



저작자표시 2.0 대한민국

이용자는 아래의 조건을 따르는 경우에 한하여 자유롭게

- 이 저작물을 복제, 배포, 전송, 전시, 공연 및 방송할 수 있습니다.
- 이차적 저작물을 작성할 수 있습니다.
- 이 저작물을 영리 목적으로 이용할 수 있습니다.

다음과 같은 조건을 따라야 합니다:



저작자표시. 귀하는 원저작자를 표시하여야 합니다.

- 귀하는, 이 저작물의 재이용이나 배포의 경우, 이 저작물에 적용된 이용허락조건을 명확하게 나타내어야 합니다.
- 저작권자로부터 별도의 허가를 받으면 이러한 조건들은 적용되지 않습니다.

저작권법에 따른 이용자의 권리는 위의 내용에 의하여 영향을 받지 않습니다.

이것은 [이용허락규약\(Legal Code\)](#)을 이해하기 쉽게 요약한 것입니다.

[Disclaimer](#) 

碩士學位論文

등온조건에서 수평관내
혼합대류 열전달 연구

濟州大學校 大學院

에너지 工學科

蔡 明 旋

2013年 2月

등온조건에서 수평관내 혼합대류 열전달 연구

指導教授 鄭 鈺 津

蔡 明 旋

이 論文을 工學 碩士學位 論文으로 提出함

2012年 12月

康敬旭의 工學 碩士學位 論文을 認准함

審査委員長 _____ 金 信 _____ (印)

委 員 _____ 朴 在 雨 _____ (印)

委 員 _____ 鄭 鈺 津 _____ (印)

濟州大學校 大學院

2012年 12月

A Study on the Mixed Convection Heat Transfer in
a Horizontal Pipe at a Constant Temperature
Condition

Myeong-Seon Chae
(Supervised by professor Bum-Jin Chung)

A thesis submitted in partial fulfillment of the requirement
for the degree of Master of Engineering

December 2012

This thesis has been examined and approved.

.....
Thesis director, Bum-Jin Chung, Prof. of Nuclear & Energy Engineering
.....
.....

.....
Date

Department of Nuclear & Energy Engineering
GRADUATE SCHOOL
JEJU NATIONAL UNIVERSITY

목 차

LIST OF FIGURES	iv
LIST OF TABLES	vii
NOMENCLATURE	v iii
NONDIMENSIONAL NUMBERS	x
SUMMARY	xi
I. 서 론	1
II. 이론적 배경	3
1. 수평관내 자연대류(Natural convection)	3
1) 수평관내 열전달	3
2) 환형(Annulus)형태에서의 열전달 비교	5
2. 수평관내 혼합대류(Mixed convection)	7
1) 혼합대류	7
2) 유동영역지도(Flow regime map)	8
3) 층류 혼합대류	9
3. 열전달과 물질전달의 유사성	32
1) 유사성(Analogy)	32
2) 열전달과 물질전달의 유사성	32

4. 전기도금계	33
1) 물질전달구조	34
2) 한계전류기법	37
3) 무차원수와 물성치	40
Ⅲ. 실험장치 구성	42
1. 자연대류 실험장치	42
2. 혼합대류 실험장치	43
Ⅳ. 예비실험	48
1. 자연대류 실험	48
1) 실험범위	48
2) 실험결과	49
2. 강제대류 실험	54
1) 실험범위	55
2) 실험결과	55
Ⅴ. 본 실험	58
1. 실험범위	59
2. 실험결과	60
1) 유동영역지도	60
2) 강제대류와 혼합대류 비교	61
3) 수평관의 상단과 하단에서의 Nu_D 값 비교	63
4) 무차원거리에 따른 혼합대류 영역확인	65

5) 부력계수(Buoyancy coefficient) 정의 및 검증	69
6) 층류 혼합대류 상관식 개발	73
VI. 결 론	76
VII. 참 고 문 헌	78

