>단위분수가 몇</u> <u>개인지 알아보기</u>	단위 분수의 크기 비교 *단위분수의 뜻 *그림을 이용하여 비교하기 *수직선에 나타내어 비교하기	단위분수의 크기 비교 *그림, 수직선 이용
7	소수를 알아볼까요(1)	<u>분수의 크기를</u> <u>비교해요</u> <u>*분모가 같은</u> <u>분수의 크기</u>	소수를 알아볼까요(1)	소수(1) 1보다 작은 소수 한 자리 수

		<u>비교하기</u> <u>*단위분수의 크기</u>		
		<u>비교하기</u>		
8	소수를 알아볼까요(2)	[문제해결] 색칠한 땅은 전체의 얼마일까요 *단위를 다르게 하여 직사각형을 등분할하고 색칠한 부분을 분수로 나타내기 *단위분수의 크기 비교	소수를 알아볼까요(2)	소수(2) 1보다 큰 소수 한 자리 수
9	소수의 크기를 비교해볼까요	소수를 알아봐요(1)	소수의 크기를 비교해 볼까요	소수의 크기 비교
10	[생각수학] 누가 더 많이 먹었을까요 *일상생활 상황 속에서 제시된 양을 실제로 비교하기 *전체와 부분의 관계로서의 분수의 의미를 생각하기	소수를 알아봐요(2)	[생각에 빠지다] 전체가 서로 같을 때와 다를 때 분수가 무엇을 의미하는지 이해하기	문제 해결력 쑥쑥
11	얼마나 알고 있나요	[수학이랑 놀자] 소수 도미노 카드 놀이		단원 마무리 척척
12	[탐구수학] 분수를 좀 더 알아볼까요 *전체를 똑같은 크기로 다양하게 자르며 한 부분에 대한 다양한 표현이	소수의 크기를 비교해요	[놀이에 빠지다] 두 소수의 크기 비교: 놀이로 소수의 크기 비교 능숙하게 하기	[놀이 속으로 풍덩] 모양과 크기가 같도록 땅 나누기 [이야기로 키우는 생각] 분수의 탄생 역사
13	있음을 알기 *부분을 정하고, 그에 따라 전체는 다양한 표현이 있음을 알기	[수학+체육 창의 융합] 신나는 소수 세상		-
14	-	문제로 마무리 [수학 더 알기] 신비로운 '호루스의 눈'	배운 내용을 확인해 볼까요	-

2) 3학년 2학기 ‘분수’

3학년 2학기 ‘분수’ 단원은 분수 감각 구성 요소 중 ‘분수의 의미 이해’, ‘분수의 크기 이해’를 다룬다. ‘분수의 의미 이해’로서 이산량을 똑같이 나누는 활동으로 부분-전체로서의 분수 개념을 이해하고 ‘전체의 분수만큼’ 차시에서 연산자로서의 분수를 학습한다. 그리고 분수를 진분수, 가분수, 대분수로 분류하며 측정으로서의 분수를 간접적으로 익힌다. 분수에 대한 의미 이해를 마친 후 분수 막대나 수직선 모델을 이용하여 분모가 같은 가분수와 대분수의 크기를 비교하며 분수의 크기에 대한 감각을 익힌다.

국정교과서에 비해 이산량에서 전체에 대한 부분을 이해하는 차시를 증배한 교과서는 C 교과서이고, 축소한 교과서는 A 교과서이다. B 교과서는 국정교과서와 전개 내용별 배분된 차시가 가장 유사하였다.

A 교과서는 진분수, 가분수, 대분수에 대한 내용을 한 차시 더 증배하였다. 국정교과서와 B, C 교과서가 대분수를 다루는 차시에서 대분수를 가분수로, 가분수를 대분수로 바꾸는 학습 내용을 다루는 것과 달리 A 교과서는 이 내용을 별도의 차시에서 다루고 있다.

<표 IV-4> 3학년 2학기 ‘분수’ 단원 전개 비교

차시	국정교과서	검정 A 교과서	검정 B 교과서	검정 C 교과서
	단원도입	준비하기	단원 도입	단원 도입
1	*여러 가지 분수가 어떻게 사용되는지 생각하기	*선수 개념 확인 *만화를 보며 공부할 내용 예상		
2	분수로 나타내어 볼까요 *이산량 등분할하기 *이산량에서 전체에 대한 부분 이해하고 분수로 나타내기	전체의 분수만큼은 얼마인지 알아봐요 *이산량 등분할하기 *이산량에서 전체에 대한 분수만큼은 얼마인지 알아보기	분수로 나타내어 볼까요 *이산량 등분할하기 *이산량에서 전체에 대한 부분 이해하고 분수로 나타내기	분수로 나타내기(1) *이산량 등분할하기 *부분의 양을 전체의 양과 비교하여 분수로 나타내기
3	분수만큼은 얼마일까요(1) *이산량에서 전체에 대한 분수만큼은 얼마인지 알아보고 구하기	분수로 나타내요 *부분은 전체의 얼마인지 분수로 나타내기	분수만큼은 얼마일까요(1) - 개수에 대한 경우 *이산량에서 전체에 대한 분수만큼은 얼마인지 알아보고 구하기	분수로 나타내기(2) *부분은 전체의 얼마인지 분수로 나타내기

4	<p>분수만큼은 얼마일까요(2)</p> <p>*길이에서 전체에 대한 부분을 이해하고 분수로 나타내기</p>	<p>[문제해결] 전체의 분수만큼은 몇 명일까요</p>	<p>분수만큼은 얼마일까요(2) - 길이에 대한 경우</p> <p>*길이에서 전체에 대한 부분을 이해하고 분수로 나타내기</p>	<p>전체의 분수만큼 알아보기(1)</p> <p>*부분은 전체의 얼마인지 분수로 나타내기</p>
5	<p>여러 가지 분수를 알아볼까요(1)</p> <p>*진분수, 가분수, 자연수 알기</p> <p>*진분수와 가분수 분류, 여러 가지 진분수와 가분수 말내기</p>	<p>여러 가지 분수를 알아봐요(1)</p> <p>*진분수, 가분수, 자연수 알기</p> <p>*진분수와 가분수 분류</p>	<p>진분수와 가분수를 알아볼까요</p> <p>*진분수, 가분수, 자연수 알기</p> <p>*진분수와 가분수 분류, 여러 가지 진분수와 가분수 말내기</p>	<p>전체의 분수만큼 알아보기(2)</p> <p>*길이에서 전체에 대한 부분을 이해하고 분수로 나타내기</p>
6	<p>여러 가지 분수를 알아볼까요(2)</p> <p>*대분수 알기</p> <p>*대분수를 가분수로, 가분수를 대분수로 만들기</p>	<p>여러 가지 분수를 알아봐요(2)</p> <p>*대분수 알기</p> <p>*진분수, 가분수, 대분수 분류</p>	<p>대분수를 알아볼까요</p> <p>*대분수 알기</p> <p>*대분수를 가분수로, 가분수를 대분수로 만들기</p>	<p>여러 가지 분수(1)</p> <p>*진분수, 가분수, 자연수 알기</p> <p>*진분수와 가분수 분류</p>
7	<p>분모가 같은 분수의 크기를 비교해볼까요</p> <p>*분모가 같은 가분수와 가분수</p> <p>*분모가 같은 대분수와 대분수</p> <p>*분모가 같은 가분수와 대분수</p>	<p><u>대분수와 가분수를 바꾸어 나타내요</u></p> <p><u>*대분수를 가분수로, 가분수를 대분수로 만들기</u></p>	<p>분모가 같은 분수의 크기를 비교해볼까요</p> <p>*분모가 같은 가분수와 가분수</p> <p>*분모가 같은 대분수와 대분수</p> <p>*분모가 같은 가분수와 대분수</p>	<p>여러 가지 분수(2)</p> <p>*대분수 알기</p> <p>*대분수를 가분수로, 가분수를 대분수로 만들기</p>
8	<p>[생각 수학] 분수만큼은 얼마인지 알아볼까요</p> <p>*‘그림 그리기’, ‘단순화하기’, ‘식 세우기’ 활용하여 문제 해결 하기</p>	<p>분수의 크기를 비교해요</p> <p>*분모가 같은 가분수와 가분수</p> <p>*분모가 같은 대분수와 대분수</p> <p>*분모가 같은 가분수와 대분수</p>	<p>생각에 빠지다</p> <p>*여러 가지 분수로 이루어진 조건을 활용하여 스핑크스의 수수께끼 문제를 해결하고 설명하기</p>	<p>분모가 같은 분수의 크기 비교</p> <p>*분모가 같은 가분수와 가분수</p> <p>*분모가 같은 대분수와 대분수</p> <p>*분모가 같은 가분수와 대분수</p>
9	[얼마나 알고	[창의융합] 분수를		[문제해결력 쑥쑥]

	있나요]	찾아 문장 만들기		어항 안에는 몇 마리의 물고기가 있을까요
10	[탐구 수학] 선을 따라 분수만큼 가 볼까요 *길이를 똑같이 나누는 방법	문제로 마무리	놀이에 빠지다 *분수의 크기 비교 놀이	단원 마무리 척척
11	-	-	배운 내용을 확인해 볼까요	[시간 속으로 썰까] 분수로 생활 계획표를 만들어요 [이야기로 키우는 생각]

3) 4학년 2학기 ‘분수의 덧셈과 뺄셈’

4학년 2학기 ‘분수의 덧셈과 뺄셈’은 수 감각의 구성 요소로 ‘연산의 의미와 결과 이해’에 해당되는 단원으로, 분모가 같은 분수의 덧셈과 뺄셈을 다룬다. 첨가나 합병, 제거나 비교의 상황으로 익힌 자연수의 덧셈과 뺄셈의 의미를 분수가 포함된 덧셈과 뺄셈으로 확장하게 된다.

국정교과서는 구성의 우선 순위가 분수의 형태로, 진분수의 덧셈과 뺄셈을 학습한 후 대분수의 덧셈과 뺄셈을 학습한다. 검정교과서 3종의 전개 방식은 국정교과서와 다소 달랐다. 검정교과서는 덧셈을 먼저 학습한다는 점은 국정교과서와 같지만 연산 원리와 방법 학습의 연속성을 위해 진분수와 대분수의 덧셈을 모두 학습한 뒤 뺄셈 차시를 전개한다.

그 중 ‘1-(진분수)’는 교과서별로 이를 배치한 차시가 달랐다. ‘1-(진분수)’는 받아내림이 있는 대분수의 뺄셈을 위한 학습 요소이다. 국정교과서와 B, C 교과서는 ‘1-(진분수)’를 진분수의 뺄셈과 같은 차시에서 두 번째 활동으로 다룬다. 이와는 다르게 A 교과서는 ‘1-(진분수)’를 ‘(자연수)-(진분수)’ 차시의 도입 활동으로 다루고 있다.

<표 IV-5> 4학년 2학기 ‘분수의 덧셈과 뺄셈’ 단원 전개 비교

차시	국정교과서	검정 A 교과서	검정 B 교과서	검정 C 교과서
1	<단원 도입> 분수의 덧셈과 뺄셈이 필요한 상황	<준비하기> 공부했던 내용 확인, 분수의 덧셈이 필요한 상황 이해	<단원 도입> 배운 내용 확인, 분수의 덧셈과 뺄셈 필요성 이해	<단원 도입> 분수의 덧셈이 필요한 상황 이해 <준비광판> 본 단원 학습에

				필요한 내용 확인
2	<분수의 덧셈을 해 볼까요(1)> *진분수의 덧셈	<분수의 덧셈을 해요(1)> *진분수의 덧셈	<분수의 덧셈을 해 볼까요(1)> *진분수의 덧셈	<분수의 덧셈(1)> *진분수의 덧셈
3	<분수의 뺄셈을 해 볼까요(1)> *진분수의 뺄셈 <u>*1-(진분수)</u>	<분수의 덧셈을 해요(2)> *대분수의 덧셈	<분수의 덧셈을 해 볼까요(2)> *대분수의 덧셈	<분수의 덧셈(2)> *대분수의 덧셈
4	<분수의 덧셈을 해 볼까요(2)> *대분수의 덧셈	[문제 해결] *진분수의 덧셈 활용 문제 *대분수의 덧셈 활용 문제	<분수의 뺄셈을 해 볼까요(1)> *진분수의 뺄셈 <u>*1-(진분수)</u>	<분수의 뺄셈(1)> *진분수의 뺄셈 <u>*1-(진분수)</u>
5	<분수의 뺄셈을 해 볼까요(2)> *대분수의 뺄셈	<분수의 뺄셈을 해요(1)> *진분수의 뺄셈	<분수의 뺄셈을 해 볼까요(2)> *받아내림이 없는 (대분수)-(대분수)	<분수의 뺄셈(2)> *분수 부분끼리 뺄 수 있는 대분수의 뺄셈
6	<분수의 뺄셈을 해 볼까요(3)> *(자연수)-(진분수)	<분수의 뺄셈을 해요(2)> *받아내림이 없는 대분수의 뺄셈	<분수의 뺄셈을 해 볼까요(3)> *받아내림이 없는 (자연수)-(분수)	<분수의 뺄셈(3)> <u>*(자연수)-(진분수)</u>
7	<분수의 뺄셈을 해 볼까요(4)> *1을 가분수로 바꾸어야 하는 (대분수)-(대분수)	<분수의 뺄셈을 해요(3)> <u>*1-진분수</u> <u>*(자연수)-(분수)</u>	<분수의 뺄셈을 해 볼까요(4)> *받아내림이 있는 (대분수)-(대분수)	<분수의 뺄셈(4)> <u>*(자연수)-(대분수)</u>
8	[생각수학] *거꾸로 풀기 전략	<분수의 뺄셈을 해요(4)> *받아내림이 있는 (대분수)-(대분수)	[생각에 빠지다] *의미 있는 정보 남기기 전략으로 문제 해결하기	<분수의 뺄셈(5)> *1을 가분수로 바꾸어야 하는 (대분수)-(대분수)
9	[얼마나 알고 있나요]	[창의 융합(수학+과학)] *3/10씩 자라는 머리카락의 길이		[문제 해결력 쑥쑥] *거꾸로 풀기 전략
10	[탐구수학]	[문제로 마무리]	[놀이에 빠지다] 계산 놀이	[단원 마무리 척척]
11	-	[수학 더 알기]	[배운 내용을	[놀이 속으로 풍덩]

		*옛 조상들의 수학 지식	확인해볼까요]	*주사위 던져서 나오는 세 수로 결과가 더 큰 분수의 덧셈식 만들기 *이야기로 키우는 생각 *분수로 정확하게 계량하여 요리하기
--	--	---------------	---------	--

4) 5학년 1학기 ‘약분과 통분’

5학년 1학기 ‘약분과 통분’ 단원에서는 크기가 같은 분수를 이해하고 이를 통해 약분과 통분이 가능함을 알게 하며 분모가 다른 분수의 크기를 비교한다. 이 단원은 분수 감각의 구성 요소 중 ‘분수의 크기 비교’ 및 ‘분수의 동치 표현 및 동치식의 이해’, ‘기준 척도의 활용’을 포함하여 분수 감각에서 큰 역할을 차지하고 있다. 그 뿐만 아니라 후속 학습인 이분모 분수의 덧셈과 뺄셈, 분수의 곱셈과 나눗셈을 위한 선행 학습 개념이 되므로 ‘연산의 결과와 의미 이해’, ‘지식의 적절한 활용’ 등 타 분수 감각에도 큰 영향을 준다.

‘약분과 통분’ 단원의 학습 내용은 분수 감각의 구성 요소 중 ‘분수의 크기 비교’와 ‘분수의 동치 표현 및 동치식의 이해’를 직접적으로 포함하나 ‘기준 척도의 활용’은 ‘분수의 크기 비교’를 위해 활용된다. 기준 척도 $\frac{1}{2}$ 과 1을 분수의 크기 비교에 활용하는 방법은 국정교과서의 ‘탐구수학’, A 교과서의 ‘문제해결’, B 교과서의 ‘생각에 빠지다’ 등 본 차시 외의 차시에 제시되었다.

<표 IV-6> 5학년 1학기 ‘약분과 통분’ 단원 전개 비교

차시	국정교과서	검정 A 교과서	검정 B 교과서	검정 C 교과서
1	단원도입	준비하기	단원도입	단원 도입, 준비 판광
2	<크기가 같은 분수를 알아볼까요(1)> 크기가 같은 분수 이해	<크기가 같은 분수를 알아봐요> *크기가 같은 분수 이해 *분수의 성질을 이용하여 크기가	<크기가 같은 분수를 알아볼까요> *크기가 같은 분수 이해	<크기가 같은 분수(1)> *크기가 같은 분수 이해
3	<크기가 같은		<크기가 같은	<크기가 같은

	<p>분수를 알아볼까요(2)> *분수의 성질을 이용하여 크기가 같은 분수 만들기</p>	<p>같은 분수 만들기</p>	<p><u>분수를 만들어 볼까요></u> *분수의 성질을 이용하여 크기가 같은 분수 만들기</p>	<p>분수(2)> *분수의 성질을 이용하여 크기가 같은 분수 만들기</p>
4	<p><분수를 간단하게 나타내어 볼까요> 약분의 뜻, 약분하기 기약분수의 뜻, 기약분수로 나타내기</p>	<p><약분을 알아봐요> *약분의 의미 *기약분수의 의미 *기약분수로 나타내기</p>	<p><약분을 알아볼까요> *약분의 뜻 이해하고 약분하기 *기약분수의 뜻 이해하고 기약분수로 나타내기</p>	<p><분수를 간단하게 나타내기> *약분의 뜻 이해하고 약분하기 *기약분수의 뜻 이해하고 기약분수로 나타내기</p>
5	<p><분모가 같은 분수로 나타내어 볼까요> 공통분모, 통분의 뜻 이해 분모의 곱, 분모의 최소공배수로 통분하기</p>	<p><통분을 알아봐요> *통분의 의미 *공통분모가 될 수 있는 수를 찾아 통분하기</p>	<p><통분을 알아볼까요> *통분의 뜻 이해 *두 가지 방법으로 통분하기</p>	<p><분모가 같은 분수로 나타내기> *공통분모의 뜻 이해 *통분의 뜻 이해 *두 가지 방법으로 통분하기</p>
6	<p><분수의 크기를 비교해 볼까요> 분모가 다른 두 분수, 세 분수의 크기 비교</p>	<p><분수의 크기를 비교해요> *분모가 다른 분수의 크기 비교</p>	<p><분수의 크기를 비교해 볼까요> *분모가 다른 두 분수, 세 분수의 크기 비교</p>	<p><u><분모가 다른 분수의 크기 비교></u> *분모가 다른 두 분수의 크기 비교</p>
7	<p><분수와 소수의 크기 비교> 분수를 소수로, 소수를 분수로 나타내어 크기 비교하기</p>	<p><분수와 소수의 크기를 비교해요> *분수를 소수로, 소수를 분수로 나타내어 크기 비교하기</p>	<p><분수와 소수의 크기를 비교해볼까요> *분수를 소수로, 소수를 분수로 나타내어 크기 비교하기</p>	<p><분수와 소수의 크기 비교> *분수를 소수로, 소수를 분수로 나타내어 크기 비교하기</p>
8	<p>[도전 수학] 분모가 다른 분수를 통분하여 분수의 크기 비교하기</p>	<p>[문제해결]분수의 크기 비교하기 *분수의 성질과 수 감각을 이용하여 분수의 크기를 비교하고 통분을 이용하여 타당성</p>	<p>[생각에 빠지다] 특별한 분수의 크기를 비교해 볼까요 *분자가 같고 분모가 다른 분수를 통분하여 크기 비교</p>	<p>[문제 해결력 쑥쑥] 누구의 분수 카드인지 찾아보아요</p>

		<u>검토하기</u>		
9	[얼마나 알고 있나요]	[장의·융합] 올바른 시간 관리 *시간을 기약분수로 나타내기	*분자가 분모보다 1만큼 더 작은 분수의 탐구 및 크기 비교	[단원 마무리 척척]
10	[탐구 수학] 우리 주변에서 찾을 수 있는 정보를 이용하여 약분할 수 있는 분수 문장 만들기, <u>분자가 분모보다 1만큼 더 작은 분수를 탐구하고 크기 비교하기</u>	[문제로 마무리]	[놀이에 빠지다] 이심전심 놀이를 해 볼까요 *놀이를 크기가 같은 분수 찾기 *분수의 크기 능숙하게 비교하기	[놀이 속으로 풍덩] 통분 놀이를 해 보아요: 여러 가지 분수를 다양한 방법으로 통분하기 [이야기로 키우는 생각] 생활 속의 약분과 통분: 실생활에서 약분과 통분의 활용 찾아보기
11	-	[수학 더 알기]옛날에는 어떻게 했을까요	배운 내용을 확인해 볼까요	

5) 5학년 1학기 ‘분수의 덧셈과 뺄셈’

5학년 1학기 ‘분수의 덧셈과 뺄셈’ 단원은 이분모 분수의 덧셈과 뺄셈의 개념을 이해하고 원리를 탐구하고 분수 연산의 기본 개념을 형성하여 5학년 2학기의 분수의 곱셈과 6학년의 분수의 나눗셈 학습을 위한 기초를 쌓는 단원이다. 분수 감각 구성 요소 중 ‘연산의 의미와 결과 이해’를 다루면서도 연산의 결과를 예상하고 검토하기 위해 기준 척도를 사용하게 되므로 ‘기준 척도의 활용’을 포함한다.

<표 IV-7> 5학년 1학기 ‘분수의 덧셈과 뺄셈’ 단원 전개 비교

차시	국정교과서	검정 A 교과서	검정 B 교과서	검정 C 교과서
1	단원도입	준비하기	단원도입	단원 도입, 준비 광판
2	<분수의 덧셈을 해 볼까요(1)> *이분모 진분수의 덧셈에서 통분의 필요성 알기 *받아올림이 없는 이분모 진분수의	<분수의 덧셈을 해요(1)> *받아올림이 없는 이분모 진분수의 덧셈 원리/어림	<진분수의 덧셈을 해 볼까요(1)> *받아올림이 없는 경우	<분모가 다른 진분수의 덧셈 (1)> *받아올림이 없는 경우

	덧셈 원리 이해 및 계산			
3	<분수의 덧셈을 해 볼까요(2)> 받아올림이 있는 진분수의 덧셈 원리 이해 및 계산, 계산하는 여러 가지 방법 탐구	<분수의 덧셈을 해요(2)> 받아올림이 있는 이분모 진분수의 덧셈 원리/어림	<진분수의 덧셈을 해 볼까요(2)> 받아올림이 있는 경우	<분모가 다른 진분수의 덧셈 (2)> *받아올림이 있는 경우
4	<분수의 덧셈을 해 볼까요(3)> 받아올림이 있는 이분모 대분수의 덧셈 원리 이해 및 계산, 계산하는 여러 가지 방법 탐구	<분수의 덧셈을 해요(3)> 받아올림이 없는 이분모 대분수의 덧셈 원리/어림	<대분수의 덧셈을 해 볼까요> 받아올림이 있는 <분모가 다른 대분수의 덧셈>	<분모가 다른 대분수의 덧셈>
5	<분수의 뺄셈을 해 볼까요(1)> 이분모 진분수의 뺄셈에서 통분의 필요성 이해 받아내림이 없는 이분모 진분수의 뺄셈 원리		<진분수의 뺄셈을 해 볼까요>	<분모가 다른 진분수의 뺄셈>
6	<분수의 뺄셈을 해 볼까요(2)> 받아내림이 없는 이분모 대분수의 뺄셈 원리 이해 및 계산, 계산하는 여러 가지 방법 탐구	<분수의 뺄셈을 해요(1)> 받아내림이 없는 이분모 진분수의 뺄셈 원리	<대분수의 뺄셈을 해 볼까요(1)> 받아내림이 없는 경우	<분모가 다른 대분수의 뺄셈(1)> -받아내림이 없는 경우
7	<분수의 뺄셈을 해 볼까요(3)> 받아내림이 있는 이분모 대분수의 뺄셈 원리 이해 및 계산, 계산하는 여러 가지 방법 탐구	<분수의 뺄셈을 해요(2)> 받아내림이 없는 이분모 대분수의 뺄셈 원리	<대분수의 뺄셈을 해 볼까요(2)> 받아내림이 있는 경우	<분모가 다른 대분수의 뺄셈(2)> -받아내림이 있는 경우
8	[도전 수학]	<분수의 뺄셈을	[생각에 빠지다]	<분수의 덧셈과

	이분모 분수의 덧셈과 뺄셈을 이용한 실생활 문제 해결	해요(3)> 받아내림이 있는 이분모 대분수의 뺄셈 원리/계산	수학 일기를 써 볼까요	뺄셈의 활용>
9	[얼마나 알고 있나요]	[문제 해결] 두 로봇의 이동 거리 비교	[놀이에 빠지다] 놀이로 분수의 덧셈과 뺄셈을 익혀 볼까요	[문제 해결력 쑥쑥] 분수 마방진, 단순화하기 전략
10	[탐구 수학] 받아올림이 있는 대분수의 덧셈과 뺄셈을 분수 막대를 사용하여 해결하기 받아내림이 있는 대분수의 뺄셈을 분수 막대를 사용하여 해결하기	[창의·융합] 악보에서 찾은 분수	[배운 내용을 확인해 볼까요] [우리가 배운 수학 이야기] 음표의 길이를 분수의 덧셈으로 나타내기	[단원 마무리 척척]
11		[문제로 마무리] [수학 더 알기]		[놀이 속으로 풍덩] 주사위 놀이 [이야기로 키우는 생각] 호루스의 눈과 분수 이야기

6) 5학년 2학기 ‘분수의 곱셈’

5학년 2학기 ‘분수의 곱셈’은 분수의 곱셈 상황 이해, 곱셈의 결합법칙, 연산자로서의 분수 등 다양한 분수의 구성 요소 및 관련 내용이 혼합되어 있다.

이 단원에서는 제시된 상황이 곱셈 상황이라는 것을 알고, 동수누가의 의미, 배 의미, 단위의 재개념화를 통해 (분수)×(자연수), (자연수)×(분수), (분수)×(분수)의 원리를 이해하고 계산하도록 한다. 분수 감각의 구성 요소 중 ‘연산의 의미와 결과 이해’를 포함하는데, (분수)×(자연수), (자연수)×(분수)의 결과값이 같음을 이해하여 곱셈의 결합법칙을 이해하게 하여 연산 지식을 쌓는 데 도움을 준다.

<표 IV-8> 5학년 2학기 ‘분수의 곱셈’ 단원 전개 비교

차시	국정교과서	검정 A 교과서	검정 B 교과서	검정 C 교과서
1	단원도입 분수 곱셈의 의미	준비하기 선수 학습 내용 확인	단원도입 배운 내용 확인 분수의 곱셈의	단원도입, 준비광판

		분수의 곱셈이 필요한 상황	필요성 분수의 곱셈이 사용되는 사례	
2	<(분수)×(자연수)를 알아볼까요> (단위분수)×(자연수)	<(진분수)×(자연수)>	<(진분수)×(자연수)>	<(진분수)×(자연수)>
3	(진분수)×(자연수) (대분수)×(자연수)	<(대분수)×(자연수)>	<(대분수)×(자연수)>	<(대분수)×(자연수)>
4	<(자연수)×(분수)를 알아볼까요	<(자연수)×(진분수)>	<(자연수)×(진분수)>	<(자연수)×(진분수)>
5	계산 원리, 상황, 교환법칙 이해		<(자연수)×(대분수)>	<(자연수)×(대분수)>
6	<진분수의 곱셈> (단위분수)×(단위분 수)	<(자연수)×(대분수)>	<진분수의 곱셈>	
7	(진분수)×(단위분수) (진분수)×(진분수)	<(진분수)×(진분수)>	* (단위분수)×(단위분 수) * (진분수)×(단위분수) * (진분수)×(진분수) * 세 진분수의 곱	<(진분수)×(진분수)>
8	<여러 가지 분수의 곱셈을 알아볼까요> (대분수)×(대분수)	<(대분수)×(대분수)>	<(대분수)×(대분수)>	<(대분수)×(대분수)>
9	[도진 수학] 단순화하기 전략, 그림 그리기 전략을 이용하여 $\frac{1}{3}$ 을 1로 만들기, 어떠한 분수를 1로 만드는 문제를 해결하고 규칙을 찾아 일반화하기	<세 분수의 곱셈>	[생각에 빠지다] 나들이 계획표를 완성하기 위해 분수의 곱셈을 활용하여 문제를 해결하고 해결 과정을 설명하게 한다	[문제 해결력 쑥쑥] 그림그리기 전략 문제 해결 과정의 타당성 검토
10	[얼마나 알고 있나요]	[문제 해결] 땅의 넓이 구하기 그림을 이용하여 계산 결과 타당한지 확인	[놀이에 빠지다] 주사위를 굴러 나온 수로 만든 가장 큰 대분수와 가장 작은 진분수를 곱하여 분수의 크기 비교를 통해 분수의 곱셈을 능숙하게 함	[단원 마무리 척척]

11	[탐구 수학] 분수의 곱셈으로 그림 조각 표현하기	[창의 융합] 분수의 곱셈을 활용하여 여행 계획 세우고 소개하는 글쓰기	[배운 내용을 확인해볼까요]	[놀이 속으로 풍덩] 이야기로 키우는 생각 다른 행성에서의 내 몸무게
12	-	문제로 마무리 [수학 더 알기]	-	-

7) 6학년 1학기 ‘분수의 나눗셈’

6학년 1학기 ‘분수의 나눗셈’은 분수 감각 구성 요소 중 크게 2가지를 다룬다. 먼저, ‘분수의 의미 이해’로 (자연수)÷(자연수)의 몫을 분수로 나타내는 활동을 통해 몫으로서의 분수 개념을 학습한다. 다음으로, 자연수에서 학습한 나눗셈 개념을 확장하여 (분수)÷(자연수)를 학습하는데 이는 ‘연산의 의미와 결과 이해’에 해당한다.

(분수)÷(자연수)의 알고리즘은 (분수)× $\frac{1}{(\text{자연수})}$ 로 나타낼 수 있다. 분수의 나눗셈을 이와 같이 분수의 곱셈으로 나타낼 수 있는 까닭을 도입하는 순서가 달랐다. A교과서는 4차시에서 (자연수)÷(자연수)를 (자연수)× $\frac{1}{(\text{자연수})}$ 로 나타내고 이를 (분수)÷(자연수)에 적용시키는 방향으로 내용을 진행하였다.

<표 IV-9> 6학년 1학기 ‘분수의 나눗셈’ 단원 전개 비교

차시	국정교과서	검정 A 교과서	검정 B 교과서	검정 C 교과서
1	<단원 도입>	<준비하기> 선수 학습 내용 확인 분수의 나눗셈이 필요한 상황	<단원도입> 배운 내용 확인 분수의 나눗셈이 필요한 상황 인식	<단원 도입> (분수)÷(자연수)의 필요성 인식 준비 광광 선수 학습 확인 및 기초 학습 다지기
2	<몫이 1보다 작은 (자연수)÷(자연수)>	<몫이 1보다 작은 (자연수)÷(자연수)>	<몫이 1보다 작은 (자연수)÷(자연수)>	<몫이 1보다 작은 (자연수)÷(자연수)>
3	<몫이 1보다 큰 (자연수)÷(자연수)>	<몫이 1보다 큰 (자연수)÷(자연수)>	<몫이 1보다 큰 (자연수)÷(자연수)>	<몫이 1보다 큰 (자연수)÷(자연수)>
4	<(분수)÷(자연수)> 분자가 자연수의 배수인 (분수)÷(자연수) 분자가 자연수의	(자연수)÷(자연수) 를 $\frac{(\text{자연수})}{(\text{자연수})} \times$ $\frac{1}{(\text{자연수})}$ 로 나타내는 계산 원리	<(분수)÷(자연수)> *분수가 자연수의 배수인 경우 *분수가 자연수의 배수가 아닌 경우 동치분수로 분수를	<(분수)÷(자연수)> 분수의 분자가 나누는 수로 나누어 떨어질 때 분수의 분자가 나누는 수로 나누어

	배수가 아닌 (분수)÷(자연수)		바꾸어 계산	떨어질 때 분자가 나누는 수의 배수가 되는 분수로 바꾸어 계산
5	(분수)÷(자연수)를 (분수)× $\frac{1}{(자연수)}$ 로 나타내는 계산 원리	<u>(분수)÷(자연수)</u> <u>*분수의 분자가</u> <u>나누는 수의 배수인</u> <u>경우</u> <u>*분수의 분자가</u> <u>나누는 수로</u> <u>나누어떨어지지 않는</u> <u>경우 분수의</u> <u>곱셈으로 바꾸어</u> <u>계산</u>	(분수)÷(자연수)를 (분수)× $\frac{1}{(자연수)}$ 로 나타내는 계산 원리	(분수)÷(자연수)를 (분수)× $\frac{1}{(자연수)}$ 로 나타내는 계산 원리
6	<(대분수)÷(자연수)> 분자가 자연수의 배수인 경우 분자가 자연수의 배수가 아닌 경우 [도전 수학]	<(대분수)÷(자연수)>	(분수)÷(자연수)의 계산 방법 2가지 비교 *(가분수)÷(자연수) *(대분수)÷(자연수)	<(대분수)÷(자연수)>
7	분수의 나눗셈과 관련된 실생활 문제 해결 및 과정 설명 주어진 문제에서 필요 없는 정보 찾기	[문제 해결] 에이포(A4) 용지의 넓이 구하기	[생각에 빠지다] 주어진 조건 파악 및 식 세우기 전략	[문제 해결력 쑥쑥] 거꾸로 풀기 전략
8	[얼마나 알고 있나요]	[창의 융합] 분수의 나눗셈을 이용하여 요리		[단원 학습 내용 정리 및 확인]
9	[탐구 수학] 일상생활과 관련된 분수의 나눗셈 문제 해결: 먹고 싶은 음식의 1인분을 만드는 데 필요한 재료의 양	1인분을 만드는 데 사용할 재료의 양 구하기	[놀이에 빠지다] 주사위를 굴러 나온 눈의 수와 가져온 분수 카드의 수를 이요하여 분수의 나눗셈 하기	[놀이 속으로 풍덩] 분수를 나누어요
10	-	[문제로 마무리]	[배운 내용을 확인해볼까요]	-

11	-	-	[우리가 배운 수학 이야기] 이집트 사람들이 분수의 나눗셈을 한 방법	-
----	---	---	---	---

8) 6학년 1학기 ‘비와 비율’

6학년 1학기 ‘비와 비율’은 다른 단원과 달리 유일하게 2015 개정 수학과 교육과정 중 ‘수와 연산’ 영역이 아닌 ‘규칙과 대응’ 영역에 속한 단원이다. 비와 비율은 일상 생활과 밀접하게 관련되어 있어 학생들이 그 의미를 잘 이해해야 한다.

이 단원에서 학생들은 비와 비율의 개념을 이해하고 비율을 분수, 소수, 백분율로 나타낸다. 비율은 $\frac{\text{비교하는 양}}{\text{기준량}}$, 즉 분수의 형태로 가장 먼저 학습하게 된다. 이 과정에서 분수의 여러 가지 의미 중 ‘비율로서의 분수’를 접하게 되며 이로써 분수의 모든 의미를 학습하게 된다. 비에서 기준량은 전체 혹은 부분일 수도 있다. 따라서 비율로서의 분수를 분수의 의미 중 ‘부분-전체로서의 분수’의 개념과 혼동하지 않도록 유의해야 한다.

교과서의 전개 순서가 다른 단원에 비해 가장 유사하였다. 두 수의 크기 비교, 비, 비율, 비율의 활용, 백분율, 백분율의 활용 등으로 전개되는 흐름이 비슷하였다. A 교과서와 C 교과서는 각각 비율의 활용과 백분율을 연차시로 구성하여 집중적으로 탐구하고자 하였다.

<표 IV-10> 6학년 1학기 ‘비와 비율’ 단원 전개 비교

차시	국정교과서	검정 A 교과서	검정 B 교과서	검정 C 교과서
1	<단원 도입> 비와 비율, 백분율이 필요한 다양한 상황 이해	<준비하기> 선수 학습 내용 확인 비와 비율이 필요한 상황 이해	<단원 도입> 배운 내용 확인 실생활에서 비와 비율, 백분율이 필요한 상황 이해	<단원 도입> 두 양의 크기를 비교하는 상황 인식 <준비 광판> 선수 학습 확인과 기초 학습 다지기
2	<두 수의 비교> 두 양의 크기를 빨셈과 나눗셈으로 비교하기	<두 수의 비교> 두 양의 크기를 빨셈과 나눗셈으로 비교하기	<두 수의 비교> 두 양의 크기를 빨셈과 나눗셈을 이용하여 비교하기	<두 양의 크기 비교> 두 양의 크기를 빨셈과 나눗셈으로

	변하는 두 양의 관계 알기	변하는 두 양의 관계 알기	두 양의 크기를 비교하는 두 가지 방법의 차이점	비교하는 방법 알기 두 양의 관계를 빨셈과 나눗셈으로 비교하여 이야기하기
3	<비> 비의 뜻 생활 속 문제 상황 비로 나타내기	<비> 비의 개념 생활 속 문제 상황을 비로 나타내기	<비> 비의 의미, 기호 비에서 기준량과 비교하는 양을 알고 비를 나타내는 다양한 방법 알기 생활 속 다양한 비 구하기	<비> 비의 뜻 기호를 사용하여 비를 나타내기
4	<비율> 비율의 뜻 비율을 분수와 소수로 나타내기 비율을 구하여 크기 비교하기	<비율> 비율 이해 비율을 분수와 소수로 나타내기 비율을 구하여 크기 비교하기	<비율> 비율의 의미 비율을 분수와 소수로 나타내기 비율을 구하여 크기를 비교하고 알 수 있는 점 이야기하기	<비율> 비를 하나의 수로 나타내는 방법 탐구하기 비율의 뜻 분수와 소수로 나타내기
5	<비율이 사용되는 경우> 실생활에서 비율이 사용되는 여러 가지 경우	<비율이 사용되는 경우> <u>실생활에서 비율이 사용되는 여러 가지 경우</u> <u>같은 비율 찾기</u>	<비율이 사용되는 경우> 실생활에서 비율이 사용되는 여러 가지 경우 비율 비교하기	<일상생활에서 사용되는 비율> 서로 다른 두 비율 비교하기 실생활에서 사용되는 비율을 알고 비율을 사용하여 문제 해결하기
6	<백분율> 백분율의 뜻 비율을 백분율로 나타내는 방법		<백분율> 백분율의 의미 비율을 백분율로 나타내는 두 가지 방법 비교하기	<백분율> <u>백분율의 뜻</u> <u>비율을 백분율로 나타내는 방법</u>
7	<백분율이 사용되는 경우>	<백분율>	<백분율이 사용되는 경우>	<u>알아보기</u>

	실생활에서 백분율이 사용되는 여러 가지 경우	백분율 알아보기 비율을 백분율로 나타내는 방법 알기	실생활에서 백분율이 사용되는 여러 가지 경우 알기 다양한 상황에서 백분율을 구하고 크기 비교하여 결과 해석하기	
8	[도전 수학] 백분율을 이용하여 문제해결 계획 세우고 결과 반성하기 비율, 백분율을 활용한 문제 만들기	<백분율이 사용되는 경우> 실생활에서 백분율이 사용되는 여러 가지 경우 알기	[생각에 빠지다] 식 세우기 전략을 활용하여 할인율을 구하고 해결 과정 설명하기	백분율의 활용 백분율을 활용하여 여러 가지 문제 해결하기
9	[얼마나 알고 있나요]	[문제 해결] 온라인 수업 진도율을 이용하여 남은 수업 시간 구하기 조건을 바꾸어 새로운 문제 만들고 친구와 해결하기		[문제 해결력 쑥쑥] 할인된 비율은 얼마일지 식 세우기 전략을 이용하여 문제 해결하기 문제 해결 과정의 타당성 검토
10	[탐구 수학] 글자의 비율을 생각하며 글씨체 만들기	[창의·융합] 한 줄 기타 만들기 : 각 음에 다른 현의 길이의 비율 구하기, 한 줄 기타에서 각 음의 위치 표시하기	[놀이에 빠지다] 놀이를 통해 비를 다양한 표현 방법으로 쓰기 비율을 분수와 소수로 나타내기	[단원 마무리 척척]
11	-		[배운 내용을 확인해 볼까요] [우리가 배운 수학 이야기] 금강비가	[공간 속으로 풍덩] 방에 가구를 배치하며 비와

			무엇인지 알고 우리 주변에서 금강비를 이용한 다양한 물건 찾기	비율을 적용하여 꾸며 보기
12	-	[문제로 마무리] [수학 더 알기] 수학 이야기 읽기	-	-

9) 6학년 2학기 ‘분수의 나눗셈’

6학년 2학기 ‘분수의 나눗셈’은 이전 학기 ‘분수의 나눗셈’에서 배운 (분수)÷(자연수)를 바탕으로 (분수)÷(분수)를 다룬다. 학습 요소는 크게 동분모 분수의 나눗셈과 이분모 분수의 나눗셈으로 나뉜다. 동분모 분수의 나눗셈을 포함제로 도입하여 나눗셈의 의미를 이해하도록 하였고 이분모 분수의 나눗셈을 단위 비율 결정 상황으로 도입하여 분수의 나눗셈을 분수의 곱셈으로 나타내는 알고리즘을 익히도록 한다.

A와 C 교과서는 이분모 분수 나눗셈의 단위 비율 결정 상황이 처음 도입되는 (자연수)÷(분수)의 비중을 늘려 1차시 분량의 (자연수)÷(단위분수)를 먼저 도입하고 (자연수)÷(진분수)를 후속 차시로 배치하였다.

본 차시 중 마지막 차시는 여러 가지 분수의 나눗셈을 주제로 다양한 유형의 분수의 나눗셈을 계산한다. 국정교과서와 B교과서는 나누는 수가 모두 진분수였고 A와 C 교과서는 분수의 나눗셈 유형을 확대하여 나누는 수가 대분수인 문제를 다루기도 하였다.

