석사학위논문

수학적 사고유형에 따른 서술형 문항 분석

- 중학교 1학년 함수 단원을 중심으로 -

지도교수 양 성 호

제주대학교 교육대학원

수학교육전공

안 익 찬

2015년 8월

수학적 사고유형에 따른 서술형 문항 분석

- 중학교 1학년 함수 단원을 중심으로 -

지도교수 양 성 호

안 익 찬

이 논문을 교육학 석사학위 논문으로 제출함

2015년 8월

안익찬의 교육학 석사학위 논문을 인준함

심사위원장 ______________ (인)

위 원 ______________ (인)

위 원 ______________ (인)

제주대학교 교육대학원

2015년 8월

국문초록

수학적 사고유형에 따른 서술형 문항 분석

- 중학교 1학년 함수 단원을 중심으로 -

2009 개정 교육과정에서 강조하고 있는 내용에는 창의적인 사고와 서술형 평가가 있다. 여기서 창의적인 사고란 수학에서는 수학적 사고라 볼 수 있다. 학생들이 수학을 공부하고 문제를 푸는 과정에서 등장하는 다양한 사고를 수학적 사고라고 한다. 교사들은 이를 평가하기 위해 다양한 방법을 사용하게 되는데 이중 학생들의 사고과정을 확인 할 수 있는 서술형 평가 방법이 중요하게 다루어져야 한다는 것이 2009 개정 교육과정의 주요 내용이다. 하지만 교육현장에서는 아직도 서술형문항에 대한 부담감이 높다. 많은 교사들이 서술형 문항의 출제와 채점에 어려움을 겪고 있고, 학생들도 익숙하지 않은 서술형 문항에 어려움을 보이고 있다.

따라서 본 논문에서는 학생들이 수학문제를 해결하는 데 필요한 수학적 사고에 대한 이론적 탐구를 통해 수학적 사고의 다양한 유형을 분석하고, 이러한 다양한 수학적 사고가 중학교 1학년 함수 단원의 서술형 문제에서 어떻게 반영되고 있는지를 분석하고자 하였다.

이러한 연구의 목적을 달성하기 위해 다음과 같은 연구 문제를 설정하였다.

첫째, 수학적 사고 유형은 어떻게 분류되는가?

둘째, 현재 출판되고 있는 중학교 1학년 수학의 함수 단원에 제시된 서술형 문항은 수학적 사고 유형에 따라 어떻게 분류되는가?

본 연구는 수학적 사고에 대한 문헌연구를 통해 어떠한 유형이 있는지 정리하였다. 그 결과 10가지의 수학적 사고유형을 기준으로 삼았고 이를 통해 5종의 중학교 1학년 수학교과서의 함수 단원에 제시된 서술형 문항을 분석하였다.

본 연구에서 얻은 결과와 총 5종의 수학교과서에서 11~26개의 서술형 문항이 제시되었으며 전체 문항에 대한 비율을 보면 30.3%에서 40%로 제시되고 있다. 수학적 사고유형에 따른 분류를 보면 대부분의 교과서에서 둘 이상의 수학적 사고유형을 혼합적으로 다루는 문제가 제시되고 있다. 또한, 귀납적 사고, 유추적 사고, 단순화의 사고, 추상적 사고에 대해서는 많은 교과서에서 제시되고 있지만 특수화의 사고, 통합적 사고, 일반화의 사고에 대해서는 일부 교과서에서 제시되고 있다.

본 연구의 결과를 바탕으로 다음과 같은 제언을 하고자 한다.

첫째, 본 연구에서 분석된 다양한 수학적 사고를 바탕으로 중학교 1학년 함수 단원을 뿐만 아니라 다양한 단원의 서술형 문항에 대해서도 유사한 분석이 필요하다.

둘째, 자세한 문항 분석을 통해 다양한 수준의 학생들을 평가할 수 있는 수준별 문항을 개발될 필요가 있으며, 또한 자료를 활용하여 수학적 사고력을 신장시키기 위한 지도 방안에 대한 추가적인 연구가 필요하다.

셋째, 각 수준별 학생들의 답안을 분석하여 문제를 수정·보완하여 다양한 수준의 학생들이 풀 수 있도록 수준별 문항을 개발해야 할 것이며 또한, 서술형 문항을 활용한 효과적인 지도 방법에 대한 연구가 추가적으로 필요하다.

목 차

표 목차

Ⅰ. 서론

1. 연구의 필요성 및 목적

수학이라는 학문은 언제부터 발생하였는지는 확실하지 않으나 문명이 시작된 이래 5천년이상 연구가 거듭된 학문이다. 이러한 장기간의 연구를 통하여 발전된 수학은 자연의 원리를 설명하는 도구가 되고, 공리적· 연역적인 방법에 의해 정당성이 증명되기에 변치 않는 진리로 취급되는 학문이다.

하지만 이런 수학이란 학문이 어려운 점은 오감에 의한 물리적 대상이 아닌 느낄 수 없는 관념적 대상을 통한 연구라는 점이다. 이로 인해 수학교육에서도 학생들이 수학을 직접 느끼기 어려워하고, 그 필요성에 대한 의문을 가지게 되는 것이다. 그러나 실제로 수학은 자연현상을 설명하는 가장 기본적인 언어의 역할을 담당하고 있기 때문에 기본적인 의사소통방법으로써 필요하다.

특히 21세기 정보화 사회를 살고 있는 우리는 수학적인 의사소통 능력이 중요할 뿐만 아니라 지식을 외우는 것이 아닌 창의적인 생각을 창출할 수 있는 능력이 중요하게 여겨지고 있다. 지식은 문헌과 인터넷 속에 들어 있기 때문에 검색과 탐구를 통하여 누구나 쉽게 접근할 수 있는 내용이 되었기 때문에 현재는 이러한 지식을 창의적, 창조적으로 해석하여 새로운 지식을 만들어 내고 이를 표현할 수 있는 의사소통 능력이 중요하게 여겨지는 것이다.

위와 같은 관점을 반영하기 위해 2009개정교육과정에서는 학습자 스스로 수학적 추론과 통찰을 활용하여 기존의 지식과 현상을 연결하여 해석하는 과정에서 창의성이 발현된다고 보고 이를 개발하기 위해 ‘수학적 문제 해결’, ‘수학적 추론’, ‘수학적 의사소통’ 등을 강조하고 있다. 즉 수학적 지식을 이해하고 습득하는데 그치지 않고 이를 활용하여 다양한 현상을 이해하고 문제를 해결하고 의사소통하는데 활용하도록 해야 함을 의미한다.

2009개정교육과정에서 강조하는 ‘창의성’을 위해서 학교 교육에서는 학습자 중심의 교육방법 개선이 필요해지고 있으며 다양한 과목의 통합인 STEAM교육, 스토리텔링식 수업 등이 강조되고 있다. 그리고 이에 따라 중요성이 부각되고 있

는 분야는 학생들의 창의성과 의사소통능력을 평가할 수 있는 방법에 대한 연구이다. 과거의 학교교육에서의 평가방법은 학생들의 이해와 지식수준을 파악할 수 있는 선택형 중심의 평가방법이 주를 이루었다. 그로 인해 학생들의 창의성보다는 보다 빠르게 문제를 해결하고, 활용보다는 정확한 지식의 습득이 중요한 과제로 여겨졌다. 그러나 7차 교육과정부터 선택형 중심의 지필검사를 지양하고 서술형, 주관식 평가를 통하여 학생들의 수학적 표현과 수학에 대한 태도를 평가하도록 하였다. 이에 따라 학생들의 수학적 의사소통방법에 대한 평가가 가능해졌고 2009개정 교육과정에서는 선택형을 지양하고 서술형, 논술형 평가에 더해 수행평가의 비중을 늘려 교과별 특성에 맞는 평가를 실시하도록 하였다. 또한 2007개정 교육과정과의 차이점은 인지적 영역의 평가 부분에서 수학적 지식과 기능을 바탕으로 창의적으로 사고하는 능력을 추가하여 강조하고 있다.

위와 같이 현재의 교육과정은 평가방법으로 서술형 평가, 수행평가를 강조하고 있으며 단순한 지식의 습득만이 아닌 다양한 사고를 이용하여 습득한 지식을 통합·발전시킬 수 있는 창의성을 강조하고 있다. 즉 2009개정교육과정에서 강조하고 있는 평가는 학생들이 수학에 필요한 다양한 사고과정을 골고루 평가할 수 있어야 하며, 학생들이 주요 수학적 사고과정을 이용하고 있는지 평가하기 위해 학생들의 사고과정을 확인할 수 있는 서술형 평가나 수행평가를 활용해야 하는 것이다.

하지만 교육현장에서는 아직도 서술형문항에 대한 부담감이 높다. 많은 교사들이 서술형 문항의 출제와 채점에 어려움을 겪고 있고, 학생들도 익숙하지 않은 서술형 문항에 어려움을 보이고 있다. 이러한 어려움을 극복하기 위해서는 교사들이 학생들이 수학문제를 해결하는 과정에서 어떠한 수학적 사고가 필요한지 이해하는 기회를 가져야 하며 다양한 수학적 사고과정을 평가하기 위해서는 어떠한 형태의 서술형 문항을 출제해야하는지에 대한 고찰이 필요한 것이다.

따라서 본 논문에서는 학생들이 수학문제를 해결하는 데 필요한 수학적 사고에 대한 이론적 탐구와 현 교과서에 출재되는 서술형 문항을 수학적 사고에 따라 분석하여 창의성 신장을 위한 서술형 평가문항에 대한 개발을 위한 기초 자료를 제공하는 데 목적이 있다.

2. 연구문제

본 연구에서는 다음과 같은 연구의 문제를 설정하였다.

첫째, 수학적 사고 유형은 어떻게 분류되는가?

둘째, 현재 출판되고 있는 중학교 1학년 수학의 함수 단원에 제시된 서술형 문항은 수학적 사고 유형에 따라 어떻게 분류되는가?

3. 연구의 제한점

본 연구를 진행함에 있어 다음의 제한점을 갖는다.

첫째, 본 연구는 교육과정의 중학교 1학년 함수단원에 국한하여 서술형 문항을 분석하였기 때문에 전 학년 전 과정에 이르는 문항에 대하여 일반화하기는 어렵다.

둘째, 출판되는 다양한 수학교과서에 대한 모든 서술형 평가문항에 대하여 분석을 하는 것에 어려움이 존재하여 그중 5개의 출판사의 교과서를 선정하여 분석하였다.