감사의 글

LIST OF FIGURES

Fig. 1. Correlating plot of mass transfer rate for horizontal inside surface natural convection	4
Fig. 2. Streamlines and isotherms in laminar flow for $Ra_i=10^4$	5
Fig. 3. Distribution of local equivalent conductivities for the inner and outer cylinders ; $Ra_i=10^4$, $Pr=0.721$, $D_o/D_i=2.6$	6
Fig. 4. Streamline and isotherms in turbulent for $Ra_i=10^7$	6
Fig. 5. Isotherm and streamline patterns for $Ra_i=10^4$, 10^6	7
Fig. 6. Flow regime map in a horizontal pipe	9
Fig. 7. Secondary flow pattern ($Re=100$, $Gr_D=5,000$) at axial locations	10
Fig. 8. Axial-velocity contours and isotherms (at location $x=6.11 \times 10^{-2}$)	11
Fig. 9. Streamline and isotherm for $x=L/12$ ($Ra_D=3.2 \times 10^6$; $Re=1,160$)	12
Fig. 10. Development of streamline patterns and isotherms for $Ra_D=5 \times 10^4$	13
Fig. 11. Developing axial-velocity (a), (b) and temperature (c), (d) profiles along the horizontal centerline and vertical centerline, $Re=100$, $Gr=5,000$	16
Fig. 12. Developing temperature profiles along horizontal and vertical center lines for (a) $Ra_D=5 \times 10^3$, (b) $Ra_D=10^5$	17
Fig. 13. Local wall shear stress variations at locations $\Phi=0, \pi/2, \pi$	18
Fig. 14. Local Nu variations at locations $\Phi=0, \pi/2, \pi$	19
Fig. 15. Circumferential average Nu values for $Gr=0, 500, 1,000$	19
Fig. 16. Local Nu variation with Ra_D as parameter and comparison with experimental data	20
Fig. 17. Comparison of numerically evaluated average Nu number for thermally developing flow and heat transfer with available experimental results	21

Fig. 18. Experiments results comparison with correlation as Gz for mixed convection in horizontal pipe	22
Fig. 19. Average Nu number for laminar flow heat transfer in tubes obtained from experimental data	23
Fig. 20. Local Nu number vs. X	26
Fig. 21. Nu number compare computational model and experimental as X each Ra_D	26
Fig. 22. Schematic diagram of mass transfer in electric field	35
Fig. 23. Typical limiting current density curve	40
Fig. 24. Experiments circuit of single and piecewise electrode.	42
Fig. 25. Experimental equipments, $D=0.032m$	43
Fig. 26. Experimental equipments, $D=0.062m$	43
Fig. 27. The experimental equipment	44
Fig. 28. Water tank of upstream reservoir and downstream reservoir	44
Fig. 29. Source and sink tank	46
Fig. 30. Test section	46
Fig. 31. Heated wall of experimental equipment	47
Fig. 32. Experiments circuit of mixed convection	47
Fig. 33. Nu experiment results comparison with correlation	50
Fig. 34. Comparison Nu_D as angle(θ) for test results and previous study in laminar	51
Fig. 35. Comparison Nu_D as angle(θ) for test results and previous study in turbulent	51
Fig. 36. Impression of boundary layer in horizontal cylinder	52
Fig. 37. Nu as angle(θ) for each diameter	54
Fig. 38. The test results comparison with correlation of Fench and Tobias for forced convection	56
Fig. 39. The test results comparison with fitted correlation for forced convection	57

Fig. 40. Regimes of free, forced, and mixed convection for flow through horizontal pipe	60
Fig. 41. Test results as $RePrD/L$ for $D=0.026m$	61
Fig. 42. Test results as $RePrD/L$ for $D=0.032m$	62
Fig. 43. Nu as Re for top semi-circle and bottom semi-circle, $D=0.026m$	64
Fig. 44. Nu as Re for single electrode, $D=0.026m$	64
Fig. 45. The comparison of the literature data and present data for Nu_D as dimensionless length X	65
Fig. 46. Average Nu_D for literature data of experimental and numerical	66
Fig. 47. Test results for $D=0.026m, 0.032m$	67
Fig. 48. Nu_D as X for Ra_D , $D=0.026m, 0.032m$	68
Fig. 49. Nu ratio as $B_{\phi 1}$ for each L/D	71
Fig. 50. Nu ratio as $B_{\phi 2}$ for each L/D	71
Fig. 51. Nu ratio as $B_{\phi 3}$ for each L/D	71
Fig. 52. Nu/Nu_f as $B_{\phi 1'}$ and experiments data of authors	72
Fig. 53. Nu/Nu_f as $B_{\phi 2'}$ and experiments data of authors	73
Fig. 54. Nu/Nu_f as $B_{\phi 3'}$ and experiments data of authors	73
Fig. 55. Empirical correlation reflecting the L/D	75