<표 IV-11> 6학년 2학기 ‘분수의 나눗셈’ 단위 전개 비교

차시	국정교과서	검정 A 교과서	검정 B 교과서	검정 C 교과서
1	단원도입 분수의 나눗셈이 필요한 상황 이해	준비하기 선수학습내용 분수의 나눗셈이 필요한 상황 이해	단원 도입 배운 내용 확인 분수의 나눗셈이 필요한 상황 이해	단원도입 분수의 나눗셈이 필요한 상황 이해 준비평판 이전에 배운 내용과 본 단원 학습에 필요한 내용 확인
2	(분수)÷(분수) (1) *동분모 분수의 나눗셈의 상황과 원리: 분자끼리 나누어 떨어지는 경우	(분수)÷(분수) (1) 동분모 (분수)÷(단위분수) (분수)÷(분수): 분자끼리 나누어 떨어지는 경우	(분수)÷(분수) (1) 동분모 (분수)÷(단위분수), (분수)÷(분수분수) 분자끼리 나누어 떨어지는 경우	(분수)÷(분수) (1) 동분모 (분수)÷(단위분수), (분수)÷(분수)의 몫 구하는 방법 알기

3	(분수)÷(분수) (2) *동분모 분수의 나눗셈의 상황과 원리: 분자끼리 나누어떨어지지 않는 경우	(분수)÷(분수) (2) 동분모 (분수)÷(분수): 분자가 나누어 떨어지지 않는 경우	(분수)÷(분수) (2) 분자끼리 나누어 떨어지지 않는 경우	(분수)÷(분수) (2) 동분모 (분수)÷(분수): 분자가 나누어 떨어지지 않는 경우 (자연수)÷(자연수) 와 관련지어 몫 구하기
4	(분수)÷(분수) (3) *이분모 분수의 나눗셈 상황과 원리: 통분하여 계산	(분수)÷(분수) (3) 이분모 분수의 나눗셈 계산 원리와 계산	(분수)÷(분수) (3) 이분모 분수의 나눗셈 계산 원리와 형식화	(분수)÷(분수) (3) (분수)÷(분수): 분자가 나누어 떨어지지 않는 경우 통분하여 몫 구하기
5	*(자연수)÷(분수) 나눗셈 상황과 원리 및 계산 방법 알기	(자연수)÷(단위분수) 계산 원리와 계산	(자연수)÷(분수)의 상황과 계산 원리 및 형식화	(자연수)÷(단위분수))
6	(분수)÷(분수)를 곱셈으로 나타내는 원리	(자연수)÷(분수) 계산 원리와 계산	(분수)÷(분수)를 (분수)×(분수)로 나타내기	(자연수)÷(진분수)
7	(분수)÷(분수) *(자연수)÷(분수), *(가분수)÷(분수), *(대분수)÷(분수),	(분수)÷(분수)를 곱셈으로 나타내고 계산하기	(분수)÷(분수) *(가분수)÷(분수), *(대분수)÷(분수)	(분수)÷(분수)를 곱셈으로 나타내고 계산하기
8	[도전 수학] 식 세우기 전략	<u>대분수의 나눗셈</u> <u>*(대분수)÷(대분수)</u> <u>*(대분수)÷(진분수)</u>	[생각에 빠지다] 간이 물시계를 관찰한 기록을 보고 단순화하기 전략을 이용하여 문제 해결하기	<여러 가지 분수의 나눗셈> (자연수)÷(분수), (가분수)÷(진분수), (대분수)÷(대분수)
9	[얼마나 알고 있나요]	[문제 해결] 분수의 나눗셈 비교하기 나누는 수에 따른 몫과 나누어지는 수의 크기 비교		[문제 해결력 쑥쑥]
10	[탐구 수학] $1 \div \frac{1}{2}$ 을 그림과 글로 나타내고 설명하기	[창의·융합] 건강하게 동물 돌보기	[놀이에 빠지다] 놀이로 (분수)÷(분수), (자연수)÷(분수) 능숙하게 연습하기	[단원 마무리 척척]
11	-	[문제로 마무리] [수학 더 알기] 단원과 관련된 수학	[배운 내용을 확인해 볼까요]	[놀이 속으로 풍덩] 놀이로 분수의 나눗셈 익히기

		이야기		
12	-	-	-	[이야기로 키우는 생각] 분수의 의미

가. 분수의 의미 이해

1) 부분-전체

3학년 1학기 ‘분수와 소수’는 ‘부분-전체’로서 연속량의 등분할 분수로 내용을 전개한다. 국정교과서와 검정교과서 모두 영역 모델, 넓이 모델, 길이 모델 그리고 수직선 등 다양하게 모델을 구성하였다. ‘부분-전체’로서의 분수는 ‘색칠된 부분’을 파악하여 분수의 크기를 나타내도록 하는 활동이 대다수를 차지하는데 연속적으로 색칠된 모델과 그렇지 않은 모델을 모두 골고루 배치하였다.

3학년 2학기 ‘분수’ 단원은 이산량에서의 ‘부분-전체’ 분수를 다루게 된다. 국정교과서는 4단원으로 배치된 것과 달리 A, C 교과서는 5단원에 배치하였다. 집합(이산량)과 길이 모델로 내용을 전개하고 있다. 국정교과서는 ‘등분할하기-부분을 세어 보기-분수로 나타내기’ 과정으로 이산량의 부분-전체 분수를 도입하고 있다.

<표 IV-12> 교과서별 부분-전체(연속량) 개념 차시 전개 비교

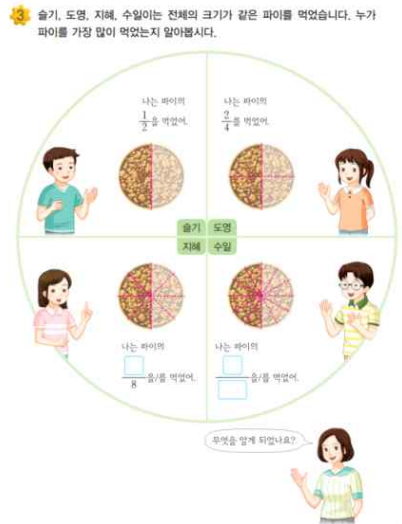
차시	국정교과서	검정 A 교과서	검정 B 교과서	검정 C 교과서
등분할 관련 차시	<p>똑같이 나누기(반구체물 조작)</p> 	<p>똑같이 나누기(구체물 조작)</p> 	<p>똑같이 나누기(구체물 조작)</p> 	<p>똑같이 나누기(등분할)의 의미 알기</p> 
	<p>똑같이 나누어진 도형 찾기</p> 	<p>똑같이 나누어진 도형 찾기</p> 	<p>똑같이 나누어진 도형 찾기</p> 	<p>똑같이 나누기(구체물 조작)</p> 
	<p>크기와 모양이 같도록 똑같이 나누기</p> 	<p>크기와 모양이 같도록 똑같이 나누기</p> 	<p>크기와 모양이 같도록 똑같이 나누기</p>	<p>똑같이 나누어진 도형 찾기</p>

				<p>특정 모양이 나타났던 것을 찾아주세요. 다음 도형들은 똑같이 나타났던 모양입니다.</p> <p>특정 모양이 나타났던 도형을 모두 찾아주세요. 크기, 모양이 같도록 똑같이 나누기</p>
	<p>부분 ~은 전체 ~을 똑같이 a로 나눈 것 중에 b</p> <p>부분 ~은 전체 ~을 똑같이 2로 나눈 것 중의 1입니다.</p>	<p>부분 ~은 전체 ~을 똑같이 a로 나눈 것 중에 b</p> <p>부분 ~은 전체 ~을 똑같이 2로 나눈 것 중의 1입니다.</p>	<p>~에서 부분 ~은 전체 ~을 똑같이 a로 나눈 것 중의 b</p>	<p>부분 ~은 전체 ~을 똑같이 a로 나눈 것 중에 b</p>
<p>분수 개념 차시</p>	<p>분수의 개념, 읽고 쓰는 방법, 분모와 분자</p>	<p>분수의 개념, 읽고 쓰는 방법, 분모와 분자</p>	<p>분수의 개념, 읽고 쓰는 방법, 분모와 분자</p>	<p>분수의 개념, 읽고 쓰는 방법, 분모와 분자(가로선 기준), 단위분수 소개</p>
	<p>부분은 전체의</p>	<p>분수의 개념 이해 확인, 모델-기호-용어</p>	<p>분수 읽기</p>	<p>분수를 나타내는 그림-기호-읽기 연결</p>
<p>모델 ↔ 기호, 부분을</p>	<p>색칠된 부분을 분수로 나타내기</p>	<p>주어진 분수를 보고 그림으로 나타내기</p>	<p>색칠된 부분을 분수로 나타내기</p>	<p>색칠된 부분을 분수로 나타내기</p>

보고 전체 알기	<p>부분을 보고 전체 알기</p>	<p>부분은 전체의 $\frac{\square}{\square}$</p> <p>모나고 각기에서 빨간색 부분은 전체의 $\frac{1}{2}$입니다. 나리저라아 각기에서 초록색 부분은 전체의 $\frac{1}{4}$입니다.</p>	<p>부분은 전체의 $\frac{\square}{\square}$</p> <p>빨간색 부분은 전체의 $\frac{1}{2}$ 초록색 부분은 전체의 $\frac{1}{4}$ 흰색 부분은 전체의 $\frac{1}{2}$ 흰색 부분은 전체의 $\frac{3}{4}$</p>	<p>부분을 색칠하고 분수로 나타내기 '색칠한 부분은 전체의 $\frac{\square}{\square}$'</p> <p>전체를 똑같이 4로 나눈 것 중 1만큼을 색칠해 보세요. 색칠한 부분은 전체의 $\frac{1}{4}$입니다. 전체를 똑같이 8로 나눈 것 중 2만큼을 색칠해 보세요. 색칠한 부분은 전체의 $\frac{2}{8}$입니다.</p>
	<p>주어진 분수를 보고 그림으로 나타내기</p>	<p>(남은/먹은) 부분은 전체의 $\frac{\square}{\square}$</p> <p>남은 부분은 전체의 $\frac{1}{2}$ 먹은 부분은 전체의 $\frac{1}{4}$</p>	<p>부분을 보고 전체 알기</p>	<p>주어진 분수를 보고 그림으로 나타내기</p>
	---	<p>부분을 보고 전체 알기</p> <p>남은 부분은 전체의 $\frac{1}{2}$ 먹은 부분은 전체의 $\frac{1}{4}$</p>	<p>색칠한 부분과 색칠하지 않은 부분 분수로 나타내기</p>	-
	-	<p>색칠한 부분과 색칠하지 않은 부분 분수로 나타내기</p>	<p>주어진 분수를 보고 그림으로 나타내기</p>	-

국정교과서와 달리 검정교과서 3종 모두 '등분할' 관련 차시에서 구체물을 직접 조작하도록 한 점이 달랐다. 분수의 기호와 용어를 도입한 내용은 국정교과서와 A, B 교과서가 유사하였고 C 교과서는 분수의 가로선에 대해 언급하였다. 또한 분수의 기호적 표현을 다룰 때 단위분수에 대해 미리 언급하기도 한 점이 타 교과서와 다른 점이였다. '부분-전체'로서의 분수의 의미를 이해하려면 여러 가지 크기의 물건을 가지고 여러 가지 다른 방식으로 전체를 분할해보는 다양한 활동이 유용하다(정은실, 2006). 국정교과서 및 검정교과서 3종에는 색종이 등분할, 교과서 수록 준비물로 조작하는 활동, 다

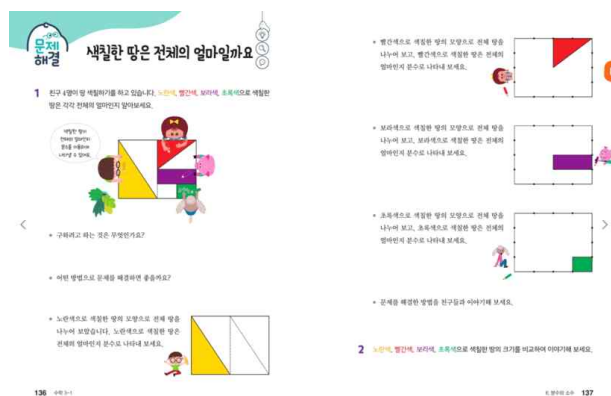
양한 도형을 포함한 영역 모델을 다루어 상대적인 크기 개념을 이해하는 데 도움이 될 수 있다.



[그림 IV-1] 국정교과서: 같은 크기의 도형 다양하게 분할하기

[그림 IV-1]과 유사하게 국정교과서의 같은 크기의 도형을 다양하게 분할하는 활동이 A 교과서 ‘문제해결’ 차시에 제시되어 있고 [그림 IV-2]에서 확인할 수 있다. 직접 학생들이 부분의 모양을 보고 전체의 얼마인지 직접 그림을 그려 확인해야 한다는 점, 이 차시는 해당 단원 마지막이 아닌 분수 학습이 끝나고 소수 관련 차시가 시작되기 전에 배치되었다는 점이 국정교과서와 달랐다. 이는 별도 차시를 중간에 배치하는 A 교과서의 특징과 맞닿아 있다.

마찬가지로 C 교과서도 다양한 등분할 경험을 제공하기 위하여 [그림 IV-3]과 같이 다양한 모양과 크기의 모델을 가지고 등분할 놀이 활동을 전개하였다.



[그림 IV-2] A 교과서: 같은 크기의 도형 다양하게 등분할하기



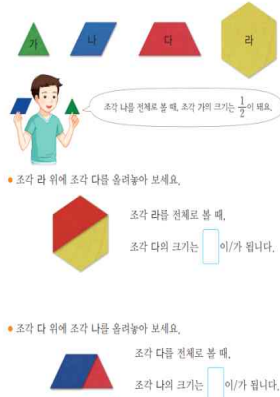
[그림 IV-3] C 교과서: 다양한 모양을 등분하기

대부분의 학생들은 전체에서 부분은 쉽게 인식한다. 그러나 분수의 일부분이 주어질 때 전체를 찾아내는 데에는 한계를 나타내기도 한다(Reys 외, 2014; 박성선 외, 2019). 부분에서 전체를 인식하는 활동은 학생들의 분수에 대한 이해를 확장하는 방법 중 하나로 학생들이 분수에 대해 어려워 하는 지점을 보완해줄 수 있다. 이와 같은 활동을 전개한 교과서는 국정교과서와 A, B 교과서였다.

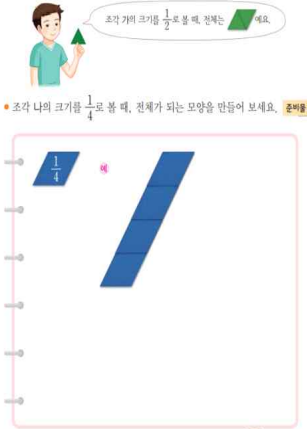
또한 ‘부분-전체’로서의 분수는 상대적인 크기를 의미하기 때문에 학생들이 쉽게 이해하기 힘든 개념이다(정은실, 2006). 예를 들어 $\frac{1}{2}$ 은 전체가 무엇이냐에 따라 같은 크기가 될 수도 있고 다른 크기가 될 수도 있다.

검정교과서 ‘생각 수학’ 및 ‘탐구 수학’에서 무엇을 전체로 보는지에 따라 달라지는 피자의 양, 크기가 같은 파이를 다르게 분할하는 경우, 어떤 조각을 전체로 보느냐에 따라 각 조각이 표현되는 크기, 역으로 부분의 크기가 정해진 경우 전체의 크기를 알아 보았다.

4 여러 가지 모양 조각이 있습니다. 모양 조각의 크기를 분수로 알아봅시다.



5 부분으로 전체를 알아봅시다.



[그림 IV-4] 국정 교과서: 부분의 크기가 정해진 경우 전체 알아내기

B 교과서는 ‘생각에 빠지다’ 차시에서 ‘부분-전체’로서의 분수가 상대적인 크기 개념을 수반한다는 것을 알리기 위한 활동으로 국정 교과서와 유사한 활동을 제시하고 있다. 같은 $\frac{1}{3}$ 이지만 전체의 크기에 따라 $\frac{1}{3}$ 의 양도 달라질 수 있음을 알게 하는 것이다.



[그림 IV-5 B] 교과서: 전체에 따라 달라지는 분수의 양

<표 IV-13> 교과서별 부분-전체(이산량) 개념 차시 비교

차시	국정 교과서	검정 A 교과서	검정 B 교과서	검정 C 교과서
분수 개념 도입	감 6개를 똑같이 (두/세)부분으로 나누기	빵 6개를 똑같이 (두/세)부분으로 나누기	6명의 학생을 똑같이 나누어 (두/세) 모듬으로	호두파이 6개를 (두/세)부분으로 나누기

	<p>~은 전체를 b부분으로 똑같이 나눈 것 중의 a부분</p> 	<p>~은 전체를 b묶음으로 똑같이 나눈 것 중의 a묶음이므로 전체의 $\frac{a}{b}$</p> 	<p>만들기</p> <p>부분은 전체를 □으로 똑같이 나눈 것 중의 □</p> 	<p>색칠한 부분은 전체를 똑같이 b묶음으로 나눈 것 중의 a묶음</p> 
분수 개념 정리	<p>색칠한 부분은 b묶음 중에서 a묶음이므로 전체의 $\frac{a}{b}$</p> 	<p>색칠한 부분은 전체의 $\frac{a}{b}$</p> 	<p>색갈별 배턴을 분수로 나타내기</p> <p>초록색 부분은 전체 2묶음 중에서 1묶음이므로 전체의 $\frac{1}{2}$</p> 	<p>색칠한 부분은 b묶음 중에서 a묶음이므로 전체의 $\frac{a}{b}$</p> 
a는 b의 몇분의 몇	<p>사과 6개를 3개씩 묶으면 3은 6의 얼마인지 알기</p> <p>3은 6을 똑같이 2묶음으로 나눈 것 중의 1묶음이므로 3은 6의 $\frac{1}{2}$</p> 	<p>3은 6을 똑같이 2묶음으로 나눈 것 중의 1묶음이므로 3은 6의 $\frac{1}{2}$</p> 	<p>풍선 10개를 2개씩 묶으면 풍선 6개는 전체의 얼마인지 알기</p> <p>10을 2씩 묶으면 6은 10의 $\frac{3}{5}$</p> 	<p>풍선 10개를 2개씩 묶으면 풍선 6개는 전체의 얼마인지 알기</p> <p>10을 2씩 묶으면 6은 10의 $\frac{3}{5}$</p> 


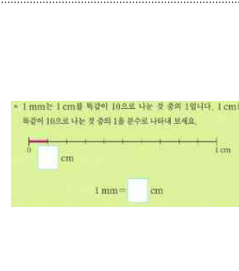

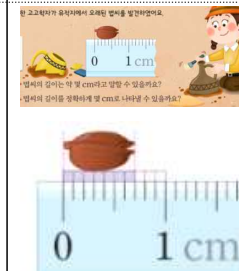
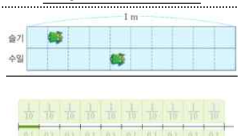

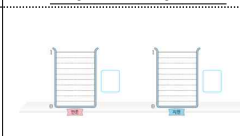
이산량으로서의 분수는 집합 모델의 구체적 모습이 달랐을 뿐 유사한 전개를 가지고 있었다. 집합 전체를 하나의 단위로 인식하는 첫 관문이기 때문에 국정교과서, B와 C 교과서는 집합 모델 전체를 색 띠로 둘러 시각적 도움을 주고자 하였다.

2) 측정

측정으로서의 분수는 주로 3학년 1학기 ‘분수와 소수’ 단원 중 소수 관련 차시, 3학년

2학기 '분수' 단원 중 가분수 도입 차시, 가분수끼리의 크기 비교 차시에서 띠 모델이나 수직선 모델을 살펴보며 학습할 수 있도록 하였다. 모든 교과서에서 길이 측정 상황을 제시하였고, B와 C 교과서는 이 외에도 들이를 측정하는 상황을 추가로 제시하였다.

<표 IV-14> 소수 도입 차시 비교

	국정교과서	검정 A 교과서	검정 B 교과서	검정 C 교과서
대표 예제	<p>소수 도입 : 지혜의 키를 좀 더 정확하게 나타낼 수 있는 방법은?</p> <p>$\frac{1}{10}cm = 0.1cm$</p> <p>전체를 똑같이 10으로 나눈 것 중의 1은 $\frac{1}{10}$</p> <p>분수 $\frac{1}{10}$ 을 0.1이라 쓰고 영 점 일이라고 읽어.</p>	<p>소수 도입</p> <p>$1mm = \frac{1}{10}cm$</p> <p>분수 $\frac{1}{10}$ 을 0.1이라 쓰고 영 점 일이라 읽습니다.</p>	<p>소수 도입 : 민혁이의 키를 좀 더 정확하게 나타낼 수 있는 방법은?</p> <p>전체를 똑같이 10으로 나눈 것 중의 1은 $\frac{1}{10}$</p> <p>분수 $\frac{1}{10}$ 을 0.1이라 쓰고 영 점 일이라고 읽습니다.</p>	<p>소수 도입 : 별씨의 길이를 정확하게 몇 cm로 나타낼 수 있을까?</p> <p>$\frac{1}{10}cm = 0.1cm$</p> <p>분수 $\frac{1}{10}$ 을 0.1이라 쓰고 영 점 일이라고 읽습니다.</p>
				
	<p>소수 도입 : 종이 개구리로 멀리뛰기 놀이하기. 종이 개구리가 뿜어내는 거리는?</p> <p>$\frac{1}{10}m = 0.1m$</p> 	<p>분수와 소수의 관계</p> <p>$4mm = \frac{4}{10}cm = 0.4cm$</p> <p>Q 분수와 소수의 관계 알아보기 * 4mm는 몇 cm인지 분수와 소수로 나타내 보세요.</p> 	<p>소수 도입 : 10칸으로 나뉜 계량컵의 물을 채우고 눈금 읽기</p> <p>$\frac{4}{10}$ 컵, $\frac{7}{10}$ 컵,</p> 	<p>-</p> <p>-</p> <p>-</p>


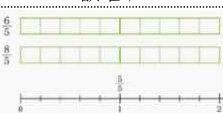

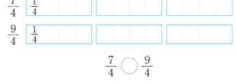
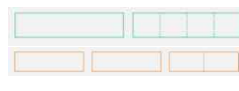


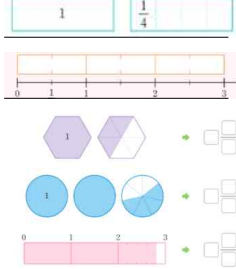
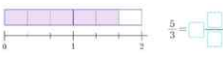
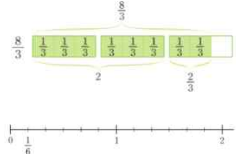



③	-	-	소수 도입 : 종이띠 1m 중 일부를 사용하고 남은 길이는 몇 m인가	-
	-	-	$\frac{4}{10}m=0.4m$	-
	-	-		-

다양한 단위 활용 상황 측면에서 살펴보면, cm와 m를 모두 활용한 교과서는 국정교과서와 B 교과서였다. 국정교과서와 B 교과서는 1cm와 1m보다 자세한 측정이 필요한 실생활 모습을 제시하며 소수를 도입하였다. B 교과서는 그 외에도 계량컵 1컵에 담긴 들이를 정확히 나타내는 상황을 추가하였다. A 교과서와 C 교과서는 1cm 보다 작은 대상을 정확하게 측정하기 위해 $\frac{1}{10}$ cm로 나타낼 수 있음을 제시하였다.

예제에 활용된 분수의 측면에서 살펴보면, 대표 예제로서 0.1을 다룰 것인지, 주어진 소수를 읽는 단위로서 도입하냐의 차이가 있었다. A와 B 교과서는 $\frac{1}{10}$ cm를 나타내는 상황을 보여주고 0.1로 나타내며 다음 활동에서 0.1이 몇 개인지 세면서 측정 결과를 소수로 표현하도록 한다. 국정교과서와 C 교과서는 $\frac{7}{10}$ 을 가장 먼저 제시하였다. 학생들은 첫 번째 상황에서 주어진 부분이 $\frac{7}{10}$ cm임을 알고, $\frac{1}{10}$ 이 0.1인 것을 학습한 뒤, $\frac{1}{10}$ 이 7개이면 0.7로 나타낼 수 있음을 이해한다.

<표 IV-15> 교과서별 가분수, 대분수 관련 차시 비교

	국정교과서	검정 A 교과서	검정 B 교과서	검정 C 교과서
진분수, 가분수 개념 도입	$\frac{5}{6}m, \frac{11}{6}m$ 	$\frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \frac{4}{4}$ $\frac{5}{4}$ 	$\frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \frac{4}{4}$ $\frac{5}{4}$ 	$\frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \frac{4}{4}$ $\frac{5}{4}$

가분수 와 가분수 크기 비교	$\frac{7}{5}m, \frac{9}{5}m$ 	$\frac{6}{5}, \frac{8}{5}$ (단위 없음) 	$\frac{6}{4}m, \frac{9}{4}m$ 	$\frac{7}{4}L, \frac{9}{4}L$ 
대분수 도입				
가분수 를 대분수 로 나타내 기	-		-	
대분수 의 크기 비교	-			

다양한 단위 활용 상황 측면에서 살펴보면, 길이를 재는 상황을 제시한 교과서는 국정교과서와 B 교과서였다. 1m와 2m 사이의 길이를 $\frac{b}{a}m$ 로 표시하며 가분수의 개념을 익힐 수 있도록 하였다. C 교과서는 가분수의 도입 및 가분수의 크기 비교에서 모두 들이와 관련된 상황을 제시한 점이 달랐다.

사용된 모델의 측면에서 살펴보면, 수직선 모델과 띠 모델은 모든 교과서에서 활용되었다. 가분수 관련 차시에서 B 교과서가 원으로 이산량 모델을 쓴 점이 달랐다. 이외에도 분수의 사칙연산을 위한 맥락을 제시할 때 측정으로서의 분수가 활용된다.

A와 C 교과서는 별도 차시를 통해 측정에서 쓰이는 분수를 보여주었다. A 교과서는 분수를 찾아 문장을 만드는 ‘창의·융합’ 차시에서 ‘ $1\frac{3}{8}m$ ’, ‘ $1\frac{3}{8}L$ ’, ‘ $1\frac{7}{8}$ 판’ 등의 예시를 보여줌으로써 측정으로서의 분수의 실생활 맥락을 학생들이 직접 찾을 수 있도록 하였다. C 교과서는 요리에서 활용되는 계량의 단위를 종이컵과 밥숟가락으로 하여 측정으로서의 분수의 의미를 잘 보여주었다.



[그림 IV-6] A 교과서: 분수와 낱말을 이용하여 알맞은 문장 만들기



[그림 IV-7] C 교과서: 요리에서 활용되는 측정으로서의 분수






















3) 연산자

학생들은 자연수의 곱셈에서 연산의 결과값이 곱해지는 수보다 항상 커지는 경험을 하였는데, 분수의 곱셈에서는 승수가 1보다 큰지, 작은지에 따라 결과값이 곱해지는 수보다 커지기도, 작아지기도 한다. 이는 연산자로서의 분수를 의미하며 분수 감각의 구성 요소 중 ‘분수의 의미 이해’에 해당한다.

연산자로서의 분수는 3학년 2학기 ‘분수’ 단원에서 이산량의 부분-전체로서의 분수 개념을 확장하여 인식한다. 그리고 이를 형식화하는 과정을 5학년 2학기 분수의 곱셈에서 다루게 된다.

<표 IV-16> 교과서별 ‘전체의 분수만큼’ 분수 차시 비교

	국정교과서	검정 A 교과서	검정 B 교과서	검정 C 교과서
개념 제시	달걀 6개 중 $\frac{1}{2}$ 만큼 부화했다면	사탕 8개의 $\frac{1}{2}$ 만큼 알아보기	응원 깃발 6개 중 $\frac{1}{2}$ 만큼 꾸미기	종이 별 8개 중 $\frac{3}{4}$ 노란색이라면

	<p>부화한 달걀은 몇 개인지 알기</p> <p>6의 $\frac{1}{2}$</p> <p>• 달걀 6개를 2등분으로 똑같이 나누어 보세요.</p>  <p>• 전체의 $\frac{1}{2}$만큼을 색칠해 보세요.</p> 	<p>8의 $\frac{1}{2}$</p> <p>• 사탕 8개를 똑같이 2등분으로 나누어 보세요.</p>  <p>8의 $\frac{1}{2}$만큼은 전체 사탕의 4개입니다.</p>	<p>6의 $\frac{1}{2}$</p> 	<p>노란색 별은 몇 개인지 알기</p> <p>8의 $\frac{3}{4}$</p>  <p>8의 $\frac{3}{4}$은 전체 별을 똑같이 4등분으로 나눈 것 중의 3등분입니다. 1등분은 2개이므로 8의 $\frac{3}{4}$은 6입니다.</p>
개념 익히기	-	-	-	-
	<p>9의 $\frac{1}{3}$</p> 	<p>9의 $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}$</p> 	<p>8의 $\frac{3}{4}$</p> 	<p>12의 $\frac{2}{3}$</p> <p>• 12의 $\frac{2}{3}$를 구해 보세요.</p>  <p>12의 $\frac{2}{3}$는 전체 12개를 똑같이 3등분으로 나눈 것 중의 2등분입니다. 1등분은 4개이므로 12의 $\frac{2}{3}$는 8입니다.</p>
	<p>8의 $\frac{1}{4}, 8$의 $\frac{3}{4}$</p> 	<p>10의 $\frac{1}{5}, 10$의 $\frac{2}{5}$</p> 	<p>9의 $\frac{1}{3}, 9$의 $\frac{2}{3}$</p> 	<p>10의 $\frac{2}{5}, 10$의 $\frac{3}{5}$</p> 
	<p>벽의 길이가 10m인 사육장을 5칸으로 똑같이 나누기</p> <p>10의 $\frac{1}{5}$</p> <p>• 전체의 $\frac{1}{5}$만큼을 색칠해 보세요.</p> 	-	<p>길이가 10m인 응원 구역을 5부분으로 똑같이 나누기</p> <p>10의 $\frac{1}{5}$</p> 	<p>10km의 $\frac{2}{5}, \frac{4}{5}$만큼의 거리 알기</p> <p>10의 $\frac{2}{5}, 10$의 $\frac{4}{5}$</p> 
<p>길이 모델 적용</p> <p>사육장 한쪽 벽의 길이인 10m의 $\frac{3}{5}$만큼 닭장을 만들었다면 닭장의 길이는?</p> <p>10의 $\frac{3}{5}$</p> <p>• 전체의 $\frac{3}{5}$만큼을 색칠해 보세요.</p> 	-	<p>14의 $\frac{2}{7}$</p> 	<p>16의 $\frac{1}{2}, 16$의 $\frac{3}{4}, 16$의 $\frac{5}{8}$</p> <p>• 16m의 $\frac{1}{2}$는 <input type="text"/> m입니다. (8칸)</p>  <p>• 16m의 $\frac{3}{4}$는 <input type="text"/> m입니다. (12칸)</p>  <p>• 16m의 $\frac{5}{8}$는 <input type="text"/> m입니다. (10칸)</p> 	

이산량에서 부분-전체로서의 분수에 대한 인식을 확장한 것이므로 집합 모델을 처음 제시하여 그 의미를 알게 한다. 그 이후 국정교과서, B와 C 교과서는 길이 모델로

개념을 적용시켰다.

<표 IV-17> 5학년 2학기 자연수×분수 차시 대표 예제 비교

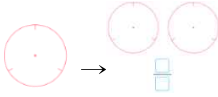
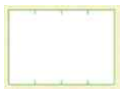

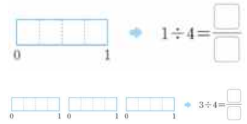

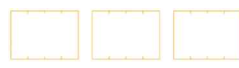

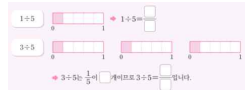

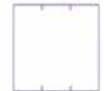
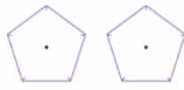

	국정교과서	검정 A 교과서	검정 B 교과서	검정 C 교과서
자연수× 분수 ①	$6\text{m의 } \frac{1}{3},$ $6\text{m의 } \frac{2}{3}$	$10\text{m의 } \frac{2}{5}$	$4\text{m의 } \frac{1}{4},$ $4\text{m의 } \frac{2}{4}$	$6\text{m의 } \frac{1}{3},$ $6\text{m의 } \frac{2}{3}$
	$6\text{의 } \frac{1}{3} \text{는 } 6\text{의 } \frac{1}{3} \text{ 배},$ $6\text{의 } \frac{2}{3} \text{는 } 6\text{의 } \frac{2}{3} \text{ 배},$	$10\text{의 } \frac{2}{5} \text{는 } 10\text{의 } \frac{2}{5} \text{ 배}$	$4\text{의 } \frac{1}{4} \text{는 } 4\text{의 } \frac{1}{4} \text{ 배}$	$6\text{의 } \frac{1}{3} \text{는 } 6\text{의 } \frac{1}{3} \text{ 배},$ $6\text{의 } \frac{2}{3} \text{는 } 6\text{의 } \frac{2}{3} \text{ 배},$
	$6 \times \frac{1}{3}, 6 \times \frac{2}{3}$	$10 \times \frac{2}{5}$	$4 \times \frac{1}{4}, 4 \times \frac{2}{4}$	$6 \times \frac{1}{3}, 6 \times \frac{2}{3}$
자연수× 분수 ②	$2 \times \frac{1}{3}, 2 \times \frac{2}{3}$	$2 \times \frac{2}{3}$	$3 \times \frac{2}{4}$	$4 \times \frac{1}{3}, 4 \times \frac{2}{3}$

‘자연수×분수’의 계산은 자연수 곱셈의 동수누가가 적용되지 않기 때문에 주어진 문제 상황이 곱셈임을 이해시키는 활동부터 시작한다. 3학년 2학기 과정에서 배운 개념이 다시 언급되며 이를 형식화한다. 검정교과서는 국정교과서보다 모델에서의 작업이 형식화된 곱셈식과 어떻게 연결되는지 자세히 나타내고자 하였다. A 교과서는 연산자로서의 분수에서 전체 묶음의 개수와 부분 묶음의 개수를 쉽게 파악할 수 있도록 하였다. B 교과서는 영역 모델(원)을 추가 제시한 점이 달랐다. C 교과서는 A 교과서처럼 모델로 형식화 과정을 3단계로 나타내지만 1단위에서 각각 n등분한 것을 모으는 과정을 설명한 점에서 내용이 달랐다.

4) 몫

몫으로서의 분수를 다루는 6학년 1학기 ‘분수의 나눗셈’은 몫이 1보다 작은 (자연수)÷(자연수)를 먼저 다루고 몫이 1보다 큰 (자연수)÷(자연수)를 후속 차시로 다룬다. 교과서별 (자연수)÷(자연수) 관련 차시의 예시 문제를 정리하면 <표 IV-18>, <표 IV-19>와 같다.

<표 IV-18> 교과서별 몫이 1보다 작은 (자연수)÷(자연수) 문제 분석

	국정교과서	검정 A 교과서	검정 B 교과서	검정 C 교과서
①	<p>떡케이크 2개를 3명이 똑같이 나누어 먹는 상황 $1\div 3 \rightarrow 2\div 3$</p> 	<p>빵 1개를 4명이 똑같이 나누어 먹는 상황 $1\div 4$</p> 	<p>종이 1장을 4명이 똑같이 나누어 가지는 상황 $1\div 4$</p> 	<p>3kg의 찰흙을 똑같이 나누어 화분 4개를 만드는 상황 $1\div 4 \rightarrow 3\div 4$</p> 
②	<p>- $1\div 5$</p> 	<p>사각형 3개를 똑같이 4로 나누기 $3\div 4$</p> 	<p>사각형 3개를 똑같이 4로 나누기 $3\div 4$</p> 	<p>- $1\div 5 \rightarrow 3\div 5$</p> 
③	<p>- $3\div 7$</p> 	<p>- $1\div 3$</p> 	<p>- $1\div 12, 5\div 9$</p> <p>-</p>	<p>- $1\div 6, 3\div 8, 4\div 9, 7\div 10$</p> <p>-</p>
④	<p>- - -</p>	<p>- $2\div 5$</p> 	<p>우유 2L를 모양과 크기가 같은 컵 3개에, 주스 3L를 컵 5개에 똑같이 나누어 담기 $2\div 3, 3\div 5$</p> 	<p>넓이가 $4m^2$인 직사각형의 가로가 5m일 때 세로의 길이 $4\div 5$</p> <p>-</p>

<표 IV-19> 교과서별 몫이 1보다 큰 (자연수)÷(자연수) 차시 비교

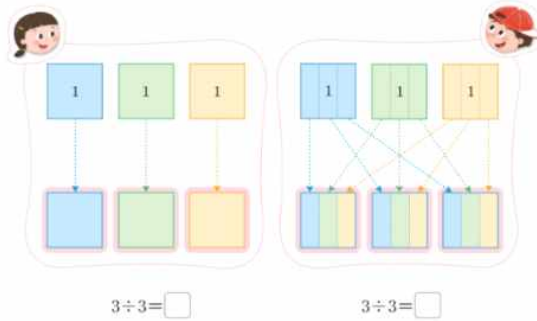
	국정교과서	검정 A 교과서	검정 B 교과서	검정 C 교과서
①	<p>크기가 같은 한지 5장을 4명이 똑같이 나누어 가지는 상황 $5\div 4$</p>	<p>모양과 크기가 같은 흰 종이 4장을 세 부분으로 똑같이 나누는 상황 $4\div 3$</p>	<p>모양과 크기가 같은 빵 3개를 2명이 똑같이 나누어 먹는 상황 $3\div 2$</p>	<p>크기가 같은 4장의 종이를 무대 3곳에 똑같이 나누어 붙이는 상황 $4\div 3$</p>

②	- 6÷5, 8÷3, 9÷4, 13÷7	- 3÷2, 8÷3, 9÷5, 13÷6	- 17÷6, 8÷3	- 3÷2, 9÷8, 18÷5
③	-	털실 7m를 4명이 똑같이 나누어 가지는 상황 7÷4	'물 13L, 학생 4명'으로 문제 상황 만들기 13÷4	-
	-	-	-	-

분석 결과, 우선 몫이 1보다 작은 (자연수)÷(자연수) 차사에서 '1÷b' 유형의 몫을 제시된 그림을 등분할하여 분수로 표현하게 한다. 이어서 'a÷b' 유형을 이어서 보여준 뒤 주어진 그림에 몫을 그림으로 표현하고 ' $\frac{1}{b}$ 이 몇 개인가요?' 형태의 발문을 제시하여 'a÷b'의 몫이 $\frac{a}{b}$ 가 됨을 형식화하였다. 제시된 모델을 살펴보면, C 교과서는 이미 등분할된 띠 모델을 사용하였고 국정교과서와 A, B 교과서는 등분할을 쉽게 할 수 있도록 작은 눈금을 미리 표시하였다.

몫이 1보다 큰 (자연수)÷(자연수) 차사의 흐름은 네 교과서 모두 흐름이 일치했는데 상황을 1개 제시한 후 두 가지 방법으로 몫을 나타내었다. 예를 들어 종이 4장을 3명에서 나누어 가질 때 종이 1장씩 먼저 나누어 가지고 나머지 1장을 3등분하여 $\frac{1}{3}$ 씩 추가로 받을 수도 있고, 각 종이를 3등분하여 $\frac{1}{3}$ 씩 네 개를 가질 수도 있다. 모든 교과서가 첫 번째 방법과 두 번째 방법을 제시하는 순서가 같았는데, 이전 차사의 ' $\frac{1}{b}$ 이 몇 개인가요?'라는 발문은 두 번째 방법과 연결된다. 'a÷b'의 몫이 $\frac{a}{b}$ 가 됨을 형식화하기 위한 방법은 두 번째로 이를 위해 C 교과서는 본 차시를 시작하기 전 준비 차사에서 몫이 자연수로 나누어 떨어지는 (자연수)÷(자연수) 문제를 단위를 다르게 하여 나누는 두 가지 방법을 제시하였다.

2 각각의 방법으로 $3 \div 3$ 을 구한 다음, 같은 점과 다른 점을 이야기해 보세요.



[그림 IV-8] 검정 C 교과서 6-1 ‘분수의 나눗셈’ 준비 차시: 단위를 다르게 하여 나누기

몫이 1보다 작은 (자연수) \div (자연수) 관련 차시와 달리 몫이 1보다 큰 (자연수) \div (자연수) 관련 차시에서는 직접 학생들에 그림에 등분할을 하며 몫을 표현하는 활동은 별도로 제시되지 않았다.

A 교과서는 ‘(자연수) \div (자연수)를 분수의 곱셈으로 나타내기’ 차시를 바로 후속 차시로 배치한 것이 차별되었다. 3학년 2학기에서 배운 내용을 활용하여 $3 \div 5$ 를 ‘색칠된 부분은 전체인 3을 똑같이 5로 나눈 것 중에 하나’로 설명하고 $3 \times \frac{1}{5}$ 로 바꾸었다. $3 \div \frac{1}{5}$ 의 몫은 $1 \div 5$ 의 결과인 $\frac{1}{5}$ 이 3개 모인 그림으로 나타낼 수 있는데 각각의 $\frac{1}{5}$ 을 모아보면 3의 $\frac{1}{5}$, 즉 $3 \times \frac{1}{5}$ 로 바꿀 수 있는 것이다. 이 차시에서 배운 내용을 분자가 제수로 나누어 떨어지지 않는 (분수) \div (자연수) 차시에서 활용하게 된다.

탐구 $3 \div 5$ 를 분수의 곱셈으로 나타내기

① 그림을 보고 $3 \div 5$ 를 분수의 곱셈으로 나타내 보세요.

Q $5 \div 4$ 를 분수의 곱셈으로 나타내어 계산하기

- $5 \div 4$ 를 분수의 곱셈으로 나타내어 계산해 보세요.

$$5 \div 4 = 5 \times \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \square$$

- 바르게 계산했는지 그림을 보면서 확인해 보세요.

- (자연수) \div (자연수)를 분수의 곱셈으로 나타내어 계산하는 방법을 이야기해 보세요.

[그림 IV-9] A 교과서 6-1 ‘분수의 나눗셈’ 자연수 \div 자연수를 분수의 곱셈으로 나타내기

5) 비율

국정교과서와 검정 교과서 3종 모두 ‘두 양의 절대적 비교와 상대적 비교-비-비율-비율의 실생활 활용-백분율-백분율의 실생활 활용’으로 전개되는 순서가 같았다. 또한 내용을 학습한 뒤 진도율, 할인율, 악기 등에 쓰이는 비율에 대한 심화 탐구를 할 수 있도록 하였다. 다만 각 학습 내용별 배분된 차시의 양이 다른 부분이 있었다. 주요 학습 요소 측면에서 A 교과서는 비율의 실생활 활용 관련 차시를, C 교과서는 백분율과 관련된 차시를 2차시로 증배하였다.