4. 용어의 정의

가. 서술형 문항

본 연구에서의 서술형 문항은 선택형과 같이 정답을 선택하여 결과만을 평가하는 것이 아니라 과정을 평가할 수 있는 문항이다. 이는 문제해결과정에 중점을 두어 문제를 푸는 활동을 통해 학생들의 사고력 또는 학생들이 사고하고 있는 과정을 분석할 수 있도록 하는 문항이다.

나. 수학적 사고

수학적 사고는 구체적으로 “수학적 문제 상황을 해결하기 위한 사고”라고 할 수 있다. 수학적 사고는 수학의 각 내용 영역과 관련시켜 집합적 사고, 함수적 사고, 도형적 사고, 통계적 사고 등으로 말할 수도 있으나, 수학의 특정 영역 내용과 관계없이 기능적 측면에서 구별할 때에는 논리적 사고, 추상화, 일반화, 연역적 사고, 귀납적 사고, 유추적 사고 등으로 구별할 수 있다. 이러한 수학적 사고의 유형과 분류는 학자에 따라 매우 다양하게 제시되고 있다. 본 연구에서는 片桐重男의 수학적 방법과 관련된 수학적 사고로 제시한 10가지 수학적 사고를 말한다.

Ⅱ. 이론적 배경

1. 수학적 사고

가. 수학적 사고의 의미

수학적 사고란 학교 수학에서 학생들이 문제의 해결과정에서 사용하는 다양한 사고를 의미한다. 이에 대해서 하나로 정의되어 통용되는 개념은 아니다. 수학적 사고에 대한 정의와 그 분류는 다양한 견해가 존재하고 이는 다음과 같다.

수학적 사고는 학교수학에서 지도되는 수학 내용 그 자체에 관련된 것이 아니라 이들 수학내용을 이해하고 지식으로 획득하는 과정에서 행하여지는 수학적인 활동과 싶은 관련이 있다고 하겠다. 지금까지 수학적 사고에 대한 연구는 많으나 이를 명쾌하게 정의한 것은 찾기가 힘들다. 이는 수학적 사고란 매우 복합적이고 포괄적인 것으로서 그 실체를 확인하기 어렵기 때문이다(남승인, 2000).

'수학적으로 사고한다.'는 것은 수학적인 개념과 원리 법칙을 귀납과 유추를 통해 학습자 스스로 터득하는 일과 이를 수학적인 용어와 기호로써 표현·활용하는 일, 문제 해결에 필요한 여러 가지 알고리즘과 전략을 개발하고 이를 능숙하게 활용하는 일, 수학적으로 추론하고 그 타당성에 대한 검증과 수학적인 명제를 논리적으로 증명하는 일, 수학적 지식과 기능을 활용하여 당면한 문제 해결에 필요한 정보를 수집 · 분석 · 조직하여 합리적으로 판단하고 능숙하게 문제를 해결하는데 관련된 체계적이고 논리적인 정신적 활동의 총체라고 할 수 있다(남승인, 2000).

강완 · 백석윤(2003)은 수학적 사고는 보다 구체적으로 '수학적 문제 상황을 해결하기 위한 사고'라고 할 수 있다고 하였다. 수학적 사고를 수학의 각 내용 영역과 관련시켜 집합적 사고, 함수적 사고, 도형적 사고, 통계적 사고 등으로 말할 수 있으나 수학적 특정 내용과 관계없이 기능적 측면에서 구별할 때에는 논리적 사고, 추상화, 일반화, 연역적 사고, 귀납적 사고, 유추적 사고 등으로 구별할 수 있다고 하였다.

또한 강시중(1981)은 수학적 사고란 ‘대상을 수학적으로 보고 생각하며, 수학을 만들고 다듬어 가는데 근원이 되는 생각’이라고 보고 수학적 사고를 다음의 3가지 관점으로 나누고 있다.

① 수학교육의 목표 면에서 생각되는 수학적 사고

- 자주적으로 수리화 하는 일
- 수리화를 통한 수학의 기초적인 개념 · 원리 · 법칙을 이해하는 일
- 대상을 간결 · 명확 · 통합적으로 처리하는 일
- 논리적으로 사고하는 기능과 태도를 기르는 일
- 대상을 합리적으로 처리하는 기능을 기르는 일

② 수학의 특성이나 수학적 방법 면에서 생각되는 수학적 사고

- 수학의 특성면 : 추상화, 형식화, 일반화, 특수화, 계통화, 직관성, 논리성
- 수학적 방법면 : 귀납적 사고, 연역적 사고, 유추적 사고, 공리론적 방법, 구조화의 방법, 확장적 사고

③ 수학의 내용면에서 생각되는 수학적 사고

수와 연산, 도형, 측정, 확률과 통계, 문자와 식, 규칙성과 함수의 6개 영역에서 본 사고

박한식(1982)은 수학적 사고를 수학의 내용 그 자체에서의 사고(수학을 구성하고 있는 집합, 함수, 도형, 통계에 대한 생각으로 수학 고유의 것)에 관한 사고와 수학의 내용을 매체로 하여 개별적인 내용에 구애되지 않는 사고(논리적 사고, 추상화의 생각, 일반화의 생각, 연역적 사고, 귀납적 사고, 유추적 사고 등)의 두 가지로 나누어 설명하고 있다.

그리고 강옥기(1990)는 수학적 사고는 ‘논리와 직관이 긴밀한 상호작용을 통해 문제를 해결해가는 체계적인 정신활동’ 즉, 수학적 문제해결이라고 볼 수 있다고 한다.

G.Polya는 학교수학의 목적이 ‘수학적으로 사고하도록 가르치는 것’ 이라고 하였다. 학습자들의 주체적이고 적극적인 사고활동에 의한 수학적 사고경험과 그 활용이 학교수학의 목적이라고 한다면 문제 해결과정에서의 수학적 사고의 선택과 활용능력 즉, 수학적 사고의 적용능력이 바로 수학적 사고력이라 한다고 하였다.

片桐重男은 수학적 방법과 관련된 수학적 사고로 귀납적인 생각, 유추적인 생각, 연역적인 생각, 통합적인 생각, 발전적인 생각, 추상화의 생각, 단순화의 생각, 일반호의 생각, 특수화의 생각, 기호화의 생각, 수량화 및 도형화의 생각으로 나누어 제시하였다(이용률 외 3인 공역, 1993).

나. 수학적 사고의 유형

본 절에서는 수학적 사고유형을 실제 문제 해결과정에서 적용할 수 있도록 분류한 片桐重男(이용률 외 3인 공역, 1993)의 수학적 방법과 관련된 수학적 사고로 제시한 10가지를 중심으로 분류하고 그 자세한 내용을 고찰하였다.

(1) 귀납적 사고

귀납은 관찰과 실험에 의해 특수에서 일반으로 이어지는 인식의 과정이다 즉 어느 사상의 부분에 관한 지식이나 개개의 특수한 전제로부터 일반적인 결론을 이끌어내는 방법을 말한다. 관찰된 개개의 사례를 총괄하고 그 총괄에서 도출되는 일반적인 주장을 확립하는 추리이다. 또한 새로운 법칙의 발견에는 이르지 못하나 많은 사례에서 볼 수 있는 동일한 주장이 미지이고 종류가 같은 사례에서 성립할 것으로 보고 그 사례의 부류에 따른 일반적인 주장을 천명하고 보편적인 법칙을 발견하는 추리이다. 이는 바로 구체적인 자료의 수집에서 공통인 규칙이나 성질을 찾아 그 대상 전체에서 성립하리라 추리하는 것이다. 그러나 귀납에 의한 결론은 개연성을 지니게 되므로 그 결론의 진위여부가 곧 밝혀져야 한다. 즉 결론이 참이면 즉시 참임을 보증하는 증명이 따라야 하며 거짓이면 거짓임을 밝히는 반증이 제시되어야 한다.

예) 어떤 집합의 원소 a가 성질 p를 가질 때, $p(a)$라고 표시하고 특수한 모든 경우의 집합을 $A=\{a_{1,}a_{2,}a_{3,\dots}\}$라 하면 이중 k개의 원소는 분명히 이 성질을 갖는다고 하자 그러면 $p(a_1)$, $p(a_2)$, $p(a_3)$, …, $p(a_k)$라는 전제가 생성되고, 이 k개의 원소가 성질 p를 갖는다는 것으로부터 일반적으로 '집합A의 모든 원소가 성질p를 갖는 것일까?'라는 자연스러운 사고가 일어나게 되는 데 이때 어떤 판

단을 얻었다고 하면 이는 귀납적 추리에 얻은 판단이 된다.

(2) 연역적 사고

특수에서 일반으로 이어지는 인식의 과정이 귀납임에 비하여 일반에서 특수로 이어지는 인식의 과정이 연역이다. 전체에 관한 지식이나 어느 경우에도 공통인 보편적인 법칙으로부터 특수한 사례에 대해서 그 보편적인 법칙을 추론하는 과정을 말한다. 따라서 연역추리에 의하여 얻은 결론은 반드시 참이 된다. 왜냐하면 연역적 추리에 의해 얻은 결론은 참인 그 전제로부터 그 전제의 범위를 넘어서지 않는 범위에 대한 결론이라는 특징을 지니기 때문이다. 즉, 귀납추리에 의하여 얻은 결론은 참인 전제의 범위를 넘어선 확장된 범위에 대한 결론인데 비하여 연역 추리에 의하여 얻은 결론은 참인 전제의 범위를 벗어나지 않는 그 범위 내에 대한 결론이라는 것이다. 그러므로 귀납과 연역의 본질적 차이는 결론의 성격에 있다. 즉 귀납에 의한 결론은 불확실성을 갖는데 비하여 연역에 의한 결론은 절대 확실성을 갖는다. 따라서 귀납은 발견의 수단이 되는데 비하여 연역은 증병의 한 수단이 되는 것이다. 그래서 연역 추리를 절대 확실성의 추리, 논리적 추리라고도 말하는 것이다. 논리적 추리는 형식적인 성격을 갖는데 그 형식성은 증명에 있어서 어떤 명제가 다른 몇 개의 명제로부터 그 내용과는 관계없이 단지 그 형식이나 구조의 연결의 결과로서 결론을 이끌어내는 상태를 말하는 것이다.

예) 모든 과학 또는 일상생활에서 활용하고 있는 형식으로 삼단논법, 즉 추이율을 들 수 있다. 즉, 내용은 서로 다른 추론이지만 그 형식에 있어서는 같은 추론인데 그 형식을 기호화 하면 $A \subset B$이고 $B \subset C$이면 $A \subset C$이다. 이러한 논법의 예는 다음과 같다.

① 모든 자연수는 정수다. 모든 정수는 유리수이다. 따라서 모든 자연수는 유리수이다.