LIST OF TABLES

Table 1. Locations where velocity and temperature profiles are given	14
Table 2. Locations where velocity and temperature profiles are given	17
Table 3. Data and Correlations used in mixed convection in an isothermal horizontal pipe	30
Table 4. Governing equations	33
Table 5. Dimensionless group transformation	33
Table 6. Test matrix for natural convection in horizontal pipe	49
Table 7. Test matrix on laminar forced convection inside a horizontal pipe ·	55
Table 8. Test matrix on laminar mixed convection inside a horizontal pipe ·	59
Table 9. Relative error correlation and experiments data	75

Nomenclature

C	Concentration [$mole/m^3$]
D	Inner diameter of the pipe [m]
D_m	Diffusivity [m^2/s]
F	Faraday constant, 96,485 [$Coulomb/mole$]
g	Gravitational acceleration, 9.8 [m/s^2]
h_m	Mass transfer coefficient [m/s]
h_h	Heat transfer coefficient [$W/m^2 \cdot K$]
I_{lim}	Limiting current density [A/m^2]
k	Thermal conductivity [$W/m \cdot K$]
L	Length of pipe [m]
l	Gap between inner and outer pipes [m]
N_t	Total mass flux [kg/m^2s]
N_m	Mass flux caused by electric migration [kg/m^2s]
N_d	Mass flux caused by diffusion [kg/m^2s]
N_c	Mass flux caused by convection [kg/m^2s]
n	Number of electrons in charge transfer reaction
T	Temperature [K]
\bar{T}	Average temperature [K]
T^*	Dimensionless temperature, $(\bar{T} - T_o)/(T_i - T_o)$
t_n	Transference number
X	Dimensionless length, $L/(DRePr)$

Greeks symbols

α	Thermal diffusivity [m^2/s]
β	Volumetric expansion coefficient [m^3/K]
γ	Dispersion coefficient
θ	Angular position in the pipe[$^\circ$], Φ
μ	Viscosity [kg/ms]
ν	Kinematic viscosity [m^2/s]
ρ	Density [kg/m^3]
ψ	Stream function
ψ^*	ψ/μ

Subscripts

i	inner
o	outer
max	maximum
min	minimum

Nondimensional numbers

Gr	$\frac{g\beta(T_w - T_\infty)D^3}{\nu^2}$	Grashof number
Gz	$RePr\frac{D}{L}$	Graetz number
Nu	$\frac{h_h D}{k}$	Nusselt number
Pr	$\frac{\nu}{\alpha}$	Prandtl number
Re	$\frac{u_m D}{\nu}$	Reynolds number
Sc	$\frac{\nu}{D_m}$	Schmidt number
Sh	$\frac{h_m D}{D_m}$	Sherwood number

SUMMARY

The mixed convection in horizontal pipes occurs in heat exchangers designed for viscous liquids, pipelines transporting oil, and gas flows. Nevertheless, it is difficult to interpret the phenomena that occur in the mixed convection. Therefore, it receives attention from the field of the heat transfer, but it was treated as a hard task.

The mixed convection means that the forced convection coexist with the natural convection. When the forced convection happens, that is no longer the pure forced convection since little natural convection exists. Thus, it was combined with the forced and natural convection. The heat transfer phenomena of mixed convection was not combined with characteristics of forced and natural convection physically, new and complex phenomena occur as phenomena of forced and natural convection are mixed.