<표 IV-20> 교과서별 두 양의 크기 비교 맥락

	국정교과서	검정 A 교과서	검정 B 교과서	검정 C 교과서
맥락 1	알뜰시장을 준비하는 사람(명) : 물건을 판매하는 사람(명) (6 : 3) 내적비, 정수비 이산량 부분-부분	전지 수(개) : 전구 수(개) (2 : 1) 내적비, 정수비 이산량 부분-부분	떡을 판매하는 사람(명) : 레몬 음료를 판매하는 사람(명) (4 : 2) 내적비, 정수비 이산량 부분-부분	앨리스가 읽은 책(권) : 읽지 않은 책(권) (8 : 4) 내적비, 정수비 이산량 부분-부분
				
맥락 2	나무의 높이(cm) : 나무의 그림자 길이(cm) (300 : 100) 내적비, 정수비 연속량 부분-부분	모눈종이 8칸으로 만든 직사각형의 가로(cm) : 세로(cm) (1 : 8), (8 : 1) (2 : 4), (4 : 2) 내적비, 정수비 이산량 부분-부분	종이컵 수(개) : 바구니 수(개) (3 : 1) 탁구공 수(개) : 바구니 수(개) (6 : 1) 내적비, 정수비 이산량 부분-부분	포도주스 수(병) : 딸기주스 수(병) (15 : 5) 내적비, 정수비 이산량 부분-부분
				
맥락 3	-	-	전망대 높이(m) : 그림자 길이(m) (75 : 25) 내적비, 정수비 연속량 부분-부분	-
	-	-		-
	-	-		-

-	-		-
---	---	--	---

<표 IV-21> 교과서별 ‘비’ 개념 도입 맥락

	국정교과서	검정 A 교과서	검정 B 교과서	검정 C 교과서																																									
의미	두 수를 나눗셈으로 비교할 때 기호 :을 사용하여 나타낸 것	두 수를 나눗셈으로 비교할 때 기호 :을 사용하여 나타낸 것	두 수를 나눗셈으로 비교하기 위해 기호 :을 사용하여 나타낸 것	두 수를 나눗셈으로 비교할 때 기호 :을 사용하여 나타낸 것																																									
맥락 1	물의 양(컵) : 포도 원액의 양(컵) (3 : 2)	파란색 점토 수 : 노란색 점토 수 (2 : 3)	레몬즙의 양(컵) : 탄산수량(컵) (1 : 2)	앨리스의 한 걸음(cm) : 토끼의 한 걸음(cm) (40 : 20)																																									
	내적비 이산량 부분-부분	내적비 이산량 부분-부분	내적비, 정수비 이산량 부분-부분	내적비, 정수비 연속량 부분-부분																																									
	<table border="1"> <tr><td>물 1개</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr> <tr><td>포도 원액 1개</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr> <tr><td>물 1개</td><td>3</td><td>6</td><td>9</td><td>12</td><td>15</td></tr> <tr><td>포도 원액 1개</td><td>2</td><td>4</td><td>6</td><td>8</td><td>10</td></tr> </table>	물 1개	1	2	3	4	5	포도 원액 1개	1	2	3	4	5	물 1개	3	6	9	12	15	포도 원액 1개	2	4	6	8	10	<table border="1"> <tr><td>파란색 점토 1개</td><td>2</td><td>4</td><td>6</td></tr> <tr><td>노란색 점토 1개</td><td>3</td><td>6</td><td>9</td></tr> </table>	파란색 점토 1개	2	4	6	노란색 점토 1개	3	6	9	<table border="1"> <tr><td>레몬즙 1개</td><td>1</td><td>2</td></tr> <tr><td>탄산수 1개</td><td>2</td><td>4</td></tr> </table>	레몬즙 1개	1	2	탄산수 1개	2	4	<table border="1"> <tr><td>앨리스의 한 걸음</td><td>40</td></tr> <tr><td>토끼의 한 걸음</td><td>20</td></tr> </table>	앨리스의 한 걸음	40	토끼의 한 걸음
물 1개	1	2	3	4	5																																								
포도 원액 1개	1	2	3	4	5																																								
물 1개	3	6	9	12	15																																								
포도 원액 1개	2	4	6	8	10																																								
파란색 점토 1개	2	4	6																																										
노란색 점토 1개	3	6	9																																										
레몬즙 1개	1	2																																											
탄산수 1개	2	4																																											
앨리스의 한 걸음	40																																												
토끼의 한 걸음	20																																												
맥락 2	판매 금액(원) : 기부 금액(원) (1000 : 300)	저축한 돈(원) : 용돈(원) (500 : 2000)	도넛 수(개) : 파배기 수(개) (3 : 2)	쿠키의 수(개) : 머핀의 수(개) (1 : 3)																																									
	내적비 이산량 -	내적비 이산량 부분-전체	내적비 이산량 부분-부분	머핀의 수(개) : 쿠키의 수(개) (3 : 1) 내적비, 정수비 이산량 부분-부분																																									
	-	-																																											
맥락 3	출발점에서 장애물까지의 거리(m) : 장애물에서 도착점까지의	수학책의 가로(cm) : 세로(cm)	저축한 금액(원) : 용돈 금액(원) (2000 : 5000)	-																																									

거리(m) (30 : 20)			
내적비	내적비	내적비	-
연속량	연속량	이산량	-
부분-부분	부분-부분	부분-전체	
	-	-	-

교과서별 비 개념 도입 차이를 살펴보면, 비의 의미를 모두 ‘두 수를 나눗셈으로 비교할 때 기호 :을 사용하여 나타낸 것’이라고 동일하게 제시하였다. 처음 제시된 맥락은 모두 변화하는 양을 표에 채우면서 두 수의 크기를 비교하도록 하였다.



<표 IV-22> 교과서별 ‘비율’ 개념 도입 맥락

	국정교과서	검정 A 교과서	검정 B 교과서	검정 C 교과서
의미	기준량에 대한 비교하는 양의 크기	기준량에 대한 비교하는 양의 크기	기준량에 대한 비교하는 양의 크기	기준량에 대한 비교하는 양의 크기
맥락 1	판매한 도넛 수(개): 처음에 있던 도넛 수(개) (10 : 20)	숫자 면이 나온 횟수(번) : 동전을 던진 횟수(번) (9 : 20)	판매한 꿀떡 상자 수(개) : 준비한 꿀떡 상자 수(개) (7 : 10)	문의 가로 길이(cm) : 세로 길이(cm) (50 : 200)
	$\frac{10}{20}$	$\frac{9}{20}$	$\frac{7}{10}$	$\frac{50}{200}$
	내적비 이산량 부분-전체	내적비 이산량 부분-전체	내적비 이산량 부분-전체	내적비 연속량 부분-부분
	그림 → 추상화된 그림  	-	 	
맥락 2	직사각형 액자 가로(cm) : 세로(cm) (25 : 20), (15 : 12)	사진의 가로(cm) : 세로(cm) (21 : 12), (35 : 20)	직사각형 세로(cm) : 가로(cm) (4 : 8), (5 : 10), (6 : 5)	물약을 마신 후 엘리스의 키(cm) : 물약을 마시기 전 엘리스의 키(cm) (100 : 160)
	$\frac{25}{20}$, $\frac{15}{12}$	$\frac{20}{12}$, $\frac{35}{20}$	$\frac{4}{8}$, $\frac{5}{10}$, $\frac{6}{5}$	$\frac{100}{160}$
	내적비 연속량 부분-부분	내적비 연속량 부분-부분	내적비 연속량 부분-부분	내적비 연속량 부분-전체

				
맥 락 3	숙소 사용 인원 수(명): 숙소 정원 수(명) (6 : 8), (3 : 6)	집과 기차역 사이 거리(m) : 집과 공원 사이의 거리(m)	주사위의 특정한 눈의 수가 나온 횟수(번) : 주사위를 굴린 전체 횟수(번)	버섯을 먹은 후 엘리스의 키(cm) : 버섯을 먹기 전 엘리스의 키(cm) (80 : 160)
	$\frac{6}{8}$, $\frac{3}{6}$	$\frac{9}{15}$	$\frac{x}{10}$	$\frac{80}{160}$
	내적비 이산량 부분-전체	내적비 연속량 부분-전체	내적비 이산량 부분-전체	내적비 연속량 부분-전체
-				

<표 IV-23> 교과서별 ‘비율의 활용’ 차시

	국정교과서	검정 A 교과서	검정 B 교과서	검정 C 교과서
맥 락 1	이동 거리(km) : 이동 시간(시간) (300 : 2)	안타 수(번) : 전체 타수(번) (3 : 10)	단백질량(g) : 김밥의 무게(g) (12 : 240), (20 : 250)	과즙의 양(mL) : 물의 양(mL) (80 : 200), (90 : 250)
	$\frac{300}{2}$ (= 150)	$\frac{3}{10}$	$\frac{12}{240}$, $\frac{20}{250}$	$\frac{80}{200}$, $\frac{90}{250}$
	외적비 연속량 -	내적비 연속량 부분-전체	내적비 연속량 부분-전체	내적비 연속량 부분-부분
			표 	
맥 락 2	인구(명) : 넓이(km ²) (9857000 : 305), (1550000 : 16875)	이동 거리(km) : 이동 시간(시간) (2 : 160)	안경 쓴 학생 수(명) : 전체 학생 수(명) (11 : 20), (14 : 25)	여학생 수(명) : 전체 학생 수(명) (10 : 20), (12 : 25)
	$\frac{9857000}{305}$, $\frac{1550000}{16875}$	$\frac{160}{2}$ (= 80)	$\frac{11}{20}$, $\frac{14}{25}$	$\frac{10}{20}$, $\frac{12}{25}$
	외적비 이산량, 연속량 -	외적비 연속량 -	내적비 이산량 부분-전체	내적비 이산량 부분-전체
			표	

	 <table border="1"> <tr><th>지역</th><th>서울</th><th>강원도</th></tr> <tr><td>인구(명)</td><td>962000</td><td>1520000</td></tr> <tr><td>넓이(km²)</td><td>605</td><td>16875</td></tr> </table> <p>출처: 국토교통부, 2022. 국토교통연구원, 2022.</p>	지역	서울	강원도	인구(명)	962000	1520000	넓이(km ²)	605	16875	 <p>우리 길로 할아버지 데 사이리 거리는 160 km이고, 저물쳐로 가는 데 2시간이 걸려요.</p>	<table border="1"> <tr><th>반</th><th>1반</th><th>2반</th></tr> <tr><td>전체 학생 수(명)</td><td>20</td><td>25</td></tr> <tr><td>인강 쓴 학생 수(명)</td><td>11</td><td>14</td></tr> </table>	반	1반	2반	전체 학생 수(명)	20	25	인강 쓴 학생 수(명)	11	14	<table border="1"> <tr><th>준비한 모자 수(명)</th><th>20</th><th>25</th></tr> <tr><th>판매한 모자 수(명)</th><th>10</th><th>12</th></tr> </table>	준비한 모자 수(명)	20	25	판매한 모자 수(명)	10	12
지역	서울	강원도																										
인구(명)	962000	1520000																										
넓이(km ²)	605	16875																										
반	1반	2반																										
전체 학생 수(명)	20	25																										
인강 쓴 학생 수(명)	11	14																										
준비한 모자 수(명)	20	25																										
판매한 모자 수(명)	10	12																										
맥락 3	흰색 물감 양(mL) : 검은색 물감 양(mL) (6 : 200), (10 : 250) $\frac{6}{200}$, $\frac{10}{250}$ 내적비 연속량 부분-부분	지도에서 거리(cm) : 실제 거리(cm) (1 : 50000) $\frac{1}{50000}$ 내적비 연속량 -	식물원을 희망하는 학생 수(명) : 전체 학생 수(명) (95 : 225) $\frac{95}{225}$ 내적비 이산량 부분-전체	준비한 모자 수(개) : 판매한 모자 수(개) (17 : 25), (7 : 10) $\frac{17}{25}$, $\frac{7}{10}$ 내적비 이산량 부분-전체																								
	-	-	<table border="1"> <tr><th>표</th><th>95</th><th>225</th></tr> <tr><td>인수</td><td>95</td><td>225</td></tr> <tr><td>학생명</td><td>95</td><td>225</td></tr> <tr><td>전체 수명</td><td>95</td><td>225</td></tr> </table>	표	95	225	인수	95	225	학생명	95	225	전체 수명	95	225	<table border="1"> <tr><th>준비한 모자의 수(개)</th><th>25</th><th>10</th></tr> <tr><th>판매한 모자의 수(개)</th><th>17</th><th>7</th></tr> </table>	준비한 모자의 수(개)	25	10	판매한 모자의 수(개)	17	7						
	표	95	225																									
	인수	95	225																									
학생명	95	225																										
전체 수명	95	225																										
준비한 모자의 수(개)	25	10																										
판매한 모자의 수(개)	17	7																										
-	인구(명) : 넓이(km ²) (966800 : 605) (9246600 : 3359) $\frac{966800}{605}$, $\frac{9246600}{3359}$ 외적비 이산량, 연속량 -	-	택자 이용 학생 수(명) : 택자 이용 정원 수(명) (5 : 8), (4 : 6) $\frac{5}{8}$, $\frac{4}{6}$ 내적비 이산량 부분-전체																									
-	<table border="1"> <tr><th>도시</th><th>서울</th><th>제주도</th></tr> <tr><td>인구(명)</td><td>966800</td><td>8246600</td></tr> <tr><td>넓이(km²)</td><td>605</td><td>3359</td></tr> </table> <p>출처: 국토교통부, 2022. 국토교통연구원, 2022.</p>	도시	서울	제주도	인구(명)	966800	8246600	넓이(km ²)	605	3359	-	-																
도시	서울	제주도																										
인구(명)	966800	8246600																										
넓이(km ²)	605	3359																										

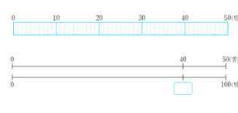
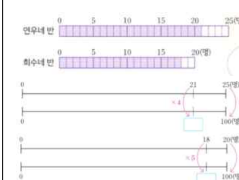

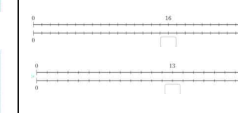


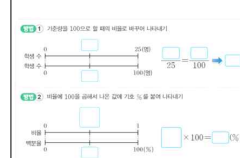
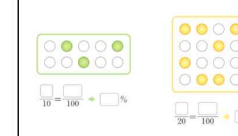
다음으로 교과서별 비율 개념 및 활용 차시를 살펴보면, 비율의 의미를 ‘기준량에 대한 비교하는 양의 크기’라고 역시 모두 동일하게 제시하고 있다. 비율을 $\frac{a}{b}$ 꼴의 분수로 표현할 수 있기 때문에 학생들이 비율을 분수의 다른 이름이라고 착각하는 경우 있지만 비율과 분수의 의미는 다르다(방정숙 외, 2016). 비율에서 비교하는 두 양은 부분과 부분일 수 있다. 따라서 각 교과서는 3가지 맥락을 제시하면서 부분-부분, 부분-전체에 해당하는 비율을 제시하고 있다. 국정교과서와 A, B 교과서가 부분-전체, 부분-부분, 부분-전체 순으로 제시하였고, C 교과서는 부분-부분, 부분-전체, 부분-전체 순으로 제시하였다.

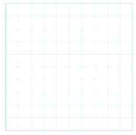
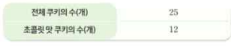
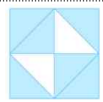

기준량보다 비교하는 양이 큰 경우 비율은 1보다 큰 값을 나타내게 되는데 국정교과서와 A, B 교과서에서 그러한 예시를 볼 수 있었다. 그러나 26개의 맥락 중 3개의 맥락 외에는 기준량보다 비교하는 양이 작아 비율이 1보다 작은 경우가 훨씬 많았다.

비율의 활용 차시에서 일부 교과서에서 외적비가 처음으로 도입된다. 국정교과서 및 A 교과서는 ‘이동 거리 : 이동 시간’, ‘인구 수 : 지역의 넓이’라는 외적비 맥락을 도입하

고 내적비 상황도 제시하였다. B와 C 교과서는 모두 내적비 상황만을 사용하였다.

<표 IV-24> 교과서별 ‘백분율’ 도입 차시





	국정교과서	검정 A 교과서	검정 B 교과서	검정 C 교과서
의미	기준량을 100으로 할 때의 비율	기준량을 100으로 할 때의 비율	기준량을 100으로 할 때의 비율	기준량을 100으로 할 때의 비율
백 락 1	판매된 티셔츠 수(벌) : 전체 티셔츠(벌) (40 : 50)	찬성 의견 학생 수(명) : 전체 학생 수(명) (21 : 25), (18 : 20)	장바구니를 사용한 사람 수(명) : 가게를 방문한 사람 수(명) (15 : 20), (35 : 50)	색칠한 장미 수(송이) : 전체 장미 수(송이) (16 : 25), (13 : 20)
	$\frac{40}{50}$ (= 80%)	$\frac{21}{25}$ (= 84%), $\frac{18}{20}$ (= 90%)	$\frac{15}{20}$ (= 75%), $\frac{35}{50}$ (= 70%)	$\frac{16}{25}$ (= 64%), $\frac{13}{20}$ (= 65%)
	내적비 연속량 부분-전체	내적비 이산량 부분-전체	내적비 이산량 부분-전체	내적비 이산량 부분-전체
				
백 락 2	화단 넓이(m ²) : 텃밭 넓이(m ²) (14 : 25)	상추를 심은 텃밭 넓이(m ²) : 전체 텃밭 넓이(m ²) (6 : 25)	여름을 좋아하는 학생 수(명) : 전체 학생 수(명) (12 : 25)	색칠한 공의 수(개) : 전체 공의 수(개) (2 : 10), (9 : 20)
	$\frac{14}{25}$ (= 64%)	$\frac{6}{25}$ (= 24%)	$\frac{12}{25}$ (= 84%)	$\frac{2}{10}$ (= 20%), $\frac{9}{20}$ (= 45%)
	내적비 연속량 부분-부분	내적비 연속량 부분-전체	내적비 이산량 부분-전체	내적비 이산량 부분-전체
				
백 락 3	-	색칠한 부분 칸 수(개) : 전체 칸 수(개)	-	초콜릿 맛 쿠키의 수(개) : 전체 쿠키의 수(개)

		(예) (26 : 100)		(12 : 25)
	-	$\frac{26}{100} (= 26\%)$	-	$\frac{12}{25} (= 48\%)$
	-	내적비	-	내적비
	-	이산량	-	이산량
	-	부분-전체	-	부분-전체
	-		-	
백 락 4	-	재사용된 병 수(개) : 전체 병 수(개) (128 : 160)	-	색칠한 부분 : 전체 (6 : 8) 색칠하지 않은 부분 : 전체 (2 : 8)
	-	$\frac{128}{160} (= 80\%)$	-	$\frac{6}{8} (= 75\%),$ $\frac{2}{8} (= 25\%)$
	-	내적비	-	내적비
	-	이산량	-	이산량
	-	부분-전체	-	부분-전체
	-	-	-	
백 락 5	-	-	-	남은 파이 조각 수(개) : 전체 파이 조각 수(개) (1 : 5)
	-	-	-	$\frac{1}{5} (= 20\%)$
	-	-	-	내적비
	-	-	-	이산량
	-	-	-	부분-전체
	-	-	-	

<표 IV-25> 교과서별 ‘백분율의 활용’ 차시

	국정교과서	검정 A 교과서	검정 B 교과서	검정 C 교과서
백 락 1	할인된 금액(원) : 원래 가격(원) (500 : 2000)	‘만족’이라고 응답한 학생 수(명) : 전체 응답 학생 수(명) (176 : 200)	계절 강수량(mm) : 전체 강수량(mm) (350 : 1400), (70 : 1400)	수학 체험전에 참여한 학년 학생 수(명) : 수학 체험전에 참여한 학생 수(명)

				(15 : 50), (25 : 50), (10 : 50),
	$\frac{500}{2000} (= 25\%)$	$\frac{176}{200} (= 88\%)$	$\frac{350}{1400} (= 25\%),$ $\frac{70}{1400} (= 5\%)$	$\frac{15}{50} (= 30\%),$ $\frac{25}{50} (= 50\%),$ $\frac{10}{50} (= 20\%)$
	내적비 연속량 부분-전체	내적비 이산량 부분-전체	내적비 연속량 부분-전체	내적비 이산량 부분-전체
				-
맥 락 2	득표 수(표) : 전체 투표 수(표) (265 : 500), (230 : 500)	할인된 금액(원) : 원래 가격(원) (500 : 2000), (600 : 2500)	득표 수(표) : 전체 투표 수(표) (148 : 400), (56 : 400), (196 : 400)	안경 쓴 여학생 수(명) : 전체 학생 수(명) (54 : 200) 안경 쓴 남학생 수(명) : 전체 학생 수(명) (60 : 200)
	$\frac{265}{500} (= 53\%),$ $\frac{230}{500} (= 46\%)$	$\frac{500}{2000} (= 25\%),$ $\frac{600}{2500} (= 24\%)$	$\frac{148}{400} (= 37\%),$ $\frac{56}{400} (= 14\%),$ $\frac{196}{400} (= 49\%)$	$\frac{54}{200} (= 27\%),$ $\frac{60}{200} (= 30\%)$
	내적비 이산량 부분-전체	내적비 이산량 부분-전체	내적비 이산량 부분-전체	내적비 이산량 부분-전체
		-		
맥 락 3	소금 양(g) : 소금물의 양(g) (60 : 300), (100 : 500)	설탕 양(g) : 설탕물의 양(g) (30 : 250), (60 : 300)	불량품 생산량(개) : 전체 생산량(개) (8 : 400), (6 : 200)	투호 성공 학생 수(명) : 전체 학생 수(명) (15 : 25), (13 : 20)

	$\frac{60}{300}$ (= 20%), $\frac{100}{500}$ (= 20%)	$\frac{30}{250}$ (= 12%), $\frac{60}{300}$ (= 20%)	$\frac{8}{400}$ (= 2%), $\frac{6}{200}$ (= 3%)	$\frac{15}{25}$ (= 60%), $\frac{13}{20}$ (= 75%)												
	내적비 연속량 부분-전체	내적비 이산량 부분-전체	내적비 이산량 부분-전체	내적비 이산량 부분-전체												
			<table border="1" data-bbox="853 593 1093 683"> <thead> <tr> <th>공정</th> <th>물품 평이</th> <th>행생 평이</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>전체 생산량(개)</td> <td>400</td> <td>200</td> </tr> <tr> <td>동량품 생산량(개)</td> <td>8</td> <td>6</td> </tr> </tbody> </table>	공정	물품 평이	행생 평이	전체 생산량(개)	400	200	동량품 생산량(개)	8	6	-			
공정	물품 평이	행생 평이														
전체 생산량(개)	400	200														
동량품 생산량(개)	8	6														
맥 락 4	-	-	할인 금액(원) : 원래 금액(원) (200 : 2000), (500 : 2500)	할인 금액(원) : 원래 금액(원) (3000 : 15000), (5000 : 20000)												
	-	-	$\frac{200}{2000}$ (= 10%), $\frac{500}{2500}$ (= 20%)	$\frac{3000}{15000}$ (= 20%), $\frac{5000}{20000}$ (= 25%)												
	-	-	내적비	내적비												
	-	-	이산량	이산량												
	-	-	부분-전체	부분-전체												
	-	-	 	<table border="1" data-bbox="1125 1153 1364 1220"> <thead> <tr> <th>목</th> <th>원가</th> <th>판매가</th> <th>할인금액</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>종목목</td> <td>15000원</td> <td>12000원</td> <td>?</td> </tr> <tr> <td>과목목</td> <td>20000원</td> <td>15000원</td> <td>?</td> </tr> </tbody> </table>	목	원가	판매가	할인금액	종목목	15000원	12000원	?	과목목	20000원	15000원	?
목	원가	판매가	할인금액													
종목목	15000원	12000원	?													
과목목	20000원	15000원	?													

마지막으로 교과서별 백분율 개념 및 활용 차이를 살펴보면, 모두 백분율의 의미를 ‘기준량을 100으로 할 때의 비율’이라고 제시하였다. 처음 백분율의 개념을 도입할 때의 시각적 표현으로 국정교과서와 A, C 교과서는 이중 수직선을, B 교과서는 100칸 모눈을 활용하였다.

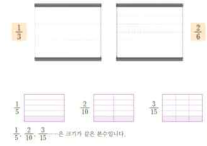
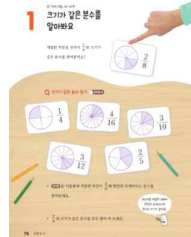

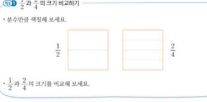


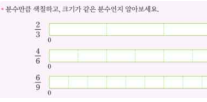


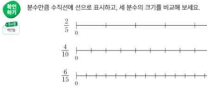
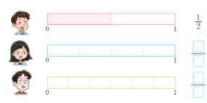
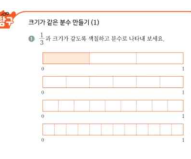
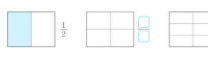
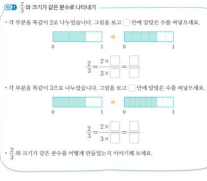


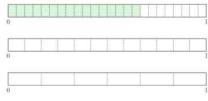
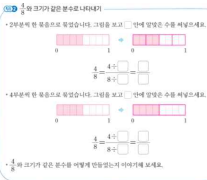
할인율은 모든 교과서에서 다루지는 맥락이었고 이 외에도 농도, 투표 상황, 참여율, 성공률, 강수량 등 각 교과서 모두 실생활과 관련된 맥락을 제시하였다.

나. 동치 표현 및 동치식의 이해 관련 단원 분석

1) 5학년 1학기 ‘약분과 통분’

5학년 1학기 ‘약분과 통분’은 본격적으로 이분모 분수에서 크기가 같은 분수에 대한 개념을 익히고 크기를 비교하는 단원이다.

<표 IV-26> ‘크기가 같은 분수’ 관련 차시 분석

	국정교과서	검정 A 교과서	검정 B 교과서	검정 C 교과서
크기가 같은 분수 개념	 <p>영역 모델(사각형)</p>	 <p>영역 모델(원)</p>	 <p>영역 모델(사각형)</p>	 <p>영역 모델</p>
	 <p>영역 모델(원)</p>	-	 <p>영역 모델(원)</p>	 <p>길이 모델</p>
	 <p>수직선 모델</p>	-	 <p>수직선 모델</p>	 <p>수직선 모델</p>
크기가 같은 분수 만들기 (1)				
크기가 같은 분수 만들기 (2)				

국정교과서는 단원 도입 후 2차시에 크기가 같은 분수의 개념을 이해하기 위해 $\frac{1}{3}$ 과 $\frac{2}{6}$ 를 직사각형 모델에, $\frac{1}{3}$ 과 $\frac{3}{9}$ 을 원 모델에 표시하도록 하였다. 또한 $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{8}$, $\frac{3}{12}$ 을 수직선 모델에 표시하며 크기가 같은 분수가 많이 있음을 알게 하였다.

3차시에서 동치 분수를 만드는 두 가지 방법을 제시하였다. ‘활동1’에서 ‘분자와 분모에 0이 아닌 같은 수를 곱한다’는 방법을 띠 모델로, ‘활동2’에서는 ‘분자와 분모에 0이 아닌 같은 수로 나눈다’는 방법을 수직선 모델로 전개하였다.



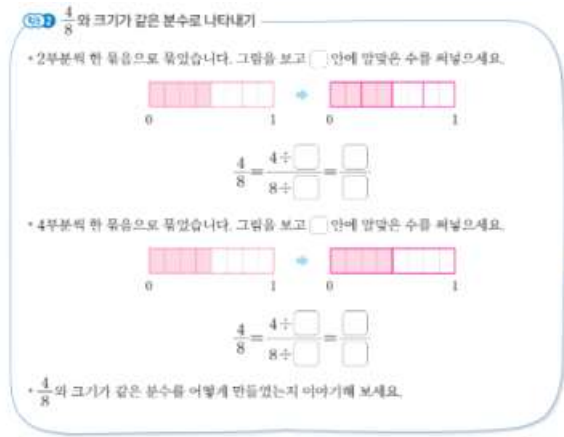
[그림 IV-10] A 교과서: 크기가 같은 분수 이해하기

A 교과서는 국정교과서 및 B, C 교과서와 달리 크기가 같은 분수의 이해 및 크기가 같은 분수 만들기를 연차시로 구성하였다. 또한 직접 원 모델 교구를 활용하여 분수만큼 색칠한 부분이 완전히 포개어졌을 때 분수의 크기가 같다는 것을 확인하도록 하였다. 물탱크 또는 어항의 수위를 직사각형 모델에 표현하며 분수의 크기를 직관적으로 비교하도록 한 국정교과서 및 B, C 교과서와 차이를 보인다.

B 교과서는 2차시에서 $\frac{1}{2}$ 과 $\frac{2}{4}$ 를 직사각형 모델에, $\frac{1}{2}$ 과 $\frac{3}{6}$ 을 원 모델에 표시하도록 하였다. 직사각형 모델과 원 모델을 차례로 사용한 점이 국정교과서와 같으나 $\frac{1}{2}$ 을 중심으로 동치 분수를 제시한 점이 다르다. '활동3'에서는 $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{6}$, $\frac{3}{9}$ 을 수직선 모델로 표시하며 동치 분수의 개념을 이해하도록 하였다. 3차시에서는 $\frac{1}{2}$ 과 크기가 같은 분수를 만드는 방법(배분)을 직사각형 모델로, $\frac{16}{24}$ 과 크기가 같은 분수를 만드는 방법(약분)을 띠 모델로 설명하였다.

C 교과서는 2차시에서 $\frac{1}{2}$ 과 크기가 같은 분수 이해를 위해 직사각형 모델을 그려 비교하고 막대 및 수직선 모델로 정리 및 확인 활동을 전개하였다. 3차시는 국정교과서와 다르게 일관되게 띠 모델로 동치 분수를 만드는 방법을 제시하였다. '활동2'에서 '분모와 분자를 각각 0이 아닌 같은 수로 나눈다'는 방법을 이용하여 $\frac{4}{8}$ 의 동치분수를 만드는데, 어떤 수로 나누어야 할지 언어적으로 파악할 수 있도록 '2부분씩 한 묶음으로 묶

있습니다'라고 덧붙이고 있다. 또한 제시된 $\frac{4}{8}$ 의 띠 모델을 두 부분씩 또는 세 부분씩 굵은 선으로 묶은 시각 자료를 추가하였다.



[그림 IV-11] C 교과서: 크기가 같은 분수로 나타내기

다. 분수의 크기 이해 관련 단원 분석

1) 3학년 1학기 '분수와 소수'

3학년 1학기 '분수와 소수' 단원에서는 동분모 분수의 크기 비교를 다룬다. 유형은 두 가지로 진분수의 크기 비교와 단위분수의 크기 비교이다. 길이 모델로 제시한 점, 유형의 제시 순서가 같았고 크기를 비교하는 방법을 명시적으로 제시한 교과서와 그렇지 않은 교과서가 있었다.

<표 IV-27> 동분모 분수의 크기 비교(진분수, 단위분수) 관련 차시 분석

	국정교과서	검정 A 교과서	검정 B 교과서	검정 C 교과서
동분모 분수의 크기 비교	<p>• $\frac{6}{8}$은 $\frac{3}{4}$이 몇 개인지 확인해서 알아보세요.</p> <p>• $\frac{6}{8}$은 $\frac{1}{2}$이 몇 개인지 확인해서 알아보세요.</p>	<p>① $\frac{6}{8}$와 $\frac{3}{4}$의 분모를 같게 해서 어느 분수가 더 큰지 비교해 보세요.</p> <p>② $\frac{6}{8}$과 $\frac{3}{4}$는 $\frac{1}{2}$이 각각 몇 개인지 알아보시고, 어느 분수가 더 큰지 비교해 보세요.</p> <p>$\frac{6}{8}$은 $\frac{1}{2}$이 \square 개, $\frac{3}{4}$는 $\frac{1}{2}$이 \square 개입니다.</p>	<p>2. $\frac{6}{8}$을 $\frac{3}{4}$로 같게 해서 어느 분수가 더 큰지 알아보세요.</p> <p>• $\frac{6}{8}$은 $\frac{1}{2}$이 몇 개인지 확인해서 알아보세요.</p> <p>• $\frac{6}{8}$은 $\frac{1}{4}$이 몇 개인지 확인해서 알아보세요.</p>	<p>$\frac{2}{4}$</p> <p>$\frac{3}{4}$</p>
	단위분수의 개수 세기	단위분수의 개수 세기	단위분수의 개수 세기	단위분수의 개수 세기
	일반화 발문 "분모가 같은 분수의 크기를"	일반화 (분모가 같은 분수의 크기를)	일반화	일반화

	어떻게 비교할까요?”	비교하는 방법 이야기하기)		
단위분수의 크기 비교				<input type="text"/> <input type="text"/>
	일반화 발문 “단위분수의 크기를 어떻게 비교할까요?”	크기 비교 방법 일반화	크기 비교 방법 일반화	크기 비교 방법 일반화

국정교과서 및 B, C 교과서가 단위분수의 크기 비교 차시를 별도로 구성한 반면, A 교과서는 ‘분수의 크기를 비교해요’ 차시 안에 단위분수의 크기 비교 및 동분모 분수의 크기 비교를 한 차시 안에 배치하였다. ‘분수의 크기를 비교하는 방법을 이야기해 보세요’, ‘단위분수의 크기를 비교하는 방법을 이야기해 보세요’라는 발문이 주어지고 학생들이 직접 방법을 정리할 수 있도록 하였다.

B 교과서가 국정교과서 및 A 교과서와 다른 점은 단위분수 및 동분모 분수의 크기를 비교하는 방법이 해당 차시에 관련 활동이 끝날 때마다 명시적으로 서술되었다는 점이다.

C 교과서도 B 교과서와 마찬가지로 ‘정리하기’ 활동으로 분모가 같은 분수의 크기를 비교하는 방법이 명시적으로 서술되었다. 단위분수의 크기를 비교하는 차시에서도 ‘단위분수는 분모가 클수록 더 작다’고 제시되었다. 또한 단위분수에 해당하는 만큼만 색칠된 그림을 사용하여 단위분수의 분모가 클수록 점점 분수의 크기가 작아지는 것을 시각적으로 확인하기 쉽도록 하였다.






[그림 IV-12] C 교과서: 단위분수의 크기 비교 방법

2) 3학년 2학기 ‘분수’

3학년 2학기 ‘분수’ 단원에서도 동분모 분수의 크기 비교를 다룬다. 해당 단원의 동분모 분수의 크기 비교 차시는 크게 세 유형으로 나뉘는데 가분수와 가분수, 대분수와 대분수, 가분수와 대분수의 크기 비교이다. 3학년 1학기 ‘분수와 소수’ 단원과 마찬가지로 세 유형의 제시 순서는 같았으나 크기 비교 맥락, 유형 내 세분화 정도, 분수 크기 비교 방법의 명시적 제시에서 차이가 있었다.

<표 IV-28> 동분모 분수(가분수, 대분수) 크기 비교 관련 차시 분석

	국정교과서	검정 A 교과서	검정 B 교과서	검정 C 교과서
동분모 가분수 와 가분수	어느 지지대가 더 긴지 알아보기 $\frac{7}{5}m, \frac{9}{5}m$ 	- $\frac{6}{5}, \frac{8}{5}$ 	어느 반의 응원 구호판이 더 긴지 알아보기 $\frac{6}{4}m, \frac{9}{4}m$ 	쓰레기를 누가 더 많이 주웠는지 알아보기 $\frac{7}{4}L, \frac{9}{4}L$ 
동분모 대분수 와 대분수	- $2\frac{1}{4}, 1\frac{3}{4}$ 	- $2\frac{1}{3}, 1\frac{2}{3}$ 	- $1\frac{3}{5}, 2\frac{1}{5}$ $2\frac{1}{3}, 2\frac{2}{3}$ 	- $2\frac{2}{4}, 1\frac{3}{4}$ 
동분모 가분수 와 대분수	- $\frac{7}{3}, 2\frac{2}{3}$ *대분수를 가분수로 나타내어 비교하기 *가분수를 대분수로 나타내어 비교하기	- $\frac{7}{4}, 2\frac{1}{4}$ *대분수를 가분수로 나타내어 비교하기 *가분수를 대분수로 나타내어 비교하기	- $\frac{11}{4}, 2\frac{1}{4}$ *대분수를 가분수로 나타내어 비교하기 *가분수를 대분수로 나타내어 비교하기	- $\frac{10}{4}, 2\frac{3}{4}$ *대분수를 가분수로 나타내어 비교하기 *가분수를 대분수로 나타내어 비교하기
크기 비교 방법 정리	-	-		

모든 교과서가 ‘가분수와 가분수’, ‘대분수와 대분수’, ‘가분수와 대분수’의 순서로 세 유형을 다루지만 모두 병렬적인 관계로 전개되지는 않았다. 세 유형이 병렬적으로 구성된 교과서는 국정교과서 및 B, C 교과서였다. A 교과서는 가분수와 가분수, 대분수와 대분수의 크기 비교를 ‘탐구’로 제시하였으나 가분수와 대분수는 ‘탐구’ 활동을 확인하는 ‘문제’에서 다루어 세 유형이 병렬적으로 제시되지 않았다.

세 유형에서 모두 실생활 맥락이 제시된 것은 아니었다. 그러나 가분수와 가분수의 크기를 비교하는 맥락은 국정교과서 및 B, C 교과서에 제시되어 있었는데 국정 및 B 교과서는 길이 비교, C 교과서는 들이 비교라는 점이 달랐다.

B 교과서는 대분수와 대분수의 크기 비교 유형을 두 가지로 세분화하였다. 자연수의 크기가 다른 경우($1\frac{3}{5}$ 과 $2\frac{1}{5}$)와 자연수의 크기가 같은 경우($2\frac{1}{3}$ 과 $2\frac{2}{3}$)를 수직선 모델로 비교하게 한 뒤 비교 방법을 정리하였다.

B와 C 교과서는 분수의 크기 비교 방법을 명시적으로 정리하여 제시하였다. B 교과서는 각 유형에 대한 활동을 마친 후 방법을 제시하였고 C 교과서는 세 유형에 대한 모든 탐구가 끝난 뒤 마지막에 모든 방법을 모아 표로 제시한 점이 달랐다.

3) 5학년 1학기 ‘약분과 통분’

이분모 분수의 크기 비교는 5학년 1학기 ‘약분과 통분’에서 다루진다. 동치분수를 만드는 방법을 파악하고 약분과 통분의 개념을 학습한 뒤에 제시된다. 두 분수의 크기 비교, 세 분수의 크기 비교 방법을 다룬다. A 교과서는 별도 차시에서 세 분수의 크기 비교 방법을 다루는 점이 다르다.

<표 IV-29> 5학년 1학기 ‘약분과 통분’ 분수의 크기 비교 대표 예제 분석

	국정교과서	검정 A 교과서	검정 B 교과서	검정 C 교과서
두 분수의 크기 비교 방법	$\frac{5}{9}$, $\frac{7}{12}$ 일반화 발문만 제시 (분수를 통분하여 비교합니다)	$\frac{2}{3}$, $\frac{3}{5}$ 일반화 발문만 제시 (두 분수를 통분하여 분모를 같게 한 다음 분자를 비교합니다)	$\frac{5}{8}$, $\frac{7}{12}$ 분모가 다른 두 분수의 크기를 비교할 때에는 두 분수를 통분하여 비교합니다.	$\frac{3}{4}$, $\frac{5}{8}$ 분모가 다른 두 분수의 크기는 통분을 이용하여 비교할 수 있습니다.
세 분수	$\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{2}{3}$	‘문제해결’ 차시에서	$\frac{2}{6}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{5}{12}$	$\frac{2}{5}$, $\frac{5}{9}$, $\frac{5}{8}$

의 크기 비교 방법	두 분수끼리 통분하여 차례대로 크기를 비교합니다.	제시	두 분수끼리 통분하여 차례대로 크기를 비교합니다.	① 두 분수끼리 통분하여 차례로 크기를 비교한다. ② 그림을 그려서 $\frac{1}{2}$ 보다 작거나 큰 분수를 먼저 찾은 다음 나머지 두 분수를 통분하여 비교한다
------------	-----------------------------	----	-----------------------------	--

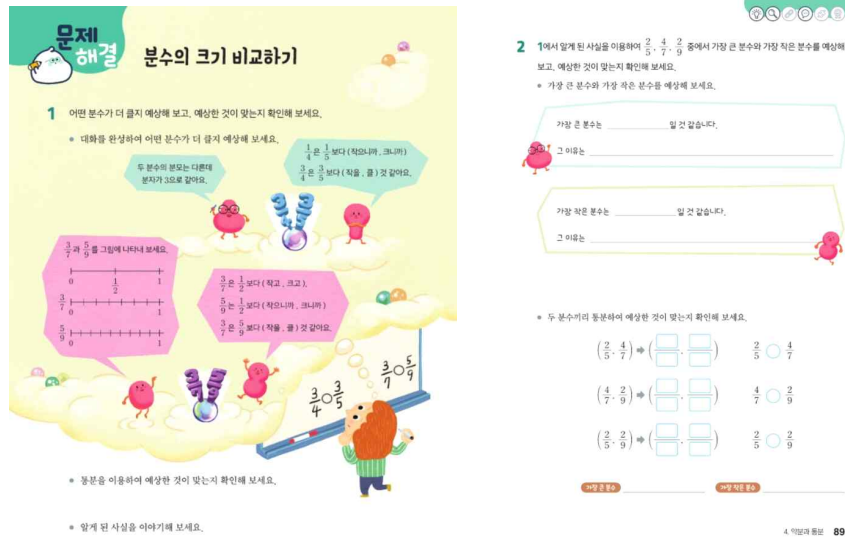
국정교과서의 분수의 크기 비교 차시는 다음과 같이 전개되었다. 분수의 크기 비교를 시작하는 6차시에서 제시된 분수는 $\frac{5}{9}$ 와 $\frac{7}{12}$ 로 어림을 해도 기준 척도가 되는 $\frac{1}{2}$ 과 가까우면서 $\frac{1}{2}$ 보다 큰 수이다. 통분을 하였을 때 각각 $\frac{20}{36}$ 과 $\frac{21}{36}$ 로 차이가 $\frac{1}{36}$ 이기 때문에 작은 크기 차이를 보이는 두 분수를 제시하여 통분의 필요성을 제시하였다. 세 분수의 크기를 비교하는 ‘활동2’에서 제시된 분수는 $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{2}{3}$ 로 두 분수끼리 통분하여 크기를 비교하도록 하고 있다. 7차시에서는 분수와 소수의 크기를 비교하는 방법을 다룬다. 분수를 소수로, 또는 소수를 분수로 바꾸어 크기를 비교하게 한다. ‘활동3’에서 $\frac{2}{5}$ 와 0.5가 제시되었다. 분모가 10인 동치분수를 만들거나 소수로 바꾼다는 점에서 통분하여 크기를 비교하는 방법과 같다. 6~7차시에 제시된 분수들은 통분 외 다른 감각을 사용하여 크기를 비교할 수 있으나 해당 차시에서 통분 외에 다른 방법을 다루고 있지 않다.

8차시에서는 간접적으로 그 외의 방법을 다루고 있다. 주어진 여러 가지 분수의 중 조건을 만족하는 분수를 찾는 문제를 4단계에 따라 해결한다. ‘ $\frac{1}{2}$ 보다 작다’라는 첫 번째 조건을 만족시키는 분수를 찾을 때 지도서의 예시 답안에 따르면 ‘ $\frac{1}{2}$ 보다 작은 분수는 분자를 2배 한 수가 분모보다 작아야 한다’는 점을 이해해야 한다(교육부, 2019h). 그러나 교과서에 명시적으로 $\frac{1}{2}$ 을 활용하는 방법에 대해서 제시되어 있지는 않다.

