제주교육대학교 논문집(1997)
제26집 pp.253~276

Pitch-Class Set 이론의 이해

조 치 노*

<목 차>

Ⅰ. 시작하면서

알렌 포르테(Allen Forte)[1]는 1973년에 출간된 "無調性 음악의 구조(The Structure of Atonal Music)"[2]에서 불협화적이고 추상적인 20세기의 無調性 음악 즉, 비음열 음악(non-serial works)에 대한 과학적인 분석 방법을 제시하였다. 그는 이 책에서 악보에 나타나는 모든 음들을 선율적이거나 음정적, 그리고 화성적 형태 등의 그룹으로 분할(segmentation)하고 분할된 각 그룹의 음들을 음역에 관계없이 C에서 B

* 제주교육대학교 음악교육과 조교수
1) 1926년 12월 23일 미국 Oregon주 Portland에서 출생한 음악 이론가.
2) Allen Forte, *The Structure of Atonal Music* (New Haven: Yale University Press, 1973).

음까지 반음을 포함한 12개의 음으로 축소하고 이 음들을 0에서 11까지의 숫자로 변화시켜 각 그룹들이 가지는 구조와 기능적 관계를 수학의 집합(Set) 이론을 이용하여 체계적으로 분석하였는데 이러한 분석 방법을 Pitch-Class Set 이론 또는 줄여서 Set 이론이라 부른다.

현대의 비음열 음악은 매우 조직적이고 체계적인 음 조직들이 수많은 임시표와 함께 복잡하고 난해하게 전개되기 때문에 기존의 화음이나 음정 분석만으로 특징적인 음조직들을 정확하게 밝혀내기 힘들다. 특히 긴 음악 작품에서 이러한 현상은 더욱 두드러지게 나타난다. 그러나 알렌 포르테는 자신의 이론을 통해 쇤베르그, 베베른, 베르그, 스트라빈스키, 부조니, 바르톡, 아이브즈, 스크리아빈, 바레즈 등의 작품에 내재되어 있는 음조직 체계를 계통적으로 분석하였다.[3)]

본 연구는 알렌 포르테의 set 이론 중에서 Pitch-Class Sets와 그 관계들이 20세기 현대의 여러 음악작품에서 음조직들의 구조를 어떻게 분석되고 적용되는가를 이해하는데 그 목적이 있다.

Ⅱ. Pitch-Class Sets

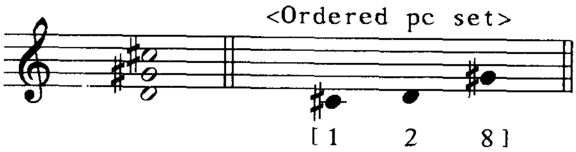
Pitch-Class Set[4)]은 악보에서 분석을 위해 몇개의 음들을 그룹별로 분할하고 그 분할된 그룹들을 음높이를 무시하고 0에서 11까지의 숫자로 변화시킨 하나의 음 그룹을 가리킨다. 여기에는 동일한 음은 중복해서 사용하지 않는다. 숫자로 표현된 pc set들은 비교를 위해 우선적으로 어떤 통일적인 질서에 의하여 정리해야할 필요가 있다. 예를들면 <악보 1>에서와 같이 3개의 음으로 구성되는 D-G#-C#의 화음이 있다고 가정할때, 이를 임의대로 저음부터 숫자로 표시하면 [2,8,1]의 pc set이 된다. 여기에서 숫자가 가장 적은 것에서부터 큰 것까지 차례로 배열하면 [1,2,8]의 pc set을 형성 되는데, 이것을 ordered pc set이라 한다. ordered pc set은 악보의 음들을

3) 또한 쟈넷 슈몰펠트 같은 음악 이론가는 다음에 제시된 자신의 저서에서 알반 베르그의 오페라 "보체크"에 수록되어 있는 악곡 전체를 Set 이론으로 명쾌히 분석해 내고 있다: Janet Schmaltfeldt, *Berg's Wozzeck: Harmonic Language and Dramatic Design*, (New Haven: Yale University Press, 1983).

4) 이하 줄여서 pc set라 함.

번호순으로 배열한 최초의 형태를 가리키는 것으로 이 형태는 음정들의 간격도 가장 작은 것에서부터 배열하는 normal order의 과정을 거쳐 고유의 pc set의 이름을 갖는 prime form으로 진행하는데 그 과정은 다음과 같다.

<악보 1>

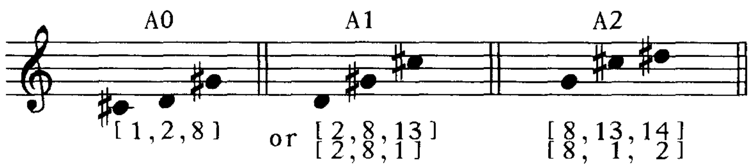


1. Normal Order

악보에서 분할된 음들을 ordered pc set으로 변환하였으면 다음은 normal order라고 하는 기본 형태를 찾아야 한다. 이것은 각 음들 사이의 음정이 가장 좁은 간격으로 배열된 형태를 뜻하는데, ordered pc set에서 순환순열 (循環順列: permutation)의 방법으로 열거한다. 예를 들면 3개의 음 a,b,c가 있을때, 이것의 순환순열은 [a,b,c], [b,c,a], [c,a,b]의 3가지 형태로 나타난다. 4개의 음으로 구성되는 set의 순환순열은 4가지 형태로 나타난다.

하나의 set에서 normal order를 얻기 위해서는 다음과 같은 조건을 가져야 한다. 첫째, ordered pc set을 만든후에 이 set을 순환순열을 시켜야 한다. 이때에도 적은 숫자에서 큰 숫자로의 상행이 지켜져야 하는데, 이것은 각 원소가 순환순열 될때 12를 더해주어야 함을 의미한다. 왜냐하면 첫번째 음이 순환순열 되어 두번째 set의 마지막 자리에 위치할때 처음 set 보다 옥타브 위에 위치하기 때문이다. 둘째, 순환순열된 각각의 pc set들 중에서 마지막 음의 숫자에서 첫 번째 음을 뺀 숫자 중에서 가장 적은 수의 set가 normal order가 된다. 따라서 <악보 1>의 D-G#-C# 화음에서 ordered pc set [1,2,8]의 순환순열 <악보 2>와 normal order를 구하는 방법은 다음과 같다.

<악보 2>



		첫 음과 마지막 음의 差
A0	[1,2,8]	7
A1	[2,8,13]	11
A2	[8,13,14]	6 *

여기에서 normal order는 A2가 된다. 그러나 다음과 같이 pc set [0,2,4,8]이 순환순열 했을때, 처음과 끝의 差가 같은 숫자로 나타나는 경우가 있다.

A0	[0,2,4,8]	8 *
A1	[2,4,8,12]	10
A2	[4,8,12,14]	10
A3	[8,12,14,16]	8 *

normal order는 A0,A3가 되는데, 이런 경우에는 첫 번째 음과 끝에서 두 번째 음의 差를 비교한다. 즉, A0 < 0,4 > = 4, A3 < 8,14 > = 6의 결과가 생기는데 최종적인 normal order는 A0가 된다. 또한 이번의 결과 에서도 같은 숫자로 나타나는 경우, 처음과 끝에서 세 번째 음의 差를 비교한다. 그래도 계속해서 같은 결과가 나타나면, 이때는 모두가 normal order가 되기 때문에 어느것 하나를 선택해서 normal order로 삼는다. 다음에는 6개의 음으로 구되는 pc set [0,3,4,7,8,11]의 normal order를 구해보자.