The mixed convection has 3 types of flow, that is, buoyancy-aided flow, buoyancy-opposed flow and buoyancy-transverse flow. When the direction of forced and natural convection is same, it is called buoyancy-aided flow. And when direction of forced and natural convection is reverse, it is called buoyancy-opposed flows. Two flows occur in a vertical pipe. Buoyancy-transverse flow happens that the direction of forced and natural convection is transverse in horizontal pipe. A lot of experimental and numerical studies were performed in a vertical pipe. However, the studies of mixed convection on a horizontal pipe are lacking. Some results of experiments were the old data, on the other hand, numerical studies on recent studies were just. The result of researchers confirmed the mixed convection region as dimensionless length only. And existing author to use the buoyancy coefficient is not clear.

In this study, using analogy concept: the heat transfer system can be transformed into the mass transfer system using the electroplating system. Firstly, we carried out experiments of natural convection. It measured the natural convection heat transfer inside horizontal pipe with varying the diameters of the pipes at various angles. The Prandtl number is 2,094 and the ranges of Rayleigh numbers are $6.8 \times 10^8 \sim 1.5 \times 10^{12}$. The results are agreed well with the correlation of Sarac and Korkut. It is confirmed that heat transfer decreases as increased angle for piece wise electrodes. And then, we suggests a mass transfer correlation with laminar and turbulent region. Secondly, it measured the forced convection heat transfers inside horizontal pipe. The Prandtl number is 2,094 and the ranges of Rayleigh numbers are from 3.0×10^9 to 5.5×10^9 and those of Reynolds numbers are from 58 to 1,270. And length of pipes is fixed 0.03m. Then, we developed correlations with geometry on length of pipe is 0.03m and diameter of pipe is 0.026m in forced convection experiments. The heat transfer rates of mixed convection were measured with length increases, 0.03m~0.50m, for two different diameters (0.026m and 0.032m). Thus, it is confirmed the region of mixed convection and compared experimental results and correlation of forced convection.

It is defined as semi-empirical buoyancy coefficient derived from correlation of natural and forced convection. Because of existing authors to use the buoyancy coefficient is not clear and it cannot find a physical basis. Also shown in the experimental results, the impact of the L/D was added. Then, the buoyancy coefficients were compared with existing others buoyancy coefficient. As a result, newly defined the buoyancy coefficient well explains not only this result of experiments but also existed experiments. Consequentially, the phenomena of the experimental results can be summarized as a single line. Finally, the correlation equation using buoyancy coefficient was developed. It applied to other systems, it means that good description of the horizontal pipe in laminar mixed convection.

I. 서 론

수평관내 혼합대류는 액체를 운반하는 관로 및 열교환기에서 발생할 수 있으며 열교환기, 전자장치와 화학공정과 같은 다양한 산업 그리고 공학에 응용된다. 그럼에도 불구하고 혼합대류에서 발생하는 현상을 해석하는 것은 매우 어렵기 때문에 열전달 분야에서 주목받기도 하지만 어려운 과제로 취급되기도 한다.

열전달에서 혼합대류는 자연대류(Natural convection)와 강제대류(Forced convection)가 공존하는 것을 말한다. 강제대류가 구동되는 대류 열전달은 작을 크기나마 자연대류가 존재하게 되므로 순수 강제대류 또는 순수 자연대류라고 보기 어렵고, 혼합된 형태로 존재한다고 할 수 있다. 혼합대류에서 열전달 현상은 자연대류의 특성, 강제대류의 특성이 물리적으로 합쳐진 것이 아니라 각 특성의 합으로써 새롭고 복잡한 현상이 발생된다.

관내 혼합대류는 3가지로 나눌 수 있는데, 강제대류 방향과 자연대류 방향이 같은 순부력 유동(Buoyancy-aided flow)와 방향이 반대인 역부력 유동(Buoyancy-opposed flow), 그리고 수직방향의 부력 유동(Buoyancy-transverse flow)이 있다. 순부력 유동과 역부력 유동은 수직 원형관내에서 발생하는 유동이고, 이에 대한 실험적·수치적 연구는 많이 수행되었다. 그러나 수직방향의 부력 유동이 발생하는 수평 원형관내 연구는 많이 부족하다. 연구된 몇몇 실험결과들은 1940년~1960년대의 오래된 것이 전부이고, 최근에는 수치적 연구가 대부분이다. 이들 연구 결과는 무차원 길이(Dimensionless length)에 따른 평균 열전달 확인으로 혼합대류 영역을 확인하는 것에 그쳤고, 그들이 사용하는 부력계수는 명확하지 않다.