② 모든 정사각형은 직사각형이다. 모든 직사각형은 평행사변형이다. 따라서 모든 정사각형은 평행사변형이다.

(3) 유추적 사고

일반적으로 유추란 유사성을 바탕으로 어떤 지식에 대하여 성립하는 성질로부터 그와 유사한 대상의 성질을 추출하는 것을 말하는데 수학이 패턴을 연구하는 학문이라는 점을 생각할 때 이는 수학에서 발견도구 이상의 본질적인 의미를 갖는다. 수학에서 유추의 의미란 두 사실에서 서로 비슷한 것을 그거로 하여 하나의 특수한 사실의 성질을 그와 유사한 다른 특수한 사실의 성질에 비추어 추리하는 방법이다.

예) 교과서의 예제의 해법을 알았을 때 그 다음에 나오는 적용문제에서 그 방법을 적용해보는 것이 대표적인 유추이다. 예를 들어 7.25×5.3의 계산을 처음 학습하는 경우 '이것과 비슷한 계산을 본적이 있는가?'라는 자문을 통해 7.25×53, 725×53 등 자신이 알고 있는 계산을 통하여 원래 문제의 풀이방법을 찾는 것을 유추라 할 수 있다.

(4) 통합적 사고

많은 생각을 흐트러진 채 두지 않고 보다 넓은 관점에서 그들의 본질적인 공통성을 찾아 그들을 모두 같은 것으로 볼 수 있게 종합하여 정리해 나가려는 사고방법이다. 수를 확장할 때는 그 수를 조작할 연산의 의미도 관련지어 확장해 나가도록 하는 것이 필요하다. 이 경우 처리 방법이 같은 문맥의 말로 표현된 것에는 같은 형식을 대응시키기 위해 이전의 것과 새로 등장된 것을 포괄적으로 다룰 수 있게 의미의 규정을 손질한다거나 처리의 관점을 종합하여 정리하는 것이 통합화이다.

통합적 사고의 유형으로는 몇 개의 대상이 있을 때 보다 높은 관점에서 대상을 보아 공통적 성질을 찾아내어 통합하는 고차적 통합, 높은 관점이 아닌 통합대상 중 한 요서의 성질로 재해석 하여 통합하는 포괄적 통합, 그리고 적용범위를 점차 넓혀 새로운 것을 차례차례 포함시켜 종합해 나가려는 발전적 확장이 있다.

예) 정수, 소수, 분수의 곱셈과 나눗셈의 계산법을 학습한다. 그리하여 이들 사이의 관계를 알아보는 것에서 정수나 소수, 분수의 곱셈과 나눗셈을 모두 분수

의 곱셈으로 손질하여 통합한다. 이렇게 함으로써 여러 개의 정수 소수, 분수가 혼합된 곱셈과 나눗셈의 계산은 모두 분수 곱셈의 계산으로 통합하여 정리한다.

(5) 발전적 사고

통합한 것을 보다 넓은 범위에 적용하려 하거나, 하나의 결과가 얻어졌다고 하더라도 다시 보다 나은 방법을 알아본다거나, 또는 이를 바탕으로 보다 일반적인 보다 새로운 것을 발견하려는 생각이 발전적 사고이다. 발전적 사고란 수학에 국한되지 않으며 대상을 고정적인 것으로 보지 않고 끊임없이 새로운 것으로 창조, 발전시키려는 사고이다.

① 조건 변경에 의한 발전

조건을 바꾼다는 것은 넓은 의미로 다음 두 가지에 해당한다.

- 조건의 일부를 다른 것으로 대체하거나 조건을 완화한다.
- 문제의 장면을 바꾼다.

이는 어떤 대상을 이용할 수 있는 경우를 적극적으로 찾아보려는 생각이며, 또한 그 대상을 수정하여 적용할 수 있는 경우를 적극적으로 찾아보려는 생각이라 할 수 있다.

② 관점 변경에 의한 발전

한 가지 관점에 고정되지 않고 관점을 달리하여 여러 가지 성질을 더 찾아보려는 사고를 말한다. 관점을 달리한 여러 가지 방법을 생각함으로써 수학 문제에서는 오직 한 가지 바른 해법만이 존대한다는 고정적인 생각을 하지 않게 되며 자신의 힘으로 여러 가지 해법, 여러 가지 접근방법을 생각 할 수 있음을 인식하게 된다.

예) 정수만으로는 기준량보다 작은 대상의 크기를 표현할 수 없으므로 이에 대한 해결책으로 소수를 만들어 낸다거나 정수의 나눗셈이 언제나 가능해지도록 하기 위하여 분수를 생각한다거나 하는 것도 이 사고의 결과라 할 수 있다.

(6) 단순화의 사고

몇 개의 조건이 있고 이 조건 무두를 고려해야 해결할 수 있는 문제에서 그

조건 하나 하나가 무엇인지는 알지만 처음부터 그 조건 모두를 고려하여 해결을 할 수 없는 경우가 있다. 이런 경우에는 그 조건 가운데 몇 개를 무시하고 간단한 기본적인 경우로 조작하여 생각하기도 한다. 이러한 사고가 단순화이다. 단순화의 과정에서 유의할 점은 일반성을 잃지 않도록 단순화해야 하고, 원래의 문제의 본질적인 조건이나 일반성이 손상되지 않을 정도로 단순화해야 한다. 단순화의 사고는 문제를 파악하거나 형성시키는 단계, 또는 해결의 실행단계에서 주로 하게 된다.

예) 조건 A, B, C가 있을 때, 이 가운데 한 조건 A만 생각한 다음에 조건 B, C를 차례로 첨가해 나가는 경우도 있고, 한 조건 A만 생각한 다음 조건 B만의 경우, C만의 경우를 각각 생각하여 이들을 종합하여 조건 A, B, C를 모두 고려한 경우를 생각하는 경우도 있다.

(7) 기호화의 사고

기호화란 문제의 상황을 그림으로 나타내거나 문자 또는 기호를 사용하여 모델링 하고는 것을 말한다. 수학은 기호화의 과학이라 일컬어질 만큼 많은 기호를 구사하고, 기호의 조작 규칙을 정하여 이에 바탕을 둔 형식처리를 한다. 그러므로 기호화된 형식에 주목하여 그 기호를 형식적으로 다루려는 생각도 중요하다. 문제 상황에 맞는 적절한 기호체계를 사용하는 것은 사고활동을 촉진시킨다. 또한, 수학에서는 대상을 수량이나 도형으로 대체하여 생각하며 이런 것에 귀착시키는 일이 많다. 도형도 일종의 기호로 볼 수 있으며 수를 추상화하여 숫자로 나타내는 것도 기호화로 볼 수 있다. 이처럼 기호화는 수학적 개념을 명화하며, 간결하고, 전체적으로 표현하거나 사고할 수 있게 함으로써 수학의 발전에 지대한 공헌을 하였음을 수학사를 통해 알 수 있다.

예) 문제를 푸는 과정 중에서 도형, 기호를 사용하여 문제를 푸는 과정 역시 기호화이고, 문자를 사용하는 과정 역시 기호화의 사고를 이용하는 과정이다.

(8) 추상화의 사고

추상화란 어떤 구체물의 집단이 있을 때, 그 구체물의 속성 중에서 이질적인 것을 모두 제거하고 남은 동질적인 요소만을 취해서 일종의 이상화된 개념이다. 수학에서 이용하는 수나 도형은 이미 추상적인 것이며, 이 추상적인 대상을 이용하여 다시 고도의 추상을 하는 셈이다. 예컨대 유리창, 책받침, 책상 등을 보면 이들은 구체적물로서 많은 개별적인 속성을 지닌 이질체이다. 이들 구체물의 색깔이나 재료 및 크기와 같은 이질적인 속성을 제거하고 이번에는 모양에 관심을 두고 관찰하면 어떤 공통의 모양이 보인다. 이 공통성으로부터 직사각형이라는 개념이 탄생되는 것이다. 이 공통성이 말하자면 개념의 내포이며 이 내포를 분명히 하는 것이 추상의 본질이다. 따라서 수학적 개념을 형성한다는 관점에서 보면 추상화는 몇 개의 사물 · 현상이나 장면을 모아서 이들의 각각에 적용되는 기준을 바탕으로 하나의 유를 만드는 것이라 할 수 있다. 즉, 추상화란 몇 개의 사물, 현상이나 장면을 모아서 이들 각각의 필요 없는 속성을 제외하고 공통으로 갖고 있는 성질을 추출하는 것이다. 이와 같은 추상화의 사고는 개념형성에서 뿐만 아니라 문제해결에서도 이용된다. 일상의 문제 장면에서 성질을 추상하고 그 의미를 명확히 하여 수학적인 문제를 만들거나 그 조건을 이상화하거나 명확히 하여 수학적 처리의 대상이 되는 문제로 다듬어 가는데 이용된다.

예) '3장의 종이, 3자루의 연필, 3명의 남자 등의 각 집합에 대해 이들을 모두 같은 것으로 볼 수는 없을까?' 에서 3이라는 수가 추상된다. 이러한 추상이 되려면 3개의 대상으로 되는 여러 가지 모임에 대해, 그 원소가 무엇인가 하는 것을 생각하고 개수만을 추상화 하려는 생각을 해야 한다.

(9) 일반화의 사고

일반화란 몇 개의 구체물에서 이질적인 형식을 제거하고, 그 구체물들에서 공통된 동질적 형식을 찾아내는 작용이다. 제거한다는 점에서는 추상화이지만 일반화는 하나의 대상에 대한 고찰에서 그 대상을 포함하는 전체를 고찰의 대상으로 넓히는 것을 뜻한다.

추상화가 외연을 일단 고정시키고 내포를 명확히 하는 것이라 할 수 있다. 즉

, 문제해결을 위해, 문제에서 볼 수 있는 일반성을 알아내거나, 또는 해결된 문제를 바탕으로 이 문제를 포함하는 집합 전체에서 성립되는 일반성을 알아내는 것이다. 일반화를 함으로써 우리는 정보를 통합할 수 있다. 밀접하게 관련된 사실을 하나로 묶는 것이다. 수학에서는 이러한 과정을 통해 정리를 만들어 나가기도 한다. 따라서 일반화의 사고란 어떤 문제를 해결하면서 발견한 규칙성을 같은 형태의 모든 문제에 적용시킬 수 있도록 하는 사고방법이라 할 수 있다.

예) 원소의 개수가 1개는 부분집합의 개수가 2개, 원소의 개수가 2개인 집합은 4개, 원소의 개수가 3개인 집합의 부분집합의 개수는 8개인 과정을 통해 일반적인 규칙을 탐색함으로서 원소의 개수가 n개인 부분집합의 개수는 2^n개로 구할 수 있다.