A0	[0,3,4,7,8,11]	11
A1	[3,4,7,8,11,12]	9 *
A2	[4,7,8,11,12,15]	11
A3	[7,8,11,12,15,16]	9 *
A4	[8,11,12,15,16,19]	11
A5	[11,12,15,16,19,20]	9 *

여섯개의 set중에서 A1,A3,A5가 동일하게 9의 음정 差를 취하므로, 이번에는 첫 번째 음과 끝에서 두 번째 음의 差를 비교한다.

A1 [3, 4, 7, 8,11 ···] 8
A3 [7, 8,11,12,15 ···] 8
A5 [11,12,15,16,19 ···] 8

위의 결과는 A1,A3,A5가 모두 동일하게 8의 음정 差를 가지므로 끝에서 세번째를 비교한다.

A1 < 3,8 > = 5
A3 < 7,12 > = 5
A5 < 11,16 > = 5

위의 결과도 역시 동일하게 나타나기 때문에 첫 음과 끝에서 네 번째 음을 비교한다.

A1 < 3,7 > = 4
A3 < 7,11 > = 4
A5 < 11,15 > = 4

계속해서 첫 음과 끝에서 다섯 번째 음을 비교한다.

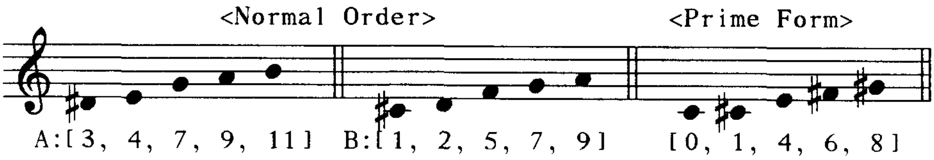
A1 < 3,4 > = 1
A3 < 7, 8 > = 1
A5 < 11,12 > = 1

결과적으로 3개의 pc set은 모두가 동일한 음정差를 가지므로 A1, A3, A5는 어느 것이나 normal order가 된다.

2. Prime Form

Prime Form의 구성은 normal order인 pc set에서 첫 번째 음을 0으로 하고, 나머지 음들의 수는 첫 번째 숫자의 差로서 얻어진다. <악보 3>과 같이 normal order인 2개의 pc set A:[3,4,7,9,11]과 B:[1,2,5,7,9]의 prime form을 환산해 보자. A의 첫 번째 수 3을 0으로 두면 두 번째 정수 4는 4-3=1이 되며, 세 번째 수 7은 7-3=4, 네 번째는 9-3=6, 다섯 번째는 11-3=8이 된다. 이와같은 방법으로 set B의 첫번째를 0으로 두면 나머지는 각각 1,4,6,8이 되며 결과적으로 아래와 같이 A와 B의 prime form은 동일하게 나타난다.

<악보 3>



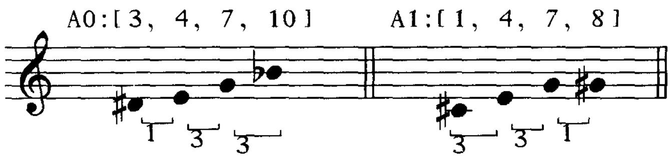
normal order	prime form	set name
A: [3,4,7,9,11]	[0,1,4,6,8]	5-30
B: [1,2,5,7,9]	[0,1,4,6,8]	5-30

이와 같은 과정에 의해서 얻어지는 pc set의 prime form에는 각각 고유한 set name 이 명명되어 있다. 알렌 포르테의 prime form 리스트[5)]에는 3개에서 9개 까지의 수를 갖는 모든 종류의 pc set에 대한 prime form이 220개 실려있다. 220개의 set name들은 hyphen(-)으로 분리되는 2개의 숫자리로 표시되는데, hyphen의 왼쪽에는 기수(基數:cardinal number)로써 3에서 9까지 set의 구성 음들을 나타내고 있으며, 오른쪽에는 서수(序數:ordinal number)의 순위가 표시되어 있다. 그러면 위에서 찾은 prime form [0,1,4,6,8]의 set name을 찾아보자. 우선 기수가 5가 되므로 리스트 상에서 5의 항목을 찾는다. 그다음 1에서 38까지의 서수 그룹에서 [0,1,4,6,8]이 있는가를 확인한다. 이것은 30번째에서 발견되므로 결과적으로 set name은 5-30이 된다.

그러나 모든 normal order들이 위와 같이 나타나지 않는다. <악보 4>에서와 같이 2개의 normal order인 A0: [3,4,7,10]과 A1: [1,4,7,8]의 prime form을 구해보자. A0의 prime form은 [0,1,4,7]이며, set name은 4-18이 된다. 그러나 A1의 prime form은 [0,3,6,7]로 리스트 상에서 set name이 발견되지 않는다. 이것은 <악보 4>에서와 같이 A0와 A1의 음정 간격은 서로 전위관계(inversion relation) 관계를 형성한다. 이럴 경우에는 A1의 set을 전위시켜 새로운 normal order를 구한 다음 다시 새로운 prime form을 만들어서 set name을 찾으면, 아래와 같이 A1의 새로운 prime form은 [0,1,4,7]이 되어 A0와 같이 동일한 set name을 갖는다.

5) Allen Forte, 179-181쪽 참고. 본 논문에서는 부록에 실려있음.

<악보 4>

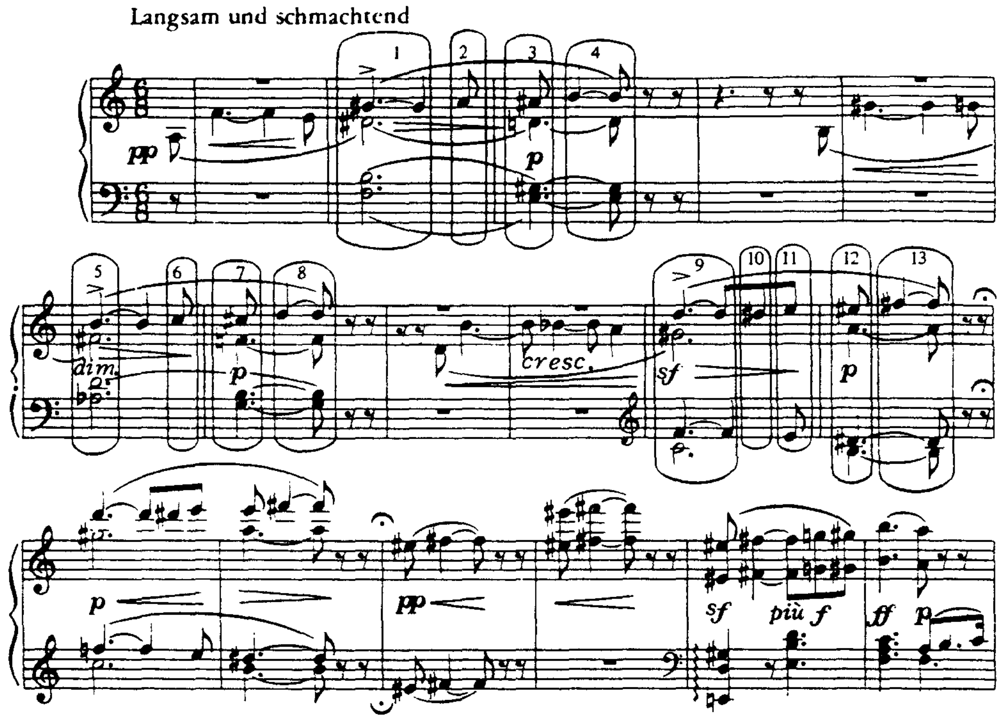


			A0	A1
	normal order	:	[3,4,7,10]	[1,4,7,8]
	prime form	:	[0,1,4,7]	[0,3,6,7]
	set name	:	4-18	?
	전 위 형	:	[0,9,6,5]	
	ordered set	:	[0,5,6,9]	
새로운	normal order	:	[5,6,9,0]	
새로운	prime form	:	[0,1,4,7]	
	set name	:	4-18	4-18

Ⅲ.음악에서 발견되는 Set 형태들

지금까지 ordered pc set에서 normal order를 거쳐 최종적으로 prime form을 구하는 방법을 살펴 보았다. 본 장에서는 실제 음악에서 나타나는 pc set 형태들과 그 상호 관계에 대해 살펴 보겠다. 다음의 <악보 5>는 바그너의 유명한 오페라 <트리스탄과 이졸데>의 전주곡 중 시작부를 보여준다. 마디 3까지의 동기는 마디 4-7과 8-11 사이에 동형진행으로 나타난다. 악보에는 13개의 수직적 화음들이 분할되어 있다. 각 화음의 pc set 형태와 관계들을 살펴보면 다음과 같다.