10차시에서는 분자가 분모보다 1만큼 더 작은 경우 통분하지 않고 분수의 크기를 비교할 수 있음을 제시하고 있다. 주어진 분수들이 분자가 분모보다 1만큼 작다는 공통점을 파악하고, 통분하여 비교하는 방법과 그림으로 나타내어 비교하는 두 가지 활동을 통해 새로운 비교 방법인 ‘분자가 분모보다 1만큼 더 작은 분수는 분모가 클수록 크다’

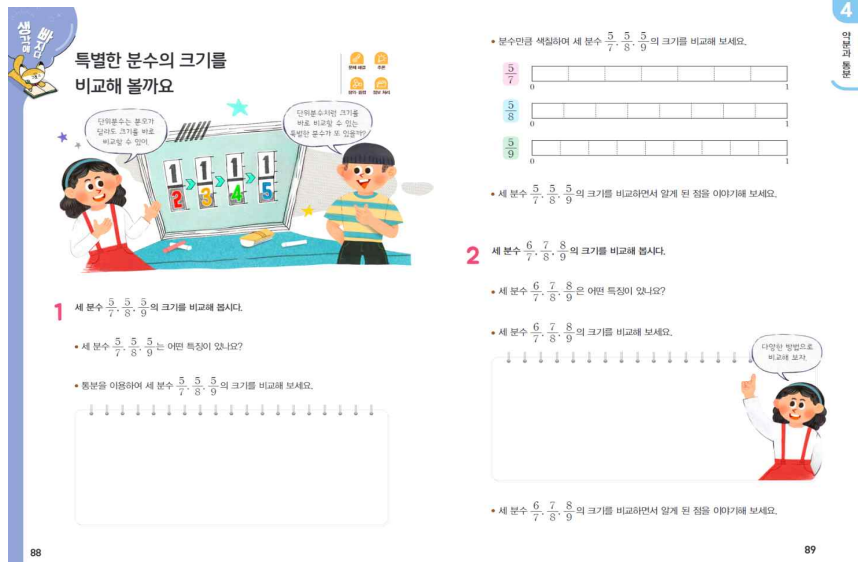
를 추론하게 한다.

국정교과서와 A, B, C 교과서 모두 통분을 하여 이분모 분수의 크기를 비교하는 것을 기본 방법으로 삼고 있다. 그러나 통분 외에도 분수의 크기를 비교하는 방법에 대해 제시하고 있다. 본 차시에서 이와 같은 내용을 다루는 것은 C 교과서였다. A, B 교과서는 본 차시 외 별도 차시에서 추가적인 주제로 다루고 있다.



[그림 IV-13] A 교과서: 기준 척도를 활용한 분수의 크기 비교

A 교과서는 기준 척도 $\frac{1}{2}$ 을 활용하여 두 분수와 세 분수의 크기를 비교할 수 있음을 나타냈다. $\frac{1}{2}$ 을 수직선으로 나타내고 $\frac{1}{2}$ 보다 작은 분수와 큰 분수를 하단 수직선에 표시하도록 하여 그 위치를 파악하도록 하였다. 기준 척도를 중심으로 추론 과정에 따라 크기를 비교하고 본 차시에서 배운 통분으로 확인해보도록 하였다. 이와 같은 흐름으로 세 분수의 크기도 비교하는 활동을 2번에 제시하였다.



[그림 IV-14] B 교과서: 분수 감각을 이용한 크기 비교

B 교과서는 통분을 할 필요 없이 크기를 바로 비교할 수 있는 세 가지 상황을 ‘특별한 분수의 크기를 비교하자’는 주제로 분수 감각을 이용한 크기 비교를 하고 있다. 첫 번째는 단위분수에 대한 것으로 그림으로 제시하며 활동 도입을 하였다. 두 번째로 분자가 같은 경우 분모가 작을수록 분수의 크기가 더 크다는 것을 통분 및 그림으로 그리며 확인하게 한다. 세 번째로 $\frac{n-1}{n}$ 형태의 분수인 경우를 제시하고 분자가 분모보다 1만큼 작을 때 분모가 클수록 분수의 크기가 더 크다는 것을 통분의 과정을 통해 파악하도록 한다.

C 교과서는 본 차시에서 모두 통분할 필요 없이 기준 척도가 되는 $\frac{1}{2}$ 로 크기를 파악하고 나머지 두 분수를 통분하여 비교한다는 방법을 제시하고 있다. 또한 별도 차시에서 $\frac{1}{2}$ 과 분수 카드의 분수를 비교하는 기회를 제공하고 있다.



새롬이와 바름이가 세 분수 $\frac{2}{5}$, $\frac{5}{9}$, $\frac{5}{8}$ 의 크기를 다음과 같은 방법으로 비교하려고 합니다.
두 사람이 생각한 방법대로 세 분수의 크기를 비교해 보세요.



[그림 IV-15] C 교과서: 기준 척도를 활용한 분수의 크기 비교(본 차시)



[그림 IV-16] C 교과서: 기준 척도를 활용한 분수의 크기 비교(별도 차시)

또한 C 교과서는 이 외에 수 감각을 활용하여 분수의 크기를 비교하는 방법을 교사용 지도서에서 심화 활동으로 제시하고 있다. $\frac{1}{2}$ 을 기준 척도로 하여 비교하는 방법, $\frac{n-1}{n}$ 형태의 분수는 $1-\frac{1}{n}$ 형태로 바꿀 수 있음을 알고 단위분수의 크기를 활용하는 방법, 분자가 같을 때 분모가 클수록 분수의 크기는 작다는 것을 확인하고 활용하는 방법을 소개하고 활용하도록 하였다(류희찬 외 25인, 2023b).

라. 연산의 의미 및 결과 이해 관련 단원 분석

1) 4학년 2학기 ‘분수의 덧셈과 뺄셈’

4학년 2학기 ‘분수의 덧셈과 뺄셈’은 동분모 분수의 덧셈과 뺄셈을 다룬다.

덧셈의 유형은 모두 4개이며 받아올림이 없는 진분수끼리의 덧셈과 대분수끼리의 덧셈, 받아올림이 있는 진분수끼리의 덧셈과 대분수끼리의 덧셈으로 나뉜다. 덧셈 학습은

받아올림이 없는 것, 진분수끼리의 덧셈인 것을 우선으로 전개된다.

<표 IV-30> 동분모 분수의 덧셈 대표 예제

	국정교과서	검정 A 교과서	검정 B 교과서	검정 C 교과서
받아올림이 없는 진분수+진분수	(합병) 두 명이 꾸민 유리창 부분은 전체의 얼마인가?	(합병) 크기가 같은 모래통 2개에 담긴 모래의 양은?	(합병) 두 명이 사용하고 있는 조리대의 부분은 전체의 얼마인가?	(첨가) 처음에 사용한 초콜릿 양과 나중에 더 사용한 초콜릿의 양은 모두 전체의 얼마인가?
	$\frac{2}{4} + \frac{1}{4}$ 	$\frac{2}{4} + \frac{1}{4}$ 	$\frac{1}{4} + \frac{2}{4}$ 	$\frac{3}{6} + \frac{2}{6}$
받아올림이 있는 진분수+진분수	$\frac{3}{5} + \frac{4}{5}$ 	$\frac{2}{5} + \frac{4}{5}$ 	$\frac{2}{6} + \frac{5}{6}$ 	$\frac{2}{4} + \frac{3}{4}$
	(합병) 떡볶이와 라면을 만드는 데 사용한 물의 양	(합병) 매실액의 양과 물의 양을 합친 매실주스의 양	(합병) 두 사람이 피자 반죽을 만드는 데 사용한 밀가루의 양	(합병) 과자를 만드는데 사용한 설탕과 빵을 만드는데 사요한 설탕의 양
받아올림이 없는 대분수+대분수	$1\frac{1}{4} + 2\frac{2}{4}$ (어림) 물의 양이 4컵보다 많은가?	$1\frac{1}{5} + 2\frac{2}{5}$ -	$2\frac{1}{5} + 1\frac{3}{5}$ (어림) 사용한 밀가루는 모두 몇 컵쯤 될까?	$1\frac{1}{4} + 2\frac{1}{4}$ (어림) 사용한 설탕이 4컵보다 많은지 적은지 이야기 하기
				 자연수 부분끼리, 분수 부분끼리 더하기

			<u>가분수로 고쳐서 더하기</u>
	-	-	-
	$2\frac{2}{3} + 1\frac{2}{3}$	$2\frac{2}{4} + 1\frac{3}{4}$	$1\frac{2}{3} + 2\frac{2}{3}$
	4보다 큰지 작은지 어렵해 보세요	4보다 클지 작을지 생각해 보세요	-
받아올림이 있는 대분수+ 대분수	 자연수 부분끼리, 분수 부분끼리 더하기 가분수로 고쳐서 더하기	 자연수 부분끼리, 분수 부분끼리 더하기 가분수로 고쳐서 더하기	 자연수 부분끼리, 분수 부분끼리 더하기 가분수로 고쳐서 더하기

덧셈 학습 요소의 전개 순서와 방식 면에서 국정교과서, A 교과서, B 교과서가 유사하고 C 교과서는 전개 방식에서 차이가 있다. 국정교과서, A 교과서, B 교과서는 받아들림이 없는 경우와 있는 경우의 대표 예제를 따로 정하여 한 가지 모델로 연산을 학습하였다. 반면 C 교과서는 진분수끼리의 덧셈 차시와 대분수끼리의 덧셈 차시에서 받아들림이 없는 경우 한 가지를 대표 예제로 정하고 영역 및 수직선 2가지 모델로 학습하거나(진분수끼리의 덧셈) 다른 교과서가 마지막에 제시한 대분수끼리의 덧셈 계산 방법 2가지를 먼저 학습하였다. 그리고 받아들림이 있는 경우는 ‘정리하기’에서 적용하는 활동으로 대체하였다.

덧셈의 대표 예제들을 상황 면에서 살펴보면 국정교과서, A 교과서, B 교과서는 제시된 두 가지 상황에서 모두 합병 상황을, C 교과서는 첨가 및 합병을 1개씩 사용하였다. 사용된 모델 면에서 분석하면, 국정교과서 및 검정교과서 모두 영역 모델과 수직선 모델을 사용하였는데, 연산 과정에서 가분수를 표현할 때 주로 수직선 모델이 사용되었다. 특히 받아들림이 있는 진분수끼리의 덧셈에서 그러한 경향이 뚜렷했다.

• $\frac{1}{4} + \frac{2}{4}$ 를 계산하는 방법을 알아보세요.

$$\frac{1}{4} + \frac{2}{4} = \frac{\square + \square}{4} = \frac{\square}{4}$$

분모가 같은 분수의 덧셈은 **분모** 는 그대로 쓰고, **분자** 끼리 더합니다.

[그림 IV-17] B 교과서 4-2 ‘분수의 덧셈’ 단원 덧셈 형식화

정리하기 $\frac{1}{4} + 2\frac{1}{4}$ 를 계산하는 방법을 정리에 봅시다.

① 자연수 부분에서 자연수끼리, 분수 부분에서 분수끼리 더합니다.

$$1\frac{1}{4} + 2\frac{1}{4} = 3\frac{2}{4}$$

② 두 대분수를 가분수로 고쳐서 계산합니다.

$$1\frac{1}{4} + 2\frac{1}{4} = \frac{5}{4} + \frac{9}{4} = \frac{14}{4} = 3\frac{2}{4}$$

• $1\frac{2}{3} + 2\frac{2}{3}$ 를 계산해 보세요.


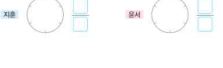
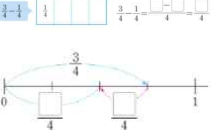
① $1\frac{2}{3} + 2\frac{2}{3} = \square \frac{\square}{3} = \square + \square \frac{\square}{3} = \square \frac{\square}{3}$

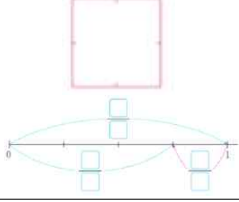

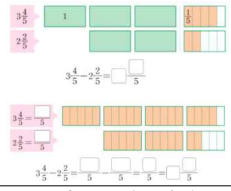
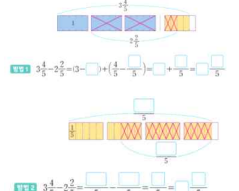
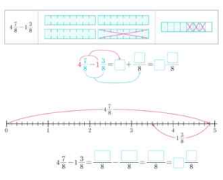
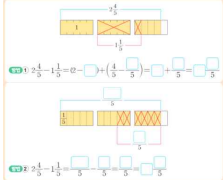


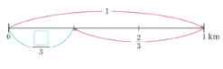
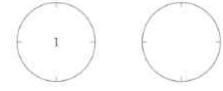
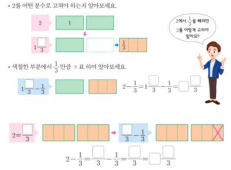
② $1\frac{2}{3} + 2\frac{2}{3} = \frac{\square}{3} + \frac{\square}{3} = \frac{\square}{3} = \square \frac{\square}{3}$

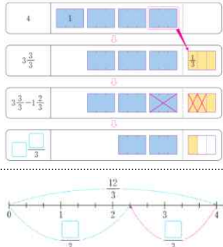
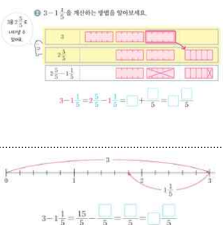
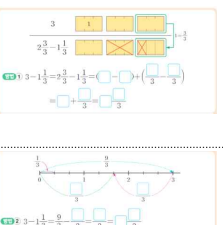
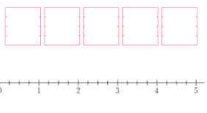
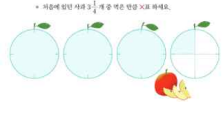
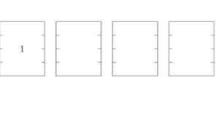
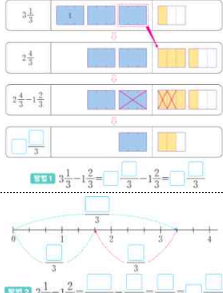
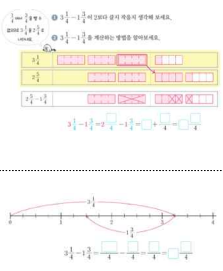
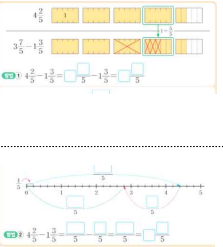
[그림 IV-18] C 교과서 4-2 ‘분수의 덧셈’ 단원 덧셈 형식화

뺄셈의 유형은 모두 6개로 진분수끼리의 뺄셈, 받아내림이 없는 대분수끼리의 뺄셈, 자연수와 분수의 뺄셈, 받아내림이 있는 대분수끼리의 뺄셈 순으로 전개된다.

<표 IV-31> 동분모 분수의 뺄셈 차시 전개

	국정교과서	검정 A 교과서	검정 B 교과서	검정 C 교과서
진분수-진분수	(비교) 도영이가 더 먹은 초콜릿의 양은? $\frac{5}{8} - \frac{3}{8}$	(비교) 곰이 더 사용한 리본의 길이는? $\frac{7}{9} - \frac{5}{9}$	(비교) 지훈이가 윤서보다 더 사용한 치즈의 양은? $\frac{4}{6} - \frac{2}{6}$	(구산) 남은 초콜릿 시럽 양은? $\frac{3}{4} - \frac{1}{4}$
	수위: <input type="text"/> 도영: <input type="text"/>			
1-진분수	- $1 - \frac{1}{4}$	‘자연수-진분수’에 <u>결합하여 제시</u>	- $1 - \frac{2}{5}$	(구산) 남은 우유의 양은? $1 - \frac{1}{4}$

				
	(구산) 사용하고 남은 리본의 길이	(구산) 남은 종이의 양 구하기	(구산) 사용하고 남은 소스의 양은?	(비교) 아버지가 은정보다 더 사용한 밀가루의 양은?
	(어림) 사용하고 남은 리본이 2m보다 긴지 짧은지 말하고 이유 설명하기	-	(어림) 사용하고 남은 소스는 몇 g쯤 될까요?	(어림) 아버지가 은정보다 사용한 밀가루가 1kg보다 많은지 적은지 이야기하기
받아내림이 없는 대분수 대분수	$3\frac{3}{4} - 1\frac{1}{4}$	$4\frac{7}{8} - 1\frac{3}{8}$	$3\frac{2}{3} - 1\frac{1}{3}$	$3\frac{4}{5} - 2\frac{2}{5}$
				
	연산 방법 정리	연산 방법 정리	연산 방법 정리	연산 방법 적용
	$3\frac{4}{5} - 2\frac{2}{5}$	$4\frac{7}{8} - 1\frac{3}{8}$	$2\frac{4}{5} - 1\frac{1}{5}$	$4\frac{3}{4} - 1\frac{1}{4}$
				
(구산) 마신 물의 양 구하기	(구산) 남은 거리 구하기	(구산) 먹고 남은 피자의 양은?	(구산) 마시고 남은 우유의 양은?	
$2 - \frac{3}{5}$	$1 - \frac{2}{3}$	$2 - \frac{3}{4}$	$2 - \frac{1}{3}$	
자연수 진분수				
-	-	-	(구산) 사용하고 남은 우유의 양은?	
$4 - 1\frac{2}{3}$	$3 - 1\frac{1}{5}$	$3 - 1\frac{1}{3}$	$3 - 1\frac{1}{4}$	
-	(어림) 2보다 클지 작을지 생각해	-	(어림) 사용하고 남은 우유가 2보다	

		<p>보세요</p> 	<p>많은지 적은지 이야기하기</p> 
	<p>(비교) 얼마나 더 많은 책장을 정리했는가? (어림) 슬기가 지혜보다 더 정리한 책장이 2개보다 많은지 적은지 이유 말하기</p>	<p>(구산) 남은 사과 개수 구하기</p> <p>(어림) 2보다 클지 작을지 생각해 보세요</p>	<p>(구산) 마신 음료수의 양</p> <p>(어림) 마신 음료수는 몇 L쯤 될까요?</p> <p>(구산) 사용하고 남은 우유의 양은?</p> <p>(어림) 사용하고 남은 우유가 2보다 많은지 이야기하기</p>
	$4\frac{1}{4} - 2\frac{3}{4}$	$3\frac{1}{4} - 1\frac{3}{4}$	$3\frac{1}{4} - 1\frac{2}{4}$
받아내림이 있는 대분수 대분수			
	연산 방법 정리	연산 방법 정리	연산 방법 적용
	$3\frac{1}{3} - 1\frac{2}{3}$	동일문제	$4\frac{1}{4} - 2\frac{2}{4}$
			

뺄셈 학습 요소의 전개 순서와 방식 면에서 상대적으로 국정교과서와 B 교과서가 유사하였다. A 교과서는 ‘1-진분수’를 진분수끼리의 뺄셈 관련 차시에 배치하지 않고 받아내림이 있는 대분수끼리의 뺄셈을 학습하기 직전 자연수와 분수의 뺄셈의 차시의 ‘활동1’로 배치하였다. C 교과서는 대분수의 뺄셈 관련 차시에서 차별성을 띄었다. 다른 교과서가 대분수의 뺄셈 방법 2가지를 해당 차시의 ‘활동2’에서 제시하는 반면, C 교과

서는 ‘활동1’에 제시하고 후속 활동에 적용하는 방식으로 전개하였다. 이는 받아내림이 없는 차시와 있는 차시에서 동일하게 적용되었다.

뺄셈의 대표 예제들을 상황 면에서 살펴보면 대부분 구산 상황을 많이 사용하였다. 국정교과서는 구산과 비교 상황을 2개씩, A 교과서와 B 교과서는 각각 3개와 1개, C 교과서는 각각 5개와 1개 사용하였다. 첨가 및 합병을 1개씩 사용하였다.

사용된 모델 면에서 분석하면, 덧셈과 마찬가지로 뺄셈에서도 국정교과서 및 검정교과서 모두 영역 모델과 수직선 모델을 활용였다. 영역 모델은 진분수, 가분수, 대분수를 표현하는 데 모두 사용되었고 수직선 모델은 가분수를 표현하기 위해 사용되었다.

학생들은 제시된 모델로 연산 원리를 이해하고 이를 연산 방법과 연결시켜 다른 문제에 적용하는데, 이 일련의 과정에서 각 검정교과서는 국정 및 타 교과서와 차별점을 두고자 하였다.

진분수끼리의 덧셈에서 A 교과서는 $\frac{6}{5}$ 이 $1\frac{1}{5}$ 과 왜 같은지 수직선 모델을 한 개 추가 하여 보여주었고, B 교과서는 수직선 모델을 활용할 때 한 눈금의 크기가 $\frac{1}{6}$ 임을 추가로 표시하여 단위분수의 개수를 더하는 분수의 덧셈 연산의 원리를 설명하고자 하였다. 그리고 C 교과서는 피가수와 가수, 합병 모델 옆에 단위분수가 몇 개인지 각각 세어 적도록 하였다. 단위분수의 개수를 묻는 발문은 모든 교과서에 있지만 모델 옆에 직접 쓰도록 한 점이 달랐다.

대분수끼리의 덧셈에서 국정교과서는 받아올림이 있는 대분수끼리의 덧셈에서 피가수와 가수를 표현한 영역 모델에서 색을 달리하거나 수직선에서 범위를 미리 점선으로 표시하였다. 검정교과서는 이 점을 확장하여 받아올림이 없는 대분수끼리의 덧셈에서 부터 피가수와 가수를 다른 색으로 표시하고 받아올림이 있는 대분수끼리의 덧셈까지의 연결성을 높였다. 그리고 연산식에서 분모와 분자를 다른 색이나 음영으로 표시하거나(A, B 교과서) 결합법칙으로 대분수끼리의 덧셈식을 전개하는 과정을 괄호 대신 화살표로 표시(A 교과서)하였으며 계산 방법을 명시적으로 제시하여 학생들로 하여금 빈칸을 채워 넣도록 하거나(B 교과서) 정리된 방법을 보고 다른 문제에 적용해보도록 하였다(C 교과서). 이와 같이 영역 모델 및 식에서 자연수 부분과 분수 부분의 색이나 음영을 달리하는 등의 각 교과서별 특징은 분수의 뺄셈 관련 차시에서도 그대로 적용되었다.

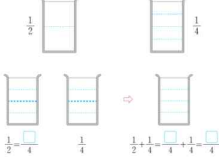
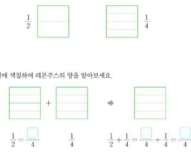

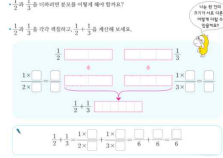
덧셈과 다른 분수의 뺄셈 학습은 받아내림의 과정, 즉 피가수인 자연수나 대분수를 어떻게 바꿀 것인가가 관건이다. 이를 모두 영역 모델을 사용하였지만 바뀐 모습을 표현한 방법이 교과서별로 다소 달랐다. 국정교과서와 A 교과서는 자연수 부분과 분수

부분의 모델이 들어갈 칸을 나누어 자연수 부분의 1이 $\frac{n}{n}$ 형태로 변환되어 분수 부분으로 넘어가도록 하였다. 이와 유사하게 C 교과서는 자연수 부분과 분수 부분의 모델의 간격을 띄어 구분되도록 하였다. 국정교과서와 C 교과서는 배치뿐만 아니라 자연수와 분수 부분의 모델의 배치뿐만 아니라 색을 다르게 하였다. B 교과서는 배치와 색을 다르게 하지는 않았지만, '1 = $\frac{5}{5}$ '를 자연수 부분 1 모델이 $\frac{5}{5}$ 로 바뀌는 화살표 옆에 제시하였다.

2) 5학년 1학기 '분수의 덧셈과 뺄셈'

5학년 1학기 '분수의 덧셈과 뺄셈'은 동분모 분수의 덧셈과 뺄셈을 바탕으로 계산 원리와 방법을 익히는 단원이다. 실생활 맥락에서 영역 및 띠 모델로 문제를 파악하고 통분의 필요성을 파악하며 계산 방법을 익힌다. 이 단원은 차후 분수의 곱셈과 나눗셈의 계산 원리와 방법을 파악하는 데 기초가 된다.

<표 IV-32> 이분모 분수의 덧셈 차시 전개

	국정교과서	검정 A 교과서	검정 B 교과서	검정 C 교과서
받아올림이 없는 진분수+ 진분수	(합병) 두 친구가 가지고 있는 우유의 양의 합	(침가) 물에 레몬즙을 넣었을 때의 총량	(합병) 승우와 승희가 사용한 치즈의 총량	(합병) 은수와 은수의 아버지가 송아지에게 준 우유의 양
	$\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ 어림	$\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ 어림 안함	$\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ 어림 안함	$\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ 어림 안함
				
받아올림이 있는 진분수+ 진분수	(합병) 두 친구가 가지고 있는 검은깨 양의 합	(합병) 두 사람이 먹은 빵의 양	(합병) 두 사람이 먹은 피자의 양	(합병)
$\frac{1}{3} + \frac{4}{5}$ 어림	$\frac{2}{3} + \frac{3}{4}$ 어림 안함 (다음 활동에서 어림 제시)	$\frac{1}{2} + \frac{3}{4}$ 어림, 결과와 어림값 비교	$\frac{1}{2} + \frac{3}{5}$ 어림, 결과와 어림값 비교	

	(합병) 두 친구가 가지고 있는 쌀가루 양의 합	(합병) 사용한 종이 끈의 총량	(합병) 두 사람이 준비한 설탕의 총량
	$1\frac{3}{5} + 1\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{3} + 1\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{2} + 1\frac{1}{3}$
	어림(기준 척도 활용)	어림 안함	어림, 결과와 어림값 비교
대분수+ 대분수			

<표 IV-33> 동분모 분수의 빨셈 차시 전개 이분모 분수의 빨셈

	국정교과서	검정 A 교과서	검정 B 교과서	검정 C 교과서
	(구산) 남은 설탕의 양은?	(비교) 소금은 설탕보다 몇 컵 더 많이 사용했는지?	(구산) 사용하고 남은 밀가루의 양	(비교) 만든 치즈 양의 비교
(진분수))-(진분수)	$\frac{3}{4} - \frac{1}{2}$	$\frac{5}{6} - \frac{2}{3}$	$\frac{3}{4} - \frac{1}{2}$	$\frac{2}{3} - \frac{1}{2}$

	어림	어림 안함	어림 안함	
	<p>예시 1) $\frac{3}{4} - \frac{1}{6} = \frac{3 \times 3}{4 \times 3} - \frac{1 \times 3}{6 \times 3} = \frac{9}{12} - \frac{2}{12} = \frac{7}{12}$</p> <p>예시 2) $\frac{3}{4} - \frac{1}{6} = \frac{9}{12} - \frac{2}{12} = \frac{7}{12}$</p>	<p>① 두 분모의 값을 공통분모로 하여 알맞은 쪽 계산해 보세요.</p> $\frac{3}{4} - \frac{1}{6} = \frac{3 \times 3}{4 \times 3} - \frac{1 \times 3}{6 \times 3} = \frac{9}{12} - \frac{2}{12} = \frac{7}{12}$ <p>② 두 분모의 최소공배수를 공통분모로 하여 알맞은 쪽 계산해 보세요.</p> $\frac{3}{4} - \frac{1}{6} = \frac{3 \times 3}{4 \times 3} - \frac{1 \times 2}{6 \times 2} = \frac{9}{12} - \frac{2}{12} = \frac{7}{12}$	<p>받아들이는 양이 적은 쪽을 더 큰 쪽으로 바꾸어 계산해 보세요.</p>	<p>$\frac{1}{2}$를 계산하는 방법을 생각해 보세요.</p> <p>받아들이는 양이 적은 쪽을 더 큰 쪽으로 바꾸어 계산해 보세요.</p> $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{3}{6} - \frac{2}{6} = \frac{1}{6}$
받아들이 없는 (대분수)-(대분수)	(구산) 남은 쌀음료의 양	(구산) 남은 색종이의 양	(구산) 남은 우유의 양	
	$1\frac{1}{3} - 1\frac{1}{4}$	$1\frac{3}{4} - 1\frac{1}{8}$	$1\frac{1}{2} - 1\frac{1}{3}$	
		<p>$1\frac{3}{4} - 1\frac{1}{8} = 1\frac{6}{8} - 1\frac{1}{8} = 1\frac{5}{8}$</p> <p>* 처음에 가지고 있던 개수가 양수만큼 채워지고, 사용한 개수가 양수만큼 X되 되어 남은 개수의 양수를 알아보세요.</p>	<p>① 1) 받아들이는 양이 적은 쪽을 더 큰 쪽으로 바꾸어 계산해 보세요.</p> <p>② 2) 받아들이는 양이 적은 쪽을 더 큰 쪽으로 바꾸어 계산해 보세요.</p>	<p>① $1\frac{1}{2} - 1\frac{1}{3}$를 계산하는 방법을 생각해 보세요.</p> <p>받아들이는 양이 적은 쪽을 더 큰 쪽으로 바꾸어 계산해 보세요.</p> $1\frac{1}{2} - 1\frac{1}{3} = 1\frac{3}{6} - 1\frac{2}{6} = 1\frac{1}{6}$ <p>* 처음에 가지고 있던 개수가 양수만큼 채워지고, 사용한 개수가 양수만큼 X되 되어 남은 개수의 양수를 알아보세요.</p>
어림	-	어림	어림	
	<p>예시 1) $2\frac{2}{3} - 1\frac{1}{4} = 2\frac{8}{12} - 1\frac{3}{12} = 2\frac{5}{12} = 1\frac{5}{12}$</p> <p>예시 2) $2\frac{2}{3} - 1\frac{1}{4} = 2\frac{8}{12} - 1\frac{3}{12} = 2\frac{5}{12} = 1\frac{5}{12}$</p>	<p>① 받아들이는 양이 적은 쪽을 더 큰 쪽으로 바꾸어 계산해 보세요.</p> $2\frac{2}{3} - 1\frac{1}{4} = 2\frac{8}{12} - 1\frac{3}{12} = 2\frac{5}{12} = 1\frac{5}{12}$ <p>② 대분수를 가분수로 나타내어 계산해 보세요.</p> $2\frac{2}{3} - 1\frac{1}{4} = 2\frac{8}{12} - 1\frac{3}{12} = 2\frac{5}{12} = 1\frac{5}{12}$		<p>$1\frac{1}{2} - 1\frac{1}{3}$를 계산하는 방법을 생각해 보세요.</p> <p>받아들이는 양이 적은 쪽을 더 큰 쪽으로 바꾸어 계산해 보세요.</p> $1\frac{1}{2} - 1\frac{1}{3} = 1\frac{2}{6} - 1\frac{2}{6} = 1\frac{0}{6} = 1$
받아들이 있는 (대분수)-(대분수)	(비교) 두 학생이 사용한 리본의 길이 비교	(비교) 두 사람이 먹은 가래떡의 양 비교	(비교) 두 사람이 먹은 도넛 양의 비교	
	$2\frac{1}{4} - 1\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{2} - 1\frac{2}{3}$	$2\frac{1}{5} - 1\frac{1}{2}$	
	<p>지혜 $2\frac{1}{4}$</p> <p>승기 $1\frac{1}{2}$</p> <p>$2\frac{1}{4} - 1\frac{1}{2} = 2\frac{1}{4} - 1\frac{2}{4} = 1\frac{1}{4}$</p>	<p>* 오빠와 동생이 먹은 가래떡의 양을 각각 그림에 계산해 보세요.</p> $2\frac{1}{2} - 1\frac{2}{3} = 2\frac{3}{6} - 1\frac{4}{6} = 1\frac{5}{6}$ <p>* 그림에 색깔이 오빠가 칠했거나 가래떡을 몇 개 더 많이 먹었는지 알아 보세요.</p> $2\frac{1}{2} - 1\frac{2}{3} = 2\frac{3}{6} - 1\frac{4}{6} = 1\frac{5}{6}$	<p>① 1) 받아들이는 양이 적은 쪽을 더 큰 쪽으로 바꾸어 계산해 보세요.</p> <p>② 2) 받아들이는 양이 적은 쪽을 더 큰 쪽으로 바꾸어 계산해 보세요.</p>	<p>$2\frac{1}{3} - 1\frac{1}{2}$를 계산하는 방법을 생각해 보세요.</p> <p>받아들이는 양이 적은 쪽을 더 큰 쪽으로 바꾸어 계산해 보세요.</p> $2\frac{1}{3} - 1\frac{1}{2} = 2\frac{2}{6} - 1\frac{3}{6} = 1\frac{5}{6}$
어림	어림 안함 (탐구 활동에서 어림 활동 제시)	어림	어림	

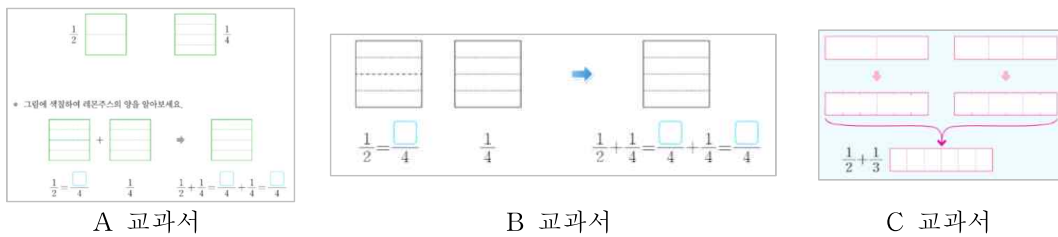
$5\frac{1}{3} - 3\frac{1}{2} = \frac{10}{6} - \frac{9}{6} = \frac{1}{6}$ $5\frac{1}{3} - 3\frac{1}{2} = \frac{10}{6} - \frac{9}{6} = \frac{1}{6}$	<p>① 제약수는 제약수까지, 분수는 분수까지 계산해 보세요.</p> $4\frac{3}{10} - 1\frac{2}{5} = 4\frac{3}{10} - 1\frac{4}{10} = 3\frac{9}{10} - 1\frac{4}{10} = 2\frac{5}{10} = 2\frac{1}{2}$ <p>② 대분수를 제약수로 나타내어 계산해 보세요.</p> $4\frac{3}{10} - 1\frac{2}{5} = \frac{43}{10} - \frac{14}{10} = \frac{29}{10} = 2\frac{9}{10}$	-	<p>$\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$를 계산하는 방법을 생각해 봅시다.</p> <p>① 분자에 분수 부분까지 곱 수 곱을 하여는 계산은 분자의 1만큼을 곱으로 나타내어 본다.</p> $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1 \times 3}{2 \times 3} - \frac{1 \times 2}{3 \times 2} = \frac{3}{6} - \frac{2}{6} = \frac{1}{6}$ <p>② 제약수를 제약수로 나타내어 계산해 보세요.</p> $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{3}{6} - \frac{2}{6} = \frac{1}{6}$
---	--	---	---

이분모 분수의 연산은 통분하여 단위를 통일시키는 것이 중요한데, C 교과서에서 ‘나는 한 칸의 크기가 서로 다른데 어떻게 더할 수 있을까요?’라는 발문을 통해 통분의 필요성을 명시적으로 드러내고 있다.



[그림 IV-19] C 교과서: 통분의 필요성

B 교과서는 영역 모델을 제시하는 단계와 방법이 달랐다. A와 C 교과서가 3단계로 각기 다른 분모만큼 분할된 모델을 제시하고, 단위를 통일하는 두 번째 모델을 같이 제시하고 있다면, B 교과서는 2단계로 처음부터 분할 점선의 종류를 다르게 하여 모델을 한번에 제시하였다.



[그림 IV-20] 이분모 분수의 덧셈 모델 제시


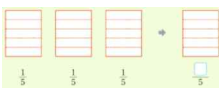

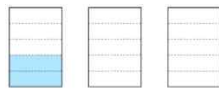
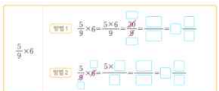



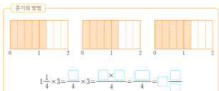
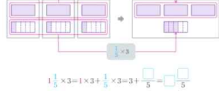
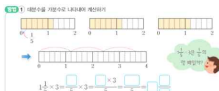

어림에 대한 발문 또한 각기 다르다. A 교과서는 ‘1보다 클지 작을지 생각해 보세요’, B 교과서는 ‘모두 몇인지 어렵해보고, 어떻게 어렵했는지 이야기해 보세요.’ C 교과서는 ‘계산 결과가 1보다 클지 작을지 이야기해 보세요.’로 발문하였다.

어림 활동은 항상 이루어지지 않았는데 받아올림이나 받아내림이 있는 경우 대부분

의 교과서에서 어림 활동을 다루었다. 국정교과서는 모든 차시에 걸쳐 어림을 하고 있었다.

3) 5학년 2학기 ‘분수의 곱셈’

<표 IV-34> (분수)×(자연수) 관련 차시 대표 예제 분석

	국정교과서	검정 A 교과서	검정 B 교과서	검정 C 교과서
진분수 × 자연수	콩 물을 $\frac{1}{4}$ L씩 2번 담아 모두 사용했을 때 사용한 콩 물의 양은?	한 컵에 $\frac{1}{4}$ L씩 담긴 우유 3컵의 양은?	페인트 한 통에 $\frac{2}{5}$ m ² 씩 벽을 칠할 수 있다면 두 통으로 칠할 수 있는 벽의 넓이는?	한 통에 $\frac{2}{5}$ 씩 남은 한지 풀이 3통이면 남아 있는 한지 풀의 양은?
	$\frac{1}{4} \times 2$	$\frac{1}{5} \times 3$	$\frac{2}{5} \times 2$	$\frac{2}{5} \times 3$
				
				
대분수 × 자연수	콩 물 $\frac{1}{4}$ L의 3배	포도 한 상자가 $1\frac{1}{5}$ L일 때 3상자의 무게는?	띠 종이 $1\frac{1}{5}$ m의 세 배는?	부채 1개에 한지 $1\frac{1}{5}$ 장이 필요하다면 부채 3개를 만드는 데 필요한 한지는?
	$1\frac{1}{4} \times 3$	$1\frac{1}{5} \times 3$	$1\frac{1}{5} \times 3$	$1\frac{1}{5} \times 3$
	(어림) $1\frac{1}{4} \times 3$ 이 얼마쯤일지 예상해 보세요	-	(어림) 우석이 사용한 띠종이의 길이 어림하기	-
				
대분수를 가분수로 바꾸어 계산	자연수 부분과 진분수 부분으로 나누어 계산	대분수를 가분수로 바꾸어 계산	자연수 부분과 진분수 부분으로 나누어 계산	

<p>자연수 부분과 진분수 부분으로 나누어 계산</p>	<p>대분수를 가분수로 바꾸어 계산</p>	<p>자연수 부분과 진분수 부분으로 나누어 계산</p>	<p>대분수를 가분수로 바꾸어 계산</p>
--	-----------------------------	--	-----------------------------

4) 6학년 1학기 ‘분수의 나눗셈’

6학년 1학기 ‘분수의 나눗셈’ 단원에서는 ‘자연수÷자연수’ 차시를 통해 몫으로서의 분수를 학습하고, 자연수에서 다른 나눗셈의 의미를 분수의 나눗셈으로 확장한다. 또한 분수의 나눗셈을 곱셈으로 바꾸어 표현한다. 나눗셈 유형은 모두 3가지로, ‘자연수÷자연수’, ‘진분수÷자연수’, ‘대분수÷자연수’이다.

<표 IV-35> (진분수)÷(자연수) 대표 예제 분석

	국정교과서	검정 A 교과서	검정 B 교과서	검정 C 교과서
진분수÷ 자연수 ①	<p>매듭실 $\frac{6}{8}$m를 3등분하여 작품 3개를 만들었다면 작품 하나에 사용된 매듭실의 길이는?</p> <p>$\frac{6}{8} \div 3$</p> <p><small>$\frac{6}{8} \div 3$은 그림으로 나타내어 구해 보세요. 물론 알려주세요!</small></p>	<p>끈 $\frac{6}{8}$m를 3명이 똑같이 나누어 가지면 한 사람이 가진 끈의 길이는?</p> <p>$\frac{6}{7} \div 3$</p> <p><small>$\frac{6}{8}$을 똑같이 3으로 나누어 $\frac{6}{24}$로 3의 몫을 그림에 표시해 보세요. 한 $\frac{6}{8}$은 몇 개? 몇 번만?</small></p>	<p>끈 $\frac{8}{10}$m를 2개로 똑같이 나누어 사용하면 한 개의 길이는?</p> <p>$\frac{8}{10} \div 2$</p>	<p>물감 $\frac{4}{5}$L를 두 명이 똑같이 나누어 벽을 칠했을 때 한 사람이 칠한 물감의 양은?</p> <p>$\frac{4}{5} \div 2$</p> <p><small>* 그림을 이용하여 $\frac{4}{5} \div 2$를 어떻게 구할 수 있는지 생각해 보세요.</small></p>
진분수÷ 자연수 ②	<p>$\frac{3}{4} \div 2$</p> <p>$\frac{3}{4} \div 2 = \frac{3 \times 2}{4 \times 2} = \frac{6}{8}$ $\frac{3}{4} \div 2 = \frac{6}{8} \div 2$</p> <p>피제수의 분자가 제수의 배수가 되도록 동치분수로 바꿈</p>	<p>$\frac{4}{5} \div 3$</p> <p>$\frac{4}{5} \div 3$의 몫은 $\frac{4}{5}$를 3등분한 것 중의 하나입니다. 따라서 $\frac{4}{5} \div 3$은 $\frac{4}{5} \times \frac{1}{3}$입니다.</p> <p>$a \div b = a \times \frac{1}{b}$ 활용</p>	<p>$\frac{2}{5} \div 3$</p> <p>피제수의 분자가 제수의 배수가 되도록 동치분수로 바꿈</p>	<p>$\frac{4}{5} \div 3$</p> <p>피제수의 분자가 제수의 배수가 되도록 동치분수로 바꿈</p>
진분수÷ 자연수	<p>식혜 $\frac{2}{3}$L를 4</p>	<p>(자연수)÷(자연수) 를 분수의</p>	<p>찰흙 $\frac{5}{6}$kg을 3</p>	<p>주스 $\frac{3}{5}$L를 4</p>

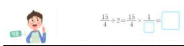

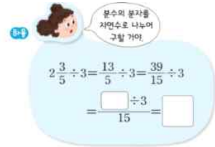
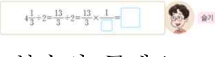
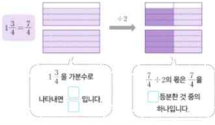

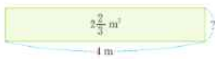
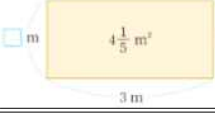
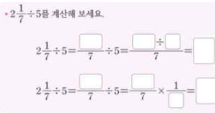
③ (분수의 곱셈으로 나타내기)	명이 똑같이 나누어 마시면 한 명이 마시는 식혜의 양은?	곱셈으로 나타내는 차시에서 방법 제시	명이 똑같이 나누어 사용하면 한 명이 사용하는 찰흙의 양은?	명이 똑같이 나누어 마시면 한 명이 마시는 주스의 양은?
	$\frac{2}{3} \div 4$		$\frac{5}{6} \div 3$	$\frac{3}{5} \div 4$

전체적으로 보았을 때 내용을 전개하는 순서와 모델 제시가 같았다. 분수의 분자가 자연수로 나누어 떨어지는 (진분수) \div (자연수)에서 분수의 분자가 자연수로 나누어 떨어지지 않는 (진분수) \div (자연수)로 내용을 전개하는 방식은 모두 같다. 띠 모델 사용 후 영역 모델로 설명하는 점도 공통적이다.