(10) 특수화의 사고

특수화란 일반화의 대립된 개념으로서 어떤 사사의 집합에 대한 고찰로부터 그 집합에 포함되는 보다 작은 집합이나 한 원소에 대한 고찰로 옮아가는 것으로 그 문제에 따른 구체적인 예를 찾거나 경우의 한계를 조사하여 가능한 범위를 알아보는 것이다.

Schoenfeld(1980)는 구체적인 무제해결 전략을 제시하고 있다. 그 가운데에서 문제의 분석 및 이해 단계에서는 '특수한 경우를 조사하라'는 단계가 있다. 이 단계 다음에서는 다음과 같은 활동이 있다.

① 그 문제에 대한 구체적인 예를 든다.

② 주어진 경우의 한계를 조사하여, 가능한 범위를 알아본다.

③ 정수의 범위를 1, 2, 3, …와 같이 차례로 바꾸어 나가면서 귀납적으로 규칙을 찾아낸다.

예) '$3a+9a$는 얼마인가?'를 생각할 때, 문자를 수로 바꾸어 보려는 특수화에 의해 $a=10$이라 하면 $3\times10+9\times10=120=12\times10$을 통해 $3a+9a=12a$라고 하면 되겠다는 일반화의 구상을 하게 된다. 이때 역으로 $a=10$을 양변에 대입하여 등식을 확인하려는 것이 특수화의 생각이다. 즉 자신의 행위에 대한 정당성의

여부를 자주적으로 판단하려는 데서 특수화를 써서 확인하려는 생각을 하게 된다.

2. 서술형 평가

가. 서술형 평가의 개념

서술형 평가란 제시되어 있는 선택지 중에서 답을 선택하는 방법이 이니라 학생이 답이라고 생각하는 지식이나 주장을 직접 서술하는 평가방법이다. 이러한 서술과정에서 학생의 창의력, 문제해결력, 비판력, 판단력, 분석력 등 고등사고능력을 평가하는 방식이다.

서술형 평가는 학생의 사고과정을 잘 드러낼 수 있는 문항을 제작하기 쉬울 뿐만 아니라, 문제 풀이과정이 다양하고 통합교과적인 문제와 실생활과 관련된 문제의 출제가 용이하며, 학생들에게 문제의 해결과정을 올바르게 이해하고 있는가를 파악하고자 하는 평가유형이라 할 수 있다.

하지만 문항에 대한 해답의 분량이 많으므로 수험자의 입장에서는 답안 작성에 부담이 있고, 채점자의 입장에서는 아무리 객관적인 채점 기준을 세운다고 해도 수험자의 다양한 답안을 누구나 수긍할 만한 일관된 잣대로 측정하는 것이 어려운 점으로 나타난다.

나. 서술형 평가의 필요성(성태제, 2002)

① 창의성이나 문제 해결력 등 고등사고 기능을 직접적으로 평가함으로써 궁극적으로는 그러한 능력의 신장을 조장하기 위함이다. 창의적인 인간을 길러야 하는 것은 누구나 인정하는 학교교육의 목적 중의 하나이다. 전통적인 평가방법은 절차나 창의성을 조장하기보다 상대적인 비교를 강조하여 창의성을 발휘할 수 있는 기회를 박탈한 것으로 볼 수 있다. 이러한 현 상황을 개선하는데 서술형 평가방법이 필요하다.

② 여러 측면의 지식이나 능력을 지속적으로 평가함과 아울러 교수 · 학습 활동을 개선하기 위함이다. 종래의 평가방법은 사회적 선발이나 분류 · 배치하기 위해서는 적절한 방법일 수 있으나 교수 · 학습 활동을 개선하기 위한 방법으로는 부적절하다. 왜냐하면 학생이 특정 문항을 왜 틀렸는지 그 원인에 대한 자세한 정보를 수집하기 어렵기 때문이다. 이러한 단점이 있기 때문에 서술형 평가를 통해 학생 개개인의 특성과 수준을 여러 가지 측면에서 종합적으로 평가 할 수 있어야 한다.

③ 학생이 인지적으로 아는 것뿐만 아니라 아는 것을 실제로 적용할 수 있는지의 여부를 파악하기 위함이다. 인지적으로 아는 것과 실제로 적용하는 것이 서로 구별되는 것을 강조하기 위해서 학문적인 지능과 실천적인 지능으로 구분하기도 하며, 아는 것과 행하는 것의 차이를 '볼 줄 아는 것'과 '할 줄 아는 것'의 차이로 설명하기도 한다. 교육적인 측면에서는 잘 볼 줄 아는 사람을 육성하는 것도 중요하고 잘 할 줄 아는 사람을 육성하는 것도 중요하지만 둘 다 잘 할 수 있도록 하는 것이 다 바람직할 것이다.

④ 학습자 개인에게 의미 있는 하습 활동이 이루어지도록 하기 위함이다. 학습자 개인에게 의미가 없는 교수 · 학습 활동은 무의미할 뿐만 아니라 오히려 시간 낭비에 가깝다. 시험점수를 높이기 위해 무의미한 암기하는 학습 활동은 쓸모없고 귀중한 시간을 낭비하는 것이다. 따라서 보다 적극적으로 평가의 내용이나 절차를 각 개인에게 의미 있는 것으로 바꿈으로써 개개인의 학습과 이해력을 향상시키기 위해 서술형 문항을 사용해야 한다.

다. 서술형 평가의 장점과 단점

서술형 문항의 장점은 다음과 같다.

① 서술형 평가는 고등 정신기능 측정에 효과적이다. 표현력, 사고력, 문제해결력 신장과 같은 일반적 교육목표와 개념 혹은 원리의 적용 같은 구체적 학습목표를 쉽게 평가할 수 있다. 이러한 고등 정신기능은 잘 만든 선택형 문항으로도 측정할 수는 있으나 그런 문항을 제작하기란 어려움이 따른다.

② 교육적 측면에서 학습자의 학습태도 개선에 도움이 된다. 선택형 문항에서

는 대부분 인지적 재상반응을 요구하기 때문에 학생들은 대부분 교과서나 참고서의 중요내용 또는 참고서의 선택형 연습문제 풀이과정을 암기하는 모습을 보인다. 반면 서술형 문항은 개념이나 원리적용을 측정하는 경우가 많고 원리를 찾아 조직하고 자신의 말로 표현해야 하기 때문에 학생들은 개념을 활용하고, 정의를 찾고, 원리를 탐구 · 적용하는 학습활동을 보이며 이에 따라 바람직한 지적 기능을 학습하는 태도를 기르게 될 것이다.

③ 문항 제작 측면에서 볼 때, 문항 제작이 비교적 쉽다 좋은 서술형 문항을 만들기 위해서도 상당한 노력이 필요하지만 답지를 만들 필요가 없으므로 선택형 문항 제작에 비하면 시간과 노력이 적게 든다. 그러나 좋은 선택형 문항에서 선택지만을 지운다고 하여 좋은 서술형 문항이 되는 것이 아님을 유의해야 하다.

④ 반응의 자유도가 크기 때문에 학생들이 자신의 지적 배경에 따라 적절한 자료나 정보를 선택하여 자기 말로 표현할 수 있고, 문항이 지시하는 범위 내에서 자유로이 문제를 다룰 수 있다.

장점에 이어 다음은 서술형 문항의 단점이다.

① 채점의 객관성이 선택형에 비하여 낮다. 이는 본질적인 문제로 채점 기준을 아무리 정교하게 작성해도 수험자가 작성하는 모든 답안을 예상할 수가 없고 그로인해 누구나 수긍하는 일관되고 객관적인 채점을 하는 데는 한계가 있을 수밖에 없다. 이것을 극복하는 방법으로는 복수의 채점자가 각각 별도로 채점을 한 후 평균점수를 부여하고 채점자들 사이에 의견의 차이가 심하게 나는 답안에 대하여는 협의 채점하는 방안이 제시되고 있다.

② 채점에 시간과 노력이 선택형에 비해 많이 든다. 객관성이 낮은 이유로 인하여 처음 만들었던 채점기준을 무작위적 답안의 선택의 결과에 의해 수정작업을 거쳐야 하고 다수의 교사가 한 학생의 채점을 따로 채점하여 비교분석해야 하는 과정이 필요하여야 객관성이 확보되기 때문에 그 과정이 필연적으로 길 수밖에 없다.

③ 문항표집수가 제한된다. 한 문항에 긴 방응을 요구하는 까닭에 제한된 시간에 평가가 이루어지는 학교 시험에서는 서술형 평가로 몇 개의 문항밖에 출제하지 못한다. 한 시험에서 몇 개의 문항으로 학습목표를 모두 평가하기는 어려움이

따른다. 적은 표집수로 인하여 평가하지 못하는 학습목표가 생기고 시험 전체의 타당도와 신뢰도가 낮아지게 된다. 이런 문제점을 개선하기 위해서는 반응의 허용정도를 어느 정도 제안하고, 비교적 짧은 반응을 요구하는 문항을 만들어 문항을 늘리는 방법이 있다.

라. 서술형 문항 제작 시 유의 사항

서술형 문항을 제작할 때는 서술형 문항의 특징과 장·단점을 잘 이해하여 문항을 제작하려고 노력해야 한다. 이를 위해서는 첫째, 평가하려는 학생집단의 인지 및 학습 발달 수준을 고려해야 한다. 문항 내용, 지시문 등의 어휘 수준이 학생의 수준에 적합하고 적절한 문항수와 응답 시간을 배려해야 한다. 둘째, 단순 암기 위주의 지식보다는 고등정신능력을 측정하도록 한다. 내용 선정부터 문항구조까지 서술형 평가의 성격을 살려 단순 지식 측정을 위한 문항이 되지 않도록 제작해야 한다. 셋째, 가급적 구체적인 학습 결과를 측정할 수 있도록 질문을 구조화 시키고 제한성을 갖도록 하여 수험자에게 문항의 출제의도가 잘 전달되도록 출제해야 한다. 넷째, 문항을 제작할 때는 반드시 예시답안을 작성해 보아야 한다. 학교 현장의 정기고사에서는 문항만을 출제하고 예시 답안을 제시하지 않는 경우가 있는데 출제자가 쓰기 어렵다고 느끼는 문항의 답은 실제 학생들에게는 더욱 어렵게 다가오는 문제가 된다. 다섯째, 가능하면 채점 기준 및 문항 점수를 미리 제시한다. 예를 들어 논증 문항의 경우 결론 도출에서 몇 점, 논증의 타당성에서 몇 점, 분량에 몇 점 등을 배분하고 이를 미리 제시함으로써 학생의 반응을 한곳으로 방향 짓게 하는 데 도움이 되고 수험자가 어떻게 반응하는 것이 유리한지 알리는 데에도 유리한다. 마지막으로 논쟁을 다루는 문항은 어느 한 편의 견해를 지지하는 입장에서만 논술하라고 지시하지 말고, 학생 자신의 견해를 밝히고 그의 견해를 논리적으로 전개할 수 있도록 유도해야 한다.