<악보 5>



마디 1-3까지의 첫 번째 프레이즈는 4개의 수직화음으로 구성되고 있다. 제1번 화음은 F-B-D# -G#으로 구성되며 pc set은 [5,11,3,8]로 나타난다. 여기에서 제일 먼저 적은 숫자에서 큰 숫자로 차례로 배열된 ordered pc set [3,5,8,11]을 정한다. 다음은 순환순열을 거쳐 normal order와 prime form, 그리고 set name을 구한다. 그 과정은 아래와 같이 나타난다.

<ordered pc set [3,5,8,11]의 normal order 찾기>

순환순열	처음과 끝의 差	
[3,5,8,11]	11-3 = 8	------ normal order
[5,8,11,15]	15-5 =10	
[8,11,15,17]	17-8 = 9	
[11,15,17,20]	20-11= 9	

<prime form과 set name>

화음번호	:	1
normal order	:	[3,5,8,11]
prime form	:	[0,2,5,8]
set name	:	4-27

제2번 화음은 F-B-D#-A로 구성되며 pc set은 [5,11,3,9]로 나타나며, ordered pc set [3,5,9,11]에 대한 normal order와 prime form, 그리고 set name은 아래와 같이 나타난다.

화음번호	:	2
ordered pc set	:	[3,5,9,11]
normal order	:	[3,5,9,11]
prime form	:	[0,2,6,8]
set name	:	4-25

제3번 화음(E-G#-D-A#) [4,8,2,10]에 대한 normal order와 prime form, 그리고 set name은 아래와 같이 나타난다.

화음번호	:	3
ordered pc set	:	[2,4,8,10]
normal order	:	[2,4,8,10]
prime form	:	[0,2,6,8]
set name	:	4-25

제4번의 화음 E-G#-D-B에 대한 pc set [4,8,2,11]에서 ordered set: [2,4,8,11]의 normal order를 계산하면 [8,11,2,4]가 되며 prime form은 [0,3,6,8]로 나타난다. 그러나 이 형태는 set name은 리스트 상에 나타나지 않기 때문에 이것을 전위시켜 새로운 prime form을 구해야 한다.

화음번호	:	4
ordered set	:	[2,4,8,11]
normal order	:	[8,11,2,4]
prime form	:	[0,3,6,8]
set name	:	?
전 위 형	:	[0,9,6,4]
새로운 ordered set	:	[0,4,6,9]
새로운 normal order	:	[4,6,9,12]
새로운 prime form	:	[0,2,5,8]
set name	:	4-27

두 번째 프레이즈(마디 4-7)는 제9번에서 제13번까지 5개의 수직화음으로 구성되고 있다. 제5번, 6번, 그리고 7번 화음의 normal order와 prime form, 그리고 set name은 아래와 같이 나타난다.

화음번호	:	5	6	7
ordered pc set	:	[2,6,8,11]	[0,2,6,8]	[1,5,7,11
normal order	:	[6,8,11,2]	[0,2,6,8]	[11,1,5,7
prime form	:	[0,2,5,8]	[0,2,6,8]	[0,2,6,8]
set name	:	4-27	4-25	4-25

제8번 화음은 제4번과 같이 prime form을 전위시켜 새로운 normal order를 구한다.

화음번호	:	8
ordered set	:	[2,5,7,11]
normal order	:	[11,2,5,7]
prime form	:	[0,3,6,8]
set name	:	?
전 위 형	:	[0,9,6,4]
새로운 ordered set	:	[0,4,6,9]
새로운 normal order	:	[4,6,9,12]
새로운 prime form	:	[0,2,5,8]
set name	:	4-27

세 번째 프레이즈(마디 8-11)는 제9번에서 제13번까지 5개의 수직화음으로 구성되고 있다. 제9-12번 화음의 normal order와 prime form, 그리고 set name은 아래와 같이 나타난다.

화음번호	:	9	10	11	12
ordered pc set	:	[0,2,5,8]	[0,3,5,8]	[0,4,8]	[3,5,9,11]
normal order	:	[0,2,5,8]	[0,3,5,8]	[0,4,8]	[3,5,9,11]
prime form	:	[0,2,5,8]	[0,3,5,8]	[0,4,8]	[0,2,6,8]
set name	:	4-27	4-25	3-12	4-25

제13번 화음은 제4,8번과 같이 prime form을 전위시켜 새로운 normal order를 구한다.

화음번호	:	13
ordered set	:	[3,6,9,11]
normal order	:	[3,6,9,11]
prime form	:	[0,3,6,8]
set name	:	?
전 위 형	:	[0,9,6,4]
새로운 ordered set	:	[0,4,6,9]
새로운 normal order	:	[4,6,9,12]
새로운 prime form	:	[0,2,5,8]
set name	:	4-27

다음은 4-27의 set name 이상과 같이 13개의 수직화음에·대한 pc set들의 set name을 비교한 결과 공통적으로 나타나는 set들은 4-27(제1, 4, 5, 8, 9, 13번)과 4-25(제2, 3, 6, 7, 12번)의 2가지 형태로 나타남을 알 수 있을 갖는 pc set들의 관계를 보여준다.

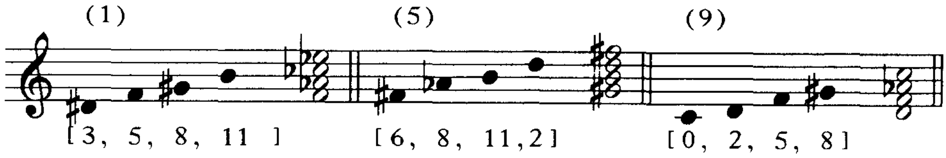
화음번호	:	1	5	9
normal order	:	[3,5,8,11]	[6,8,11,2]	[0,2,5,8]
prime form	:	[0,2,5,8]	[0,2,5,8]	[0,2,5,8]
set name	:	4-27	4-27	4-27
화음번호	:	4	8	13
normal order	:	[8,11,2,4]	[11,2,5,7]	[3,6,9,11]
prime form	:	[0,3,6,8]	[0,3,6,8]	[0,3,6,8]
새로운 prime form	:	[0,2,5,8]	[0,2,5,8]	[0,2,5,8]
set name	:	4-27	4-27	4-27

전위관계

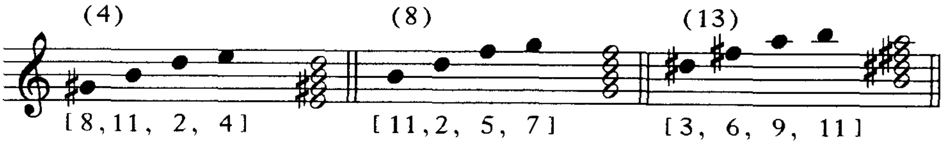
위의 6개 set 모두는 동일한 4-27의 set name을 갖는다. 그러나 <악보 6>에서와 같이 모든 set을 딴이름 한소리를 이용하여 기보하면 제1, 5, 9번은 반감 7화음(half-diminished 7th chord)을, 제4, 8, 13번은 딸림 7화음(dominant 7th chord)을 형성하는데, 이들은 서로 전위관계를 갖는다.