나눗셈 상황에 제시된 측정 단위 및 연산 방법 제시에서 다소 차이점이 있었다. 모두 등분할 상황인 것은 같았으나 각기 다른 측정으로서의 분수를 제시하였다. 길이, 들이, 무게와 관련되어 제시되었는데, C 교과서가 모두 들이와 관련된 상황을 도입하였다. 또, 분수의 분자가 자연수로 나누어 떨어지지 않는 (진분수) \div (자연수)는 세 교과서가 분수의 분자가 자연수로 나누어 떨어지도록 동치분수를 만드는 방법을 제시하였다. A 교과서는 전 차시에서 (자연수) \div (자연수)를 분수의 곱셈으로 바꾸는 학습 요소를 추가 하였으므로 이를 활용하여 문제를 해결하도록 하였다. 그 외 교과서들은 분수의 곱셈으로 나타내어 해결하는 차시를 나중에 배치하여 연산 방법을 추가적으로 제시하였다.

<표 IV-36> 여러 가지 분수의 나눗셈 대표 예제 분석

	국정교과서	검정 A 교과서	검정 B 교과서	검정 C 교과서
가분수 \div 자연수	-	-	넓이가 $\frac{15}{4} \text{m}^2$ 인 부분을 칠하는 데 물감 2통을 사용했다면 한 통으로 칠한 부분의 넓이는?	-
	-	-	$\frac{15}{4} \div 2$	-
	-	-		-





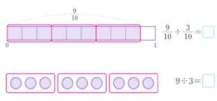



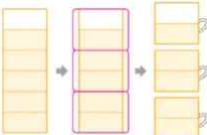
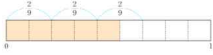

			분자를 자연수로 나누기	
			 분수의 곱셈으로 바꾸어 계산하기	
대분수 ÷ 자연수 ①	$4\frac{1}{3}m$ 는 $2m$ 의 몇 배인가?	소금 $1\frac{3}{4}$ 통을 2명이 똑같이 나누어 가지면 한 명이 가지는 소금의 양은?	-	연극 공연을 3번 하는 데 $2\frac{3}{5}$ 시간이 걸렸다면 한 번 하는 데 걸린 시간은?
	$4\frac{1}{3} \div 2$	$4\frac{1}{3} \div 2$	$2\frac{5}{7} \div 4$	$2\frac{3}{5} \div 3$
	 동치분수로 바꾸어 분자를 자연수로 나누기	-	동치분수로 바꾸어 분자를 자연수로 나누기	  $2\frac{3}{5} \div 3 = \frac{13}{5} \div 3 = \frac{39}{15} \div 3 = \frac{\quad}{15} = \square$ 동치분수로 바꾸어 분자를 자연수로 나누기
 분수의 곱셈으로 바꾸어 계산하기	 분수의 곱셈으로 바꾸어 계산하기	-	분수의 곱셈으로 바꾸어 계산하기	 $2\frac{3}{5} \div 3 = \frac{13}{5} \div 3 = \frac{13}{5} \times \frac{1}{3} = \square$ 분수의 곱셈으로 바꾸어 계산하기
대분수 ÷ 자연수 ②	직사각형의 세로 구하기	직사각형의 세로 구하기	-	연산 방법 정리 및 적용
	$2\frac{2}{3} \div 4$ 	$4\frac{1}{5} \div 3$ 	-	$2\frac{1}{7} \div 5$  $2\frac{1}{7} \div 5 = \frac{\quad}{7} \div 5 = \frac{\quad}{7} \times \frac{1}{5} = \square$ $2\frac{1}{7} \div 5 = \frac{\quad}{7} \div 5 = \frac{\quad}{7} \times \frac{1}{5} = \square$

B 교과서는 차시 제목을 ‘(분수)÷(자연수)를 구해볼까요?’로 정하고, 대표 예제 2개를 제시하였다. 타 교과서와 다르게 ‘(가분수)÷(자연수)’를 먼저 제시하였는데 이는 ‘(대분수)÷(자연수)’에서 대분수 부분을 가분수로 바꾸어 계산하기 때문인 것으로 보인다.

5) 6학년 2학기 ‘분수의 나눗셈’

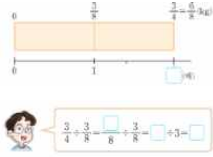

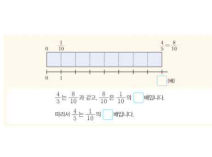
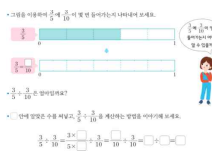
6학년 2학기 ‘분수의 나눗셈’의 학습요소는 크게 두 가지로, 동분모 분수의 나눗셈과 이분모 분수의 나눗셈으로 나눌 수 있다. 그리고 포함제 상황과 단위 비율 결정 상황으로 분수의 나눗셈을 해결하는 원리와 방법을 제시하였다.

<표 IV-37> 분모가 같은 (분수)÷(분수) 차시 분석

	국정교과서	검정 A 교과서	검정 B 교과서	검정 C 교과서
분자끼리 나누어 떨어지는 동분모 분수÷분수	물 $\frac{3}{4}$ L를 한 컵에 $\frac{1}{4}$ L씩 나누어 담으면 몇 개의 컵에 담을 수 있는가?	주스 $\frac{6}{7}$ L를 한 컵에 $\frac{1}{7}$ L씩 나누어 담으려고 할 때 나누어 담을 컵은 몇 개가 필요한가?	밀가루 $\frac{3}{5}$ kg을 그릇에 $\frac{1}{5}$ kg씩 나누어 담으면 몇 개의 그릇에 담을 수 있는가?	흙 $\frac{4}{5}$ kg을 한 컵에 $\frac{1}{5}$ kg씩 나누어 담으면 몇 개의 컵에 나누어 담을 수 있는가?
	$\frac{3}{4} \div \frac{1}{4}$	$\frac{6}{7} \div \frac{1}{7}$	$\frac{3}{5} \div \frac{1}{5}$	$\frac{4}{5} \div \frac{1}{5}$
				
	-	-	-	-
	$\frac{6}{7} \div \frac{2}{7}$	$\frac{9}{10} \div \frac{3}{10}$	$\frac{6}{7} \div \frac{3}{7}$	$\frac{4}{5} \div \frac{2}{5}$
 <small>분수의 분자가 6개, 분모는 7이 2개이므로 분수 6/7은 3/7의 2배입니다. 분수 6/7은 3/7의 2배이므로 6/7 ÷ 3/7 = 2가 됩니다.</small>	 <small>9/10 ÷ 3/10 = 3</small>	 $\frac{6}{7} \div \frac{3}{7} = \square \div \square = \square$	 $\frac{4}{5} \div \frac{2}{5} = \square$	
분자끼리 나누어 떨어지지 않는 동분모 분수÷분수	소금 $\frac{5}{7}$ kg을 소금 $\frac{2}{7}$ kg이 가득 차는 컵에 나누어 담으면 몇 개의 컵에 채울 수 있는가?	빵을 만드는 데 밀가루 $\frac{5}{6}$ kg이 필요하다면, $\frac{2}{6}$ kg을 담을 수 있는 컵으로 몇 컵을 넣어야 하는가?	빵을 만들기 위해 반죽 $\frac{5}{9}$ kg을 틀에 $\frac{2}{9}$ kg씩 나누어 담으면 몇 개의 틀에 담을 수 있는가?	물 $\frac{7}{8}$ L를 $\frac{3}{8}$ L들이의 컵에 나누어 담으려고 하면 몇 컵에 담을 수 있는가?
			 $\frac{5}{9} \div \frac{2}{9} = \square \div \square = \square$	

<ul style="list-style-type: none"> 3인분을 보고 손가락은 5÷2를 어떻게 계산했는지 말해 보세요. 3인분을 보고 지레는 $\frac{3}{2} \div \frac{1}{2}$를 어떻게 계산했는지 말해 보세요. 5÷2와 $\frac{5}{2} \div \frac{1}{2}$를 비교해 보세요. 			<p>$\frac{3}{2} \div \frac{1}{2}$를 계산하는 방법을 생각해 봅시다. 분자의 밑줄 끝에서 1칸만큼 오른쪽으로 1칸씩 2로 계산할 수 있습니다.</p> $\frac{3}{2} \div \frac{1}{2} = 3 \div 1 = 3$
---	--	--	--

<표 IV-38> 분모가 다른 (분수)÷(분수) 차시 분석

	국정 교과서	검정 A 교과서	검정 B 교과서	검정 C 교과서
이분모 분수÷분수	$\frac{3}{4}$ kg은 $\frac{3}{8}$ kg의 몇 배인가?	$\frac{3}{5}$ 은 $\frac{3}{10}$ 의 몇 배인가?	물 $\frac{4}{5}$ L는 과일원액 $\frac{1}{10}$ L의 몇 배인가?	질소의 비율 $\frac{3}{5}$ 은 산소 비율 $\frac{3}{10}$ 의 몇 배인가?
	$\frac{3}{4} \div \frac{3}{8}$	$\frac{3}{5} \div \frac{3}{10}$	$\frac{4}{5} \div \frac{1}{10}$	$\frac{3}{5} \div \frac{3}{10}$
				

<표 IV-39> (자연수)÷(분수) 차시 분석

	국정 교과서	검정 A 교과서	검정 B 교과서	검정 C 교과서
자연수 ÷단위 분수	-	고구마 4kg을 캐는 데 $\frac{1}{3}$ 시간이 걸렸다면 1시간 동안 썰 수 있는 고구마의 무게는?	-	정수기로 물 2L를 얻는 데 $\frac{1}{4}$ 분이 걸렸다면 1분동안 얻을 수 있는 물의 양은?
	-	$4 \div \frac{1}{3}$	-	$2 \div \frac{1}{4}$
	-		-	
자연수 ÷진분 수	조개 6kg을 캐는 데 $\frac{3}{4}$ 시간이 걸렸다면 1시간 동안 썰 수 있는 조개의 무게는?	4km를 달리는 데 $\frac{2}{3}$ 시간이 걸렸다면 1시간 동안 달릴 수 있는 거리는?	초콜릿 6kg을 포장하는 데 $\frac{3}{4}$ 시간이 걸린다면 1시간 동안 포장할 수	4km를 가는 데 $\frac{2}{3}$ 시간이 걸린다면 같은 빠르기로 1시간 동안 갈 수 있는

			있는 초콜릿의 양은? $6 \div \frac{3}{4}$	거리는? $4 \div \frac{2}{3}$
$6 \div \frac{3}{4}$	$4 \div \frac{2}{3}$			
<p>* $\frac{1}{2}$시간 동안 열 수 있는 초콜릿 무게는 어떻게 구할 수 있나요?</p> <p>* $\frac{1}{3}$시간 동안 열 수 있는 초콜릿 무게는 어떻게 구할 수 있나요?</p> <p>* 손가락을 $\frac{3}{4}$를 세우고 곱해 계산했습니다. □ 안에 알맞은 수를 써넣으세요.</p>	<p>① $4 \div \frac{2}{3}$를 어떻게 계산할 수 있을지 이야기해 보세요.</p> <p>② 한시가 $\frac{1}{3}$시간 동안 달릴 수 있는 거리를 구해 보세요.</p> <p>③ 한시가 1시간 동안 달릴 수 있는 거리를 구해 보세요.</p> <p>④ $4 \div \frac{2}{3}$를 곱셈으로 나타내는 방법을 알려주세요.</p> <p>한시 4km $4 \div \frac{2}{3} = 4 \times \frac{3}{2} = 2 \times 3 = 6$ (km)</p>	<p>* $\frac{1}{2}$시간 동안 열 수 있는 초콜릿 양을 수직선으로 알려주세요.</p> <p>* $\frac{1}{3}$시간 동안 열 수 있는 초콜릿 양을 수직선으로 알려주세요.</p> <p>* 손가락을 세고 계산하는 방법을 알려주세요.</p>	<p>* 그림을 보고 $\frac{1}{3}$시간 동안 갈 거리는 몇 km인지 알려주세요.</p> <p>* $\frac{1}{3}$시간 동안 갈 거리를 이용해 1시간 동안 갈 수 있는 거리는 몇 km인지 알려주세요.</p> <p>□ 안에 알맞은 수를 써넣고, $4 \div \frac{2}{3}$를 계산하는 방법을 이야기해 보세요.</p> <p>$4 \div \frac{2}{3} = 4 \times \frac{3}{2} = 6$ (km)</p>	

<표 IV-40> '(분수)÷(분수)를 분수의 곱셈으로 나타내기' 차시 분석

	국정교과서	검정 A 교과서	검정 B 교과서	검정 C 교과서
	바닷물 $\frac{4}{5}$ L를 빈 통에 담았을 때 통의 $\frac{2}{3}$ 가 찼다면 한 통을 채울 수 있는 바닷물의 양은?	참기름 $\frac{4}{5}$ L를 빈 통에 담았을 때 통의 $\frac{2}{3}$ 가 찼다면 한 통을 가득 채울 수 있는 참기름의 양은?	쿠키가 처음의 $\frac{2}{3}$ 만큼 남았을 때 무게가 $\frac{7}{10}$ kg이었다면 처음 준비한 쿠키의 무게는?	바닷물 $\frac{4}{7}$ L를 빈 통에 담았을 때 통의 $\frac{2}{3}$ 가 찼다면 한 통을 채울 수 있는 바닷물의 양은?
	$\frac{4}{5} \div \frac{2}{3}$	$\frac{4}{5} \div \frac{2}{3}$	$\frac{7}{10} \div \frac{2}{3}$	$\frac{4}{7} \div \frac{2}{3}$
분수의 나눗셈을 곱셈으로 나타내기	<p>* 물이 $\frac{4}{5}$를 채울 수 있는 바닷물의 양은 어떻게 구할 수 있나요?</p> <p>* 한 통을 가득 채울 수 있는 바닷물의 양은 어떻게 구할 수 있나요?</p> <p>$\frac{4}{5} \div \frac{2}{3} = \frac{4}{5} \times \frac{3}{2} = \frac{4 \times 3}{5 \times 2} = \frac{12}{10} = \frac{6}{5}$ (L)</p>	<p>① $\frac{4}{5} \div \frac{2}{3}$를 어떻게 계산할 수 있을지 이야기해 보세요.</p> <p>② 물이 $\frac{4}{5}$를 채울 수 있는 참기름 양을 구해 보세요.</p> <p>③ 물은 가득 채울 수 있는 참기름 양을 구해 보세요.</p> <p>④ $\frac{4}{5} \div \frac{2}{3}$를 곱셈으로 나타내는 방법을 알려주세요.</p> <p>$\frac{4}{5} \div \frac{2}{3} = \frac{4}{5} \times \frac{3}{2} = \frac{4 \times 3}{5 \times 2} = \frac{12}{10} = \frac{6}{5}$ (L)</p>	<p>* 처음 준비한 쿠키의 무게를 수직선으로 알려주세요.</p> <p>* 처음 준비한 쿠키의 무게를 수직선으로 알려주세요.</p> <p>* 손가락을 세고 계산하는 방법을 알려주세요.</p>	<p>* 바닷물 양을 채우고, 물이 $\frac{4}{7}$를 채워졌을 때 바닷물의 양은 어떻게 구할 수 있는지 알려주세요.</p> <p>* 바닷물 양을 채우고, 물이 $\frac{4}{7}$를 채워졌을 때 바닷물의 양은 어떻게 구할 수 있는지 알려주세요.</p> <p>$\frac{4}{7} \div \frac{2}{3} = \frac{4}{7} \times \frac{3}{2} = \frac{4 \times 3}{7 \times 2} = \frac{12}{14} = \frac{6}{7}$ (L)</p>

포함제 상황은 자연수의 나눗셈에서 익혔으므로 학생들은 수월하게 몫을 구할 수 있

다. 다만 몫이 분수가 되는 동분모 분수의 나눗셈의 경우 6학년 1학기의 분수의 나눗셈 단원을 충분히 익혀야 한다.

포함제 상황에 비하여 단위 비율 결정 상황은 학생들에게 익숙하지 않은 상황이기 때문에 A와 C 교과서는 이를 단계적으로 도입하기 위해 (자연수) \div (단위분수) 차시를 별도로 구성하였다. 단위분수는 분자가 1이기 때문에 (자연수) \div (진분수)의 상황보다 계산 절차가 보다 단순하기 때문이다. (자연수) \div (단위분수) 차시에서 주어진 상황이 나눗셈 상황인 것을 인식하고 이중 수직선 또는 길이 모델과 수직선을 활용하여 계산 원리와 방법을 익힌다.

분수 연산의 원리와 방법에 대해 학습한 후 여러 가지 분수의 나눗셈을 주제로 다양한 유형의 분수의 나눗셈을 계산한다. 국정교과서와 B 교과서는 나누는 수가 모두 진분수였고 A와 C 교과서는 분수의 나눗셈 유형을 확대하여 나누는 수가 대분수인 문제를 다루기도 하였다. 나누는 수가 1보다 작을 때와 클 때를 골고루 제시된 점은 분수 연산 결과에 대한 질적 추론 활동까지 확대될 수 있으나 교과서 장면으로 구현되지 않았다.

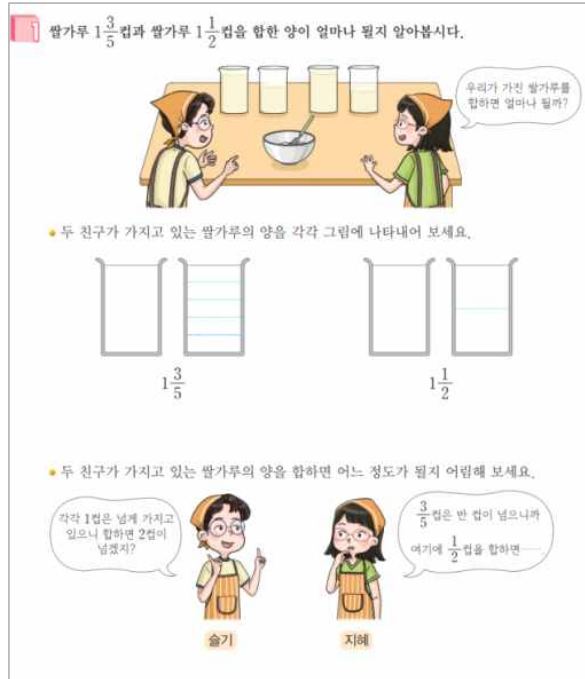
마. 기준 척도의 활용 관련 단원 분석

‘기준 척도의 활용’은 특정 단원의 주요 주제는 아니지만 ‘분수의 크기 비교’ 및 ‘연산의 결과 이해’ 감각을 키우기 위한 필수적인 요소이다. 따라서 ‘기준 척도의 활용’은 특정 단원에서 집중적으로 다루지기 보다는 연산 및 분수의 크기와 관련된 차시에서 도구적으로 활용된다. ‘다. 분수의 크기 이해 관련 단원 분석’과 중복되는 경우가 있어 ‘연산의 의미와 결과 이해’에서 다루지 않은 어림 영역에 대해 다룬다.

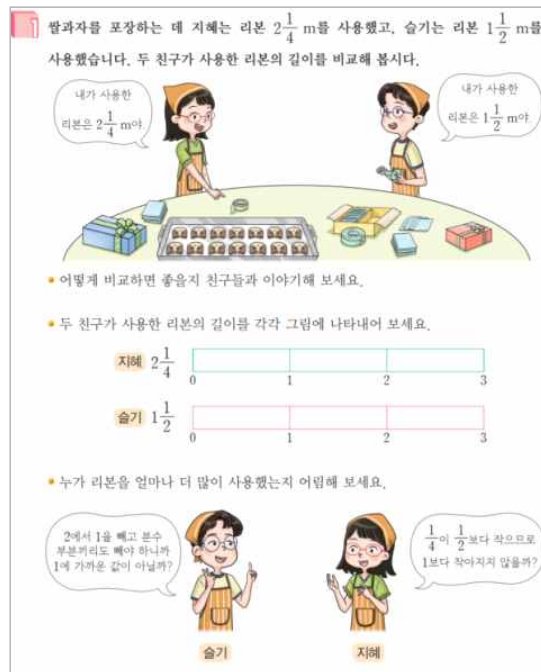
4학년 2학기 ‘분수의 덧셈과 뺄셈’ 단원은 국정교과서 및 검정 3종 교과서 모두 받아올림이나 받아내림이 있을 때 어림 활동을 하고 있었다. 받아올림을 할 때는 진분수 부분의 합이 가분수의 형태가 되었을 때 1보다 크다는 것을 알고 있어야 한다. 받아내림을 하는 경우에는 분자를 통해서 쉽게 피감수와 감수의 크기를 비교할 수 있다. 따라서 해당 단원은 이분모 분수의 덧셈과 뺄셈 연산보다는 기준 척도를 활용하는 비중이 다소 낮다.

이분모 분수의 덧셈과 뺄셈 연산을 다루는 5학년 1학기 ‘분수의 덧셈과 뺄셈’ 단원 교과서 모두 기준 척도나 단위분수의 크기를 이용하여 어림을 하는 기회를 갖도록 하고 있다. 국정교과서는 연산의 예제를 기준 척도가 되는 $\frac{1}{2}$ 을 제시하여 자연스럽게 기준 척도를 활용하도록 하였다. 또한 어림을 하는 방법의 예시를 수학 교과서의 캐릭터 말풍선을 통해 안내하고 있는데 그 중 하나로 기준 척도 $\frac{1}{2}$ 를 명시적으로 소개하고 있

다.



[그림 IV-21] 국정교과서: (대분수)+(대분수) 어렵

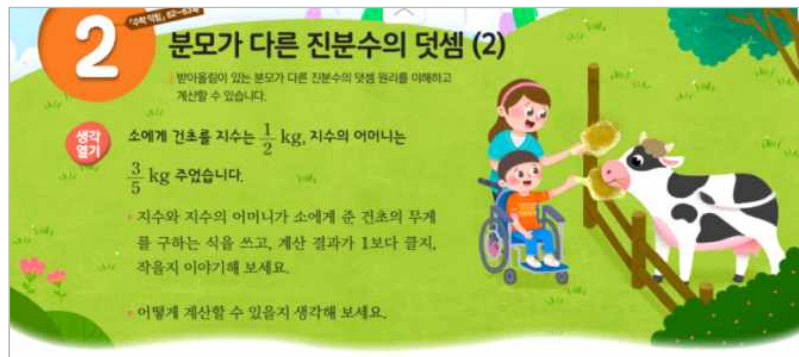


[그림 IV-22] 국정교과서: 받아내림이 있는 (대분수)-(대분수) 어렵

먼저 받아올림이 있는 대분수의 덧셈의 경우 더하는 두 양 중 하나를 기준 척도가 되는 $\frac{1}{2}$ 로 제시하여 어림을 쉽게 할 수 있도록 예제를 구성하였다. ‘ $\frac{3}{5}$ 컵은 반 컵보다 크니 $\frac{1}{2}$ 컵을 더 부으면’이라는 표현 뒤에는 ‘1보다 클 것이다’라는 것을 학생들이 직접 추론할 수 있도록 돕기 위한 것이다.

받아내림이 있는 대분수의 뺄셈의 경우에 진분수 부분이 모두 단위분수인 대분수를 제시하였다. 분수 부분인 $\frac{1}{4}$ 과 $\frac{1}{2}$ 의 비교는 단위분수의 크기 비교로도 설명할 수 있고, $\frac{1}{2}$ 을 기준 척도로 설정하여 기준 척도를 활용하여 설명할 수도 있다.

이와 같이 대표 예제에 $\frac{1}{2}$ 을 포함시킨 것은 국정교과서뿐만 아니라 A, B, C 교과서 모두 해당되는 것이었다. 그러나 국정교과서와 같이 $\frac{1}{2}$ 이 ‘반’임을 말하며 어림 결과를 추론하는 과정을 설명하는 교과서는 없었다. 기준 척도를 활용한 어림 방법은 교사용 지도서의 지도 사항에 제시되는 경우가 있었다.



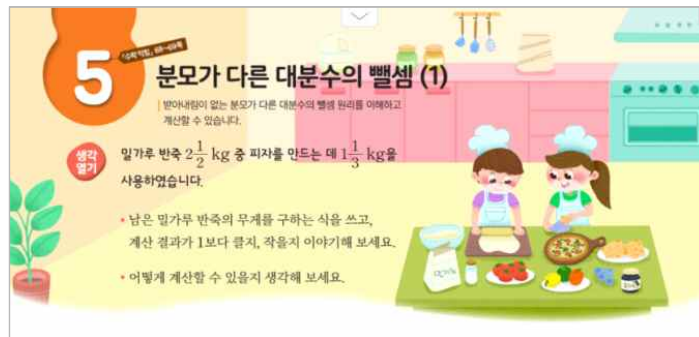
[그림 IV-23] C 교과서: 이분모 분수의 덧셈 어림



[그림 IV-24] C 교과서: 이분모 분수의 뺄셈 어림

예를 들어 금성 출판사의 5학년 1학기 ‘분수의 덧셈과 뺄셈’ 단원 또한 $\frac{1}{2}$ 을 피가수에 포함시켜 학생들이 어림을 할 수 있도록 하고 있다. ‘분모가 다른 진분수의 덧셈(2)’에서는 아올림이 있는 분모가 다른 진분수의 덧셈의 예제로 $\frac{1}{2} + \frac{3}{5}$ 을 제시하였다.

C 교과서 교사용 지도서에 제시된 지도상의 유의점에 따르면 $\frac{3}{5}$ 이 $\frac{1}{2}$ 보다 클지, 작을지 생각해보고 $\frac{1}{2} + \frac{3}{5}$ 의 계산 결과가 1보다 크게 될 것임을 예상해보게 하고 있다 (류희찬 외 25인, 2023b). $\frac{3}{5}$ 이 절반보다 크다는 것을 인식하면 $\frac{1}{2} + \frac{3}{5} = \frac{4}{7}$ 와 같이 분모는 분모끼리, 분자는 분자끼리 더하는 오류를 방지할 수 있게 해준다. 또한 ‘분모가 다른 대분수의 덧셈’에서는 $1\frac{1}{2} + 1\frac{2}{3}$ 을 예제로 제시하여 전 차시와 마찬가지로 수 감각을 이용하여 $\frac{2}{3}$ 가 $\frac{1}{2}$ 보다 클지, 작을지 생각해보고 계산 결과가 3보다 크게 될 것을 예상하게 하였다.



[그림 IV-25] C 교과서: 이분모 대분수의 덧셈 어림



[그림 IV-26] C 교과서: 이분모 대분수의 뺄셈 어림

또한 분모가 다른 뺄셈 관련 차시에서 단위분수를 피감수와 감수로 제시하여 학생들이 분수 감각을 이용하여 어림을 할 수 있도록 하였다. ‘분모가 다른 대분수의 뺄셈(1)’에서는 받아내림이 없는 분모가 다른 대분수의 뺄셈의 예제로 $2\frac{1}{2} - 1\frac{1}{3}$ 을 제시하였다. 교사용 지도서에 제시된 지도상의 유의점에 따르면 분수 부분에서 $\frac{1}{2}$ 이 $\frac{1}{3}$ 보다 크기 때문에 계산 결과가 1보다 크게 될 것임을 예상하도록 하였다(류희찬 외 25인, 2023b). 후속 차시인 ‘분모가 다른 대분수의 뺄셈(2)’에서는 받아내림이 있는 분모가 다른 대분수의 뺄셈의 예제로 $2\frac{1}{3} - 1\frac{1}{2}$ 을 제시하여 앞 차시와 마찬가지로 분수 부분이 단위 분수이기 때문에 학생들이 결괏값을 어렵하고 받아내림의 필요성을 파악하도록 하였다. 뺄셈 방법 정리 및 확인하기에서도 피감수의 분수 부분이 단위분수이고 감수의 분수 부분은 모두 $\frac{1}{2}$ 보다 크게 제시하여 분수 감각을 이용하기 용이하였다.

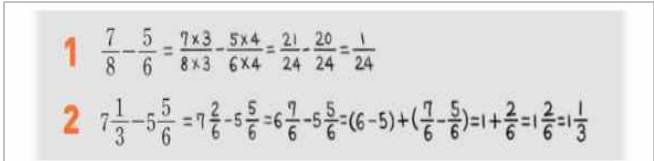
바. 지식의 적절한 활용 관련 차시 분석

연산 지식 중 하나로 연산 법칙을 들 수 있다. 교환법칙과 결합법칙은 명시적으로 다루어지기보다 1~2학년군에서 두 수를 바꾸어 이어세기를 해도 결과가 같음을 이해하거나, 세 수의 덧셈 등의 활동에서 우회적으로 제시하고 있다. 이러한 지식을 분수의 연산에서 다시 되풀이하자는 활동은 없었다.

일상의 장면에 비추어 수치의 타당성을 감지하거나 답의 합리성을 검토하는 것 또한 수 감각이라 할 수 있다. 수치의 타당성의 경우, 계산 과정을 연산의 결과를 어림과 비교하는 경우가 있었으나, 측정 단위에 어울리는 결과값인지에 대해 살펴보는 발문은 없었다. 측정의 대상과 어울리는 단위에 대한 연결은 주로 ‘측정’ 영역 단원에서 이루어졌다.

답을 검토하는 활동은 주로 통분을 잘못했거나, 받아내림을 위한 피감수의 고쳐뭉기를 잘못된 경우를 제시하고 계산 과정을 검토하는 활동이 주로 제시되었다.

<표 IV-41> 답의 합리성 검토 문제 교과서 장면

교과서	장면
국정교과서	

	<p>5 준기가 2번 문제에서 처음 잘못 계산한 부분을 찾아 ○표 하고, 옮겨 고쳐 계산해 보세요.</p> $7\frac{1}{3} - 5\frac{5}{6} = \underline{\hspace{2cm}}$
A 교과서	<p>7 잘못 계산한 곳을 찾아 ○표 하고, 바르게 계산해 보세요. 388</p> <div style="border: 1px solid gray; padding: 10px; margin: 10px auto; width: fit-content;"> $2\frac{2}{9} \times 2 = \frac{20}{9} \times 2 = \frac{20}{9 \times 2} = \frac{10}{18} = \frac{10}{9} = 1\frac{1}{9}$ </div> $2\frac{2}{9} \times 2 = \underline{\hspace{2cm}}$
B 교과서	<p>4 <small>정규의 자이는 필름</small> <small>유은</small> <small>재미소통</small> 잘못 계산한 부분을 찾아 이유를 이야기에 보고, 옮겨 계산해 봅시다.</p> <div style="border: 1px solid gray; padding: 10px; margin: 10px auto; width: fit-content;"> $4\frac{5}{16} - 2\frac{7}{12} = 4\frac{15}{48} - 2\frac{28}{48} = (4-2) + \left(\frac{28}{48} - \frac{15}{48}\right)$ $= 2 + \frac{13}{48} = 2\frac{13}{48}$ </div> <p><small>올바르게 계산하기</small> $4\frac{5}{16} - 2\frac{7}{12} = \underline{\hspace{2cm}}$</p>
C 교과서	<div style="border: 1px solid gray; padding: 10px; margin-bottom: 10px;"> <p>생각 습습 친구가 말한 계산 방법에서 잘못된 부분을 찾아 바르게 계산하는 방법을 이야기해 보세요.</p> <div style="float: right; text-align: center;"> <p>분모끼리 더하고 분자끼리 더해서 계산했어요</p> </div> <div style="border: 1px solid gray; padding: 5px; width: fit-content; margin: 0 auto;"> $\frac{3}{5} + \frac{4}{5} = \frac{7}{10}$ </div> </div> <div style="border: 1px solid gray; padding: 10px; margin-bottom: 10px;"> <p>생각 습습 친구의 말에서 잘못 계산한 부분을 찾아 바르게 계산하는 방법을 이야기해 보세요.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="border: 1px solid gray; padding: 5px; background-color: #fff9c4; width: 150px;"> <p><small>5 - 2\frac{1}{6}에서 5 - 2 = 3이니까 답은 3\frac{1}{6}이야</small></p> </div> <div style="border: 1px solid gray; padding: 5px; background-color: #ffe0e0; width: 150px; margin-left: 20px;"> <p><small> </small></p> </div> </div> </div> <div style="border: 1px solid gray; padding: 10px;"> <p>생각 습습 다음은 잘못 계산한 것입니다. 잘못 계산한 이유를 설명하고, 바르게 계산해 보세요.</p> <div style="text-align: center; margin: 10px 0;"> $\frac{6}{7} - \frac{3}{5} = \frac{6}{35} - \frac{3}{35} = \frac{3}{35}$ </div> </div>

2. 6학년 분수 감각 검사 결과 분석

검사는 모두 22문항이나 서답형 문항에 대한 그림 표현 및 설명까지 각 개별 문항으로 처리하여 33문항으로 채점하였다.

선다형 및 서답형 문항의 경우 응답률이 높았으나 분수 감각을 활용하여 문제를 해결하는지 알아보기 위한 설명을 쓰는 서술형 문항의 경우 응답률이 낮았다. 서답형 문항에는 응답하였으나 설명을 하지 못한 경우엔 ‘설명 없음’으로 분류하고 서답형 문항 및 설명을 모두 하지 못한 경우에는 ‘무응답’으로 분류하였다. 표에서 ‘무응답’ 결과값은 생략되었다. 표의 맨 하단 ‘정답률’은 분수 감각 구성 요소별 이해도를 나타낸 것이고 ‘각 문항 별 정답률÷구성 요소별 문항 수’로 계산하였다.

또한 학습에 대한 학생과 학부모의 관심이 높으며 교육적 인프라가 풍부한 ㉠ 초등학교는 A군, 상대적으로 학생과 학부모의 관심이 낮고 교육적 인프라가 낮은 ㉡, ㉢, ㉣ 초등학교는 B군으로 분류하여 정답률을 비교하였다.

가. 분수의 의미 이해하기

1~6 문항은 분수의 의미별 이해도를 파악하고자 하였다. ‘부분-전체’를 뜻하는 분수의 의미는 평균 90%의 높은 정답률을 나타내었다. 다음으로 ‘비율’을 뜻하는 분수의 의미의 이해도가 높았다. ‘몫’, ‘연산자’로서의 분수의 이해도를 묻는 문항은 그림 및 분수로 나타내도록 하였다. (자연수)÷(자연수)의 몫을 그림과 분수로 나타낸 답안의 정답률이 각각 48.4%, 63.6%로, 이해가 충분하지 않은 상태로 형식화된 답을 쓰는 학생이 있는 것으로 보인다.

특히 측정으로서의 분수는 가장 낮은 정답률을 보였다. 오답을 보인 학생들은 수직선에 제시된 눈금이 시작 지점인 0m와 2m 지점밖에 없어 단위를 2m로 인식하거나 주어진 수직선 자체를 전체로 인식하고 2m 혹은 수직선 전체의 $\frac{3}{4}$ 에 해당하는 지점을 $\frac{3}{4}$ m라고 표시하였다.

<표 IV-42> ‘분수의 의미 이해’ 영역 정답률

문항	분수의 의미	빈도수(%)		
		A	B	전체
1	부분-전체 (등분할 연속량)	126(95.5%)	49(90.7%)	175(94.1%)

2	부분-전체 등분할 이산량	110(83.3%)	49(90.7%)	159(87.4%)
3	측정	51(38.6%)	18(33.3%)	69(37.1%)
4-그림	몫	62(47.0%)	27(50.0%)	89 (48.4%)
4-답		81(61.4%)	36(66.7%)	117(63.6%)
5-그림	연산자	94(71.2%)	40(74.1%)	134(72.4%)
5-답		67(50.8%)	8(14.8%)	75(46.6%)
6	비	92(70.8%)	39(72.2%)	131(70.8%)
정답률		61.6%	65.0%	64.7%

나. 분수의 동치 표현 및 동치식의 이해

타 문항에 비해 분수의 동치 표현 및 동치식의 이해를 묻는 7~8번 문항의 정답률은 평균 71.3%로 다른 영역 문항보다 높았다. ‘분모가 3보다 크고 8보다 작은’이라는 수의 범위를 나타내는 조건을 잘못 해석한 오답 유형이 있었다. 예를 들어 제외해야 할 $\frac{3}{3}$ 이나 $\frac{8}{8}$ 인 경우를 포함하거나, 포함해야 할 $\frac{7}{7}$ 을 제외하는 경우가 전체 검사 대상 학생 중 4.8%였다. 그러나 분모가 4, 5, 6, 7인 단위분수로 나타내는 경우($\frac{1}{n}$), 또는 $\frac{n-1}{n}$ 형태의 분수를 작성하는 오답 유형도 10.2%에 달하였다.

8번은 7번과 달리 학생들에게 익숙한 형태인 동치식이 제시되어 7번보다 정답률이 약 25% 더 높았다. 약분을 한 형태($\frac{2}{5}$)가 배분한 형태($\frac{12}{30}$, $\frac{36}{90}$)보다 6.7배 더 많았는데 이는 학생들에게 약분이 더욱 익숙하다는 것을 보여준다.

<표 IV-43> ‘분수의 동치 표현 및 동치식의 이해’ 영역 정답률

문제		빈도수(%)			
		A	B	전체	
7 (동치 표현)	정답	86(65.2%)	33(61.1%)	119(64.0%)	
	오답	범위 잘못 해석	8(6.1%)	1(1.9%)	9(4.8%)
		$\frac{1}{n}$	3(2.3%)	4(7.4%)	7(3.8%)
		$\frac{n-1}{n}$	4(3.0%)	2(3.7%)	6(3.2%)

8 (동치 식의 이해)	정답	$\frac{n}{1}, n$	4(3.0%)	2(3.7%)	6(3.2%)
		기타	6(4.5%)	2(3.7%)	8(4.3%)
		$\frac{2}{5}$	101(76.5%)	34(63.0%)	135(73.0%)
		$\frac{12}{30}$	14(10.6%)	10(18.5%)	24(13.0%)
		$\frac{36}{90}$	1(0.8%)	0(0%)	1(0.5%)
	오답	계	116(87.9%)	81(81.5%)	160(86.5%)
		$\frac{3}{5}$	7(5.3%)	0(0%)	7(3.8%)
		기타	3(2.2%)	6(1.1%)	9(4.9%)
		정답률	75.2%	76.5%	71.3%

다. 분수의 크기 이해

9번부터 12번은 객관식 문항으로 학생들이 설명을 쓰지 않았지만 답안 작성 주변에 수감각을 사용하지 않고 통분하여 분수의 크기를 비교하려는 흔적을 발견할 수 있었다. 9번 문항은 학생들이 쉽게 접하지 못하는 소수를 분모와 분자로 하는 두 분수를 비교하게 하였다. 검사지 초반 문항이기 때문에 학생들이 직접 통분하려는 시도로 68%의 정답률을 나타내었다. 10번은 분수의 크기 이해 및 기준 척도를 이용해 비교할 수 있는지 알아보기 위해 $\frac{1}{2}$ 에서 가장 먼 분수를 물었다. 9번 문항에 비해 약 절반으로 정답률이 감소하였고 특히 분모가 가장 큰 $\frac{11}{20}$ 을 선택한 응답자의 비율이 32%로 정답률 39%와 매우 가까웠다.

10번 문항은 분수의 상대적 크기에 대한 감각을 알기 위한 것으로 $\frac{7}{8}$ 보다 1에 더 가까운 분수 3개를 모두 골라야 하는 선다형 문항이다. 1개를 고른 학생부터 4개를 고른 학생까지 다양한 응답이 나왔고 각 선택지를 고른 응답자의 수는 $\frac{8}{9}, \frac{10}{9}, \frac{8}{9}, \frac{8}{7}$ 순으로 많았다. 오답자 중에서는 $\frac{8}{9}, \frac{8}{7}, \frac{10}{9}, \frac{8}{9}$ 순으로 선택하였고 마지막 순위였던 $\frac{8}{7}$ 을 고른 학생이 많아진 점이 단위분수의 크기를 잘 인식하지 못하고 있음을 보여준다.

<표 IV-44> ‘분수의 크기 이해’ 영역 정답률

문제	빈도수(%)				
	A	B	전체		
9 (분수의 절대적 크기)	정답	51/98	92(69.7%)	34(63.0%)	126(67.7%)
	정답	3	50(37.9%)	22(40.7%)	72(38.9%)
10 (분수의 상대적 크기)		4	44(33.3%)	16(29.6%)	60(32.4%)
	오답	1	16(12.1%)	4(7.4%)	20(10.8%)
		2	12(9.1%)	5(9.3%)	17(9.2%)
		1,2 / 2,4	3(1.6%)	0(0%)	3(5.6%)
	정답	1,3,4	33(25%)	11(20%)	44(24%)
11 (분수의 상대적 크기)	선택지별 채택 여부	①($\frac{8}{9}$)	-	-	95
		②($\frac{8}{7}$)	-	-	68
		③($\frac{11}{10}$)	-	-	130
		④($\frac{10}{9}$)	-	-	105
12 (분수의 상대적 크기)	정답	4	79(60%)	23(43%)	102
	선택지별 채택 여부	①	-	-	31
		②	-	-	13
		③	-	-	26
		④	-	-	8
계			48.1%	41.7%	46.4%

라. 연산의 의미와 결과 이해하기

13번은 뺄셈 결과의 크기를 비교하는 문항으로 분수 감각을 활용하여 문제를 해결한 정답자의 비율이 3%로 전 문항 중 가장 낮았다. 두 뺄셈식에서 피제수끼리 크기를 비교하고 제수의 크기를 비교하면 직접 계산하지 않고 크기를 비교하여 크기를 비교할 수 있다. 직접 계산을 시도한 정답자는 33명(18%)으로 분수 감각을 활용하려는 시도를 한 학생보다 2.5배 많았다.