Ⅲ. 연구 방법 및 절차

본 연구는 2009개정 교육과정에 따른 중학교 1학년 수학교과서의 함수단원에서 제시되고 있는 서술형 문항을 수학적 사고유형별로 분석해 보고 각각의 특성을 분석하는 연구이다.

1. 연구 절차

2009 개정 교육과정의 기본 방향과 수학과의 교육내용을 확인하고 현재 출판되고 있는 5개 출판사의 수학교과서를 분석하여 함수단원에서 출제된 서술형 문항을 분석하였다.

2. 자료수집

현재 출판되고 있는 많은 출판사 중 많이 이용되고 있는 5개의 출판사를 선정하여 각각 교과서 및 지도서 중 함수단원에서 출제되고 있는 문항을 수집하였다.

<표 Ⅲ-1> 수집된 교과서 목록

출판사	저자
(주)지학사	이강섭, 최상기, 왕규채, 이강희, 송교식, 안인숙, 송영준, 윤상호, 김보현, 황현태, 황형균
(주)미래엔	신항균, 황혜정, 이광연, 김화영, 조준모, 최화정, 윤기원
(주) 교학사	고호경, 김응환, 양순열, 권세화, 권순학, 정낙영, 장인선, 임유원, 최수영, 이성재, 노솔 ,백형윤, 홍창섭
좋은책신사고	황선욱, 강병개, 한길준, 한철형, 권혁천, 김의석, 유기종, 정종식, 김민정
천재교육	김서령, 이정례, 선우하식, 이진호, 김원, 김양수, 신지영, 김윤희, 노창규, 정해윤, 주우진

3. 자료 분석

수집된 5개 출판사의 교과서에서 출제되고 있는 서술형 문항을 어떠한 수학적 사고가 중심이 되어 문제를 해결하게 되는지 분석하고 각 교과서에 출제된 문들의 특징을 분석한다. 수학적 사고 유형은 片桐重男(이용률 외 3인 공역, 1993)의 수학적 방법과 관련된 수학적 사고로 제시한 10가지를 중심으로 분류하였다.

Ⅳ. 서술형 평가문항 분석

본 연구는 서술형 문항을 수학적 사고를 중심으로 분석하고자 한다. 그러나 각 단원 별로 모든 문항을 분석하기에는 한계가 있기에 중학교 1학년 함수단원을 중심으로 현행 교과서에 출제되어 있는 서술형 문항만을 분석하였다.

1. 출판사별 서술형 문항 비율 분석

가. 서술형 문항의 출제비율

문항의 출제 비율을 분석하는 데에 예제문제는 학생들이 문제를 풀어가는 과정을 서술하기보다는 다음에 나오는 문제를 해결하기 위해 풀이과정을 교과서에서 서술하였기에 제외하였고, 서술형 문항은 간단한 계산과정으로 답을 구하는 문제가 아닌 적당한 풀이과정이 필요한 경우 서술형 문항의 개수에 포함하였다.

<표 Ⅳ-1> 서술형 문항 출제 비율

출판사	총문항	서술형 문항	서술형 문항의 비율	서술형 문항으로 지칭된 문항
지학사	51	18	35.2	2
미래엔	33	11	33.3	0
교학사	68	26	38.2	4
신사고	79	24	30.3	4
천재교육	55	22	40	0

나. 출판사별 특징

<표 Ⅳ-2> 출판사별 문항 특징

출판사	문항의 특징
지학사	- 함수와 그래프 단원을 4개의 중단원로 전개한 후 단원 종반에 문항을 제공 - 함수의 활용 부분을 제외하고 서술형 문항이 ‘상’수준의 학생 위주로 제공 - 선택형, 서답형, 서술형 문항으로 구성한 단평 평가문제 제공
미래엔	- 문항수가 특징적으로 적음 - 간단한 계산을 요하여 기본개념 습득에 중점을 둔 문항이 많음 - 수준별 문항의 구분이 없고 계산, 이해, 문제해결 부분으로 문항을 구분
교학사	- 소단원의 종반마다 확인하기 문제를 두어 기본개념을 확인하고, 이 부분에 의사소통, 추론, 문제해결 문제를 두어 풀이과정을 서술하는 기회를 제공 - 중단원 마다 서술형 문제를 1문제 이상 제공
신사고	- 문항수를 많이 제공하고 학생들이 스스로 문제를 풀 기회를 많이 제공 - 중단원 별로 기본, 표준, 발전 수준의 문항을 제공하고, 표준, 발전수준의 문항에서 서술형 문항을 다수 제공 - 대단원 평가에서 선택형, 서답형, 서술형 문항을 제공
천재교육	- 학생이 흥미를 끌만한 소재를 많이 제공 - 학생 수준을 4단계로 구분하여 문제를 제공 - 선택형 보다는 서답형, 서술형 문항을 다수 제공

2. 서술형 문항 분석

본 절에서는 출제되는 문항을 수학적 사고를 중심으로 분석한 결과는 다음과 같다.

가. 귀납적 사고

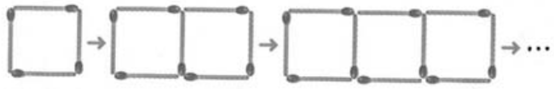
귀납적 사고란 몇 개의 특수한 사례로부터 일반적인 현상을 해석하는 방법이다. 귀납적 사고에 따른 문항들은 어떤 특수한 사례를 분석하여 일반적인 어떠한 관계를 가지고 있는지 확인하는 기회를 제공한다. 특히, 함수의 개념을 확인하는 문제에서는 수학적 사고 중 귀납적 사고가 주로 필요하다.

<표 Ⅳ-3> 귀납적 사고 출제문항 분석

<table>
<tr><th>교과서</th><th>출제문항</th></tr>
<tr><td>지학사</td><td>문제 1
한 개에 700원 하는 아이스크림이 있다. 이 아이스크림을 x개 살 때, 금액을 y원이라고 하자. 다음 물음에 답하여라.
(1) x의 값이 변함에 따라 정해지는 y의 값을 나타낸 다음 표를 완성하여라.
<table>
<tr><td>x(개)</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr>
<tr><td>y(원)</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>
(2) y는 x의 함수인지 말하여라.</td></tr>
<tr><td>교학사</td><td>문제 3
길이가 10cm인 어떤 양초는 1시간마다 1cm씩 탄다고 한다. x시간 동안 타다 남은 양초의 길이를 $y$cm라 할 때, 다음 물음에 답하여라.
(1) x의 값에 따라 대응하는 y의 값을 다음 표에 나타내어라.
<table>
<tr><td>x(시간)</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>…</td></tr>
<tr><td>y(cm)</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>…</td></tr>
</table>
(2) y는 x의 함수인지 말하여라.
</td></tr>
</table>

천재교육

4 다음 그림과 같이 성냥개비 4개로 정사각형 1개를 만들고, 이 정사각형의 오른쪽에 성냥개비 3개를 덧붙여 정사각형 1개를 더 만든다. 이와 같은 과정을 계속할 때, 정사각형의 개수를 x, 성냥개비의 개수를 y라고 하면 y는 x의 함수이다. 물음에 답하여라.



(1) 다음 표를 완성하여라.

x	1	2	3	4	5
y	4	7	10	13	16

(2) 주어진 함수를 $y=f(x)$라고 할 때, $f(x)$를 구하여라. $f(x)=3x+1$

(3) 함숫값 $f(10)$을 구하여라. 31

5종의 교과서에서 제시되고 있는 대다수의 문항이 특수한 상황에서 x의 값에 대하여 y의 값을 계산해보는 기회를 제공한다. 그 이후 그 상황이 함수가 되는 이유를 추론해보도록 한다. 함수의 개념이 x의 값에 따라 y의 값이 하나로 정해지는 관계임을 학생들이 귀납적인 사고를 통하여 확인해 볼 수 있도록 유도하기 때문이다.

위의 문항을 보면 지학사 문항1에서 한 개에 700원 하는 아이스크림의 개수를 x로 두고 특수하게 1개, 2개, …, 5개 일 때의 가격 y의 값을 구하는 문항을 (1)로 제시하고 있다. 학생들은 (1)의 과정에서 특수한 몇몇의 사례를 통해 x, y사이의 관계를 예상하게 된다. 그를 통하여 (2)의 문제에서 $y=700x$라는 관계식을 얻을 수 있다. 이러한 특수한 상황을 모아 일반적인 개념으로 표현하는 경험을 제공하고 천재교육의 문항과 같이 이를 활용하는 문항인 (3)과 같은 문항을 제시까지 하고 있다.

나. 연역적 사고

특수에서 일반으로 이어지는 인식의 과정이 귀납임에 비하여 일반에서 특수로 이어지는 인식의 과정이 연역이다. 전체에 관한 지식이나 어느 경우에도 공통인 보편적인 법칙으로부터 특수한 사례에 대해서 그 보편적인 법칙을 추론하는 과정을 말한다. 따라서, 연역적 사고는 보편적인 사실로부터 성질을 찾아내야 하는 사고가 필요하다.

<표 Ⅳ-4> 연역적 사고 출제문항 분석

교과서	출제문항
지학사	발전 문제 7 점 P$(x,\ y)$가 제2사분면 위의 점일 때, 점 Q$(x,\ -y)$는 제 몇 사분면 위의 점인가?
미래엔	3 점 A$(a,\ b)$가 제4 사분면 위의 점일 때, 점 B$(b,\ a)$는 제 몇 사분면 위에 있는지 말하여라.

위의 문항에서는 연역적 사고와 특수화의 사고를 확인 할 수 있다. 보편적인 사실로부터 성질을 찾아내야 하는 사고가 필요하다. 각 사분면이 가지고 있는 부호규칙을 알고서 이를 적용하여 위의 문제에서 주어진 P점의 좌표의 부호규칙을 확인할 수 있어야 한다. 이를 통해 학생들이 일반적인 사실을 활용할 수 있는가?, 일반적인 사고를 특수한 상황에 적용할 수 있는가?를 확인 할 수 있는 것으로 이 과정에서 연역적 사고가 필요하다.