<악보 6>

<<Half-diminished 7th Chord>>



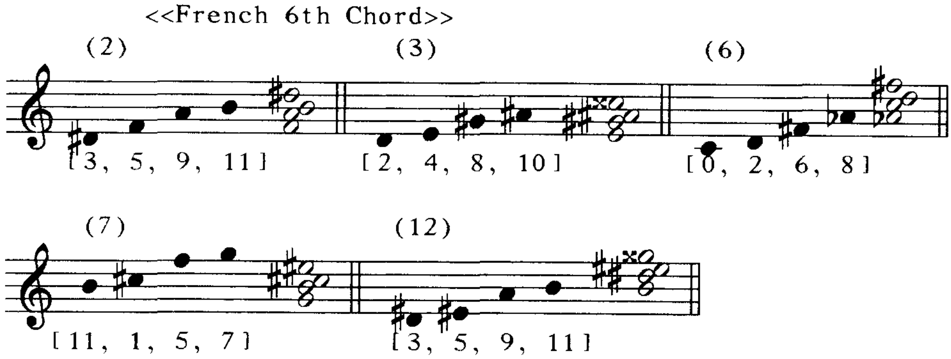
<<Dominant 7th Chord>>



제2, 3, 6, 7, 12번은 모두 동일한 4-25의 set name을 취하지만 전위관계는 발견되지 않는다. 이 set들 역시 딴이름 한소리를 사용해서 기보하면 증6화음 중 프랑스 6화음(French 6th chord)과 동일한 구조 갖는다. <악보 7>

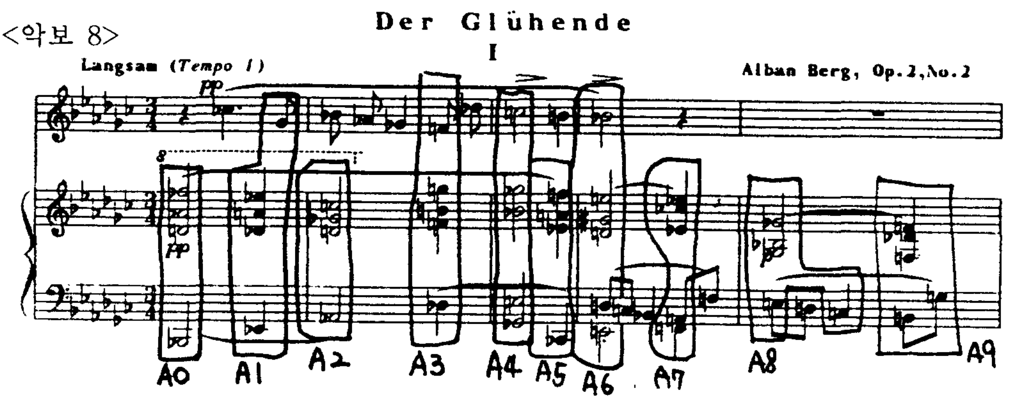
화음번호	2	3	6	7	12
normal order	[3,5,9,11]	[2,4,8,10]	[0,2,6,8]	[11,1,5,7]	[3,5,9,11]
prime form	[0,2,6,8]	[0,2,6,8]	[0,2,6,8]	[0,2,6,8]	[0,2,6,8]
set name	4-25	4-25	4-25	4-25	4-25

<악보 7>



다음은 베르그(Alban Berg)의 "4개의 가곡" Op.2 중 두 번째 곡을 대상으로 분할된 수직화음들의 set 관계를 살펴보자. 악곡은 Eb 단조를 나타내지만 선율의 부분적인 면을 제외하고는 조성감을 느끼기 힘들다. 그러나 set 이론으로 분석하면 베르그가 기존의 화성을 사용하면서 조성감을 회피하기 위한 자신의 독특한 기법을 밝혀낼 수 있다. <악보 8>은 마디 1-4의 수직화음을 A0-A9로 분할하고 있다. 이 수직화음들에 대한 normal order와 set name을 구하면 다음과 같이 나타난다.

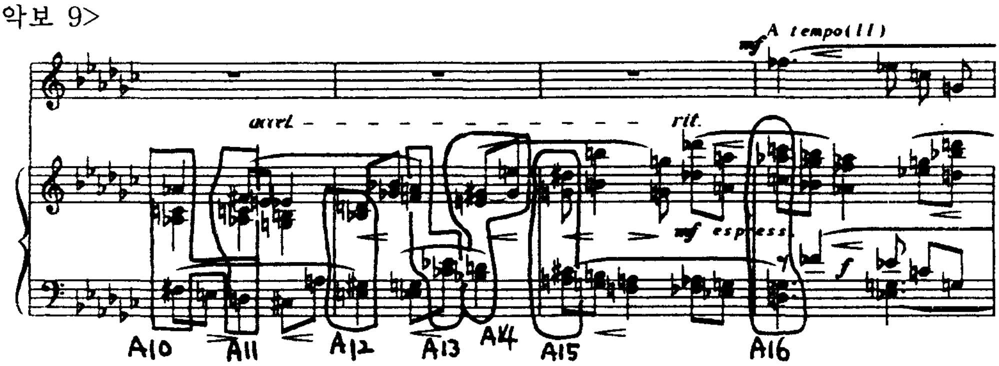
<악보 8>



	ordered pc set	normal order	prime form	set name
A0 :	[2,4,8,10]	[2,4,8,10]	[0,2,6,8]	4-25
A1 :	[1,3,7,9]	[7,9,1,3]	[0,2,6,8]	4-25
A2 :	[0,2,6,8]	[0,2,6,8]	[0,2,6,8]	4-25
A3 :	[1,5,7,1]	[5,7,11,1]	[0,2,6,8]	4-25
A4 :	[0,4,6,10]	[4,6,10,0]	[0,2,6,8]	4-25
A5 :	[3,5,9,11]	[3,5,9,11]	[0,2,6,8]	4-25
A6 :	[2,4,8,10]	[2,4,8,10]	[0,2,6,8]	4-25
A7 :	[3,5,9,11]	[3,5,9,11]	[0,2,6,8]	4-25
A8 :	[0,4,6,10]	[4,6,10,0]	[0,2,6,8]	4-25
A9 :	[1,5,7,11]	[5,7,11,1]	[0,2,6,8]	4-25

<악보 9> 마디 5-8의 수직화음 A10-A16의 normal order와 set name을 구하면 다음과 같이 나타난다.