14번은 피제수가 같고 제수가 다른 나눗셈 결과의 크기를 비교하는 문항이다. 제시된 분수가 한 자리 수의 분모와 분자를 가진 간단한 형태의 분수임에도 불구하고 직접

계산을 하여 문제를 해결한 학생이 전체 응답자의 35.5%에 달하였다. 이에 비해 22%의 응답자가 연산 감각을 활용하여 12%의 차이를 보였다. 정답자의 경우 활용한 두 방법의 비율 차이는 14%로 증가하였다. ‘같은 피제수일 때 제수가 작으면 몫이 더 커진다’는 연산 감각을 활용한 정답자는 28명(17%)로 직접 계산을 시도한 정답자 51명(28%)의 약 절반이었다. 이는 정확한 답을 위해 계산을 해야 한다는 학생들의 신념이 깔려 있는 것으로 보인다.

<표 IV-45> ‘연산의 의미와 결과 이해’ 영역 정답률

문제		빈도수(%)				
		A	B	전체		
13	빨셈의 결과 이해	분수 감각 활용	7(5.3%)	2(3.7%)	9(4.9%)	
		분수 감각 일부 활용	0(0%)	1(1.9%)	1(0.5%)	
		정답	오류 있는 분수 감각 활용	5(3.8%)	0(0%)	5(2.7%)
			직접계산	21(15.9%)	12(22.2%)	33(17.8%)
			기타	4(3.0%)	1(1.9%)	5(2.7%)
		설명 없음	27(20.5%)	6(11.1%)	33(17.8%)	
		합계	64(48.5%)	22(40.7%)	89(46.5%)	
	오답	분수 감각 활용	0(0%)	0(0%)	0(0%)	
		분수 감각 일부 활용	2(1.5%)	0(0%)	2(1.1%)	
		오류 있는 분수 감각 활용	1(0.8%)	0(0%)	1(0.5%)	
		직접 계산	15(11.4%)	6(11.1%)	21(11.4%)	
		기타	2(1.9%)	3(5.6%)	5(2.7%)	
		설명 없음	25(19%)	0(0%)	25(14%)	
		14	피젯수가 같은 나눗셈의 결과 비교	분수 감각 활용	29(22.0%)	8(14.8%)
분수 감각 일부 활용	1(0.8%)			1(1.9%)	2(1.1%)	
정답	직접계산			47(35.6%)	13(24.1%)	60(32.3%)
	기타			2(1.5%)	0(0%)	2(1.1%)
	설명 없음			16(12.1%)	13(24.1%)	29(15.6%)
합계	95(72.0%)		35(64.8%)	130(69.9%)		
오답	분수 감각 활용		3(2.3%)	0(0%)	3(1.6%)	
	분수 감각 일부 활용		1(0.8%)	2(3.7%)	3(1.6%)	
	오류 있는 분수 감각 활용		1(0.8%)	0(0%)	1(0.5%)	
	직접계산		4(3.0%)	2(3.7%)	6(3.2%)	
	기타		1(0.8%)	2(3.7%)	3(1.6%)	
	설명 없음		7(5.3%)	3(5.6%)	10(5.4%)	
정답률 평균			60.2%	52.8%	58.2%	
분수 감각을 활용한 정답률 평균		13.65%	11.15%	13.2%		

마. 기준 척도의 활용

기준 척도의 활용은 타 문항에 비해 정답률이 낮은 편으로 학생들이 가장 어려워 하는 부분이었다. 15번 문항 정답자 중 내적으로 분수 감각을 사용했음에도 불구하고 ‘어렵했다’라고 단순하게 설명하거나 ‘어떻게 설명하는지 모르겠다’ 등으로 응답하는 경우가 있었다. 수학적 의사소통 능력이 부족하여 실제 분수 감각을 활용한 응답자의 수보다 값이 낮게 나온 것으로 보인다.

16번과 17번은 분수의 덧셈 값을 어렵할 때 기준 척도 ‘ $\frac{1}{2}$ ’을 효과적으로 사용하고 있는지 알아보기 위한 문항이다. (진분수)+(진분수)의 형태이며 각 분수는 분자의 2배수와 가까운 분모로 구성하였다. 분모 혹은 분자는 대부분 소수(素數)로, 학생들이 직접 통분하여 문제를 해결하지 않고 기준 척도 ‘ $\frac{1}{2}$ ’을 활용할 필요성을 느끼도록 하였다. 비슷한 유형의 문항임에도 불구하고 16번은 17번 문항에 비해 A군과 B군의 정답률 차이가 컸다. 16번은 하나의 덧셈식을 해결하면 되므로 숙달된 연산 능력을 지닌 것으로 파악되는 A군 학교 학생들이 직접 계산으로 답을 골랐으나 17번은 4개의 덧셈식을 파악해야 하여 직접 계산하는 방법으로 파악하기 힘들어 정답률이 낮아진 것으로 보인다.

<표 IV-46> ‘기준 척도의 활용’ 영역 정답률

문제	빈도수(%)			
	A	B	전체	
15 기준 척도를 활용한 분수 배열	분수 감각 활용(기준 척도 언급)	33(25.0%)	9(16.7%)	42(23%)
	정답			
	분수 감각 활용(어렵)	2(1.5%)	5(9.3%)	7(4%)
	직접계산	6(4.5%)	1(1.9%)	7(4%)
	기타	1(0.8%)	0(0%)	1(1%)
	설명 없음	9(3.8%)	7(13.0%)	16(9%)
	합계	51(38.6%)	22(40.7%)	73(39.2%)
	분수 감각 활용(기준 척도 언급)	7(5%)	2(3.7%)	9(4.8%)
	오답			
	분수 감각 활용(어렵)	0(0%)	1(1.9%)	1(0.5%)
분수 감각 일부 활용	1(1%)	2(3.7%)	3(1.6%)	
오류 있는 분수	5(4%)	2(3.7%)	7(3.8%)	

		감각 활용				
		직접 계산	2(2%)	3(5.6%)	5(2.7%)	
		기타	2(2%)	1(2%)	3(1.6%)	
		설명 없음	41(31.1%)	8(14.8%)	49(26.3%)	
16	기준 척도 1/2를 활용한 분수의 덧셈의 값 어림	정답	② 1	45(43.9%)	14(26%)	59(33%)
		오답	③ $\frac{3}{2}$	33(25.0%)	9(16.7%)	42(23.2%)
			① $\frac{1}{2}$	21(15.9%)	7(13.0%)	28(15.5%)
			④ 2	10(7.6%)	7(13.0%)	17(9.4%)
			기타	0(0%)	1(1.9%)	1(0.6%)
17		정답	① $\frac{24}{47} + \frac{36}{71}$	47(36%)	19(35%)	66(36%)
		오답	② $\frac{26}{53} + \frac{15}{31}$	25(18.9%)	6(11.1%)	31(16.8%)
			③ $\frac{1}{2} + \frac{14}{29}$	19(14.4%)	9(16.7%)	28(15.1%)
			④ $\frac{23}{47} + \frac{8}{17}$	12(9.1%)	4(7.4%)	16(8.6%)
			기타	1(0.5%)	1(0.5%)	2(1.0%)
정답률			36.1%	34.0%	35.8%	

바. 지식의 적절한 활용

18번 문항은 배열이 다른 네 분수의 덧셈의 크기를 비교하는 문항이다. 40%의 응답자가 분수 감각을 활용하였고 모두 정답으로 이어진 가운데 3, 4, 8, 9의 공통분모로 통분하여 직접 계산을 시도한 학생들은 13.4%에 달했고 그 중 $\frac{2}{3}$ 에 해당하는 학생만 합이 같다는 것을 알았다.

19번 문항은 다양한 분모를 가진 대분수의 혼합계산 상황에서 학생들이 해결하는 방식을 보여준다. 약수와 배수 관계에 있는 분모를 가진 대분수끼리 묶으면 진분수끼리의 연산의 결과가 자연수가 되어 쉽게 답을 구할 수 있다. 결합 법칙을 시도한 학생은 모두 25명(13.4%)으로 그 중 10명(5.4%)만이 정답을 구하였다. 4, 5, 8, 15의 공통분모로 통분하여 문제를 해결하고자 한 학생은 오답자에서 비율(8.1%)이 정답자에서의 비율(1.6%)보다 더 컸다. 오답자 중에서는 자연수로만 연산을 하거나 통분을 하지 않고 분모끼리, 분자끼리 더하는 학생들(3.2%)도 존재하였다. 특히 연산과 설명 모두 응답하지 않은 ‘무응답’ 비율이 60.8%에 달하였다. 이는 검사 시 시간 배분을 적절하게 하지 못하여 응답을 하지 않았을 수도 있으나 후반 문항(18~22) 중 가장 무응답자가 많은 것으로 볼 때 다양한 분모를 가진 분수 연산에 부담감을 느껴 문제 해결 시도를 하지 않은 것으로 보인다. 이처럼 모두 통분을 하여 차례대로 계산을 하려는 경향은 5학년 1학기 과

정 ‘자연수의 혼합계산’ 단원에서 덧셈과 뺄셈만 있는 혼합계산은 앞에서부터 차례대로 연산한다는 점이 2015 개정 교육과정에 따른 국정교과서에 명시적으로 제시된 것과 이에 따라 연산 훈련을 하였기 때문에 효율적인 방법을 떠올리지 못하여 생긴 것으로 유추할 수 있다.

20번 문항은 답을 검토하는 데 있어 분수 감각을 적절히 활용하고 있는지를 알아보는 문항이다. 주어진 대분수끼리의 뺄셈식에서 피제수와 제수의 자연수 부분의 차는 1 일이고 진분수 부분($\frac{1}{4}, \frac{1}{10}$)의 크기 비교를 하면 $\frac{1}{4}$ 이 크므로 결과가 1이 넘는다는 것을 쉽게 파악할 수 있다. 단위분수의 크기 감각은 3~4학년 군에서부터 익힌 것임에도 불구하고 이를 활용하여 판단한 학생은 정답자 중 7.5%, 자연수 부분의 차만 살핀 학생은 3.8%였다.

21-1번은 실생활 상황의 문장제 문제로 학생들이 분수 감각을 활용하고 있는지 여부를 살펴볼 수 있다. 기준 척도 $\frac{1}{2}$ 에 비해 $\frac{3}{5}$ 이 크다는 것을 파악할 수 있다면 계산하지 않고 해결할 수 있는 문항이었다. 그러나 전체 응답자 중 분수 감각을 활용한 학생과 암산 또는 직접 계산한 학생이 20.9%로 같았다. 정답자 중에서도 그 비율은 20.4%와 19.4%로 큰 차이가 없었다.

21-2번은 응답한 학생이 50%로 19번 문항 다음으로 응답자 비율이 낮았는데 학생들에게 다소 생소한 문항이어서 이러한 결과가 나온 것으로 보인다.

22번 문항은 성장에 따른 키의 변화를 예측하는 상황에서 수감각의 활용 정도를 알아보기 위한 문항이다. 10살 때의 키에 2배한 값인 3m라고 응답한 학생이 40.1%로 실생활에 맞게 예측하여 응답한 학생들(32.1%)보다 훨씬 비율이 높았다. 3m라고 쓰고 하단에 ‘실제로는 1.75m’라고 두 가지 응답을 쓴 학생도 있었다. 이 외에 실생활의 문제 상황을 고려하지 않은 4m, 5m, 8m 등의 오답 유형이 있었다. 학생들이 그동안 연산 문제를 해결할 때 맥락을 고려하지 않고 단순히 제시된 수를 가지고 연산을 하거나 답을 검토하는 과정을 생략하는 모습을 보여준 사례이다.

<표 IV-47> ‘지식의 적절한 활용’ 영역 정답률 (1)

문제	빈도수(%)					
		A	B	전체		
18	정답	분수 감각 활용	58(43.9%)	16(30%)	74(40%)	
		직접계산	8(6.1%)	9(16.7%)	17(9.1%)	
		기타	1(0.8%)	0(0%)	1(0.5%)	
		설명 없음	9(6.8%)	2(3.7%)	11(5.9%)	
	합계					
	오답	분수 감각 활용	0(0%)	0(0%)	0(0%)	
		직접 계산	6(4.5%)	2(3.7%)	8(4.3%)	
		기타	4(3.0%)	2(3.7%)	6(3.1%)	
		설명 없음	14(10.6%)	10(18.5%)	24(12.9%)	
	19	정답	분수 감각 활용 (결합법칙 사용)	8(6%)	2(3.7%)	10(5.4%)
모두 통분			3(2.3%)	0(0%)	3(1.6%)	
설명 없음			4(3.0%)	0(0%)	4(2.2%)	
오답		계산	분수 감각 활용	5(3.8%)	2(3.7%)	7(3.8%)
			모두 통분	13(9.8%)	2(3.7%)	15(8.1%)
		오류	자연수만 계산	2(1.5%)	1(1.9%)	3(1.6%)
			자연수+자연 수, 분모+분모, 분자+분자	2(1.5%)	1(1.9%)	3(1.6%)
			기타	3(2.3%)	1(1.9%)	4(2.2%)
		설명 없음	21(15.9%)	3(5.6%)	24(12.9%)	
20		정답	분수 감각 활용	12(9.1%)	2(3.7%)	14(8%)
	자연수끼리 뺄셈하여 어렵 오류 있는 분수 감각 활용		3(2.3%)	4(7.4%)	7(3.8%)	
	직접계산		2(1.5%)	0(0%)	2(1.1%)	
	암산		12(9.1%)	1(1.9%)	13(7.0%)	
	기타		2(1.5%)	0(0%)	2(1.1%)	
	설명 없음		0(0%)	1(1.9%)	1(0.5%)	
	30(22.7%)		3(5.6%)	33(17.7%)		
	오답		분수 감각 활용	2(1.5%)	1(1.9%)	3(3%)
			분수 감각 일부 활용	1(0.8%)	0(0%)	1(0.5%)
			오류 있는 분수 감각 활용	0(0%)	2(3.7%)	2(3.7%)
직접 계산		17(12.9%)	6(11.1%)	23(12.4%)		
암산		3(2.3%)	0(0%)	3(1.6%)		
기타		0(0%)	3(5.6%)	3(1.6%)		
설명 없음		12(9.1%)	4(7.4%)	16(8.6%)		
정답률		38.4%	24.7%	34.4%		
분수 감각을 활용한 정답률 평균		20.5%	14.8%	18.8%		

<표 IV-48> '지식의 적절한 활용' 영역 정답률 (2)

문제		빈도수(%)				
		A	B	전체		
21-1	정답	분수 감각 활용	27(20.5%)	11(20.4%)	38(20.4%)	
		직접계산	29(22%)	7(13.0%)	36(19.4%)	
		암산	1(0.8%)	0(0%)	1(0.5%)	
		기타	2(1.5%)	0(0%)	2(1.1%)	
		설명 없음	18(13.6%)	11(20.4%)	29(15.6%)	
	오답	분수 감각 활용	1(0.8%)	0(0%)	1(0.5%)	
		암산	2(1.5%)	0(0%)	2(1.1%)	
		기타	2(1.5%)	0(0%)	2(1.1%)	
		설명 없음	4(3.0%)	0(0%)	4(2.2%)	
	21-2	정답	분수 감각 활용	11(8.3%)	5(9.3%)	16(8.6%)
직접계산			1(0.8%)	0(0%)	1(0.5%)	
암산			2(1.5%)	0(0%)	2(1.1%)	
기타			5(3.8%)	0(0%)	5(2.7%)	
설명 없음			24(18.2%)	4(7.4%)	28(15.1%)	
오답		계산 오류	2(1.5%)	0(0%)	2(1.1%)	
		기타	9(6.8%)	3(5.6%)	12(6.5%)	
		설명 없음	22(16.7%)	5(9.3%)	27(14.5%)	
22		정답	분수 감각 활용	50(37.9%)	10(18.5%)	60(32.1%)
		오답	맹목적 계산	45(34.1%)	30(55.6%)	75(40.1%)
	기타		13(9.8%)	2(3.7%)	15(8.0%)	
정답률		42.9%	29.6%	39.0%		

<표 IV-49> 분수 감각 검사 문항 정답률

분수 감각 구성 요소	항목		문항 수	문항 번호	정답률	분수 감각 활용 정답률	구성 요소 별 정답률	
분수의 의미 이해	부분-전체	등분할 연속량	6	1	94.1	-	64.7%	
		등분할 이산량		2	87.4	-		
	측정			3	37.1	-		
	몫			4	그림 표현	48.4		-
					답	63.6		-
	연산자			5	그림 표현	72.4		-
					답	46.6		-
비		6	70.8	-				
분수의 동치 표현 및 동치 식의 이해	동치 표현		2	7	64.0	-	71.3%	
	동치 식의 이해			8	86.5	-		
분수의 크기 이해	분수의 절대적 크기		4	9	67.7	-	46.4%	
	분수의 상대적 크기			10, 11, 12	34.6	-		
연산의 의미와 결과 이해하기	뺄셈의 결과 이해		2	13	46.5	5.3	58.2%	
	피젯수가 같은 나눗셈의 결과 비교			14	71.0	20.9		
기준 척도의 활용	기준 척도를 활용한 분수 배열		3	15	39.2	26.3	35.8 %	
	기준 척도 1/2를 활용한 분수의 덧셈의 값 어림			16, 17	68.3	-		
지식의 적절한 활용	계산 순서를 달리한 분수의 덧셈 크기 비교(교환법칙 활용)		5	18	55.4	39.8	34.4 %	
	여러 개의 분수 혼합 계산(결합법칙 활용)			19	9.1	5.4		
	답의 합리성 검토:대분수끼리의 뺄셈 결과 돌아보기			20	38.7	11.2		
	실생활: 서점에서 책을 주문하는 상황, 성장에 따른 키의 변화			21-1	57.0	20.4	39.0%	
		21-2	28.0	8.6				
			22	32.1	-			

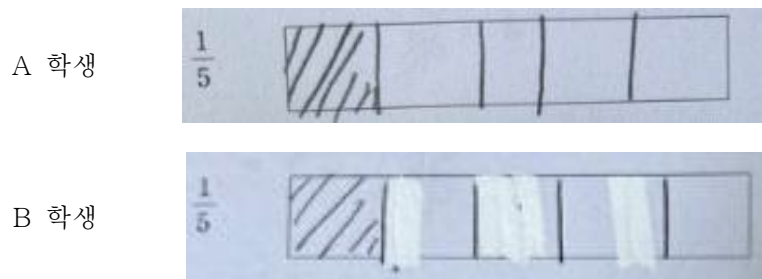
3. 분수 감각 분석에 기반한 교과서의 문제점과 개선 방안

가. 분수의 의미 이해

연속량 및 이산량에서 부분-전체로서의 분수의 개념을 잘 이해하고 있는 학생은 각각 94.1%와 83.3%였고, 측정으로서의 분수에 대한 개념을 이해하고 있는 학생은 상대적으로 가장 적었다(37.1%). 또한 (자연수) \div (자연수)의 몫으로서 분수를 나타낸 학생(63.6%)과 몫을 그림으로 알맞게 나타낸 학생의 비율(48.4%) 차이가 있었다. 반대로 연산자로서의 분수를 그림으로 나타낸 학생은 72.4%로 분수로 그 결과를 나타낸 학생(46.6%)보다 많았다.

1) 부분-전체로서의 분수

연속량에서 부분-전체로서의 분수 감각을 알아보기 위해 가로가 긴 직사각형을 제시하고 $\frac{1}{5}$ 만큼 표시하도록 하였다. [그림 IV-27]은 연속량의 부분-전체로서의 분수 이해 문항에 대한 응답 중 일부이다.

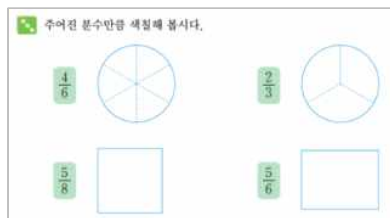


[그림 IV-27] 연속량의 부분-전체로서의 분수 이해 문항 응답 예시

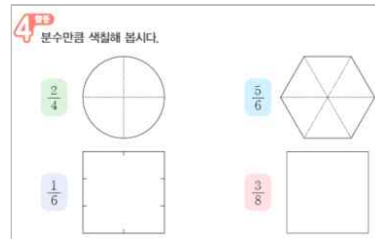
A 학생의 경우는 등분할이 잘 되지 않은 경우이다. 두 번째의 경우 다섯 부분으로 등분할을 시도하였으나 세 번째 등분할 선을 긋고 나서 마지막 부분의 크기가 나머지와 똑같지 않은 것을 예상하고 고친 흔적이 있었다. B학생과 달리, A학생은 전체가 다섯 부분으로 나뉘어야 한다는 개념은 알고 있으나 각 부분의 크기가 같아야 함을 놓쳤다. 등분할의 개념은 알고 있으나 그림으로 나타내는 데 어려움을 겪는 것인지, 개념 자체를 놓친 것인지 파악할 필요가 있다.

종이를 접거나 그림을 선택하는 분수에 관한 모델링 경험은 분수의 부분을 그리는 활동으로 확장되어야 한다. 학생들은 그림으로 분수의 부분도 그릴 수 있어야 한다. 완벽하지는 않아도 가능한 정확히 그리도록 해야 한다(Reys 외, 2014; 박성선 외, 2019).

국정교과서와 검정교과서 또한 주어진 영역 모델에 분수의 부분만큼 색칠하는 활동을 제시하고 있다. 다음은 국정교과서와 B 교과서의 '분수만큼 색칠하기' 활동이다.



국정교과서



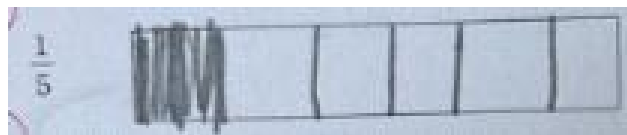
B 교과서

[그림 IV-28] B 교과서 3-1 '분수와 소수' 중 분수만큼 색칠하기

국정교과서는 등분할 선이 이미 있는 경우와 그렇지 않은 경우를 둘 다 제시하였다. A와 C 교과서는 모델에 모두 등분할 선이 그려져 있어 학생들이 분수의 부분만큼 색칠하도록 하였고 B 교과서는 등분할 선이 없는 모델 외에도 눈금을 표시하여 6등분을 하기 쉽도록 하였다.

등분할 선이 이미 그어져 있는 경우에 학생들은 선을 긋는 활동보다 전체와 부분에 집중할 수 있어 편리함을 느낄 수 있다. 따라서 분수를 처음 접하는 학생들에게 알맞다. 다만 등분할이 알맞게 되어 있는지 확인하는 절차를 거친 뒤 분자만큼 색칠하도록 강조해야 한다.

그러나 직접 분할선을 그려본 경험이 없는 학생은 크기가 같도록 등분할을 정확하게 하지 못하는 오류 외에도 등분할 선의 개수를 잘못 그리는 오류를 저지러 수 있다. 아래 그림은 $\frac{1}{5}$ 을 표현하기 위해 5개의 분할선을 그린 경우이다.



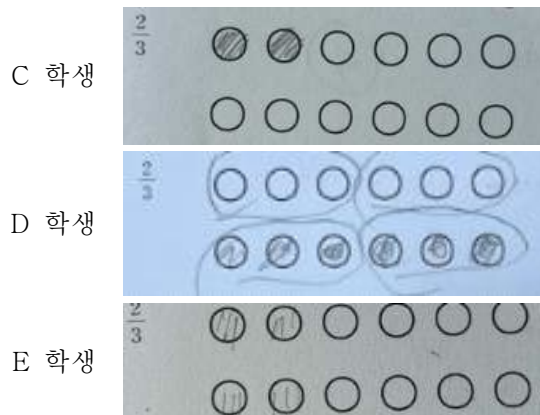
[그림 IV-29] 연속량의 부분-전체로서의 분수 이해 문항 응답 중 오답 예시

그러므로 종이 접기나 분수를 잘 표현한 모델을 고르는 과정, 등분할 선이 그려진 모델에서 부분을 색칠하는 활동이 충분히 익숙해진 뒤에는 주어진 분수를 직접 등분할하여 그릴 수 있도록 해야 한다. 특히 영역 모델 중 직사각형 모델은 등분할하기 쉬우므

로 자주 활용된다. 2, 4, 3등분과 같이 학생들이 쉽게 해결할 수 있는 것부터 시작하여 6, 8, 9, 12등분과 같이 2, 3, 4의 배수에 해당하는 수의 등분할을 해결할 수 있다. 5등분은 2, 3, 6, 8등분보다 어려운 경우에 해당하나 분할선이 있는 경우로 접하게 한 뒤 직접 그리는 활동으로 확장할 수 있다.

그림으로 나타내는 경험은 분수의 크기 비교 및 분수의 연산 문제를 접할 때 정형화된 모델 없이도 나름대로 문제를 해결할 수 있는 데에 도움을 준다.

이산량을 분수로 표현하는 것은 영역을 등분할하여 분수로 표현하는 것보다 어려움이 있다. 그것은 전체를 어떻게 똑같은 부분으로 묶는가에 따라 표현되는 분수가 달라지기 때문이다(교육부, 2019e). 이산량에서 부분-전체로서의 분수의 이해를 묻는 2번 문항은 연속량의 등분할을 묻는 1번 문항보다 정답률이 낮았다. 2번 문항은 이산량에서 집합 모델로 12개의 원을 제시하고 $\frac{2}{3}$ 만큼 색칠하도록 하였다. 그림 IV-는 그 중 오답의 예시이다.



[그림 IV-30] 이산량의 부분-전체로서의 분수 이해 문항 오답 예시

C 학생은 등분할의 과정 없이 분자 2를 ‘두 부분’으로 해석하지 않았다. D 학생은 등분할을 했으나 한 부분에 들어갈 양을 잘못 파악하여 전체가 네 부분으로 나뉘었다. E 학생은 두 부분이 아닌 한 부분에만 색칠하였다.

C 학생은 주어진 집합을 하나의 전체로 이해해야 한다. 이와 같이 한 집합을 하나의 전체(단위)로 인식하는 것은 학생들이 집합 모델을 이해하는 데 어려움을 겪는 이유 중 하나이다. D 학생은 이산량으로서의 분수 개념을 돌아볼 필요가 있다. $\frac{2}{3}$ 는 전체를 세(3) 부분으로 나눈 것이지 세 개씩 묶는 것이 아니기 때문이다. E 학생은 전체를 세(3)

부분으로 나눈 뒤 두(2) 부분이라는 점을 인식하고 색칠해야 한다.

C, D, E 학생이 가진 오류를 예방하기 위해 국정교과서와 검정교과서 모두 전체, 부분을 강조하고 부분의 개수를 파악할 수 있도록 그림을 제시하였다. 또한 하나의 집합을 가지고 다양하게 등분할하는 경험 또한 제시하고 있다(<표 IV-13> 참고).

그럼에도 불구하고 생기는 학생들의 오류를 막고 개선시키려면 집합에 포함되어 있는 사물을 실제로 등분할하는 충분히 경험해야 한다. 다양한 집합의 등분할뿐만 아니라 하나의 집합을 다양하게 등분할하는 활동을 통해 이산량에서의 분수 개념을 잘 이해할 수 있다. 예를 들어 2번 문항과 같이 12개의 구슬(또는 그림)을 제시하고 어떠한 수로 등분할 수 있는지 탐구해본다. 학생들은 1, 2, 3, 4, 6, 12로 등분할 수 있지만 5, 7, 9 등의 수로는 등분할 수 없다는 것을 파악하게 된다.

2학년에서 학습하는 곱셈의 개념과 곱셈구구, 3학년 1학기 ‘나눗셈’ 단원은 자연수의 연산으로서의 의미를 가지기도 하지만 이산량으로서의 분수에 대한 바탕이 되는 단원이기도 하다. 해당 단원에서 구체물을 활용하여 등분할에 대한 의미 있는 경험을 풍부히 한다면 몇 개씩 한 부분으로 만들어야 분모만큼의 부분이 나올 수 있는지 수월하게 파악할 수 있을 것이다.

이산량을 등분할하여 부분을 분수로 나타내는 활동을 통한 이해는 ‘자연수의 분수 배만큼 알기’로 확장되어 분수의 곱셈까지 이어진다. 따라서 후속 학습을 위해 학생들의 오류를 진단하고 학습 자료와 방법을 개선시킬 필요가 있다.

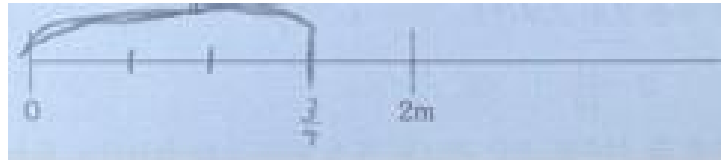
덧붙여, 연속량 및 이산량에서의 부분-전체로서의 분수 모두 ‘모델-기호-용어’가 깊이 연결되도록 해야 한다. 교과서는 일반적으로 모델을 보고 기호로 나타내는 과제를 많이 제시한다. 역으로 기호로부터 모델을 만들어내는 활동으로 개념에 대한 이해를 자세히 할 수 있다.

2) 측정으로서의 분수

측정으로서의 분수는 가분수의 도입과 함께 나타나는데 주로 띠 모델과 수직선 모델이 제시되어 학생들이 단위분수의 개수를 세며 가분수만큼을 표시할 수 있도록 한다. 처음 측정으로서의 분수가 도입되는 차시에서 학생들의 개념 이해를 돕고자 단위분수만큼, 1 단위마다 자연수 또는 $\frac{n}{n}$ 만큼 눈금 또는 점선으로 띠 모델에 표시가 되어있다. 이러한 모델 제시는 학생들이 단위분수의 수를 파악하며 가분수와 대분수의 개념을 익히기에 알맞다.

측정으로서의 분수를 더 정확히 이해하기 위해서 학생들은 수직선에서 단위가 1, 즉 0과 1 사이의 거리라는 것을 깨달아야 한다. 그러나 자연수 또는 단위분수만큼 눈금이 나 보조선이 표시된 띠 모델이나 수직선 모델 활동을 할 때 학생들이 수직선에서 단위

를 1로 인식하고 있는지 정확히 파악하기 어렵다.



[그림 IV-31] $\frac{3}{4}$ m를 수직선에 표시한 응답 중 오답 유형

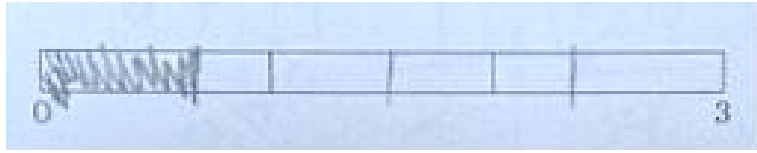
오답의 대표적 유형으로, 학생들은 0m에서 2m까지의 수직선에 $\frac{3}{4}$ m를 표시하라고 했을 때 $1\frac{1}{2}$ 의 위치에 표시하였다. 학생들이 흔히 접하는 수직선과는 달리 0과 2m 지점에만 눈금 표시가 되어있다. 학생들은 '부분-전체'로서의 분수 개념을 적용하여 2를 전체로 보고 4등분을 한 뒤 0에서부터 세 번째 부분인 눈금에 표시한 것이다. 오류를 보인 학생들이 측정으로서의 분수의 양감을 익힐 때 단위를 주의 깊게 인식하지 않고 맹목적으로 주어진 모델에 표시된 단위분수 세기만을 하고 있는 것은 아닌지 돌아보게 된다.

따라서 모델과 수직선 모델을 도입할 때부터 주어진 수직선 전체를 1로 볼 것이 아니라 측정의 단위를 확인하고 단위분수를 확인해야 함을 강조해야 할 것이다. 또는 심화 활동으로 눈금이 단위분수만큼 주어지지 않았을 때 분수의 위치를 나타내는 과제나 2씩 또는 5씩 눈금이 표시된 수직선을 제시하여 분수의 절대적 양감을 기를 수 있을 것이다. 이러한 과제는 매우 어려운 과제이나 학습이 진행될수록 발생하는 오류를 점검할 수 있는 기회로 삼을 수 있을 것이다.

3) 몫으로서의 분수

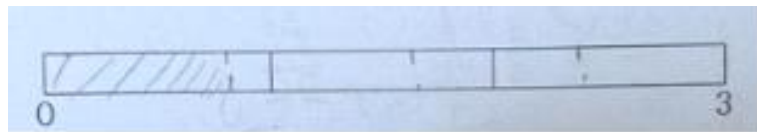
몫으로서의 분수에 대한 개념 이해는 측정으로서의 분수 다음으로 이해도가 낮았다. (자연수)÷(자연수)의 몫을 구하는 4번 문항은 그림과 분수로 나타낸 답안의 정답률이 각각 48.4%, 63.6%였다.

연속량 3의 띠 모델을 4로 나누어 그 몫을 그림으로 나타낸 학생들의 응답을 크게 두 가지로 나눌 수 있다. 첫째, 부분-전체로서의 분수 의미를 확장하여 3을 전체로 보고 크게 4등분을 한 경우이다. 이 때 학생들이 그린 분할선은 3개이다.



[그림 IV-32] $3 \div 4$ 의 몫을 그림으로 표현한 응답 유형 ①-1

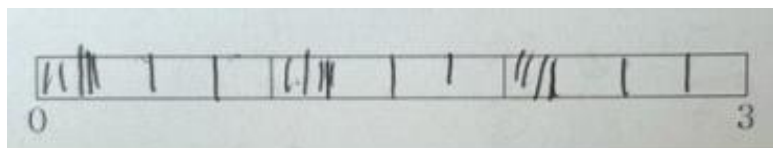
이와 같이 몫을 그림으로 나타내고 $\frac{3}{4}$ 으로 바르게 응답하기도 하였지만, 더러 $\frac{1}{4}$ 이라고 응답한 학생도 있었다. 이는 단위를 1로 바르게 인식하지 못하였기 때문이다.



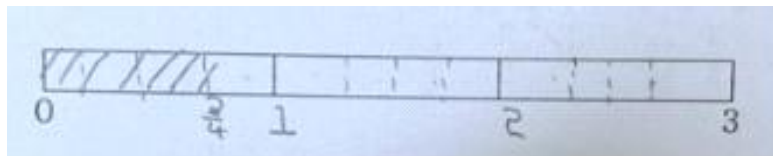
[그림 IV-33] $3 \div 4$ 의 몫을 그림으로 표현한 응답 유형 ①-2

위 그림은 $3 \div 4$ 에서 3을 전체로 놓고 학생들이 4등분을 정확히 하기 힘들다는 것을 보여주는 응답이다. 두 번째 분할 선이 $1\frac{2}{4}(=\frac{6}{4})$ 인 지점, 즉 1과 2의 중간에 있어야 하는데 2에 치우친 것을 볼 수 있다. 따라서 각 1을 4등분하는 다음 방법을 사용해야 한다.

둘째, 각 1을 4등분하고 $\frac{1}{4}$ 이 3개임을 보여주는 경우이다. 이 때 학생들이 그린 분할 선은 모두 12개(3×4)이다. 이 방법은 국정교과서와 검정교과서 모두 일관되게 제시하고 있다.



[그림 IV-34] $3 \div 4$ 의 몫을 그림으로 표현한 응답 유형 ②-1



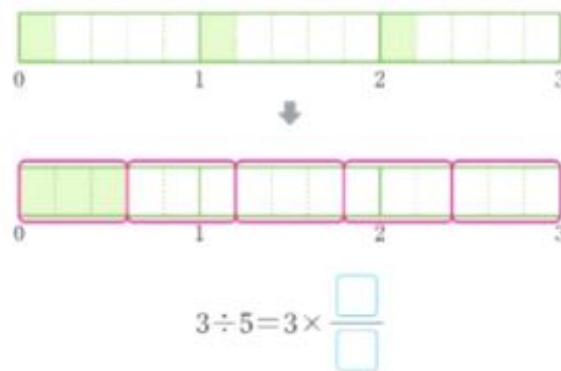
[그림 IV-35] $3 \div 4$ 의 몫을 그림으로 표현한 응답 유형 ②-2

위와 같이 그림으로 몫을 나타낸 후 $\frac{3}{4}(=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4})$ 이라고 바르게 응답한 한 학생도 있었으나 그 외의 분수로 응답한 학생도 있었다. 예를 들어 $\frac{3}{12}$ 이라고 쓴 학생은 3을 전체 단위로 보고 $\frac{1}{12}$ 이 3개라고 인식한 결과이다.

국정교과서와 검정교과서 3종의 (자연수) \div (자연수)의 몫을 구하는 차시에서 제시된 모델은 영역 모델, 길이 모델이다. 모두 1단위씩 분리하여 제시되었다. 다만 A 교과서의 경우, '(자연수) \div (자연수)를 분수의 곱셈으로 나타내기' 차시에서 0부터 3까지 연속적인 양의 모델을 보여주었다.



[그림 IV-36] 국정교과서의 (자연수) \div (자연수) 모델 제시 일부



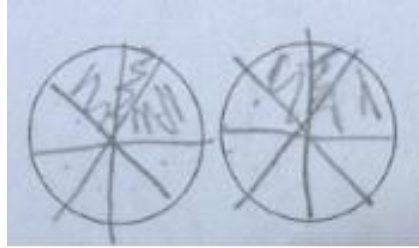
[그림 IV-37] A 교과서의 (자연수) \div (자연수) 모델 제시 일부

$a \div b$ 의 몫을 '부분-전체'의 분수로서 해결하려고 하면 [그림 IV-33]와 같이 등분할의 오류가 생길 수 있다. 또, 그림으로 몫을 바르게 나타내더라도 단위를 잘못 이해하여 분수로 나타낸 몫이 바르지 못한 경우도 있다.

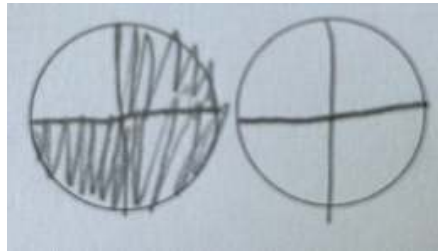
따라서 형식적 절차로 답을 나타내기 전에 다양한 모델을 통해 단위를 추론하고 비형식적 절차로 해결해보는 경험을 쌓으며 단위에 대한 인식을 높여갈 필요가 있다.

4) 연산자로서의 분수

연산자로서의 분수를 다루는 5번 문항은 분수 표현 정답률(46.6%)이 그림 표현 정답률(72.4%)보다 낮았다.



[그림 IV-38] 연산자로서의 분수 문항 응답 유형 ①



[그림 IV-39] 연산자로서의 분수 문항 응답 유형 ②

피자 2판의 $\frac{3}{8}$ 을 그림으로 표시하고 답을 쓰는 문항으로, 학생들이 응답한 유형은 다양하나 크게 두 가지였다. 피자 1판을 전체로 보고 각각 $\frac{3}{8}$ 을 표시한 경우와 피자 2판을 전체로 보고 각 원을 4등분하여 총 8등분이 되도록 한 경우였다.

그림을 그리고 분수로 나타낼 때 응답 유형 ①에서 분수로 바르게 $\frac{6}{8}$ 이라고 표시한 학생도 있었으나 $\frac{6}{16}$ 으로 나타낸 학생도 있었다. 응답 유형 ②에서 보인 오답 유형으로는 $\frac{3}{8}$ 이라고 표현하였다. 단위를 무엇으로 볼 것이냐에 따라 응답이 나뉘었다. 이 또한 단위가 무엇인지에 대한 강조가 필요하다는 것을 나타낸다.

5) 비율로서의 분수

비율로서의 분수는 부분과 부분을 비교할 수 있다는 점에서 부분-전체로서의 분수와 개념적으로 다르다.

분수 감각 검사에 제시된 문제는 부분과 부분을 비교하는 것으로, 어느 것을 기준량

으로 삼느냐에 따라 정답이 달라지게 된다. 정답은 $\frac{2}{5}$ 로, 약 71%의 정답률을 보였으며 이는 다른 분수의 의미에 대한 이해도에 비해 상대적으로 높은 수치였다. 하지만 약 11%의 학생들이 $\frac{5}{2}$ 로 응답하였고, 다음으로 $\frac{2}{4}$, $\frac{2}{7}$ 라고 반응한 것이 뒤를 이었다. $\frac{5}{2}$ 로 응답한 학생은 부분-부분으로 비교할 때 무엇이 기준량인지 명확히 해야 하고 $\frac{2}{7}$ 라고 응답한 학생은 부분-부분 비교와 부분-전체 비교의 차이점을 인식해야 한다.

두 양을 비교할 때 부분-부분, 부분-전체의 관점에서 비와 비율을 고루 말할 수 있어야 하며, 비교하는 양과 기준량이 무엇인지 분명히 알아야 한다. 하나의 사례도 부분-부분으로 비교할 수도 있고 부분-전체로 비교할 수 있다. 또, 두 양 중 기준량과 비교하는 양을 바꾸면 다른 비와 비율로 표현된다.

예를 들어 검은 공 3개와 흰 공 2개는 관점에 따라 다음과 같은 비와 비율로 표현될 수 있다.



부분-부분		부분-전체	
검은 공 - 흰 공	흰 공 - 검은 공	검은 공 - 전체	흰 공 - 전체
3:2, $\frac{3}{2}$	2:3, $\frac{2}{3}$	3:5, $\frac{3}{5}$	2:5, $\frac{2}{5}$

[그림 IV-40] 관점에 따라 달라지는 비와 비율

국정교과서와 검정교과서 모두 하나의 사례를 하나의 관점, 한 가지 비교하는 양-기준량의 경우로만 바라보도록 하고 있다. 예를 들어 국정교과서 '비를 알아볼까요' 차시에서는 포도 주스를 만들기 위해 물의 양과 포도 원액의 양을 3:2로 비교하고 있다. 이는 부분-부분의 관점에서 물의 양을 비교하는 양으로 둔 것이다. 이를 다양한 관점으로 비교한다면 포도 원액을 기준량으로 둘 수 있고, 부분-전체의 관점에서 3:5, 2:5로 나타낼 수도 있다.

위와 같은 접근은 비율로서의 분수는 진분수와 가분수 형태를 모두 취함을 보여준다. '비와 비율' 단원의 첫 차시는 두 양의 크기를 빨셈과 나눗셈으로 비교하는 방법을 다룬다. 해당 차시에 제공된 맥락은 A 교과서의 한 가지 사례를 제외하면 모두 정수비가 나온다. 그러나 '비와 비율' 차시가 전개됨에 따라 대부분 비교하는 양이 기준량보다 예제가 다수를 차지하고 있어 부분-전체로서의 분수와 차별점이 크지 않은 것으로 학생들이 인식할 수 있다. 국정교과서와 A 교과서가 비율의 활용 관련 차시에서 속력이

나 인구 밀도를 개념으로 비교하는 양이 기준량보다 큰 경우를 제시하고 있지만 이러한 유형의 비중은 매우 적다.

이렇듯 하나의 모델에 대한 여러 가지 접근을 통해 부분-부분을 비교하며 부분-전체로서의 분수와 비율로서의 분수의 차이를 확인할 수 있을 것이다. 또한 기준량과 비교하는 양에 대한 명확한 이해를 도울 수 있다. 교과서는 비율을 학습하기 위한 모델을 여러 시각에서 살펴볼 수 있는 활동을 포함해야 하고 항상 비율이 진분수의 꼴이 아님을 알 수 있는 다양한 예제를 포함해야 한다.