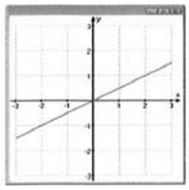
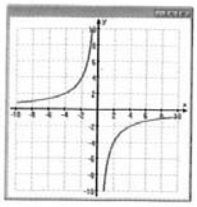
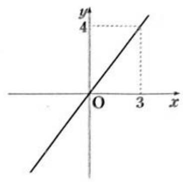
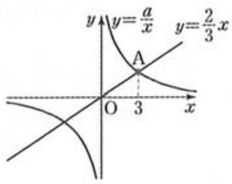
지학사의 문제7의 경우 학생들은 제1사분면은 (+, +), 제2사분면은 (−, +), 제3사분면은 (−, −), 제4사분면은 (+, −)인 부호규칙을 가지고 있다는 보편적인 성질을 알고, 활용할 수 있어야 한다. 따라서 학생들은 $x<0,\ y>0$이라는 결론을 얻는다. 이러한 과정에서 연역적 사고를 확인할 수 있다. 또한 $Q(x,\ -y)$에서 $x<0,\ -y<0$으로 특수화 하는 경험을 얻고 Q가 제3사분면으로 특수화하는 사고를 경험할 수 있다.

다. 유추적 사고

유추란 유사성을 바탕으로 어떤 지식에 대하여 성립하는 성질로부터 그와 유사한 대상의 성질을 추출하는 것을 말하는데 수학이 패턴을 연구하는 학문이라는 점을 생각할 때 이는 수학에서 발견도구 이상의 본질적인 의미를 갖는다. 수

학에서 유추의 의미란 두 사실에서 서로 비슷한 것을 그거로 하여 하나의 특수한 사실의 성질을 그와 유사한 다른 특수한 사실의 성질에 비추어 추리하는 방법이다.

<표 Ⅳ-5> 유추적 사고 출제문항 분석

교과서	출제문항
지학사	문제 4 오른쪽 그림은 함수 $y=ax$의 그래프를 컴퓨터로 그린 것이다. 이 그래프를 보고, a의 값을 구하여라. 
지학사	문제 7 오른쪽 그림은 함수 $y=\frac{a}{x}$의 그래프를 컴퓨터로 그린 것이다. 이 그래프를 보고, a의 값을 구하여라. 
교학사	3 오른쪽 그림은 함수 $y=ax(a\neq0)$의 그래프이다. a의 값을 구하여라. 
천재교육	4 오른쪽 그림은 두 함수 $y=\frac{2}{3}x$, $y=\frac{a}{x}$의 그래프이다. 점 A의 x좌표가 3일 때, 상수 a의 값을 구하여라. 

함수의 그래프를 통하여 함수의 식을 세우는 문항에서는 유추적 사고, 기호화의 사고, 일반화의 사고를 확인할 수 있다. 두 문항의 경우 정비례, 그래프의 경우 정해진 함수식을 가진다는 사실을 가지고 문항의 해결을 시작해야 한다. 이는 정비례, 반비례그래프 함수식이 가지는 성질 중에서 원점을 지나는 직선은 $y=ax$, 원점에 대칭인 한 쌍의 곡선은 $y=\frac{a}{x}$를 함수식으로 갖는다는 사실을

유추하여 위 문제에 적용할 수 있어야 하는 것이다. 또한 그래프를 해석하고, 그 함수식을 표현하는 과정에서 기호화의 사고가 필요하게 된다. 기호화의 사고가 부족한 학생인 경우 모눈종이의 좌표와 그래프를 동시에 해석하지 못하여 좌표를 확인하지 못하는 경우가 많다. 좌표를 읽는 연습을 통해 기호화의 사고를 먼저 발전 시켜야 문제를 해결 할 수 있다.

지학사의 문항4, 7의 경우를 보면 각각 함수식이 $y=ax$, $y=\frac{a}{x}$임을 이야기하고 있다. 학생들은 이러한 사실이 주어진 문제이거나 주어지지 않은 문제상황에서 '원점을 지나는 직선'은 정비례상황이기에 $y=ax$, '원점 대칭인 부드러운 곡선'은 반비례상황이기에 $y=\frac{a}{x}$라는 사실을 비슷한 상황에 계속하여 적용된다는 사실을 통해 확인할 수 있다.

라. 특수화의 사고

특수화의 사고는 일반적인 상황 속에서 이를 특수화, 즉 특별한 수로 변환하여 문제를 이해, 해결할 수 있어야 한다. 함수 단원에서 특수화의 사고는 함숫값을 이용할 때 가장 많이 사용되고 있는 사고이다.

<표 Ⅳ-6> 특수화의 사고 출제문항 분석

교과서	출제문항
신사고	**8** 함수 $f(x)=\frac{a}{x}$ (a는 상수)에 대하여 $f(3)=4$이다. (1) a의 값을 구하여라. (2) $f(-2)+f\left(\frac{1}{3}\right)$의 값을 구하여라.

함수에서 사용하는 함숫값의 개념은 특수화의 사고를 잘 확인할 수 있도록 도와주는 개념이다. 특수화의 사고는 일반적인 상황 중 특수한 경우를 통하여 해답을

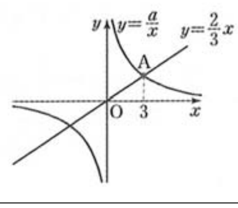
구하는 과정에서 확인할 수 있는 사고이기 때문이다. 함숫값은 함수식이나 그래프에서 특정한 한 점이나 한 값으로 정하는 도구이기 때문에 특수화 하는 도구가 될 수 있기 때문이다.

위의 문항8을 보면 (1)에서 a의 값을 구하는 과정에서 $f(3)=4$라는 특수한 상황을 주고 학생들이 이를 대입하여 문항을 해결하는 기회를 제공한다. 또한 (2)에서는 각각의 특수한 상황인 함숫값을 구하는 경험을 제공하기 때문에 특수화의 사고를 자세히 확인할 수 있는 문항으로 볼 수 있다.

마. 통합적 사고

통합적 사고는 서로 다른 상황을 하나의 상황으로 확인하여 문항을 해결해야 한다. 이는 함수 단원에서 연관이 깊은 정비례, 반비례를 동시에 제공하는 문항에서 쉽게 확인할 수 있다. 정비례, 반비례의 상황을 비슷하면서도 차이가 있는 내용이기 때문에 학생들이 이를 통합적으로 생각할 수 있는 경험을 제공할 필요가 있다.

<표 Ⅳ-7> 통합적 사고 출제문항 분석

교과서	출제문항
천재교육	4 오른쪽 그림은 두 함수 $y=\frac{2}{3}x$, $y=\frac{a}{x}$의 그래프이다. 점 A의 x좌표가 3일 때, 상수 a의 값을 구하여라. 

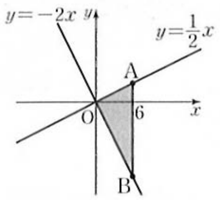
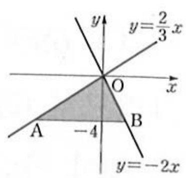
위 천재교육 문항4와 같이 정비례, 반비례를 동시에 주고 이를 비교, 분석하는 기회를 제공하면 두 가지 개념을 통합적으로 생각해 볼 기회를 제공할 수 있다. 학생들은 두 그래프의 교점의 좌표에 주목하게 되고 교점의 좌표는 두 그래프 모두를 지나는 점이고 이는 두 함수식에 동시에 대입할 수 있는 개념임을 알고 문항을 해결해야 한다. $x=3$을 $y=\frac{2}{3}x$에 대입하여 $y=2$라는 값을 얻고 이를 다

시 $y=\frac{a}{x}$에 대입하여 $a=6$이라는 값을 얻으면서 두 개념을 통합적으로 가질 수 있도록 유도할 수 있는 문항이다.

바. 발전적 사고

통합한 것을 보다 넓은 범위에 적용하려 하거나, 하나의 결과가 얻어졌다고 하더라도 다시 보다 나은 방법을 알아본다거나, 또는 이를 바탕으로 보다 일반적인 보다 새로운 것을 발견하려는 생각이 발전적 사고이다. 발전적 사고는 크게 조건의 변경에 의한 방법과 관점의 변경에 의한 방법으로 나누어 볼 수 있다.

<표 Ⅳ-8> 발전적 사고 출제문항 분석

교과서	출제문항
지학사	**5** 두 함수 $y=\frac{1}{2}x$, $y=-2x$의 그래프가 오른쪽 그림과 같이 x좌표가 6인 점 A, B를 각각 지난다. 이때 삼각형 AOB의 넓이를 구하여라. 
신사고	**17** 오른쪽 그림과 같이 두 점 A, B가 각각 함수 $y=\frac{2}{3}x$, $y=-2x$의 그래프 위의 점이고, 두 점의 y좌표가 모두 -4일 때, 삼각형 OAB의 넓이를 구하여라. 

위 문항에서 발전적 사고를 확인할 수 있다. 문항의 핵심내용은 교점을 구하고 삼각형의 넓이를 구하는 문항이다. 이때 삼각형 AOB의 넓이를 구하는 방법이 1가지가 아닌 다양한 방법으로 구할 수 있다. 삼각형의 두 부분으로 나누어 구하는 방법, 삼각형을 하나의 삼각형으로 보고 구하는 방법, 중학교 수준을 벗어나지만 위 그래프가 수직임을 이용하여 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$의 길이를 이용하는 방법 등이 있다. 이러한 다양한 과정 중 학생이 생각하기에 가장 발전적인 방법을 선택

하여 해결하는 모습을 보일 것이다. 발전적 사고란 문항을 푸는 방법의 다양성 속에서 학생들이 조금이나마 간단한 방법을 찾는 과정 속에 확인할 수 있기 때문에 그에 관한 문항을 찾는데 어려움이 있었다.