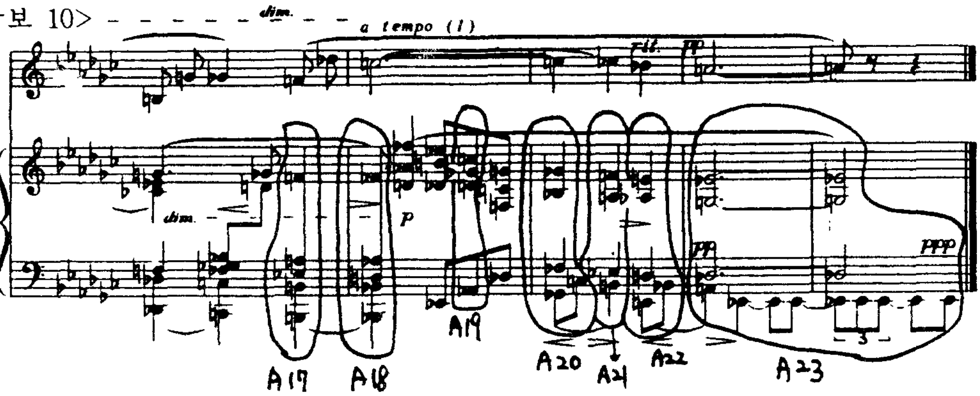
<악보 9>



	ordered pc set	normal order	prime form	set name
A10:	[0,2,6,8]	[0,2,6,8]	[0,2,6,8]	4-25
A11:	[0,2,6,8]	[0,2,6,8]	[0,2,6,8]	4-25
A12:	[2,4,8,10]	[2,4,8,10]	[0,2,6,8]	4-25
A13:	[3,5,9,11]	[3,5,9,11]	[0,2,6,8]	4-25
A14:	[2,4,8,10]	[2,4,8,10]	[0,2,6,8]	4-25
A15:	[1,3,7,9]	[7,9,1,3]	[0,2,6,8]	4-25
A16:	[0,2,6,8]	[0,2,6,8]	[0,2,6,8]	4-25

<악보 10> 마디 13-17의 수직화음을 A17-A23의 normal order와 set name을 구하면 다음과 같이 나타난다.

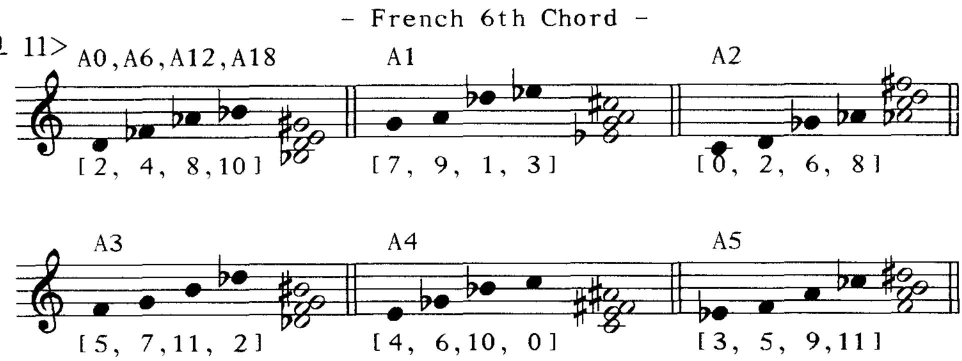
<악보 10>



	ordered pc set	normal order	prime form	set name
A17:	[3,5,9,11]	[3,5,9,11]	[0,2,6,8]	4-25
A18:	[2,4,8,10]	[2,4,8,10]	[0,2,6,8]	4-25
A19:	[0,2,6,8]	[0,2,6,8]	[0,2,6,8]	4-25
A20:	[0,4,6,10]	[4,6,10,0]	[0,2,6,8]	4-25
A21:	[3,5,9,11]	[3,5,9,11]	[0,2,6,8]	4-25
A22:	[2,4,8,10]	[2,4,8,10]	[0,2,6,8]	4-25
A23:	[1,3,7,9]	[7,9,1,3]	[0,2,6,8]	4-25

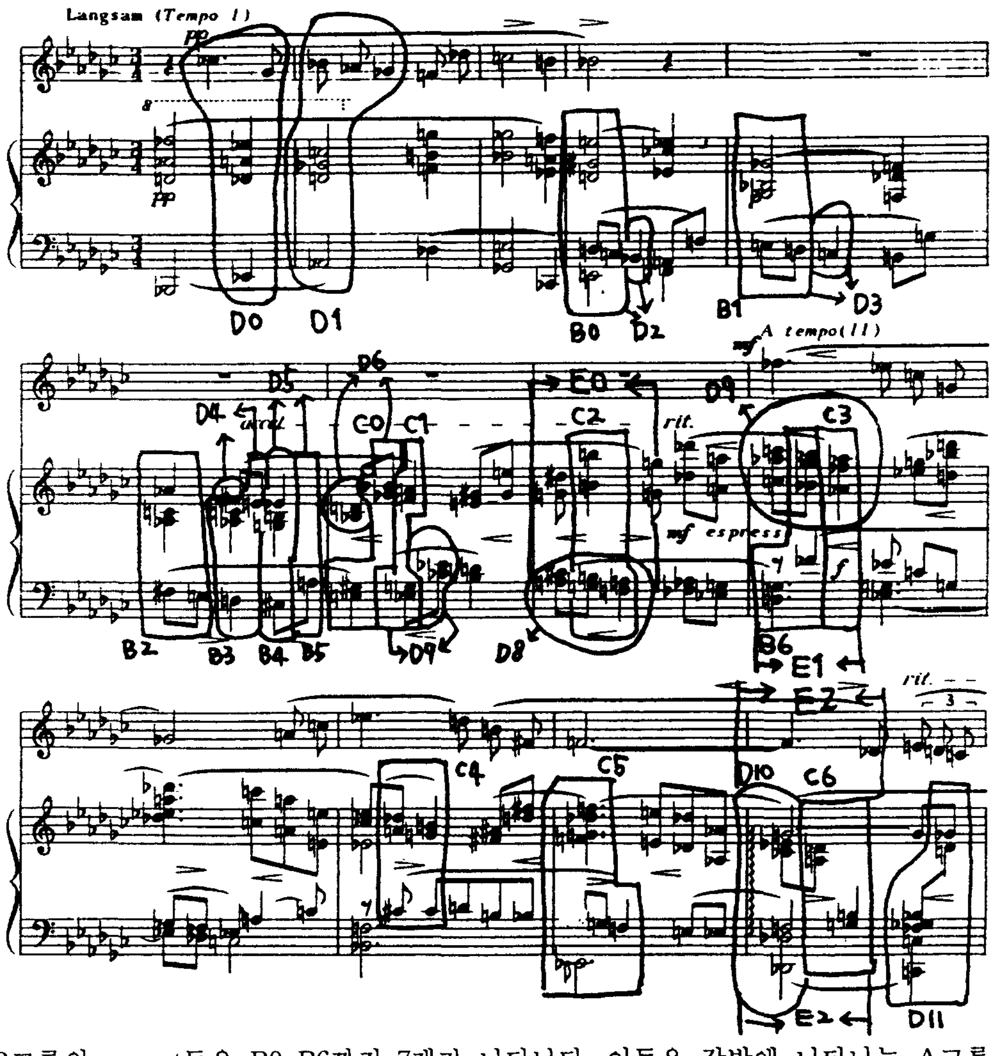
이상의 결과에서 A그룹은 A0에서 A23까지 모두 24개의 pc set가 4-25의 set name을 갖는다. 이것은 바그너의 <트리스탄과 이졸데>에서 분석된 바와 같이 수직화음의 normal order를 딴이름 한소리로 기보하면 <악보 11>과 같이 프랑스 6화음의 구조를 가리킨다.

<악보 11>



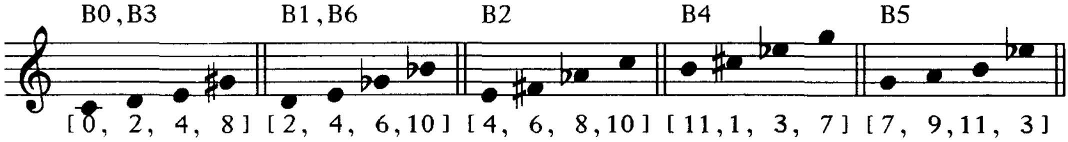
다음의 <악보 12>는 위와 동일한 가곡을 B에서 E그룹까지 수직화음들을 분할하고 있다. B그룹과 C그룹은 A그룹과 같이 4개의 음으로 구성되는 pc set이며, D그룹은 5개, E그룹은 6개의 음으로 구성되는 pc set들을 가리킨다.