분수는 여러 가지 의미를 가지고 있지만 직접적으로 소개되는 의미는 부분-전체로서의 분수이다. 몫, 비율, 연산자, 측정으로서의 분수는 연산의 결과 혹은 도구적으로 사용되어 상대적으로 그 의미가 학생들에게 전달되지 않았다. Reys, Lindquist, Lambdin, Smith(2014)와 이용률(2018)는 이와 같은 경향은 학생들이 분수를 어려워하는 데 원인이 될 수 있음을 다음과 같이 밝히고 있다:

아이들이 분수를 어려워하고 분수가 포함된 문제의 해결에서 오류를 범하는 경향이 높은 것은, 이상에서 보는 바와 같이 분수를 경우에 따라 여러 가지 뜻으로 해석하게 되는 데에도 기인한다. 그러므로, 단계(학년)이 높아감에 따라 여러 가지 뜻으로 볼 수 있게 하는 분수의 의미(분수가 쓰이는 경우)를 단계(학년)에 구애되지 말고 아동들의 구체적인 조작활동을 통하여 알아차리게 하여야 한다(이용률, 2018).

대부분의 분수 학습은 부분-전체라는 의미에 기초를 두고, 다른 의미에 대해서는 거의 주안점을 두지 않고 있다. 나머지 의미를 무시하는 것이 학생들에게 분수에 대해 어려움을 느끼게 하는 원인이 될 수 있다(Reys 외, 2014; 박성선 외, 2019).

이를 위해 C 교과서는 여러 가지 분수의 의미를 학생들에게 명시적으로 차시를 제공하였다. 6학년 2학기 ‘분수의 나눗셈’ 단원의 말미 별도 차시에서 이를 다루고 있다. 분수의 의미를 ‘전체에 대한 부분’, ‘(자연수)÷(자연수)’, ‘자연수의 얼마만큼인지’, ‘기준값에 대한 비교하는 양’으로 나누어 설명하여 지금까지 학생들이 배운 분수의 개념을 전체적으로 살펴볼 수 있도록 하였다.



[그림 IV-41] 검정 C 교과서 ‘여러 가지 분수의 의미’

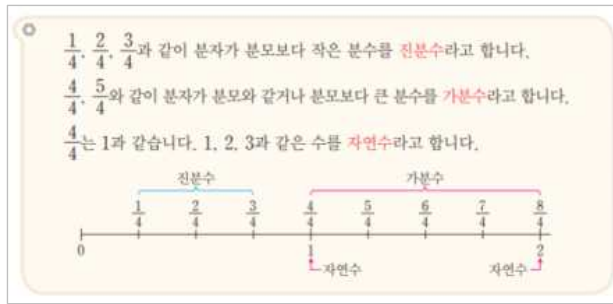
분수의 여러 가지 의미에 대해 설명하는 차시는 C 교과서가 유일했다. 분수의 의미를 ‘부분-전체’로만 인식했던 학생들에게 유의미한 차시가 될 수 있을 것이다. 심화 활동으로 분수의 의미에 따른 문항을 종합적으로 제시하여 어떠한 의미의 분수를 다루고 있는지 토의할 수 있을 것이다.

나. 분수의 동치 표현 및 동치식의 이해

분수의 동치 표현은 분수의 크기 비교 및 연산을 위한 기초가 되는 요소이기 때문에 정확한 이해가 필요하다. 분수 감각 검사에서 ‘1과 크기가 같은 분수’와 ‘주어진 분수와 같은 크기의 분수 나타내기’ 문항을 각각 1개씩 배치하였다. 분수의 동치 표현은 다른 분수 감각 요소에 비해 정답률이 71.3%로 높은 편에 속하였다.

‘1과 크기가 같은 분수’를 $\frac{n}{n}$ 형태로 만든 학생은 68.8%였고 약분과 배분을 통해 동치분수를 만든 학생은 86.5%였다. 학습 위계 상으로 1과 크기가 같은 분수를 만드는 것이 약분과 배분으로 동치분수를 만드는 것이 하위 단계임에도 불구하고 정답률이 상대적으로 낮았다. 1의 동치분수를 만드는 문항의 대표적 오답 유형으로는 $\frac{1}{n}$, $\frac{n-1}{n}$, $\frac{n}{1}$ 등이 있었다.

1과 크기가 같은 분수는 3학년 2학기 ‘분수’ 단원에서 진분수, 가분수, 대분수를 알고 분류하는 과정을 통해 학습한다. 국정교과서에서 ‘ $\frac{4}{4}$ 는 1과 같습니다’라는 표현을 분명하게 드러냈다.



[그림 IV-42] 국정교과서 '자연수 n'과 크기가 같은 분수

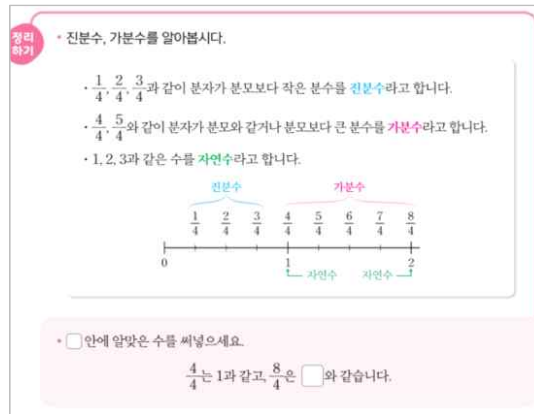
● 대분수를 가분수로 나타내어 봅시다.

- 대분수 $2\frac{1}{2}$ 만큼 색칠해 보세요.
- 큰 사각형 2개를 각각 $\frac{1}{2}$ 씩 똑같이 나누어 보세요.
- 대분수 $2\frac{1}{2}$ 를 가분수로 나타내어 보세요.
- 대분수를 가분수로 나타내는 방법을 이야기해 보세요.

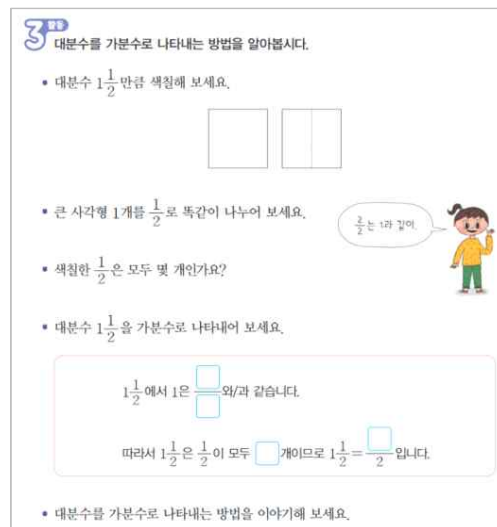
[그림 IV-43] 국정교과서: 대분수를 가분수로 바꾸어 나타내기

국정교과서에서는 대분수를 가분수로 나타낼 때 큰 사각형 2개를 $\frac{1}{2}$ 씩 똑같이 나누어 보는 활동으로 자연수 2가 $\frac{4}{2}$ 가 됨을 확인토록 하였다. 그리고 지도서를 통해 '자연수 1과 $\frac{2}{2}$ 가 같고, 자연수 2가 $\frac{4}{2}$ 가 같음을 충분히 지도한다'고 해설하고 있다(교육부, 2019e).

이와 같이 국정교과서는 1과 크기가 같은 분수의 형태에 대해 언급하였고 후속 차시에서 가분수를 대분수로, 대분수를 가분수로 바꾸는 활동을 하며 이를 활용하도록 하였다.



[그림 IV-44] C 교과서 '자연수 n'과 크기가 같은 분수



[그림 IV-45] B 교과서 대분수를 가분수로 바꾸기

B 교과서는 진분수와 가분수를 알아보는 차시에서 $\frac{4}{4}$ 가 1과 같고 $\frac{8}{4}$ 이 2와 같다고 설명하는 부분을 하단에 따로 제시하며 자연수를 분수로 표현할 수 있는 점을 강조하였다. C 교과서는 대분수를 가분수로 나타내는 과정을 국정교과서보다 문장으로 자세히 서술하고 '1 $\frac{1}{2}$ 에서 1은 $\frac{2}{2}$ 와 같다'는 점을 학생들이 빈칸을 채우며 파악하도록 하였다. 또한 캐릭터의 말풍선을 통해 $\frac{2}{2}$ 가 1과 같은 표현임을 알렸다.

그럼에도 불구하고 오류를 보이는 학생들에게는 추가 활동으로 가능한 한 많은 모델을 사용하고 그 모델들을 자연수와 가분수 형태, 또는 가분수와 대분수 형태 모두로 표현하게 한다. 이는 모델을 보고 기호로 표현하게 하는 것이다. 또한 그 반대로 학생

들이 분수를 그림으로 그리도록 많은 기회를 제공해야 한다.

진분수 $\frac{6}{15}$ 의 동치분수를 만드는 8번 문항의 정답률은 86.5%이고 정답의 유형은 $\frac{2}{5}$, $\frac{12}{30}$, $\frac{36}{90}$ 였다. 그 중 약분하여 $\frac{2}{5}$ 로 나타낸 응답은 73%이고 배분하여 $\frac{12}{30}$, $\frac{36}{90}$ 로 나타낸 응답은 13.5%이다. 오답의 대표적 유형으로는 $\frac{3}{5}$ 이 있었다(3.8%). 학생들은 배분보다는 약분에 익숙하다는 것과 큰 비율은 아니지만 여전히 약분에 오류를 보이는 학생이 있다는 것을 파악할 수 있다.

국정교과서와 검정교과서 모두 ‘크기가 같은 분수’에 관한 개념을 제시하고 크기가 같은 분수를 만드는 방법을 두 가지 제시하였다. 하나는 ‘분모와 분자에 각각 0이 아닌 같은 수를 곱한다’이고 다른 하나는 ‘분모와 분자를 각각 0이 아닌 같은 수로 나눈다’이다. 후자에 해당하는 방법은 약분과 기약분수에 대한 차시로 전개되며 각각의 개념을 학습한다. 이와 달리 배분은 별도의 용어 소개 없이 통분에 대한 차시에서 활용된다.

교과서의 이러한 전개는 학생들이 응답한 정답 유형에도 영향을 주어 약분을 한 형태로 응답한 수가 배분을 한 형태의 6.7배에 달한 것으로 보인다. 따라서 교사는 약분과 병렬적 관계로서 배분을 알고 배분이 활용되는 대표적 활동이 통분임을 이해한 뒤에 교수 활동을 펼쳐야 할 것이다.

오답의 대표적 유형인 $\frac{3}{5}$ 은 $\frac{6}{15}$ 을 $\frac{6 \div 2}{15 \div 3}$ 과 같이 분모와 분자를 다른 수로 약분하거나 $\frac{6-3}{15 \div 3}$ 의 과정을 거친 것으로 보인다. 약분에 오류가 있는 학생들은 동치분수에 대한 충분한 이해를 바탕으로 동치분수를 구하기 위해서는 덧셈이나 뺄셈이 아니라 곱셈이나 나눗셈이 사용된다는 것과 분모와 분자에 ‘같은 수’를 곱하거나 나누어야 함을 분명하게 알아야 한다(Arthur, J.B., Ronald T.C., 1998; 권성룡 외, 2005).

국정교과서와 A, B, C 교과서 모두 동치분수를 만드는 두 가지 방법을 하나의 진분수를 2~3개의 동치분수로 바꾸는 과정으로 탐구하고 있다. 교사는 이러한 과정만으로 충분히 방법을 일반화하기 힘든 학생들이 있는지 확인하고, 수업에서 분수에는 곱셈적 관계가 있다는 것을 발견하도록 여러 가지 예를 다루고 모델 조작과 기호적으로 나타내는 것의 연관성을 설명하며 지도해야 할 것이다.

예를 들어 직사각형을 5등분하고 다섯 부분 중에서 세 개를 칠하여 $\frac{3}{5}$ 의 모델을 만든다. 각 부분을 2등분 하였을 때 전체 부분의 ‘개수’가 2배가 된다(5×2). 또한 색칠한 부분의 개수도 역시 2배가 됨을 알 수 있다(3×2). 이 과정을 기호적으로 나타내면 $\frac{3 \times 2}{5 \times 2} = \frac{6}{10}$ 이다. 전체를 구성하는 단위의 크기는 작아지지만 개수는 2배, 3배...가 됨

을 확인하게 한다.

역으로 10개의 부분으로 등분할된 지점에서 시작하여 10개의 부분을 두 부분씩 묶으면 5개의 부분 조각으로 이루어지고(분모: $10 \div 2 = 5$) 색칠된 6개의 부분 또한 동시에 3개의 부분 조각으로 이루어짐(분자: $6 \div 2 = 3$)을 설명할 수 있다. 이 과정을 기호적으로 나타내면 $\frac{6 \div 2}{10 \div 2} = \frac{3}{5}$ 이다.

다양한 분수의 모델을 기호적으로 설명하는 경험을 통해 학생들이 분모와 분자에 0이 아닌 ‘같은 수’를 곱하거나 나누어도 분수의 크기가 같다는 것을 직접 일반화할 수 있도록 해야 한다.

이와 더불어, 어떤 분수가 특정한 분모를 가진 분수로 표현될 수 있는지에 대한 이해가 필요하다. 예를 들어, 분모가 4인 분수들은 분모가 8, 10, 12인 분수들로 표현될 수 있는지 살펴볼 수 있다. 4등분된 때 모델에서 각각의 부분을 2등분, 3등분... 하였을 때 전체 부분이 몇 부분으로 나뉘는지 탐구하면 분모가 4인 분수들은 분모가 4의 배수인 동치분수로 표현될 수 있음을 일반화할 수 있다(Reys 외, 2014; 박성선 외, 2019).

동치분수의 개념과 동치분수를 만드는 방법은 분수의 이해와 사칙연산의 수행에 있어 핵심적이다. 따라서 구체적 모델이나 그림 모델을 가지고 기호적 모델로 일반화하기까지 학생들이 충분히 탐구할 수 있도록 시간과 자료가 주어지야 한다.

다. 분수의 크기 이해

분수 감각 검사 중 ‘분수의 크기 이해’ 영역의 정답률은 평균 46.4%로, 절반이 채 되지 않았다. 분수의 절대적 크기를 비교하는 문항의 정답률(67.7%)보다 분수의 상대적 크기 비교 문항의 정답률이 낮았다. 특히 분수의 상대적 크기 비교 문제는 기준 척도 1과 $\frac{1}{2}$ 을 활용하는 유형이었다. 통분을 하여 분수의 크기를 비교할 수도 있으나 분수 감각을 활용하여 해결하였다면 수월하게 문제를 해결할 수 있었을 것이다. 학생들이 통분 외에 분수 감각을 활용한 다양한 방법을 활용하여 분수의 크기를 능숙하게 비교할 수 있도록 하려면 교과서가 다음과 같은 사항을 고려하여야 할 것이다.

첫째, 본 차시를 중심으로 분수 감각을 활용한 분수의 크기 비교 방법을 질적인 추론 과제를 통해 다루어야 한다.

우선, 단위분수의 크기를 활용하여 크기를 비교할 수 있다. 예를 들어, $\frac{2}{3}$ 와 $\frac{4}{5}$ 는 각각 $1 - \frac{1}{3}$, $1 - \frac{1}{5}$ 로 바꿀 수 있다. 같은 피감수에서 상대적으로 큰 수를 빼면 그 결과가 더 작기 때문에 $\frac{2}{3}$ 는 $\frac{4}{5}$ 보다 작다고 할 수 있다. 또한 단위분수의 크기 비교를 분자가

같은 이분모 분수의 크기 비교로 확장할 수도 있다. 예를 들어, $\frac{2}{3}$ 는 $\frac{1}{3}$ 이 2개이지만 $\frac{2}{5}$ 는 $\frac{1}{5}$ 이 2개이기 때문에 $\frac{2}{3}$ 가 크다고 할 수 있는 것이다.

다음으로, 기준 척도를 활용하는 방법이 있다. 분수의 크기 비교를 할 때 0, $\frac{1}{2}$, 1이 기준 척도로 활용된다. 예를 들어 $\frac{2}{3}$ 와 $\frac{2}{5}$ 는 위의 방법 외에 각각 $\frac{1}{2}$ 보다 큰 분수, $\frac{1}{2}$ 보다 작은 분수이기 때문에 $\frac{2}{3}$ 는 $\frac{2}{5}$ 보다 크다고 할 수 있다. 또, $\frac{1}{2}$ 의 동치분수를 빠르게 파악할 수 있다면 분모와 분자에 쓰인 수가 크더라도 두 분수의 크기 비교를 효율적으로 할 수 있다. 예를 들어 $\frac{13}{26}$ 과 $\frac{11}{18}$ 은 $\frac{1}{2}$ 과 $\frac{11}{18}$ 을 비교하는 것과 같고, $\frac{11}{18}$ 은 $\frac{9}{18}(=\frac{1}{2})$ 보다 크기 때문에 $\frac{11}{18}$ 이 크다고 할 수 있다.

<표 IV-50> 별도 차시에 구성된 분수의 크기 비교 방법

유형	$\frac{1}{2}$ 보다 작은 분수와 $\frac{1}{2}$ 보다 큰 분수의 비교	단위분수를 이용한 분수의 크기 비교	분자가 같은 이분모 분수	$\frac{1}{2}$ (또는 $\frac{1}{2}$ 과 크기가 같은 분수)과 다른 분수의 비교	통분 활용
국정교과서		○		○	○
A 교과서	○		○		○
B 교과서		○	○		○
C 교과서				○	○

그러나 국정 및 검정교과서 모두 5학년 1학기 ‘약분과 통분’ 단원 본 차시에서 분모가 다른 분수의 크기를 비교하는 방법으로 ‘통분을 하여 분모를 같게 한 후 분수의 크기를 비교한다’를 제시하고 이를 중심으로 교과서를 서술하였다. 그 외의 수 감각을 활용한 방법들은 본 차시 학습 후 별도 차시로 구성되거나 본 차시에 제시되더라도 통분하여 비교하는 방법과 병렬적으로 제시된 것은 아니었다.

예를 들어 국정교과서에서는 ‘탐구 수학’ 차시에서 분수 감각을 활용한 분수의 크기

비교 방법을 제시하였다. 통분으로 크기 비교를 하고 수 감각 활용 전략을 추론했다. 검정교과서는 단위 전개 방식이 ‘도입-본차시-별도 차시-마무리’로 유사하며 ‘탐구 수학’이라는 이름을 쓰지는 않았지만 각기 다른 이름으로 별도 차시를 구성하였다. A와 B 교과서는 별도의 차시를 구성하여 학생들이 명시적으로 분수 감각을 이용하여 문제를 해결하도록 하고 있다. C 교과서는 분수 감각을 직접적으로 다루기 보다 문제 해결 과정에서 기준 척도인 $\frac{1}{2}$ 을 활용하도록 하고 있다.

그러나 별도로 구성된 차시의 내용은 본차시보다 후순위로 밀려 충분히 다뤄지지 않을 가능성이 높다. 국정교과서 경우, ‘탐구 수학’을 교사가 항상 지도하는 경우는 적고 본차시 진도로 시수 확보가 어려울 때는 ‘탐구 수학’은 차선으로 여겨진다(곽기우, 류현아, 2020). 따라서 교과서에서 분수 감각을 활용한 분수의 크기 비교 방법을 본차시에 명시적으로 제시하여 방법 활용의 접근성과 중요성을 높일 수 있을 것이다.

둘째, 통분을 사용하지 않고 분수 감각을 이용하여 이분모 분수의 크기 비교를 할 수 있는 다양한 유형의 문제를 제시하여야 한다. 국정 및 검정교과서 본차시에 제시된 분수의 크기 비교를 위한 문제 유형은 대부분 통분을 하여야 해결할 수 있는 문제이다. 위에서 밝힌 것과 같이, ‘통분’이라는 방법을 중심으로 교과서가 서술되었기 때문에 문제 유형도 영향을 받게 된다.

다음은 5학년 1학기 ‘약분과 통분’ 단위 내 이분모 분수의 크기 비교 관련 본 차시에 제시된 문제들을 유형별로 나눈 것이다. 분수의 크기 비교 방법을 탐구하는 활동의 문제들이며, 본 차시 내 마지막에 제시되는 연습 문제는 제외하였다.

<표 IV-51> 5학년 1학기 ‘약분과 통분’ 내 분수의 크기 비교 관련 본 차시 문제 유형

유형	단위분수를 이용한 두 분수의 비교	$\frac{1}{2}$ 보다 작은 분수와 $\frac{1}{2}$ 보다 큰 분수의 비교	분자가 같은 이분모 분수	$\frac{1}{2}$ (또는 $\frac{1}{2}$ 과 크기가 같은 분수)과 다른 분수의 비교	그 외 (통분 활용)
국정교과서	$\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{2}{3}$	$\frac{2}{5}$ 와 0.5	-	-	$\frac{5}{9}$ 과 $\frac{7}{12}$
A 교과서	$2\frac{2}{3}$ 와 $2\frac{3}{4}$	-	-	-	$\frac{2}{3}$ 와 $\frac{3}{5}$ $\frac{4}{5}$ 과 0.9
B 교과서	-	-	-	-	$\frac{5}{8}$ 와 $\frac{7}{12}$

					$\frac{3}{5}$ 과 0.7 $\frac{6}{20}$ 과 0.25
C 교과서	-	-	-	-	$\frac{3}{4}$ 과 $\frac{5}{8}$ $\frac{3}{5}$ 과 0.7

분수의 크기 비교 및 분수와 소수의 크기 비교 차시 예제에 제시된 문제 유형을 분석해보면 모두 통분을 염두에 두고 만든 예제임을 알 수 있다. 국정교과서와 A 교과서에서 제시된 진분수가 $\frac{n-1}{n}$ 형태인 분수의 크기 비교 역시 통분하여 두 분수의 크기를 비교해보도록 하고 있다.

<표 IV-52> 분모가 다른 분수의 크기 비교 관련 수학 교과서 연습 문제 및 단원 마무리 문제 유형

유형	$\frac{1}{2}$ 보다 작은 분수와 $\frac{1}{2}$ 보다 큰 분수의 비교	단위 분수를 이용한 두 분수의 비교	분자가 같은 이분모 분수	$\frac{1}{2}$ (또는 $\frac{1}{2}$ 과 크기가 같은 분수)과 다른 분수의 비교	통분이 필요한 경우 또는 그 외
국정교과서	$\frac{5}{30}$ 와 0.6	$\frac{3}{4}$ 과 $\frac{4}{6}$ $1\frac{9}{10}$ 과 $1\frac{11}{12}$	-	0.5와 $\frac{1}{5}$	$\frac{3}{4}$ 과 0.7 $2\frac{4}{7}$ 과 $2\frac{9}{13}$ $\frac{7}{11}$ 과 $\frac{5}{9}$ $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{7}{12}$
A 교과서	-	-	-	-	$\frac{1}{3}$ 와 $\frac{4}{15}$ $1\frac{6}{7}$ 와 $3\frac{1}{2}$ $\frac{4}{5}$ 과 0.9
B 교과서	-	-	-	-	$\frac{3}{5}$ 과 0.7 $\frac{6}{20}$ 과 0.25

C 교과서	-	$\frac{2}{3}$ 과 $\frac{3}{4}$ $\frac{7}{12}$ 과 $\frac{5}{8}$	$\frac{3}{8}, \frac{3}{14}$	-	$2\frac{7}{10}$ 과 $2\frac{3}{5}$ $1\frac{3}{5}$ 과 1.54 $1\frac{3}{4}$ 과 1.7
-------	---	---	-----------------------------	---	---

분수의 크기 비교와 관련된 본 차시에 제시된 교과서 연습 문제 및 단원 마무리 문제 유형 또한 분수 감각을 활용하여 비교하는 유형보다 통분을 해야 쉽게 해결할 수 있는 문제가 많이 제시되었다.

학생들은 분수 감각을 활용한 분수의 크기 비교 전략을 사용하면 편리한 문제 유형을 다양하게 접해야 한다. 다양한 경우를 접하여 분수의 대소를 판단하는 방법은 여러 가지가 있고 어떤 방법이 어떤 점에서 편리하다는 점을 느껴볼 수 있을 것이다(이용률, 2018). 통분을 활용하지 않고도 충분히 분수의 크기 비교를 할 수 있다는 것을 경험한다면 분수 감각을 활용한 방법의 장점을 학생들이 인식할 수 있을 것이다.

셋째, 분수의 상대적 크기 비교 활동을 다루어야 한다. 분수의 절대적 비교는 한 분수가 다른 분수보다 큰지, 작은지 비교하는 것이고 분수의 상대적 비교는 두 분수가 기준이 되는 수로부터 먼지, 가까운지 파악하는 것이다.

분수의 상대적 크기 비교를 위해 학생들은 분수가 수직선 위에 어디에 존재하는지 파악해야 한다. 학생들은 수 배열판이나 수직선에서 상대적으로 분수보다 자연수의 위치를 쉽게 찾을 수 있다. 그러나 어떠한 두 분수 사이에 무한 개의 분수가 존재하는 분수의 조밀성 때문에 자연수의 수 배열판과 같은 분수 배열판을 접하기 힘들고 마찬가지로 수직선에서 여러 가지 분수의 위치를 찾는 것 또한 쉽지 않다. 진분수, 가분수, 대분수를 학습하며 여러 가지 동분모 분수를 띠 모델이나 수직선 모델에 배열하는 활동이 배치되어 있으나 이분모 분수까지 확장되진 않았다.

이를 보완하기 위해서 수직선의 주어진 두 점에 해당하는 분수를 정해주고 두 분수 사이의 분수를 찾도록 하는 활동을 할 수 있다. 예를 들어 $\frac{1}{4}$ 과 $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{8}$ 과 $\frac{3}{7}$ 사이에 있는 분수를 찾을 수 있다. 학생들은 여러 가지 모델, 기존에 익힌 분수 감각을 활용할 수 있을 것이다.

이 활동은 학생들이 두 분수 사이에 수많은 분수가 존재한다는 생각을 갖는 데 도움을 준다. 영역 모델로 크기를 비교하던 것에서 한층 더 발전하여 수직선 위에 존재하는 분수의 위치를 떠올리며 분수의 크기를 비교할 수 있게 된다. 또한 이 과정을 통해 주어진 분수가 기준이 되는 분수에서 얼마나 멀고 가까운지 시각적으로 파악하게 된다. 이는 분수의 상대적 크기 비교 감각을 높여준다.

분수의 크기 비교는 연산 값을 어렵히는 데 큰 영향을 미치는 밑바탕이 되는 요소이다. 이에 따라 2015 개정 교육과정 교수·학습 방법 및 유의 사항에는 분모가 다른 분수의 크기 비교에서 수 감각을 이용하여 추론하고 토론하는 활동을 하게 한다고 제시되어 있다. 분수에 대한 질적인 추론은 분수의 크기 감각을 높이는 데 도움을 준다.

그러므로 분수의 크기 비교 감각을 높이기 위해 교사는 다양한 교과서의 예제 및 유형을 활용할 수 있다. 국정교과서 및 검정교과서의 별도 차시에서 다루고 있는 분수의 크기 비교 방법을 모아 수업에서 총체적으로 다룰 수 있을 것이다. 또한 교사는 통분 외에 분수 감각을 활용한 크기 비교 방법이 있음을 분수의 크기 비교 관련 전 차시에 걸쳐 강조해야 한다. 더불어 각 방법이 쓰이는 대표적인 예제를 풍부하게 소개하여 때로는 통분보다 분수 감각 방법이 더욱 효과적일 수 있음을 학생들에게 일깨워 주어야 할 것이다.

라. 연산의 의미와 결과 이해

분수의 연산 알고리즘을 암기하는 방법은 분수의 연산을 이해하는 데 어려움을 준다. 그러나 연산 알고리즘을 따를 필요가 없는 경우에도 학생들은 분수 감각을 십분 활용하지 못하고 연산의 형식화된 절차를 따르려는 경향이 있었다.

분수 감각 검사 13번 문항은 두 분수의 뺄셈식의 결과를, 14번 문항은 피제수가 같고 제수가 다른 나눗셈 결과의 크기를 비교하는 문항이다. 두 문항 모두 형식화된 알고리즘을 통해 계산하여 결과를 비교하려는 학생의 수가 분수 감각을 활용하여 결과를 비교하는 학생의 수보다 많았다. 따라서 분수의 연산 절차를 알기 전에 연산의 다양한 의미와 연산에 대한 감각을 키워 개념적 기초를 키워야 한다.

합병과 첨가, 구잔과 비교라는 자연수의 덧셈과 뺄셈 상황은 분수의 덧셈과 뺄셈에서도 이어진다. 그러나 자연수 연산의 의미가 분수 연산으로 직접적으로 확장되지 않는다. 예를 들어 곱하는 수가 분수일 경우 자연수의 곱셈처럼 묶음 상황으로 되지 않는다. 따라서 분수의 곱셈과 나눗셈은 주어진 상황이 왜 곱셈과 나눗셈이 적용되는지부터 이해하는 것이 관건이다.

또, 두 자연수를 곱할 때는 그 계산 결과 곱해지는 두 자연수 중 어느 것보다 항상 더 크지만, 두 진분수를 곱하면 계산 결과는 곱해지는 두 분수 중 어느 것보다도 항상 작게 된다. 아동들은 때때로 뭔가를 나누면 더 작아진다고 생각한다. 그러나 자연수를 진분수로 나누면 그 몫은 자연수보다 더 커지게 된다(Reys 외, 2014; 박성선 외, 2019).


자연수로부터 시작된 연산의 의미를 확장하여 분수 연산의 의미를 이해하면서도, 분수 연산만이 가지는 특징을 학생들이 이해하기 위해서는 질적인 추론과 어림 능력을 기르는 것이 중요하다(Arthur, J.B., Ronald T.C., 1998; 권성룡 외, 2005).

국정교과서와 검정교과서 모두 분수의 덧셈과 뺄셈에서 합병과 첨가, 구잔과 비교 상황을 모델로 제시하여 학생들의 연산에 대한 의미를 높이고자 하였다. 곱셈과 나눗셈 또한 동수누가, 등분제와 포함제 등 자연수의 연산에서 쓰이는 상황을 활용하였다. 그리고 이에 더하여 곱하는 수가 분수일 때 이산량에서 분수의 의미를 활용하였다. 이와 같이 자연수의 연산과 분수의 연산에서 활용되는 상황과 의미는 겹치기도 하고 차이가 있기도 하다.

국정교과서와 검정교과서는 실생활과 연계한 문제 상황을 제시하며 연산의 의미와 형식화된 알고리즘까지 이어지는 과정을 연결하는 것에 충실하였으나 계산 결과를 이해하고 답의 합리성을 평가하는 데 도움이 되는 질적 추론과 어림 능력을 기르기 위한 활동은 상대적으로 부족하였다.

각 교과서는 질적 추론을 한 차시에 배당하여 깊이 다루기도 하고, 개별 차시의 활동 중 하나, 또는 단원 마무리의 문제로 다루었다. 다음 표는 각 교과서에서 다루고 있는 질적 추론 유형과 교과서 장면을 정리한 것이다.

<표 IV-53> 분수의 덧셈과 뺄셈 질적 추론 교과서 장면

학년-학기	연산	교과서 장면	교과서
4-2	덧셈 (동분모 분수)	<p>합이 가장 큰 덧셈식 만들기</p> <p>5 분수 카드 2장을 골라 합이 가장 큰 덧셈식을 만들고 계산해 보세요.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="border: 1px solid red; padding: 5px; margin: 5px;">$2\frac{7}{8}$</div> <div style="border: 1px solid red; padding: 5px; margin: 5px;">$\frac{10}{8}$</div> <div style="border: 1px solid red; padding: 5px; margin: 5px;">$1\frac{3}{8}$</div> <div style="border: 1px solid gray; width: 100px; height: 30px; margin-left: 20px;"></div> </div>	국정교과서
		<p>합이 가장 큰 덧셈식을 만드는 방법 탐구하기</p>  <p>The page contains a table with columns: '분수의 덧셈식 만들기', '가장 큰 덧셈식 만들기', '가장 작은 덧셈식 만들기', '합이 가장 큰 덧셈식 만들기', and '합이 가장 작은 덧셈식 만들기'. Below the table is a grid for recording results. The table shows the sum of two fractions and the resulting mixed number.</p>	C교과서

	<p>뺄셈 (동분모 분수)</p>	<p>차가 가장 작은 뺄셈식 만들기</p> <p>8 알맞은 뺄셈식을 만들고 계산해 보세요.</p> <p>분수 카드 2장을 골라서 차가 가장 작은 뺄셈식을 만들어 봐</p> <p>그럼 신데렐라 할 분수는...</p>	<p>B교과서</p>
		<p>두 수를 골라 <input type="checkbox"/> 안에 써넣어 그 계산 결과가 가장 작은 뺄셈식을 만들고 계산해 보세요.</p> <p>나도 가능할까?</p>	<p>C교과서</p>
<p>5-1</p>	<p>덧셈 (이분모 분수)</p>	<p>합이 가장 큰 덧셈식 만들기</p> <p>숫자 카드 4장을 한 번씩만 사용하여 대분수의 덧셈을 완성하려고 합니다. 계산 결과가 가장 크게 되도록 <input type="checkbox"/> 안에 서로 다른 숫자 카드에 적혀 있는 수를 넣고, 계산해 보세요.</p>	<p>C교과서</p>
		<p>합이 가장 큰 덧셈식 만들기, 차가 가장 작은 뺄셈식 만들기</p> <p>주사위 놀이를 해 보세요</p> <p>주사위를 던져 나온 눈금 수를 한 번씩만 사용하여 대분수의 덧셈과 뺄셈을 완성해 보세요.</p> <p>주사위 눈금 수 (2~6)를 2~6까지 쓰거나, 10까지 쓰거나</p> <p>주사위를 던져 나온 눈금 수를 한 번씩만 사용하여 대분수의 덧셈과 뺄셈을 완성해 보세요.</p> <p>주사위 눈금 수 (2~6)를 2~6까지 쓰거나, 10까지 쓰거나</p>	<p>C교과서</p>
	<p>뺄셈 (이분모 분수)</p>	<p>차가 가장 작은 뺄셈식 만들기</p> <p>숫자 카드 4장을 한 번씩만 사용하여 대분수의 뺄셈을 완성하려고 합니다. 계산 결과가 가장 작게 되도록 <input type="checkbox"/> 안에 서로 다른 숫자 카드에 적혀 있는 수를 넣고, 계산해 보세요.</p>	<p>C교과서</p>

덧셈과 뺄셈의 질적 추론은 주로 대분수의 연산에서 다루어졌다. 특히 C 교과서는 분차시 활동과 별도 차시에 모두 질적 추론 활동을 전개하였다. 상대적으로 국정교과

서와 A, B 교과서에서 다루는 비중은 적었는데 단원 마무리 문제나 본차시의 활동으로 배치하였다.

<표 IV-54> 분수의 곱셈과 나눗셈 질적 추론 교과서 장면

학년-학기	연산	교과서 장면	교과서
5-2	자연수×분수	<p>1보다 큰 수 / 작은 수를 곱할 때의 연산 결과 비교</p> <p>5 ○ 안에 >, =, <를 알맞게 써넣고, 알 수 있는 점을 이야기해 봅시다.</p> <p>$3 \bigcirc 3 \times \frac{1}{5}$ $3 \bigcirc 3 \times 1$</p> <p>$3 \bigcirc 3 \times \frac{5}{8}$ $3 \bigcirc 3 \times 1 \frac{3}{4}$</p>	국정교과서
	자연수×분수	<p>1보다 큰 수 / 작은 수를 곱할 때의 연산 결과 비교</p> <p>문제 2 계산 결과를 추적하여 5보다 큰 것은 ○표, 같은 것은 □표, 작은 것은 △표 하세요.</p> <p>$5 \times 2 \frac{2}{3}$ 5×1 $5 \times \frac{1}{4}$</p> <p>$5 \times \frac{5}{6}$ $5 \times 1 \frac{3}{4}$</p> <p>보안강제 확인해 보세요.</p>	A교과서
	자연수×분수	<p>1보다 큰 수 / 작은 수를 곱할 때의 연산 결과 비교</p> <p>4 상각이 자라는 활동 추론 의사소통</p> <p>$3 \times \frac{1}{2}$, 3×1, $3 \times 1 \frac{1}{2}$의 크기를 비교해 봅시다.</p> <ul style="list-style-type: none"> $3 \times \frac{1}{2}$, 3×1, $3 \times 1 \frac{1}{2}$을 각각 계산해 보세요. 크기를 비교해 보고, 알게 된 점을 이야기해 보세요. <p>곱하는 수가 1보다 작거나 크면...</p>	B교과서
분수×분수	분수×분수	<p>1보다 큰 수 / 작은 수를 곱할 때의 연산 결과 비교</p> <p>7 크기를 비교하여 ○ 안에 >, =, <를 알맞게 써넣어 봅시다.</p> <p>$\frac{1}{4} \bigcirc \frac{1}{4} \times \frac{1}{6}$ $\frac{1}{3} \bigcirc \frac{1}{3} \times 1$</p> <p>$\frac{2}{7} \times \frac{1}{3} \bigcirc \frac{2}{7} \times \frac{1}{2}$ $\frac{1}{5} \times \frac{2}{3} \bigcirc \frac{2}{3} \times \frac{1}{5}$</p>	B교과서

		<p style="text-align: center;">분수의 곱 크게 만들기</p>	B교과서
6-1	분수÷자연수	<p style="text-align: center;">계산 결과가 가장 작은 나눗셈 만들기</p>	A교과서
6-2	분수÷분수	<p style="text-align: center;">나누는 수가 1보다 크거나 작을 때 달라지는 결과</p>	A교과서

곱셈에 대한 질적 추론은 주로 곱하는 수가 1과 같을 때, 1보다 작거나 클 때 그 연산 결과를 비교해보는 것이었다. 학생들이 곱셈을 하면 결과가 커질 것이라는 생각을 점검할 수 있는 기회로 삼을 수 있다.

나눗셈 또한 결과가 작아지는 경험을 했던 학생들은 6학년 2학기 분수의 나눗셈을 통해 연산 결과가 커진다는 것을 이해할 수 있다. 예를 들어 A 교과서의 문제해결 차시 ‘분수의 나눗셈 비교하기’는 두 가지 탐구 문제를 통해 분수의 나눗셈이 자연수의 나눗셈과 다른 점을 보여준다. 학생들은 나누어지는 수를 나누면 몫이 더 작아진다고 생각한다. 하지만 이러한 탐구 문제를 통해 나누는 수가 1보다 작으면 몫이 나누어지는 수보다 커진다는 것을 파악할 수 있다.

그러나 곱셈에 대한 추론 활동이 다양한 교과서에서 이루어지는 것에 비해 상대적으로 나눗셈에 대한 추론을 다루는 교과서는 적었다.

<표 IV-55> 연산별 질적 추론 유형

학년-학기	유형	국정 교과서	A 교과서	B 교과서	C 교과서
4-2	합이 가장 작은/큰 동분모 덧셈식 만들기	○			○
	차가 가장 작은/큰 동분모 뺄셈식 만들기			○	○
5-1	합이 가장 작은/큰 이분모 덧셈식 만들기				○
	차가 가장 작은/큰 이분모 뺄셈식 만들기			○	○
5-2	교환법칙: (진분수)×(자연수)와 (자연수)×(진분수)의 계산 결과 비교	○		○	
	교환법칙: 순서를 바꾼 (진분수)×(진분수)			○	
	결합법칙: 계산 순서를 달리한 세 진분수의 곱		○		
	곱하는 수가 1보다 작으면/크면 달라지는 결과	○	○	○	
6-1	결과가 가장 작은 분수÷자연수		○		
6-2	나누는 수가 1보다 작으면/크면 달라지는 결과		○		

모든 교과서가 각 연산에 대한 질적 추론 활동을 골고루 담은 것은 아니었다. 질적 추론 활동을 포함한 교과서라도 본 차시로 배치하기도 하지만 활동으로서 본 차시의 일부로 넣기도 하였다. 활동으로서 내용을 다룰 때는 연산의 크기를 비교하는 활동으로 그칠 것이 아니라 자연수의 연산과 무엇이 다른지 짚고 넘어가야 할 것이다.

단발적이거나 선택적인 활동으로 질적 추론 활동을 할 경우 수학 교과에 자신감이 없는 학생들에게는 심화 문제로 그치고 눈여겨 보지 않고 지나갈 수 있다. 따라서 질적

추론 활동이 연산에 대한 오개념을 바로잡을 수 있는 기회임을 알고 충분히 다루어져야 할 것이다.

위와 같은 질적 추론 문제는 어렵에 대한 숙달을 수반한다. 분수를 어렵하는 것은 분수 지도의 필수 부분이 되어야 한다. 분수를 어렵하는 기술은 분수 감각의 기초이고 분수의 대소, 분수 계산을 위한 확실한 기초를 제공한다(Arthur, J.B., Ronald T.C., 1998; 권성룡 외, 2005).

5학년 1학기 ‘분수의 덧셈과 뺄셈’ 단원에 대하여 국정교과서는 받아올림 및 받아내림 여부에 관계 없이 꾸준히 덧셈과 뺄셈 결과값에 대한 어렵 발문을 교과서에 명시적으로 제시하였다. 그러나 이번 연구에서 다룬 검정교과서 3종 중 모든 연산 차시에서 꾸준히 어렵 발문을 하는 교과서는 없었다. 대부분 받아올림과 받아내림이 있는 차시에서 어렵을 다루고 있었다.

어렵에 대한 감각을 신장시키기 위해서는 첫째, 학생들이 어렵을 하여 결과를 추정하거나, 결과를 확인하는 경험을 많이 쌓도록 해야 한다. 따라서 받아올림, 받아내림 여부에 관계 없이 연산을 학습할 때 일관되게 어렵을 적용해야 한다. 다만 이 과정에서 어렵셈을 하라고 지시하지 말고, 어떻게 하면 추정할 수 있을까 라거나, 확인해보라는 것을 강조하여, 스스로 어렵셈하려는 마음이 우러나게 하는 것이 중요하다(이용률, 2018). 연산을 하기 전에 앞서 어렵을 통해 결과값을 추론하는 과정을 반복하며 어렵셈에 대한 감각을 높일 수 있을 것이고 어렵이 중요성도 내재화할 수 있을 것이다.

막연한 어렵 활동이 아닌 구체적 전략을 가지고 학생들이 어렵을 하기 위해서는 기준 척도를 활용하여 분수의 크기를 비교하는 등 합리적으로 추론 과정이 필요하다. 기준 척도를 활용한 연산의 결과 이해는 ‘마. 기준 척도의 활용’에서 다룬다.