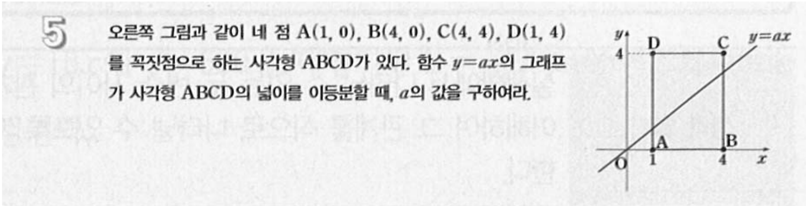
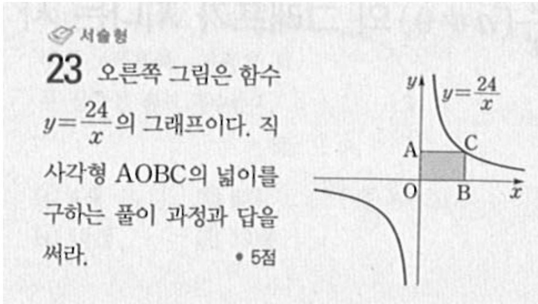
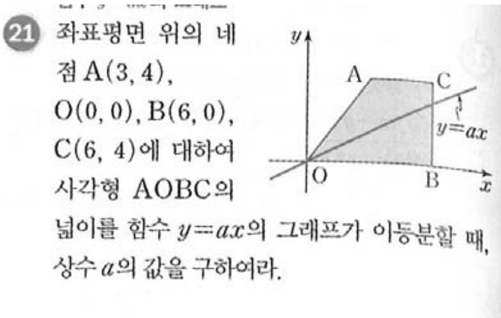
신사고의 문항17의 경우 x축과 $\overline{AB}$의 교점을 C라고 할 때, 삼각형 OAB의 넓이를 구하는 방법을 다양화 할 수 있다. $\overline{AB}$의 길이를 구하고 이를 $\overline{OC}$와 곱하여 2로 나누어 구하는 방법이 있다. 다른 방법으로는 삼각형을 OAC, OCB로 나누어 직각삼각형의 넓이로 구할 수 있다. 또한 A, B의 좌표를 구하고 이를 각각 곱하고 2로 나누어 구하는 방법을 선택할 수 있다. 이처럼 다양한 풀이과정을 확인하고 학생들이 왜 그러한 방법을 선택하는지 확인할 수 있도록 하는 과정에서 발전적 사고를 확인할 수 있다.

그러나 발전적 사고는 다양한 문항에서 학생들의 다양한 해답을 요구하는 문항이다. 학생들이 다양한 풀이과정 속에서 발전적인 사고를 통해 스스로의 해답을 다듬는 과정에서 밝혀지는 사고이기 때문에 학생들의 해답이나 하나의 문제 속에는 발견하기 어렵다.

사. 단순화의 사고

단순화의 사고란 문항을 보다 단순한 형태로 바꾸어 손쉽게 문항을 해결 할 수 있는 사고를 뜻한다. 특히, 문제해결에서 주어진 조건이나 문제가 복잡할 때, 문제의 조건을 단순화하여 봄으로써 문제를 쉽게 해결할 수 있는 방법을 발견할 수 있다. 즉, 단순화의 사고는 문제를 파악하거나 형성시키는 단계, 또는 해결의 실행단계에서 주로 하게 된다. 이때, 단순화의 과정에서 유의할 점은 일반성을 잃지 않도록 단순화해야 하고, 원래의 문제의 본질적인 조건이나 일반성이 손상되지 않을 정도로 단순화해야 한다.

<표 Ⅳ-9> 단순화의 사고 출제문항 분석

교과서	출제문항
교학사	 5 오른쪽 그림과 같이 네 점 A(1, 0), B(4, 0), C(4, 4), D(1, 4)를 꼭짓점으로 하는 사각형 ABCD가 있다. 함수 $y=ax$의 그래프가 사각형 ABCD의 넓이를 이등분할 때, a의 값을 구하여라.
신사고	 서술형 23 오른쪽 그림은 함수 $y=\frac{24}{x}$의 그래프이다. 직사각형 AOBC의 넓이를 구하는 풀이 과정과 답을 써라. • 5점
천재교육	 21 좌표평면 위의 네 점 A(3, 4), O(0, 0), B(6, 0), C(6, 4)에 대하여 사각형 AOBC의 넓이를 함수 $y=ax$의 그래프가 이등분할 때, 상수 a의 값을 구하여라.

위의 문항을 해결하는 과정에서는 단순화의 사고를 이용하여 해결하는 학생을 확인할 수 있다.

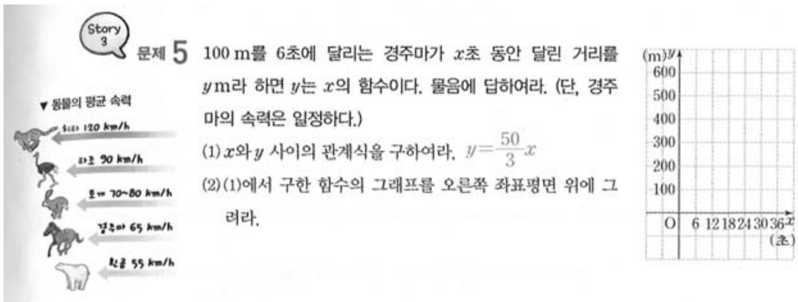
교학사의 문항5의 경우 직사각형의 이등분하는 문항일 때 반드시 지나야 하는 점을 단순화하여 생각할 수 있는 문항이다. 사각형을 이등분하기 위해서는 반드시 중심을 지나야 하고 그 점이 $\left(\frac{5}{2}, 2\right)$임을 계산하여 그래프를 계산한다.

또한 신사고의 문항23의 경우 사각형의 넓이를 단순화, 특수화 하여 해답을 구할 수 있다. 점 C를 단순화 하여 $(2, 12)$와 같이 정하면 사각형의 넓이는 24로 정해지게 된다. 이처럼 문항을 복잡하게 생각하기 보다는 간단하게 생각하여 문항을 해석하여 단순한 문항으로 바꾸는 사고를 확인할 수 있는 문항이다.

아. 기호화의 사고

기호화의 사고는 도형이나 기호, 그래프 등에 이용되는 사고이다. 함수 단원에서 중요하게 다루어지는 함수의 그래프에서 중요하게 다루어지는 사고이다. 함수의 관계식을 구하고 이를 그래프로 표현하는 과정에서 학생들의 기호화의 사고를 잘 사용하고 있는지 확인할 수 있다. 이때 좌표평면을 어떻게 그리는지, 함수식을 표현하는데 정확한 기호를 사용하고 있는지 또한 판단하여 평가할 수 있는 문항이다.

<표 Ⅳ-10> 기호화의 사고 출제문항 분석

교과서	출제문항
천재교육	

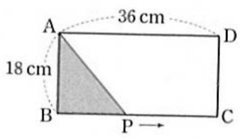
중학교 1학년 함수 단원에서 기호화의 사고는 쉽게 찾아볼 수 있다. 중학교 1학년에서는 주로 개념의 설명이 중심으로 다루지고 있다. 그 때문에 함수식의 표현, 함수의 그래프그리기가 중요 학습목표로 취급되기 때문이다. 학생들이 스스로 모눈종이에 점을 찍어보고 그래프를 그려보고, 함수의 식을 계산하는 과정에서 학생들은 사용해야 하는 기호에 대한 교육과 바르게 기호를 사용하는 방법을 학습하게 되는 것이다. 이러한 과정에서 기호화의 사고가 발달하게 되는 것이다.

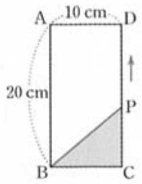
특히 함수의 그래프를 그려보도록 기회를 제공하는 위의 천재교육 문항5와 같은 문항은 기호화의 사고를 쉽게 확인해 볼 수 있는 문항이다. 모눈종이에 좌표를 확인하여 그래프를 그리는지, 함수식을 표현방법에 맞게 표현하고 있는지를 확인할 수 있도록 하는 문항이기 때문이다.

자. 추상화의 사고

추상화의 사고는 문제에 주어진 상황에서 수학적인 요소를 추출하는 데에 필요한 사고이다. 즉, 추상화란 몇 개의 사물, 현상이나 장면을 모아서 이들 각각의 필요 없는 속성을 제외하고 공통으로 갖고 있는 성질을 추출하는 것이다. 이와 같은 추상화의 사고는 개념형성에서 뿐만 아니라 문제해결에서도 이용된다. 일상의 문제 장면에서 성질을 추상하고 그 의미를 명확히 하여 수학적인 문제를 만들거나 그 조건을 이상화하거나 명확히 하여 수학적 처리의 대상이 되는 문제로 다듬어 가는데 이용된다.

<표 Ⅳ-11> 추상화의 사고 출제문항 분석

교과서	출제문항
지학사	**4** 시계의 작은바늘이 $x°$ 움직일 때, 큰바늘은 $y°$ 움직인다고 한다. x와 y 사이의 관계식을 구하여라. 
교학사	서술형 **10** 어느 음료수는 200mL에 대한 열량이 80kcal라고 한다. 이 음료수 xmL에 대한 열량을 $y$kcal라 할 때, x, y 사이의 관계를 식으로 나타내고, 이 음료수 120mL를 마셨을 때 섭취하게 되는 열량을 구하고 그 과정을 서술하여라.
신사고	**18** 오른쪽 직사각형 ABCD에서 점 P는 점 C를 출발하여 매초 3 cm씩 시곗바늘이 도는 반대 방향으로 직사각형의 변 위를 움직이고 있다. 점 P가 변 BC 위에 있으면서 삼각형 ABP의 넓이가 처음으로 135 cm^2가 되는 것은 출발한 지 몇 초 후인지 구하여라. 

천재교육	⑰ 오른쪽 그림과 같은 직사각형 ABCD에서 점 P는 점 C를 출발하여 점 D까지 움직인다. 선분 CP의 길이가 x cm 일 때, 삼각형 BCP의 넓이를 y cm^{2}라 하자. 물음에 답하여라. (단, $x>0$)  (1) x와 y 사이의 관계식을 구하여라. (2) 삼각형 BCP의 넓이가 75 cm^{2}일 때, 선분 CP의 길이를 구하여라.

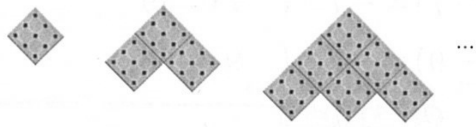
함수 단원의 경우에 특히 함수의 활용부분에서 제시된 문제에서는 다양한 사고유형을 확인할 수 있다. 특히 추상화의 사고가 함수의 활용문제의 경우 많이 필요하게 된다. 상황을 수학적인 내용을 통해 해석하여 필요 없는 부분을 제거하고 해석해야하기 때문이다. 많은 학생들이 활용문제를 어려워하는 것은 추상화의 사고가 부족하기 때문이다. 문항에서 수학적인 요소만을 추출해야 하지만 문항을 그대로 이해하려하기 때문이다. 즉 추상화의 사고가 부족한 부분이다. 다양한 활용문제에서 수학적 내용만을 해석하는 연습이 학생들에게 위와 같은 문제를 통해 기회를 제공할 수 있다.

교학사의 문항10의 경우 음료수, 열량 등은 문항을 표현하는 부가적인 내용이고 이를 수학적인 추론 형태로 바꾸어 문항의 수학적 핵심내용은 함수이고 이를 함수로 표현해야 문항을 해결 할 수 있다는 사고과정을 겪어야 하는 것이다. 즉 음료수$200mL$일 때 $80kcal$는 $(200, 80)$으로, 그 관계식은 $y=\frac{2}{5}x$로, 음료수 $120mL$일 때의 열량은 $f(120)$으로 추상화 하여 문항의 해답을 구하는 과정을 서술하도록 지도해야 한다.