<악보 12>



B그룹의 pc set들은 B0-B6까지 7개가 나타난다. 이들은 강박에 나타나는 A그룹의 set에 이어서 약박상에 나타나는 경과음의 형태로 발견되는데, <악보 13>과 같이 모두가 4-24의 동일한 set name을 갖는다. B그룹의 set들을 정리하면 다음과 같다.

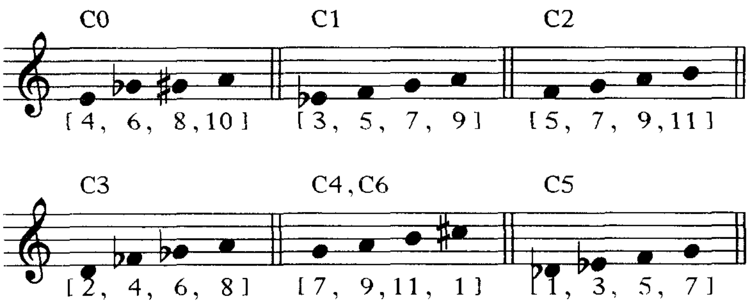
<악보 13>



	ordered	normal order	prime form	set name
B0:	[0,2,4,8]	[0,2,4,8]	[0,2,4,8]	4-24
B1:	[2,4,6,10]	[2,4,6,10]	[0,2,4,8]	4-24
B2:	[0,4,6,8]	[4,6,8,0]	[0,2,4,8]	4-24
B3:	[0,2,4,8]	[0,2,4,8]	[0,2,4,8]	4-24
B4:	[1,3,7,11]	[11,1,3,7]	[0,2,4,8]	4-24
B5:	[3,7,9,11]	[7,9,11,3]	[0,2,4,8]	4-24
B6:	[2,4,6,10]	[2,4,6,10]	[0,2,4,8]	4-24

C그룹의 set들은 C0-C6까지 7개가 4-21의 set name을 갖는데, 이것의 음조직은 <악보 14>와 같이 전음음계(whole-tone scale)에서 연속되는 4개의 음으로 조직된다. 이들은 주로 장2도 하행하는 선적인 진행에서 형성되고 있다. C그룹의 set를 정리하면 다음과 같다.

<악보 14>



	ordered	normal order	prime form	set name
C0:	[4,6,8,10]	[4,6,8,10]	[0,2,4,6]	4-21
C1:	[3,5,7,9]	[3,5,7,9]	[0,2,4,6]	4-21
C2:	[5,7,9,11]	[5,7,9,11]	[0,2,4,6]	4-21
C3:	[2,4,6,8]	[2,4,6,8]	[0,2,4,6]	4-21
C4:	[1,7,9,11]	[7,9,11,1]	[0,2,4,6]	4-21
C5:	[1,3,5,7]	[1,3,5,7]	[0,2,4,6]	4-21
C6:	[1,7,9,11]	[7,9,11,1]	[0,2,4,6]	4-21

D그룹은 D0-D15까지 16개가 발견되는데 이 set들은 <악보 15>와 같이 5개의 음들이 서로 장2도 간격으로 이루어지며, 4-25와 4-24 그리고 4-21의 set 중에서 서로 2개의 set를 합할 때 나타난다. 즉, A그룹의 set와 B그룹의 set를 하나로 묶을 때, A그룹의 set와 C그룹의 set, 그리고 B그룹의 set와 C그룹의 set를 합하면 5-33의 set가 형성된다. <악보 8>에서 D그룹의 set를 정리하면 다음과 같다.

<악보 15>

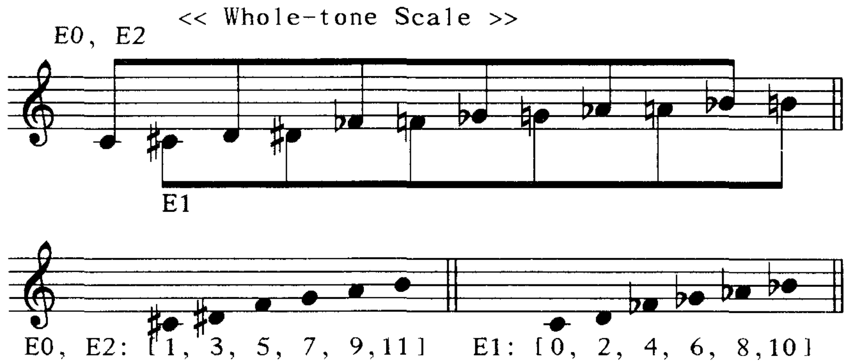
	ordered pc set	normal order	prime form	set name
D0 :	[1,3,7,9,11]	[7,9,11,1,3]	[0,2,4,6,8]	5-33
D1 :	[0,2,6,8,10]	[6,8,10,0,2]	[0,2,4,6,8]	5-33
D2 :	[0,2,4,8,10]	[8,10,0,2,4]	[0,2,4,6,8]	5-33
D3 :	[0,2,4,6,10]	[10,0,2,4,6]	[0,2,4,6,8]	5-33
D4 :	[0,2,4,6,8]	[0,2,4,6,8]	[0,2,4,6,8]	5-33
D5 :	[1,3,7,9,11]	[7,9,11,1,3]	[0,2,4,6,8]	5-33
D6 :	[2,4,6,8,10]	[2,4,6,8,10]	[0,2,4,6,8]	5-33
D7 :	[3,5,7,9,11]	[3,5,7,9,11]	[0,2,4,6,8]	5-33
D8 :	[1,5,7,9,11]	[5,7,9,11,1]	[0,2,4,6,8]	5-33
D9 :	[0,4,6,8,10]	[4,6,8,10,0]	[0,2,4,6,8]	5-33
D10:	[1,3,5,7,11]	[11,1,3,5,7]	[0,2,4,6,8]	5-33
D11:	[0,2,4,6,10]	[10,0,2,4,6]	[0,2,4,6,8]	5-33
D12:	[1,3,5,7,11]	[11,1,3,5,7]	[0,2,4,6,8]	5-33
D13:	[0,2,4,6,10]	[10,0,2,4,6]	[0,2,4,6,8]	5-33
D14:	[1,3,5,9,11]	[9,11,1,3,5]	[0,2,4,6,8]	5-33
D15:	[0,2,4,8,10]	[8,10,0,2,4]	[0,2,4,6,8]	5-33

E그룹은 장2도의 음정 간격을 취하는 전음음계로, set name은 6-35이며 E0-E2까지 3번 나타난다.

	ordered pc set	normal order	prime form	set name
E0 :	[1,3,5,7,9,11]	[1,3,5,7,9,11]	[0,2,4,6,8,10]	6-35
E1 :	[0,2,4,6,8,10]	[0,2,4,6,8,10]	[0,2,4,6,8,10]	6-35
E2 :	[1,3,5,7,9,11]	[1,3,5,7,9,11]	[0,2,4,6,8,10]	6-35

E0와 E1의 set는 음정 관계가 반음 간격으로 되어있는데, 이 set들을 합하면 <악보 16>과 같이 12개의 음 모두가 나타난다. 베르그는 12개의 음 중에서 다음과 같이 2개의 전음음계를 만들어 이 작품의 기본 골격으로 사용하고 있다.

<악보 16>



Ⅳ. 끝내면서

1960년 이후 현대음악을 분석하는데 있어서 새로운 방법이 소개 되었는데, 그것은 Set 이론이다. 이 분석 이론은 수학의 집합 이론에서 이끌어낸 것으로 주로 무조성 음악(Atonal Music)의 분석에 이용된다. 이 이론은 전통적 음악분석 방법인 5선 보표를 사용하는 대신에, 1옥타브 이상 차이나는 음들을 모두 동등한 음으로 취급하는 Pitch-Class라는 개념에서 C-B까지 12개의 음을 수로 대치시켜 사용하는 것이다. Pitch-Class Set란 이러한 숫자들이 모여 있는 Set, 즉 집합을 지칭한다.