둘째, 연산의 결과를 검토하기 위해서 뿐만이 아니라 어렵 자체로도 문제 해결을 할 수 있는 과제를 제시할 수 있다. 예를 들어 지필로 계산하지 않도록 하는 제한 조건을 두고, 선택형 문제에 분수의 정확한 결과가 아닌 어렵값을 제시하고 가장 가까운 자연수를 고르도록 할 수 있다. 이와 같은 문제를 해결하며 무작정 형식화된 절차를 따라 연산을 하는 경향을 줄이고 어렵의 필요성을 느끼게 될 것이다.

마. 기준 척도의 활용

학생들은 분수의 크기를 비교할 때, 분수의 연산을 어렵하고 결과를 확인할 때 기준 척도 0, $\frac{1}{2}$, 1을 사용할 수 있다. 기준 척도는 분수의 개념이나 동치 표현, 연산, 크기 비교 등 다른 분수 감각 요소와 달리 단위이나 차시의 핵심 학습 요소로 제시되지는 않았다. 하지만 기준 척도를 훌륭히 활용하는 학습자는 분수의 크기 비교 및 연산, 답의 타당성 검토 수행 정도 또한 높다. 기준 척도의 활용은 수학 교과외의 수행뿐만 아니라

일상생활 속 어림을 하는 일에 그 목표를 이룰 수 있도록 큰 도움을 준다.

분수 감각 검사에서 이와 같은 기준 척도를 활용하여 분수를 바르게 배열한 학생은 23%이고, 분수의 덧셈을 어림하는 두 문항의 정답률은 각각 33%, 36%로 다른 요소에 비해 정답률이 낮았다.

앞서 국정교과서는 5학년 1학기 분수의 덧셈과 뺄셈 관련 단원에서 기준 척도를 예제에 활용하거나 $\frac{1}{2}$ 을 활용한 어림의 예시를 보여주었다. ‘약분과 통분’ 단원에서는 도진 수학 차시를 통해 $\frac{1}{2}$ 보다 작은 분수를 찾는 활동을 전개하였다. 또한 $\frac{n-1}{n}$ 형태의 분수는 분모의 크기가 클수록 1에 가까워짐을 탐구하였다.

그럼에도 불구하고 기준 척도가 되는 $0, \frac{1}{2}, 1$ 을 적극적으로 활용하는 학생들은 많지 않았다. 검정교과서 중 2종은 국정교과서보다 기준 척도를 활용한 분수의 크기 비교 방법을 직접적으로 제시하고 한 차시를 할애하여 활동 비중도 높였다([그림 IV-12], [그림 IV-13] 참고). 학생들이 크기 비교와 연산 결과 어림에 기준 척도를 활발하게 사용하도록 독려하기 위해 다음 사항을 고려할 수 있다.

첫째, $\frac{1}{2}$ 의 동치분수를 강조하여 다루어야 한다. 1의 동치분수는 3학년부터 꾸준히 익혀왔으나 $\frac{1}{2}$ 과 크기 같은 분수는 그렇지 못하다. 자연수에서부터 수 감각을 길러온 학생의 경우 자연수 n에 대한 2배수를 파악하여 $\frac{1}{2}$ 의 동치분수를 쉽게 떠올려 여러 상황에 적절하게 사용할 수 있다. 예를 들어 $\frac{18}{37}$ 과 $\frac{17}{30}$ 의 크기를 비교하면 $\frac{17}{30}$ 이 더 크다. $\frac{18}{37}$ 은 분모가 분자의 2배보다 크므로 $\frac{1}{2}$ 보다 작고 $\frac{17}{30}$ 은 분모가 분자의 2배보다 작으므로 $\frac{1}{2}$ 보다 크기 때문이다. 그러나 2배수를 파악하기 힘든 학생은 18의 2배수가 36이고 17의 2배수가 34라는 것을 재빨리 살피지 못하여 $\frac{1}{2}$ 을 기준 척도로 삼아 문제를 해결하는 데 어려움을 겪을 수 있다.

따라서 약분과 배분으로 $\frac{1}{2}$ 의 동치분수에 대해 집중적으로 탐구하는 시간을 가져 크기 비교 및 연산 어림에 활용할 수 있도록 해야 할 것이다. 처음에는 $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$ 과 같이 익숙한 분수로 시작하여 분모가 7, 11, 13인 분수 등 학생들이 어렵게 느껴지는 분수를 차례로 다룬다. 이를 발전시켜 교과서에서 잘 다루어지지 않는 어려운 분수를 제시하

여 학생들의 이해를 도울 수 있다. 예를 들면 $\frac{34}{70}$, $\frac{28}{57}$, $\frac{152}{300}$ 모두 $\frac{1}{2}$ 과 가깝다는 것을 아는 것이다. 때로는 학생의 학습 수준에 따라서 $\frac{1}{2}$ 의 동치분수에 대한 탐구를 하기 전 자연수의 2배수를 구하는 방법부터 재탐색하고 유창성을 기를 수 있도록 도울 필요가 있다. 이와 같이 $\frac{1}{2}$ 에 대한 동치분수에 대한 탐구는 $\frac{1}{2}$ 보다 가까운 분수에 대한 직관을 키워 분수의 크기 비교 및 연산 결과 이해에 도움을 줄 수 있을 것이다..

둘째, 기준 척도를 활용하는 다양한 어렵셈 유형을 경험하도록 한다. 추론 능력이 뛰어난 학생들은 하나의 경험을 여러 문제 장면에 적용할 수 있다. 그러나 추론 능력이 다소 낮은 경우 구체적인 설명과 예시가 필요할 수 있다. 기준 척도가 분수의 크기 비교에 활용되는 예시는 <표 IV-52>와 <표 IV-53>에서 확인할 수 있다. 다음은 기준 척도를 활용한 여러 가지 어렵 유형의 예시이다. 기준 척도를 실제로 사용하는 모습을 다양하게 제시하여 그 유용성을 느끼도록 할 수 있다.

<표 IV-56> 기준 척도를 활용한 어렵 유형 예시

번호	유형 설명	예시
유형1 $\frac{1}{2}$ 활용	피가수와 가수가 모두 $\frac{1}{2}$ 보다 크면 1보다 크다.	$\frac{2}{3} + \frac{3}{4}$
	피가수와 가수 둘 중 하나가 $\frac{1}{2}$ 의 동치분수이고, 나머지 하나가 $\frac{1}{2}$ 보다 크면 1보다 작다.	$\frac{1}{2} + \frac{3}{5}$
	피가수와 가수 둘 중 하나가 $\frac{1}{2}$ 의 동치분수이고, 나머지 하나가 $\frac{1}{2}$ 보다 작으면 1보다 작다.	$\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$, $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$
	피가수와 가수가 모두 $\frac{1}{2}$ 보다 작으면 1보다 작다	$\frac{1}{6} + \frac{2}{9}$
유형2 1 활용	피가수(또는 가수)가 1이 되기 위해 필요한 양보다 더 큰 수가 더해지는(더하는) 경우 덧셈 결과값이 1보다 크다.	$\frac{1}{3} + \frac{4}{5}$ $3\frac{5}{6} + 2\frac{1}{4}$
	분모가 커질수록 1에 가까워지는 $\frac{n-1}{n}$ 형태의 두 분수의 덧셈은 2에 가깝다.	$\frac{9}{10} + \frac{14}{15}$

마. 지식의 적절한 활용

덧셈과 곱셈에서의 결합법칙과 교환법칙을 이미 자연수의 연산에서 간접적으로 확인한 바가 있다. 그러나 이를 적용하여 배열을 달리한 네 진분수의 덧셈의 크기를 직접 계산을 통해 해결하려는 학생도 여전히 존재하였다. 또한 분모에 따라 통분하기 쉬운 분수끼리 결합하여 덧셈을 해결할 수 있음을 알고 계산 결과를 도출한 학생은 전체 응답자의 약 5%였다. 따라서 분수의 연산에서도 이런 법칙이 확장됨을 심화 활동을 제시할 수 있을 것이다.

수 감각의 내용 중 하나는 일상의 장면에 비추어보고 수치의 타당성이나 이상의 여부를 감지하는 것이다. 예를 들어, 어떤 문제의 해결에서 얻은 초등학교 아동의 몸무게가 200kg이라는 답을 보고, “이것은 현실에 부합되지 않는다.”거나 “이상하다.”고 생각하는 것도 수 감각에서 비롯된 발로이다(이용률, 2018).

분수 감각 검사 22번은 10살 소년의 키가 1.5m일 때 이 소년이 20살이 되었을 때 키가 얼마나 될지 묻는 문항이다. 실생활에서 3m라는 사람의 키가 이상하다고 느끼고 적절한 숫자를 적은 학생은 32.1%였다. 단순 계산으로 1.5m에 2배한 값인 3m라고 적은 학생은 전체 응답자의 40.1%에 달했고 4m, 5m, 8m라고 적은 응답자도 있었다.

많은 학생들이 검사가 끝난 뒤 검사를 실시한 학급의 교사에게 “이상하다”는 생각을 전하였다. 이상하다는 생각을 가지면서도 3m라고 응답을 한 학생이 많다는 것은 수학교과 문제 혹은 지필 검사를 통해 무조건적인 계산에 익숙해져 있다는 것을 보여준다.

현재 측도와 함께 쓰이는 분수는 분수의 연산에서 간접적으로 다루어지고 있다. 항상 교과서에서 적절한 분수로 제시되고 있기 때문에 학생들은 의심할 여지 없이 해당 분수를 연산에 활용하고 그 결과에 대해서도 계산 과정의 실수가 없는지 확인할 뿐인지 측도와 어울리는지 점검해 볼 경험은 없다.

이를 지도하기 위해서 영상, 신문 등 일상생활에서 다양한 수치가 적당한지 살피도록 할 수 있다. 그리고 주어진 문제만을 해결하는 것이라 아니라 학생들이 수와 문제 상황을 직접 만들고 알맞게 구성하였는지 토의하는 경험을 갖게 할 수 있다.

전반적으로 국정교과서와 검정교과서는 모델 제시 면에서 학생들의 편의를 봐주고 있다. 예를 들어 등분할을 돕기 위한 눈금이 일부 경우를 제외하고 모두 제시되어 있다. 학생들은 등분할의 개념을 파악한 뒤에 분수(기호)를 그림 모델로도 나타낼 수 있어야 한다. 정확하게 등분할된 모델을 제시하면 분수의 크기나 연산 원리를 이해하는데 도움이 된다.

그러나 학생들이 모든 학습을 끝낸 뒤에 형식화된 문제 해결 절차를 잊더라도, 간단한 분수를 그림 모델로 나타내면서 그 자체로 문제를 해결하기도 하고 알고리즘을 기

역해낼 수도 있다. 따라서 학생들이 여러 가지 분수의 모델을 익힌 뒤에는 스스로 직접 그림으로 그려보며 문제를 해결하는 기회를 제공할 수 있을 것이다.

또한 별도 차시에 제시된 분수 감각 요소들이 수업에서 중요하고 의미 있게 소개되어야 한다. 실제 현장에서는 본 차시 위주로 수학 수업이 이루어져 별도 차시는 등한시되는 경우가 많다. 2015 개정 교육과정 국정교과서의 ‘탐구 수학’, ‘도전 수학’의 경우 운영하기에는 시간이 모자라며 그 효과에 대해서도 부정적인 의견이 있었다(김정하, 2019). 따라서 교과서에서 별도 차시에 분수 감각 요소를 다룬다면 분수 감각 증진을 위해 꼭 필요한 활동임을 교사도 인식하도록 해야 하고 학습 시간과 과제 수준을 충분히 고려해야 할 것이다.

V. 결론 및 제언

1. 결론

본 연구는 2015 개정 교육과정에 따른 국정교과서와 검정교과서 3종을 분수 감각을 중심으로 분석함으로써 학생들의 분수 감각 개발, 이를 위한 교사의 교수 방법 연구, 2022 개정 교육과정에 따른 수학 교과서 개발에 도움을 주는 데 그 목적이 있다.

본 연구의 목적을 위하여 다음과 같은 연구 문제를 설정하였다.

- 가. 2015 개정 교육과정에 따른 국정교과서와 검정교과서를 분수 감각 구성 요소별로 분석한다.
- 나. 2015 개정 교육과정에 따른 국정교과서로 학습한 학생들의 분수 감각을 구성 요소별로 파악한다.
- 다. 학생들의 분수 감각 검사 결과에 기반한 분수 감각 지도 내용 및 방향 개선 방안을 강구한다.

연구 문제를 해결하기 위하여 제주도 4개 학교가 선정한 3~4학년군, 5~6학년군 검정교과서 3종을 분수 감각 측면에서 분석하였다. 또한 4개 학교 6학년 186명을 대상으로 분수 감각 검사를 실시하고 분수 감각 실태를 분석하여 표로 나타내었다. 이를 바탕으로 분수 감각 실태에 따른 교과서의 분수 감각 지도 내용 및 방향의 개선 방안을 제시하였다.

연구 문제 가와 관련하여 2015 개정 교육과정에 따른 국정교과서와 검정교과서를 분수 감각 구성 요소별로 분석한 결과는 다음과 같다.

우선 전반적인 단원 구성 흐름은 국정교과서와 검정교과서 모두 ‘단원 도입-본차시-단원 마무리’라는 3단계로 구성되어 있다는 점에서 큰 차이가 없었으나 각 단계에서 차별되는 점이 있었다. ‘단원 도입’에서 단원 학습 시 필요한 조작 활동을 사전에 경험해 보거나, 삽화 대신 만화를 넣기도 하였다. 또한 학습 내용과 관련된 놀이나 탐구 활동을 담은 별도 차시가 본차시 중간이나 뒤에 배치되었다. 이러한 별도 차시는 각 교과서의 차별성을 잘 드러내며 분수 감각 관련 활동을 다루는 차시로 쓰이기도 하였다.

또한 검정교과서는 분수 학습에 관련된 단원의 이름과 관련 성취기준의 구성이 국정교과서와 같았다. 그리고 국정교과서에서 학습한 학생들이 어려워하는 지점의 차시를

증배하거나 순서를 조정하였다. 어떤 개념을 주로 다룰 것이냐에 따라 증배한 내용이 달랐다.

분수 감각 구성 요소는 3~6학년 수학 교과서의 여러 단원을 포함한다.

첫째, 3학년 1학기 ‘분수와 소수’, 3학년 2학기 ‘분수’, 5학년 2학기 ‘분수의 곱셈’, 6학년 1학기 ‘분수의 나눗셈’, 6학년 2학기 비와 비율’ 단원에서 ‘분수의 의미 이해’를 다룬다. 부분-전체로서의 분수를 소개할 때 그림 모델 외에 구체물을 조작할 수 있는 기회를 확대하였다. 분수 기호가 도입될 때에는 ‘가로선’을 명시적으로 언급하거나 단위분수의 뜻을 분수를 소개할 때 같이 언급하기도 하였다.

부분-전체로서의 분수와 달리 연산자로서의 분수, 몫으로서의 분수, 측정으로서의 분수는 직접적으로 다루어지지 않았다. 연산자로서의 분수와 몫으로서의 분수는 각각 곱셈과 나눗셈의 결과로서 다뤄진다. 측정으로서의 분수는 가분수와 대분수의 개념, 소수의 개념을 학습할 때 도구적으로 쓰인다. 다만 C 교과서는 6학년 2학기 분수의 나눗셈 단원을 끝낸 뒤 3~6학년 동안 학습했던 분수의 여러 가지 의미에 대해 이야기하는 별도 차시를 배치하였다.

둘째, 5학년 1학기 ‘약분과 통분’은 ‘분수의 동치 표현 및 동치식의 이해’를 다룬다. 분수의 크기가 같다는 것에 대한 개념을 위해 구체물을 조작하거나 영역 모델에 주어진 부분만큼 색칠하며 그 결과를 확인한다. 국정교과서와 검정교과서 모두 영역 모델, 띠 모델, 수직선 모델을 골고루 사용하여 학생들의 이해를 돕고자 하였다.

셋째, 3학년 1학기 ‘분수와 소수’, 3학년 2학기 ‘분수’, 5학년 1학기 ‘약분과 통분’은 ‘분수의 크기 이해’를 다룬다. 3학년 과정에서는 동분모 분수의 크기 비교, 5학년 과정에서는 이분모 분수의 크기 비교를 다룬다. 국정교과서와 검정교과서 모두 본 차시에서 단위분수의 개수를 세고, 단위분수의 크기가 다를 때는 통분을 하여 두, 세 분수의 크기를 비교하도록 하였다. 통분하지 않고 분수 감각을 활용하는 다양한 방법은 본 차시의 심화 문제나 별도 차시에서 다루어졌다. 분수 감각을 활용한 분수의 크기 비교 방법은 여러 가지가 있으나 각 교과서에서 모든 전략을 다루지 않았다.

넷째, ‘연산의 의미와 결과 이해’는 총 다섯 단원에서 다룬다. 4학년 2학기 ‘분수의 덧셈과 뺄셈’은 동분모 분수의 덧셈과 뺄셈, 5학년 1학기 ‘분수의 덧셈과 뺄셈’은 이분모 분수의 덧셈과 뺄셈을 다룬다. 분수의 곱셈은 5학년 2학기 ‘분수의 곱셈’ 단원에서, ‘분수의 나눗셈’은 6학년 1학기와 2학기로 나뉘어 전개된다.

다양한 실생활 상황을 통해 각 연산이 의미를 살피볼 수 있도록 구성하였다. 국정교과서에서 제시된 각 연산에 대표적 상황은 검정교과서에서도 동일하게 이어졌다. 또한 계산 원리 이해를 위한 모델은 대부분 영역 또는 띠모델이었다. 어떤 모델을 선택할 것인지, 분할선이 그려져 있는지, 묶음 표시 등이 되어 있는지 등은 각 교과서마다 특징

이 달랐다. 계산 원리를 모델로 학습한 뒤 계산의 방법과 절차를 직접 이야기해보며 스스로 정리해보도록 하는 교과서가 있었다. 하지만 다른 교과서는 문장에 빈칸 넣기, 기호로 일반화, 음영으로 표시하기 등의 방법으로 명시적으로 교과서에 방법을 제시하기도 하였다.

분수의 연산 결과 이해 면에서 살펴보면, 어림을 제시한 검정교과서와 그렇지 않은 교과서가 있었다. 그러나 교사용 지도서에서만 분수 감각을 사용하는 방법이 나와있고 학생들이 사용하는 교과서에서는 직접적으로 어림을 하는 전략이 나와 있지 않았다. 또한 질적 추론 활동을 별도 차시 또는 심화 활동으로 제시하였는데 각 교과서가 사칙 연산 모두에 대해서 골고루 질적 추론 활동을 다룬 것은 아니었다.

다섯째, ‘기준 척도의 활용’은 분수의 크기 비교, 연산 결과 어림 및 검토 등의 바탕이 되는 구성 요소이다. 따라서 단원의 주된 학습 내용이 되기보다 해당 내용을 잘 이해하고 활용하기 위해 쓰인다. 주로 이분모 분수의 크기를 비교하는 전략으로서 쓰이거나 분수의 덧셈과 뺄셈 결과를 어림하고 검토하는 활동에 활용된다. 5학년 1학기 ‘약분과 통분’, ‘분수의 덧셈과 뺄셈’에서 확인할 수 있다.

여섯째, ‘지식의 적절한 활용’은 수와 연산을 유용하게 다루기, 연산 결과를 반성하는 답의 합리성 검토, 수를 실생활에 활용하는 것과 관련이 있다. 사실상 모든 단원이 이 구성 요소와 관련이 있다고 볼 수 있다. 수를 실생활에 활용하는 것은 때로 별도 차시에서 집중적으로 다루지기도 한다.

연구 문제 나와 관련하여 2015 개정 교육과정에 따른 국정교과서로 학습한 학생들의 분수 감을 구성 요소별로 검사한 결과는 다음과 같다.

분수의 의미 이해 면에서 학생들은 부분-전체로서의 분수를 가장 잘 이해하고 그다음으로 비율로서의 분수의 이해도가 높았다. 몫, 연산자, 측정으로서의 분수를 그림과 수로 잘 표현한 학생도 있었지만 그림과 수 둘 중 하나의 표현만 올바르게 나타내지 못하는 학생도 있었다. 단위를 무엇으로 볼 것인지에 따라 달라지는 응답이 달라졌다.

분수의 동치 표현 및 동치식의 이해 면에서 학생들은 기초적인 개념(1은 분자와 분모가 같은 형태이다)에 오류를 보이고 배분보다 약분을 통해 동치분수를 만든다는 점을 알 수 있다.

분수의 크기 이해 면에서 학생들은 분수 감각을 활용하기보다 통분으로 크기를 비교하려는 경향이 있었다. 그리고 절대적 크기 비교보다 상대적 크기 비교에 상대적으로 취약함을 알 수 있다. 연산의 의미와 결과 이해 면에서 또한 분수 감각보다 직접 계산을 통해 연산의 결과를 파악하려는 학생이 많았다.

기준 척도의 활용과 관련된 문항의 정답률은 다른 구성 요소 관련 문항에 비해 정답

률이 낮은 편이었다. 기준 척도를 활용한 분수의 배열 문항은 ‘직접 계산하지 않고’라는 문구를 넣어 정답자 중 $1, \frac{1}{2}$ 등을 활용하여 문제를 해결한 비율이 통분을 한 학생들보다 높았다. 그리고 타 구성 요소에 비해 A군 학교와 B군 학교의 정답률 차이가 컸다.

지식의 적절한 활용 측면에서 살펴보면 학생들이 연산식을 보고 효율적으로 계산하고 있는지, 답의 합리성을 검토함에 있어 분수 감각을 활용하고 있는지, 실생활에서 수가 활용되는 장면이 적절한지 판단을 잘하고 있는지 알 수 있다. 문항에 따라 편차가 있으나 타 구성 요소에 비해 정답률이 낮았다. 교환법칙이나 분배법칙에 대한 비형식적 지식으로 문제를 해결한 학생도 있었지만 통분으로 연산 문제를 해결하려는 학생이 있었다. 또는 문항에 대한 부담감으로 무응답자가 많았다. 답을 검토할 때에도 분수 감각을 활용한 방법을 설명하는 학생의 비중이 적었다.

연구 문제 다와 관련하여 학생들의 분수 감각 검사 결과에 기반한 분수 감각 지도 내용 및 교과서 개선 방안은 다음과 같다.

첫째, 분수의 다양한 의미를 학습할 때 단위에 대한 이해가 선행되도록 해야 한다. 부분-전체로서의 분수가 가진 의미를 모든 모델에 확장하여 적용하는 학생들이 있다. 따라서 몫으로서의 분수, 연산자로서의 분수, 측정으로서의 분수를 익힐 때 모델에서 단위를 확인해야 할 것이다. 또한 비율로서의 분수는 하나의 상황을 여러 가지 관점에서 각기 다른 비율로 나타내보며 그 의미를 정확히 이해할 수 있다.

둘째, 분수의 다양한 의미에 대한 명시적인 설명을 바탕으로 서로 어떻게 관련되어 있는지 학습한다. 부분-전체로서의 분수 외의 다양한 의미의 분수 또한 명시적으로 안내하고 다양한 상황과 구체물 조작을 통해 여러 가지 뜻을 파악하도록 한다.

셋째, 분수의 동치 표현 및 동치식의 이해 면에서 학생들은 분수가 곱셈적 관계를 지닌 수라는 것을 인식하여야 한다. 교과서는 띠 모델을 두세번 색칠하는 과정을 거쳐 동치분수를 만드는 두 가지 방법(배분, 약분)을 학습한다. 그러나 학생들이 이러한 과정만으로 분수가 곱셈적 관계를 가진 것에 대해 충분히 이해했는지 확인해야 한다. 따라서 학습하기 전에 모델을 그리고, 부분씩 묶어보는 과정을 충분히 겪어보게 해야 한다. 그리고 이 과정을 기호로 유의미하게 연결되도록 반복해야 한다.

넷째, 분수의 크기 이해 면에서 통분 외에 다양한 크기 비교 방법이 있음을 알고 이를 유용하게 활용할 수 있는 상황과 문제를 제시해야 한다. 국정교과서와 검정교과서는 심화 활동이나 별도 차시를 통해 통분 외의 방법을 설명하면서도 단위 마무리 차시에는 통분을 하여 비교할 수 있는 문항을 제시하였다. 학생들이 통분 외의 방법의 유용성을 느낄 수 있도록 다양한 상황과 예제를 제공해야 할 것이다.

다섯째, 분수 연산의 결과에 대한 이해를 높이기 위해 질적 추론 활동과 어림 활동을 골고루 다양하게 다뤄야 한다. 학생들은 자연수의 연산을 확장하여 분수의 연산을 접

하게 되지만 분수의 연산은 때로 자연수의 연산과는 다르게 학생들의 예상을 빗겨가기도 한다. 분수 연산에 대한 질적 추론 활동은 연산에 대한 깊은 이해와 합리적인 어림에 도움을 줄 것이다.

여섯째, 기준 척도 $1, \frac{1}{2}$ 의 동치분수를 탐구하고 기준 척도가 쓰이는 여러 가지 사례를 경험하게 해야 한다. 추론 능력이 뛰어난 학생뿐만 아니라 낮은 학생도 구체적인 설명과 예시 문제로 기준 척도의 유용성을 느낄 수 있을 것이다.

일곱째, 자연수에서 학습한 덧셈과 곱셈에서의 교환법칙과 결합법칙이 분수의 연산에도 적용됨을 확인하도록 한다.

여덟째, 분수가 생활 속에 쓰이는 다양한 사례를 경험하고 이 분수가 측도와 관련지어 어울리는 수인지 확인하는 경험이 필요하다. 직접 실생활의 측도와 관련한 상황의 분수 문장이나 연산 문제를 만드는 경험을 통해 분수 감각을 높일 수 있다.

2. 제언

본 논문의 연구 결과를 바탕으로 다음과 같은 제언을 하고자 한다.

첫째, 본 연구에서는 국정교과서와 발행된 검정교과서 10종 중 3종만을 분석하였다. 따라서 분석의 대상을 확대하여 분수 감각 면에서 검정교과서를 분석하여 보고 부족한 분수 감각을 보완할 수 있는 활동을 모색해야 할 것이다.

둘째, 실제 분수 감각 검사를 실시할 때 학생들이 형식화된 절차로 문제를 해결하는 것을 방지하기 위해 분모 또는 분자에 소수(素數)가 들어간 분수를 활용하였다. 그럼에도 불구하고 학생들이 형식화된 절차로 문제를 해결하느라 검사지의 뒷부분을 해결하지 못하는 경우가 있었다. 또한 이미 6학년 2학기 과정까지 모두 마친 12월에 검사를 실시한 점이 검사 결과에 영향을 준 경우가 있었다. 따라서 차후 연구에서는 이 점을 고려하여 검사지를 개발하면 좋을 것이다.

셋째, 일부 분수 감각 요소는 별도 차시에서 집중적으로 다루어졌다. 그러나 별도 차시는 종종 학습 시간, 내용의 난이도에 따라 충분히 다뤄지지 못하고 있다. 따라서 검정교과서의 별도 차시가 학교 현장에서 의미 있게 실시되고 있는지 후속 연구를 통해 살펴야 할 것이다.

참 고 문 헌

- 곽기우, 류현아. (2020). 초등학교 수학 교과서의 ‘탐구수학’에 대한 교사들의 인식 및 지도 실태 분석. **한국초등수학교육학회지**, 24(4) 371-397.
- 교육과학기술부. (2011). **수학과 교육과정**. 교육과학기술부 고시 제2011-361호 [별책8]
- 교육부. (2015). **수학과 교육과정**. 교육부 고시 제2015-74호 [별책8].
- 교육부. (2019a). 보도자료 초등 3~6학년 사회, 수학, 과학, 교과서 검정 전환계획 예고.
- _____. (2019b), 초등학교 수학 3-1 . (주)천재교육.
- _____. (2019c), 초등학교 수학 3-1 교사용 지도서. (주)천재교육.
- _____. (2019d), 초등학교 수학 3-2 . (주)천재교육.
- _____. (2019e), 초등학교 수학 3-2 교사용 지도서. (주)천재교육.
- _____. (2019f), 초등학교 수학 4-2 . (주)천재교육.
- _____. (2019g), 초등학교 수학 5-1 . (주)비상교육.
- _____. (2019h), 초등학교 수학 5-1 . 교사용 지도서. (주)비상교육.
- _____. (2019i), 초등학교 수학 5-2 . (주)천재교육.
- _____. (2019j), 초등학교 수학 6-1 . (주)비상교육.
- _____. (2019k), 초등학교 수학 6-2 . (주)천재교육.
- 교육부. (2022). **수학과 교육과정**. 교육부 고시 제2022-33호 [별책8].
- 교육인적자원부. (2007). **수학과 교육과정**. 교육인적자원부 고시 제2007-79호.
- 김경미. (2009) **韓國數學教育學會誌 시리즈 A <數學教育> 48(3)**, 235-263.
- 김성여, 강언진, 강요한, 고창수, 김보현, 김영준, 노시현, 박용준, 박희정, 안효은, 이대현, 정선혜, 정유화 정지호, 황윤정. (2022a). 초등학교 수학 3-1. 경기: 아이스크림 미디어.
- _____. (2022b). 초등학교 수학 3-2. 경기: 아이스크림 미디어.
- _____. (2022c). 초등학교 수학 4-2. 경기: 아이스크림 미디어.
- _____. (2023a). 초등학교 수학 5-1. 경기: 아이스크림 미디어.
- _____. (2023b). 초등학교 수학 5-2. 경기: 아이스크림 미디어.
- _____. (2023c). 초등학교 수학 6-1. 경기: 아이스크림 미디어.
- _____. (2023d). 초등학교 수학 6-2. 경기: 아이스크림 미디어.
- 김정하. (2019). 2015 개정 교육과정에 따른 초등수학 교과용 도서에 대한 교사의 인식 분석. **한국초등수학교육학회지**, 23(4) 507-527.
- 김태은, 박준홍, 이재진, 권서경, 고정화, 문혜선. (2019) **초·중학교 학습부진학생의 성장 과정에 대한 연구(Ⅲ)**. 한국교육과정평가원 연구보고서(RRI 2019-7) 충북: 한국교육과정평가원.

- 류희찬, 유현주, 이종영, 조영미, 탁병주, 최인숙, 정미진, 이환규, 전종호, 김광식, 이경선, 박순덕, 김경희, 원선희, 선종희, 고기연, 이영배, 김종욱, 김해동, 장연지, 나미연, 김은미, 박순희, 서우림, 윤현철, 김유리. (2022a). 초등학교 3~4학년군 수학 3-1. 서울: 금성출판사.
- _____. (2022b). 초등학교 3~4학년군 수학 3-2. 서울: 금성출판사.
- _____. (2022c). 초등학교 3~4학년군 수학 4-2. 서울: 금성출판사.
- _____. (2023a). 초등학교 5~6학년군 수학 5-1. 서울: 금성출판사.
- _____. (2023b). 초등학교 5~6학년군 수학 5-1 지도서. 서울: 금성출판사.
- _____. (2023c). 초등학교 5~6학년군 수학 5-2. 서울: 금성출판사.
- _____. (2023d). 초등학교 5~6학년군 수학 6-1. 서울: 금성출판사.
- _____. (2023e). 초등학교 5~6학년군 수학 6-2. 서울: 금성출판사.
- 박정래. (2003). **분수와 소수에 대한 수 감각 계발 지도를 위한 연구**. 미출판 석사학위논문, 한국교원대학교.
- 방정숙. (2005a). 초등학교 학생들의 계산 능력과 수감각(Number Sense) 연구, **한국학교수학회논문집**, 8(4), 423-444.
- 방정숙. (2005b). **초등교과 교육연구**, 6. 한국교원대학교 초등교육연구소. pp. 16-17.
- 방정숙, 강현영, 고은성, 이동환 공역(2016). 『수학 교사를 위한 지침서 01. 비 비례, 비례 추론의 필수 이해』. 교우사.
- 소성숙. (2003). **초등학교 학생들의 분수감각에 대한 실태 분석**. 미출판 석사학위논문, 한국교원대학교.
- 이용률. (2018). 초등학교 수학의 중요한 지도 내용. 경문사.
- 이지혜. (2007). **초등학교 학생들의 분수에 대한 수감각 계발 지도를 위한 연구**. 미출판 석사학위논문, 건국대학교.
- 이지영, 방정숙. (2014). 분수의 다양한 의미에서 단위에 대한 초등학교 6학년 학생들의 이해 실태 조사. **대한수학교육학회지 수학교육학연구**, 24(1), 88.
- 장혜원, 서동엽, 김민희, 김 선, 김주숙, 김차명, 남지현, 박미정, 박성광, 박혜민, 유철민, 임미인, 정혜선, 좌승협. (2022a). 초등학교 3~4학년군 수학 3-1. 서울: 미래엔.
- _____. (2022b). 초등학교 3~4학년군 수학 3-2. 서울: 미래엔.
- _____. (2022c). 초등학교 3~4학년군 수학 4-2. 서울: 미래엔.
- _____. (2023a). 초등학교 5~6학년군 수학 5-1. 서울: 미래엔.
- _____. (2023b). 초등학교 5~6학년군 수학 5-2. 서울: 미래엔.
- _____. (2023c). 초등학교 5~6학년군 수학 6-1. 경기: 미래엔.
- _____. (2023d). 초등학교 5~6학년군 수학 6-2. 경기: 미래엔.

- 정은실. (2006). 분수 개념의 의미 분석과 교육적 시사점 탐구. **대한수학교육학회지, 학교수학**, 8(2), 123-138.
- 조형미, 강완. (2015) 한국, 대만, 중국의 초등학교 수학교과서에 나타난 분수 개념 지도 방법 **대한수학교육학회지, 학교수학**, 17(4), 571-591.
- Reys, R.E., Lindquist, M. M., Lambdin, D. V., & Smith, N. L. (2014). *Helping children learn mathematics(11th ed.)*. New York: John Wiley & Sons. 박성선, 김민경, 방정숙, 권점례 공역(2019). 『초등 교사를 위한 수학과 교수법』. 경문사.
- Arthur, J.B., Ronald T.C., (1998). *Fostering children's Mathematical Power(1st ed.)*. Routledge. 권성룡, 김남균, 김수환, 김용대, 남승인, 류성림, 방정숙, 신준식, 이대현, 이봉주, 조완영, 조정수 공역(2005). 『수학의 힘을 길러주자. 왜? 어떻게?』. 경문사.

A B S T R A C T

Comparative Analysis of Government-designated and Authorized Textbooks according to the 2015 Revised Mathematics Curriculum -Focuisng on Fraction Sense

Kim, Jeong Ju

Major in Elementary Mathematics Education
Graduate School of Education
Jeju National University of Education

Supervised by Professor Kim, Hae Gyu

In this study, in terms of sense of fractions, government-designated textbooks according to the 2015 revised curriculum were compared and analyzed. In addition, the 6th grade students who learned according to the 2015 revised curriculum mathematics textbook were tested for fraction sense, and based on the results, problems with the government-designated textbook and authorized textbook and improvement plans for fraction sense guidance were presented.

Government-designated textbooks have been converted into a authorized textbook system for verification in accordance with the demand for diversity and creativity. State textbooks and certification textbooks had the same unit name and theme in relation to fraction learning, and had a similar flow in terms of flow development of units. However, each textbook was arranging differentiated lessons, activities, questions, and visual materials to develop students' sense of fraction.

The understanding of the students' sense of fractions was different depending on the

components. First, students did not evenly understand the various meanings of fractions. Second, basic conceptual errors were shown in the expression of equivalent fractions. Third, There was little tendency to compare the size of fractions using the sense of fractions. Fourth, when solving arithmetic problems, many students calculated using algorithms rather than using fractional senses. Fifth, few students were accustomed to using benchmarks skillfully. Sixth, there were few students who used arithmetic knowledge fluently and there was a lack of attitude to meaningfully connect fractions with units of measurement in real life.

Based on the results of the students' fraction sense test, the contents of the fraction sense instruction and textbook improvement plan are as follows. First, when learning the various meanings of fractions, understanding of units should be preceded. Second, based on the explanation of the various meanings of fractions, students had better learn how they are related to each other. Third, students should fully recognize that fractions are numbers with multiplicative relationships and create equivalent fraction based on the relationship. Fourth, it should be noted that there are various methods compare the size of fractions. Fifth, It should be fully addressed that there are various ways to compare the size of fractions. Sixth, the use of effective benchmarks should be applied to problem solving. Seventh, students should understand that the arithmetic knowledge learned in natural numbers is also applied to the arithmetic of fractions. Eighth, students should examine whether fractions and units of measurement are suitable for specific situations in real life.

Key words: Fraction sense, government-designated textbooks, authorized textbook, 2015 revised curriculum


부 록

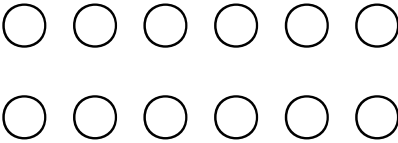
[부록 1] 분수 감각 검사지

[부록 1]

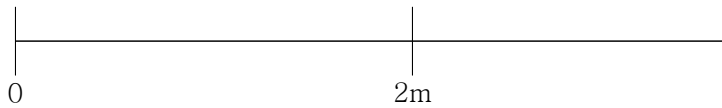
분수 감각 검사지

※ (1~2) 다음 주어진 그림에 다음 분수만큼 색칠하시오. (소성숙, 2003)

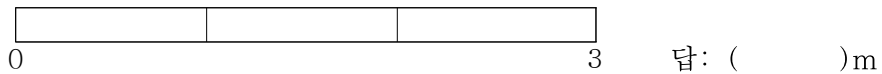
1. $\frac{1}{5}$ 

2. $\frac{2}{3}$ 

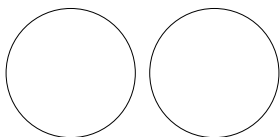
3. 다음 수직선에 $\frac{3}{4}$ m를 나타내시오. (이지영, 방정숙, 2014)



4. 3m짜리 색 테이프를 4명이 똑같이 나누어 가지려고 한다. 한 사람이 가지는 색 테이프의 길이는 얼마일지 표시하고 답을 쓰시오. (이지영, 방정숙, 2014)



5. 피자 2판이 있습니다. 전체 피자 2판의 $\frac{3}{8}$ 이 얼마일지 그림으로 나타내고 답을 쓰시오. (이지영, 방정숙, 2014)



답: ()

6. ㉠에 대한 ㉡의 크기를 분수로 나타내세요. (소성숙, 2003)
 ㉡ -

--	--

 ㉠ -

--	--	--	--	--

 답: ()
7. 분모가 3보다 크고 8보다 작은 분수 중 1과 크기가 같은 분수를 모두 쓰시오. (박정래, 2003)
 답: ()
8. ()안에 들어갈 분수를 1개 쓰시오.
 $\frac{6}{15} = ()$ 답: ()
9. $\frac{37}{77}$ 과 $\frac{51}{98}$ 중에 더 큰 수를 쓰시오. (이지혜, 2007) 답: ()
10. 다음 중 $\frac{1}{2}$ 에서 가장 먼 분수를 고르시오. () (소성숙, 2003)
 ① $\frac{7}{15}$ ② $\frac{7}{13}$ ③ $\frac{10}{18}$ ④ $\frac{11}{20}$
11. $\frac{7}{8}$ 보다 1에 더 가까운 분수를 모두 고르시오. () (이지혜, 2007)
 ① $\frac{8}{9}$ ② $\frac{8}{7}$ ③ $\frac{11}{10}$ ④ $\frac{10}{9}$
12. $\frac{1}{3}$ 과 $\frac{1}{2}$ 사이에 있는 분수를 고르시오. () (이지혜, 2007)
 ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{4}{5}$ ③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{2}{5}$

13. 다음 ○ 안에 〈 , = , 〉 중 알맞은 것을 넣고, 왜 그렇게 생각했는지 설명하시오. (방정숙, 2005)

$$17\frac{29}{31} - 3\frac{7}{13} \quad \bigcirc \quad 17\frac{51}{53} - 3\frac{5}{12}$$

설명:

14. 다음 ○ 안에 〈 , = , 〉 중 알맞은 것을 넣으시오. 직접 계산하지 않고 이 문제를 풀 수 있습니까? 설명하시오. (방정숙, 2005)

$$\frac{8}{9} \div \frac{2}{7} \quad \bigcirc \quad \frac{8}{9} \div \frac{2}{11}$$

직접 계산하지 않고 이 문제를 풀 수 (있다 / 없다).

설명:

15. 직접 계산하지 않고 다음 수를 크기가 작은 것부터 큰 것으로 순서대로 배열하시오. (방정숙, 2005)

$$\frac{9}{10}, \frac{20}{39}, \frac{19}{40}, \frac{15}{13}, \frac{1}{2}$$

(, , , ,)

←작은 수

큰 수→

설명:

16. $\frac{18}{37}$ 과 $\frac{29}{59}$ 의 합은 다음 중 어느 것에 가장 가까운가요? ()

(이지혜. 2007)

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2

17. 다음 중 합이 1보다 큰 식을 고르시오. ()

(소성숙. 2003)

- ① $\frac{24}{47} + \frac{36}{71}$ ② $\frac{26}{53} + \frac{15}{31}$ ③ $\frac{1}{2} + \frac{14}{29}$ ④ $\frac{23}{47} + \frac{8}{17}$

18. 다음 ○ 안에 < , = , > 중 알맞은 것을 넣고, 왜 그렇게 생각했는지 설명 하시오. (방정숙. 2005)

$$\frac{5}{9} + \frac{4}{3} + \frac{7}{8} + \frac{1}{4} \quad \bigcirc \quad \frac{1}{4} + \frac{7}{8} + \frac{4}{3} + \frac{5}{9}$$

설명:

19. $4\frac{3}{4} + 13\frac{7}{15} + 7\frac{2}{8} + 4\frac{2}{15} - 3\frac{3}{5}$ 는 얼마입니까?(방정숙. 2005)

답: ()

설명:

20. 민준이는 다음과 같이 분수의 뺄셈식을 계산하였습니다.

$$2\frac{1}{4} - 1\frac{1}{10} = \frac{19}{20}$$

민준이가 계산한 답이 맞는지 틀렸는지 계산하지 않고 알 수 있는 방법이 있습니까? (방정숙, 2005)

- 1) 맞는지 틀렸는지 계산을 할 필요가 (있다 / 없다).
- 2) 설명:

21. <보기>를 읽고 물음에 답하시오. (방정숙, 2005)

○○서점에서 새 책 600권을 주문했다. 주인은 주문한 책의 $\frac{3}{5}$ 을 한 권에 2500원씩 팔았다.

- 1) 서점 주인은 300권보다 많이 팔았습니까? 적게 팔았습니까?
()

그렇게 생각한 이유를 설명해 보시오.
설명:

- 2) 이 문제의 나머지 수들($\frac{3}{5}$, 2500)은 그대로 두고, 주문한 책만 724권으로 바꿀 수 있습니까?

바꿀 수 (있다 / 없다).
설명:

22. 10살 소년의 키는 1.5m입니다. 이 소년이 20살이 되었을 때 키가 얼마가 될 것이라고 생각합니까? (방정숙, 2005)

답:()m