차. 일반화의 사고

일반화의 사고는 규칙성을 찾아보는 문항에서 쉽게 찾을 수 있는 사고유형이다. 개개의 규칙을 확인하고 이를 일반화 하여 하나의 표현방법인 함수식으로 표현할 수 있는 기회를 제공하기 때문이다.

<표 Ⅳ-12> 일반화의 사고 출제문항 분석

교과서	출제문항
신사고	**13** 한 변의 길이가 1 cm인 정사각형 모양의 타일을 다음 그림과 같은 모양으로 붙여 나갈 때, x번째 만들어진 도형의 바깥 둘레의 길이를 y cm라고 하자.  (1) x, y 사이의 관계를 식으로 나타내어라. (2) $x=10$일 때, y의 값을 구하여라.

위 문항의 경우 1단계, 2단계, 3단계의 상황을 주었다. 학생들은 주어진 그림을 통해 1단계에서의 둘레는 4, 2단계에서의 둘레는 8, 3단계에서는 12라는 값을 확인하게 된다. 이라한 수에서 학생들은 어떠한 규칙성을 느끼게 되고 이와 같은 상황을 함수로 표현하여 일반화해야 한다는 사고과정을 겪게 된다. 그리하여 (1)에서 함수의 식이 $y=4x$로 일반화 하게 된다. 그리고 (2)의 문항에서 일반화된 결론에서 특수한 상황으로의 $x=10$일 때의 값을 구하는 사고과정을 겪게 되는 것이다.

Ⅵ. 결론 및 제언

1. 결론

본 연구에서는 먼저 현재 교육과정에서 강조하고 있는 수학적 지식과 기능을 바탕으로 창의적으로 사고하는 능력과 그를 평가하기 위해 강조하고 있는 서술형 문항에 대하여 연구해보았다. 창의적 사고력을 기르기 위해서 학생들이 수학적으로 사고 할 수 있는 기회를 제공하는 것은 물론이고, 학생들로 하여금 스스로 자신의 사고과정을 표현할 수 있는 기회를 제공하는 것이 중요하다. 이를 교육과정에 적용할 수 있는 부분은 평가부분이라고 할 수 있다. 그리고 선택형 문항보다는 학생들의 사고과정을 확인할 수 있는 서술형 문항을 통하여 평가해야 함을 강조하였다.

하지만 2009개정교육과정에서 강조하고 있는 창의적 사고라는 표현 속에는 어떤 사고과정이 있는지 확인할 수 없기 때문에 수학적인 사고에 대한 연구가 학생들의 창의적인 사고에 대한 연구라 생각하여 수학적인 사고에 대하여 문헌연구를 하였다. 위의 문헌 연구를 통하여 다양한 수학적 사고의 구분방법을 확인하였고 이를 서술형 문항에 적용하는 방법에 대하여 연구하고자 하였다.

片桐重男은 수학적 방법과 관련된 수학적 사고로 귀납적인 생각, 유추적인 생각, 연역적인 생각, 통합적인 생각, 발전적인 생각, 추상화의 생각, 단순화의 생각, 일반호의 생각, 특수화의 생각, 기호화의 생각, 수량화 및 도형화의 생각으로 나누어 제시하였다. 본 논문에서는 이러한 10가지 수학적 사고유형을 중심으로 중학교 1학년 함수단원에 제시되고 있는 서술형 문항을 분석하였다.

분석 결과, 총 5종의 수학교과서에서 11~26개의 서술형 문항이 제시되었으며 전체 문항에 대한 비율을 보면 30.3%에서 40%로 제시되고 있다. 수학적 사고유형에 따른 분류를 보면 대부분의 교과서에서 둘 이상의 수학적 사고유형을 혼합적으로 다루는 문제가 제시되고 있다. 또한, 귀납적 사고, 유추적 사고, 단순화의 사고, 추상적 사고에 대해서는 많은 교과서에서 제시되고 있지만 통합적 사고,

일반화의 사고에 대해서는 비교적 일부 교과서에서 제시되고 있다.

그러나 교과서에서 직접적으로 서술형 문항으로 풀도록 유도하는 문항은 그 수가 없거나 2~4문제에 그치고 있다. 학생들은 서술형 문항으로 풀도록 직접 지정하지 않으면 답만을 찾으려고 하는 모습을 자주 보이게 된다. 학생들이 직접 풀이과정을 찾는 기회를 많이 제공하기 위해서는 단답형으로 문항을 제시하기 보다는 학생들 스스로 생각하고 풀이과정을 적어 볼 수 있도록 몇몇 문제의 풀이과정을 제시하고, 그 풀이과정을 참고하여 학생들이 직접 풀이과정을 적어보도록 유도하는 문항을 늘리는 것이 중요하다. 그러한 과정 속에 학생들이 사고과정을 판단할 수 있기 때문이다.

학생들의 다양한 수학적 사고를 계발하고 신장시키기 위해서는 다양한 유형의 수학적 사고를 경험할 수 있는 문제를 제시하고 또한 이를 해결해보는 경험을 통해 수학적 사고를 신장시키는 교수-학습과정이 필요하다고 본다.

2. 제언

본 연구를 마치면서 다음과 같은 제언을 하고자 한다.

첫째, 현재의 교육과정에서는 학생들의 서술형 문항을 통한 학생들의 사고과정을 확인 할 수 있는 평가를 강조하고 있다. 이러한 강조점으로 인해 많은 교사들의 서술형 평가에 대한 거부감이 줄어 많이 사용되고 있다. 하지만 서술형 평가를 사용하기 이전에 다양한 수학적 사고과정은 다양한 교수방법을 통해 학생들이 스스로 사고할 수 있는 기회를 많이 제공해 주는 것이 중요하다. 따라서 학생들이 자신의 사고를 표현할 수 있는 교수방법에 대한 연구가 필요하다고 생각된다.

둘째, 본 연구는 중학교 1학년 함수단원을 중심으로 문항을 분석하였다. 서술형 문항이 강조되고 있는 현실에서 이러한 문항 분석이 다양한 학년, 다양한 단원에서 필요하다고 생각된다. 교사들 스스로가 모여 다양한 문항의 유형에 대한 연구를 통해 학생들의 사고를 평가하기 위한 문항을 분석해 보는 기회를 가져야 하고, 전문기관에서는 교사들의 서술형 문항의 출제 및 이용에 유용한 다양한 문

항을 제시함으로써 실제 교육현장에 도움이 될 수 있도록 해야 할 것이다.

셋째, 문항의 분석과 개발뿐만 아니라 이를 다양한 수준의 학생들을 선별하여 풀어보는 기회를 제공하고, 각 수준별 학생들의 답안을 분석하여 문제를 수정·보완하여 다양한 수준의 학생들이 풀 수 있도록 수준별 문항을 개발해야 할 것이며 또한, 서술형 문항을 활용한 효과적인 지도 방법에 대한 연구가 추가적으로 필요하다.

참고 문헌

강시중 (1981). 수학교육론. 교육출판사

강옥기 (2000). 수학과학습지도와 평가론. 경문사

강완, 백석윤 (1998). 초등수학교육론. 동명사.

고호경 외 12인 (2013). 중학교 수학1. ㈜교학사.

김서령 외 10인 (2013). 중학교 수학1. 천재교육.

김은하 (2011). 수학적 사고유형에 따른 서술형 평가 문항과 평가기준 개발 -수학Ⅱ를 중심으로-. 아주대학교 교육대학원 석사학위 논문.

남승인 (2000). 수학적 사고력 신장을 위한 규칙성 영역의 학습자료 개발. 과학·수학교육연구(대구교육대학교), 제23권 제1호.

박한식 (1982). 수학과 교수법. 교학사

성태재 (2002). 현대교육평가. 학지사

신항균 외 6인 (2013). 중학교 수학1. ㈜미래엔.

이강섭 외 10인 (2013). 중학교 수학1. ㈜지학사.

이광호 (2007). 수학적 사고의 적용 현황에 관한 연구 -중학교 2학년 학생을 중심으로-. 단국대학교 교육대학원 석사학위 논문.

이은희 (2000). 수학적 사고력 증진을 위한 교수학습방법에 관한 연구. 한양대학교 교육대학원 석사학위 논문.

이정연 (1995). 수학적 사고력 신장방안에 관하여. 경희대학교 교육대학원 석사학위 논문.

이주명 (2010). 중학교 1학년 수학과 서술형 수행평가 문항개발 -2007 개정 교육과정을 중심으로-. 성신여대 교육대학원 석사학위 논문.

片桐重男/이용률외 3인 공역(1993). 수학적인 생각·태도 와 그 지도 1: 수학적인 생각의 구체화. 경문사.

홍세라 (2010). 수학익힘책 서술형 문항 분석을 통한 서술형 문항 개발의 실재 - 중학교 2학년 수학익힘책 중심으로-. 창원대학교 교육대학원 석사학위 논문.

황선욱 외 8인 (2013). <u>중학교 수학1.</u> 좋은책 신사고.

Schoenfeld (1980). <u>Mathematical problem solving</u>. Academic Press. INC

Abstract

An analysis on descriptive questions in the view of mathematical thinking －Focused on the function section in the 1st grade middle school mathematics－

Ahn Ik－Chan

(Supervised by Professor Yang, Sung－Ho)

Department of Mathematics Education

Graduate School of Education

Jeju National University

The contents in the 2009 revised curriculum that emphasizes are creative thinking and descriptive evaluation. The creative thinking in mathematics can be seen as a the mathematical thinking. The mathematical thinking is various thinking that appeared in students studying mathematics and solving a problem. Teachers will use various methods for evaluates them. In 2009 revised curriculum, The descriptive evaluation that can determine the students' thinking process should be importantly treated.

To achieve the purpose of study, Set up the following research problems.

First, how mathematical thinking types are classified?
Second, How classified the descriptive questions according to the type of mathematical thinking in the textbook that currently being published?

This study summarized that there is any type of mathematical thinking through the literature study. As a result, the mathematical thinking are classified 10 different type of thinking. Through descriptive questions analysis in 5 textbook that published recently by 10 type of thinking.

One based on the results obtained in this study proposal are as follows
First, before the evaluate the mathematical thinking, the study on the teaching and learning how to develop mathematical thinking is needed.
Second, this study is focused on the function section in the 1st grade middle school mathematics, but we need develop descriptive questions in various sections by professional organizations for helpful to teachers.
Third, we need develop descriptive questions in various achievement for each student's level.