무조성 음악에서 분석하기 힘든 음조직을 pc set을 통해 비교하기 위해 가장 먼저 해야할 일은 악보를 보고 수평적이나 수직적으로 몇 개의 음들을 하나의 그룹으로 분할하는 것이다. 그 다음은 분할된 부분을 숫자 기보법으로 표시하고 이것을 가장 적은 수에서 가장 큰 수를 왼쪽에서 오른쪽으로 차례로 배열(ordered pc set)하는 것이다. 그리고 ordered pc set을 순환순열 시킨다음, 오른쪽 끝의 수와 왼쪽 끝수와의 차를 구해 제일 적은 수의 set를 선택한다. 이것을 normal order라 한다. prime form은 normal order의 set에서 왼쪽 끝의 수를 0으로 놓고 각 음들의 음정간격를 더함으로서 얻어지는데, 여기에는 반드시 고유의 set name이 있다.

Set 이론은 이와같이 normal order와 prime form을 통해 어떤 음들의 구조를 분석하고 비교함으로써 전통적인 음악분석 방법으로 찾아내기 힘든 작품들의 내재된 음조직을 효과적으로 밝혀낼 수 있는 방법을 제시한다.

〈부록〉

Appendix Prime Forms and Vectors of Pitch-Class Sets

Name	Pcs	Vector
3-1(12)	0,1,2	210000
3-2	0,1,3	111000
3-3	0,1,4	101100
3-4	0,1,5	100110
3-5	0,1,6	100011
3-6(12)	0,2,4	020100
3-7	0,2,5	011010
3-8	0,2,6	010101
3-9(12)	0,2,7	010020
3-10(12)	0,3,6	002001
3-11	0,3,7	001110
3-12(4)	0,4,8	000300
4-1(12)	0,1,2,3	321000
4-2	0,1,2,4	221100
4-3(12)	0,1,3,4	212100
4-4	0,1,2,5	211110
4-5	0,1,2,6	210111
4-6(12)	0,1,2,7	210021
4-7(12)	0,1,4,5	201210
4-8(12)	0,1,5,6	200121
4-9(6)	0,1,6,7	200022
4-10(12)	0,2,3,5	122010
4-11	0,1,3,5	121110
4-12	0,2,3,6	112101
4-13	0,1,3,6	112011
4-14	0,2,3,7	111120
4-Z15	0,1,4,6	111111
4-16	0,1,5,7	110121
4-17(12)	0,3,4,7	102210
4-18	0,1,4,7	102111
4-19	0,1,4,8	101310
4-20(12)	0,1,5,8	101220
4-21(12)	0,2,4,6	030201
4-22	0,2,4,7	021120
4-23(12)	0,2,5,7	021030
4-24(12)	0,2,4,8	020301
4-25(6)	0,2,6,8	020202
4-26(12)	0,3,5,8	012120
4-27	0,2,5,8	012111
4-28(3)	0,3,6,9	004002
4-Z29	0,1,3,7	111111
5-1(12)	0,1,2,3,4	432100
5-2	0,1,2,3,5	332110
5-3	0,1,2,4,5	322210
5-4	0,1,2,3,6	322111
5-5	0,1,2,3,7	321121
5-6	0,1,2,5,6	311221
5-7	0,1,2,6,7	310132
5-8(12)	0,2,3,4,6	232201
5-9	0,1,2,4,6	231211
5-10	0,1,3,4,6	223111
5-11	0,2,3,4,7	222220

Name	Pcs	Vector
9-1	0,1,2,3,4,5,6,7,8	876663
9-2	0,1,2,3,4,5,6,7,9	777663
9-3	0,1,2,3,4,5,6,8,9	767763
9-4	0,1,2,3,4,5,7,8,9	766773
9-5	0,1,2,3,4,6,7,8,9	766674
9-6	0,1,2,3,4,5,6,8,10	686763
9-7	0,1,2,3,4,5,7,8,10	677673
9-8	0,1,2,3,4,6,7,8,10	676764
9-9	0,1,2,3,5,6,7,8,10	676683
9-10	0,1,2,3,4,6,7,9,10	668664
9-11	0,1,2,3,5,6,7,9,10	667773
9-12	0,1,2,4,5,6,8,9,10	666963
8-1	0,1,2,3,4,5,6,7	765442
8-2	0,1,2,3,4,5,6,8	665542
8-3	0,1,2,3,4,5,6,9	656542
8-4	0,1,2,3,4,5,7,8	655552
8-5	0,1,2,3,4,6,7,8	654553
8-6	0,1,2,3,5,6,7,8	654463
8-7	0,1,2,3,4,5,8,9	645652
8-8	0,1,2,3,4,7,8,9	644563
8-9	0,1,2,3,6,7,8,9	644464
8-10	0,2,3,4,5,6,7,9	566452
8-11	0,1,2,3,4,5,7,9	565552
8-12	0,1,3,4,5,6,7,9	556543
8-13	0,1,2,3,4,6,7,9	556453
8-14	0,1,2,4,5,6,7,9	555562
8-Z15	0,1,2,3,4,6,8,9	555553
8-16	0,1,2,3,5,7,8,9	554563
8-17	0,1,3,4,5,6,8,9	546652
8-18	0,1,2,3,5,6,8,9	546553
8-19	0,1,2,4,5,6,8,9	54[illegible]752
8-20	0,1,2,4,5,7,8,9	545662
8-21	0,1,2,3,4,6,8,10	474643
8-22	0,1,2,3,5,6,8,10	465562
8-23	0,1,2,3,5,7,8,10	465472
8-24	0,1,2,4,5,6,8,10	464743
8-25	0,1,2,4,6,7,8,10	464644
8-26	0,1,2,4,5,7,9,10	456562
8-27	0,1,2,4,5,7,8,10	456553
8-28	0,1,3,4,6,7,9,10	448444
8-Z29	0,1,2,3,5,6,7,9	555553
7-1	0,1,2,3,4,5,6	654321
7-2	0,1,2,3,4,5,7	554331
7-3	0,1,2,3,4,5,8	544431
7-4	0,1,2,3,4,6,7	544332
7-5	0,1,2,3,5,6,7	543342
7-6	0,1,2,3,4,7,8	533442
7-7	0,1,2,3,6,7,8	532353
7-8	0,2,3,4,5,6,8	454422
7-9	0,1,2,3,4,6,8	453432
7-10	0,1,2,3,4,6,9	445332
7-11	0,1,3,4,5,6,8	444441

5-Z12(12)	0,1,3,5,6	222121	7-Z12	0,1,2,3,4,7,9	444342
5-13	0,1,2,4,8	221311	7-13	0,1,2,4,5,6,8	443532
5-14	0,1,2,5,7	221131	7-14	0,1,2,3,5,7,8	443352
5-15(12)	0,1,2,6,8	220222	7-15	0,1,2,4,6,7,8	442443
5-16	0,1,3,4,7	213211	7-16	0,1,2,3,5,6,9	435432
5-Z17(12)	0,1,3,4,8	212320	7-Z17	0,1,2,4,5,6,9	434541
5-Z18	0,1,4,5,7	212221	7-Z18	0,1,2,3,5,8,9	434442
5-19	0,1,3,6,7	212122	7-19	0,1,2,3,6,7,9	434343
5-20	0,1,3,7,8	211231	7-20	0,1,2,4,7,8,9	433452
5-21	0,1,4,5,8	202420	7-21	0,1,2,4,5,8,9	424641
5-22(12)	0,1,4,7,8	202321	7-22	0,1,2,5,6,8,9	424542
5-23	0,2,3,5,7	132130	7-23	0,2,3,4,5,7,9	354351
5-24	0,1,3,5,7	131221	7-24	0,1,2,3,5,7,9	353442
5-25	0,2,3,5,8	123121	7-25	0,2,3,4,6,7,9	345342
5-26	0,2,4,5,8	122311	7-26	0,1,3,4,5,7,9	344532
5-27	0,1,3,5,8	122230	7-27	0,1,2,4,5,7,9	344451
5-28	0,2,3,6,8	122212	7-28	0,1,3,5,6,7,9	344433
5-29	0,1,3,6,8	122131	7-29	0,1,2,4,6,7,9	344352
5-30	0,1,4,6,8	121321	7-30	0,1,2,4,6,8,9	343542
5-31	0,1,3,6,9	114112	7-31	0,1,3,4,6,7,9	336333
5-32	0,1,4,6,9	113221	7-32	0,1,3,4,6,8,9	335442
5-33(12)	0,2,4,6,8	040402	7-33	0,1,2,4,6,8,10	262623
5-34(12)	0,2,4,6,9	032221	7-34	0,1,3,4,6,8,10	254442
5-35(12)	0,2,4,7,9	032140	7-35	0,1,3,5,6,8,10	254361
5-Z36	0,1,2,4,7	222121	7-Z36	0,1,2,3,5,6,8	444342
5-Z37(12)	0,3,4,5,8	212320	7-Z37	0,1,3,4,5,7,8	434541
5-Z38	0,1,2,5,8	212221	7-Z38	0,1,2,4,5,7,8	434442
6-1(12)	0,1,2,3,4,5	543210			
6-2	0,1,2,3,4,6	443211			
6-Z3	0,1,2,3,5,6	433221	6-Z36	0,1,2,3,4,7	
6-Z4(12)	0,1,2,4,5,6	432321	6-Z37(12)	0,1,2,3,4,8	
6-5	0,1,2,3,6,7	422232			
6-Z6(12)	0,1,2,5,6,7	421242	6-Z38(12)	0,1,2,3,7,8	
6-7(6)	0,1,2,6,7,8	420243			
6-8(12)	0,2,3,4,5,7	343230			
6-9	0,1,2,3,5,7	342231			
6-Z10	0,1,3,4,5,7	333321	6-Z39	0,2,3,4,5,8	
6-Z11	0,1,2,4,5,7	333231	6-Z40	0,1,2,3,5,8	
6-Z12	0,1,2,4,6,7	332232	6-Z41	0,1,2,3,6,8	
6-Z13(12)	0,1,3,4,6,7	324222	6-Z42(12)	0,1,2,3,6,9	
6-14	0,1,3,4,5,8	323430			
6-15	0,1,2,4,5,8	323421			
6-16	0,1,4,5,6,8	322431			
6-Z17	0,1,2,4,7,8	322332	6-Z43	0,1,2,5,6,8	
6-18	0,1,2,5,7,8	322242			
6-Z19	0,1,3,4,7,8	313431	6-Z44	0,1,2,5,6,9	
6-20(4)	0,1,4,5,8,9	303630			
6-21	0,2,3,4,6,8	242412			
6-22	0,1,2,4,6,8	241422			
6-Z23(12)	0,2,3,5,6,8	234222	6-Z45(12)	0,2,3,4,6,9	
6-Z24	0,1,3,4,6,8	233331	6-Z46	0,1,2,4,6,9	
6-Z25	0,1,3,5,6,8	233241	6-Z47	0,1,2,4,7,9	
6-Z26(12)	0,1,3,5,7,8	232341	6-Z48(12)	0,1,2,5,7,9	
6-27	0,1,3,4,6,9	225222			
6-Z28(12)	0,1,3,5,6,9	224322	6-Z49(12)	0,1,3,4,7,9	
6-Z29(12)	0,1,3,6,8,9	224232	6-Z50(12)	0,1,4,6,7,9	
6-30(12)	0,1,3,6,7,9	224223			
6-31	0,1,3,5,8,9	223431			
6-32(12)	0,2,4,5,7,9	143250			
6-33	0,2,3,5,7,9	143241			
6-34	0,1,3,5,7,9	142422			
6-35(2)	0,2,4,6,8,10	060603			

참 고 문 헌

Apel, Willi. *Harvard Dictionary of Music.* 2nd ed.; London: Heinemann Educational Books Ltd., 1970.

Arnold, Denis. *The New Oxford Companion to Music.* Oxford: Oxford University Press, 1984.

Beach, David. *"Pitch Structure on the Analytic Process in Atonal Music".* Music Theory Spectrum, 1979.

Clough, John. *"Aspects of Diatonic Sets".* Journal of Music Theory. Vol.23, No.1, 1979.

Dunsby, Jonathan & Whittall, Arnold. *Music Analysis in Theory and Practice.* New Haven: Yale University Press, 1988.

Forte, Allen. *"Sets and Nonsets in Schoenberg's Atonal Music."* Perspective of New Music. Vol.11, No.2, 1972.

The Structure of Atonal Music. New Haven: Yale University Press, 1973.

"Webern, Orchestral pieces(1913) movement 1(Bewegt)." Journal of Music Theory. Vol.18, No.1, 1974.

Lord, Charles. *"Intervallic Similarity Relations in Atonal Set Analysis."* Journal of Music Theory. Vol.25, No.1, 1981.

Perle, George. *Serial Composition and Atonality.* 2nd ed.; Berkeley and Los angeles: University of California Press, 1968.

Rahn, John. *Basic Atonal Theory.* New York: Longman, 1980.

Sadie, Stanley. *The New Grove Dictionary of Music and Musicians.* London: Macmillan Publishers Limited, 1980.

Schmaltfeldt, Janet. *Berg's Wozzeck : Harmonic Language and Dramatic Design.* New Haven: Yale University Press, 1983.

Vinton, John. Editor. *Dictionary of Contemporary Music.* New york: E.P.Dutton & CO., INC., 1974.

Wittlich, Gary. *"Interval Set Structure in Schoenberg's Op.11, No.1."*, Perspective of New Music. Vol.13, No.1, 1974.

Wittlich, Gary. Editor. *Aspects of Twentieth-Century Music.* Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall Inc., 1975.

<ABSTRACT>

A Study of Pitch-Class Set Theory

by Cho, Chi - No

Since 1960, a new analytical technique has been introduced. It is set theory. This technique derives from the mathematical principle of set theory, and in view of its particular applicability to atonal music. The most significant analytical contribution has been made by Allen Forte. He published the first extended account of set theory in relation to the structure of atonal music (*The Structure of Atonal Music* 1973). With this theory Forte has provided analysis of atonal works by Schoenberg, Webern, Berg, Stravinsky, Busoni, Bartok, Ives, Scriabin, Varese.

The fundamental concept of set theory is that of membership. A set is made up of the element that are members of that set. A pitch-class represents all instances of the same pitch, whatever the octave position. An interval-class is one of the six basic close position intervals, from minor second to tritone, to which all other intervals can be reduced by means of inversion or by adjustment of octave position.

This process reduces the total number of such collection, or set, to manageble proportions, by arguing that it is possible to relate certain apparently different collections to the same basic collection, or Prime Form. Thus, if C, D♭, E♭ is a Prime Form (because the smallest of the two interval classes is placed first), then D♭, E♭, C (and C, E♭, D♭) can be regarded as permutations or derivations of this same initial collection, rather than as different collections. As a result, the total number of Prime Form sets which contain between three and nine pitch-class is a mere 220.