본 연구에서는 예비실험으로 수평관내 자연대류와 강제대류 실험 그리고 본 실험으로 혼합대류 실험을 수행 하였다. 수평관내 자연대류 실험에서는 각도에 따라 음극관을 Piecewise하여 국부 열전달을 측정하였다. 강제대류 실험에서는 본 실험장치 기하구조에서의 강제대류 실험 상관식을 도출하였다. 혼합대류 실험에서는 음극관 길이를 증가하고, 직경을 변경하면서 열전달을 측정하였다. 따라

서 강제대류 상관식과 비교하고, 혼합대류 영역을 확인하였다. 이에 따라 부력계수(Buoyancy coefficient)를 정의하고, 기존 학자들이 쓰는 부력계수와 비교하였다. 마지막으로 부력계수를 이용해서 층류 혼합대류 상관식을 개발하였다.

II. 이론적 배경

1. 수평관내 자연대류(Natural convection)

수평관내 자연대류 연구는 비등온 및 비등열속 조건에 대한 연구는 많이 수행되었으나 등온 및 등열속과 같이 단순한 가열조건에 대해서는 수행되지 않았다. 층류와 난류를 구분하는 기준도 제시된 바 없다.

수평관내 자연대류는 수평관 단면의 수직 중심선(Vertical centerline)을 기준으로 양쪽에 대칭으로 D자형 유동이 형성된다. 뜨거운 벽면에서 데워진 유체는 밀도 차에 의해 양쪽 벽면을 따라 상승하고, 상승한 유체는 수평관의 상단에서 더 이상 상승할 수 없으므로 수직 중심선을 따라 하강하는 유동이 생긴다. 수평관 내부 벽면의 국부 열전달은 수평 중심선(Horizontal centerline)을 기준으로 상단은 열경계층이 안정하게 성층화되어 열전달률이 낮고, 하단은 불안정하게 성층화되어 열전달률이 높다.

수평관내 자연대류에 대한 현상은 혼합대류에서 강제대류의 유속이 0인 조건으로 생각할 수 있다. 수평관내 자연대류는 축방향(Axial flow)의 유동은 존재하지 않고, 직경(Diameter)방향의 유동만 존재하므로 이것이 특성길이(Characteristic length)가 된다. 그러므로 축방향에 대한 단면 유동패턴(Flow pattern)은 모두 동일하다. 수평관의 양쪽 끝에 유체가 유입되어 열전달에 끝부분 영향(End effect)을 줄 수 있으므로 이를 줄여주기 위하여 충분한 길이의 수평관이어야 한다.

본 실험에서 수평관내부에 양극이 위치하므로 냉각된 내부 실린더와 가열된 외부 실린더의 환형(Annulus)형태의 자연대류 연구와 비슷하다.

1) 수평관내 열전달

수평관 내부에서 발생하는 자연대류에 대해 많은 연구가 수행되지 않았다. 이는 실용적 측면에서 연구수요가 크지 않았기 때문으로 사료된다.

Sarac and Korkut는 수평관 및 수직관에서의 외부와 내부유동에 대하여 자연대류 열전달을 실험적으로 연구하였다[Sarac and Korkut, 1999]. 그들은 물질전달 방법으로, 황산-황산구리($H_2SO_4-CuSO_4$) 수용액을 이용한 한계전류 기법을 채택하여 실험하였다. 그들은 실험결과를 Fitting하여 일정범위 내에서 실험상관식을 만들었다 Fig. 1.

$$Sh_d = 0.703(Gr_d Sc)^{1/4}, \quad (5.7 \times 10^9 < Gr_d Sc < 1.6 \times 10^{11}) \quad (1)$$

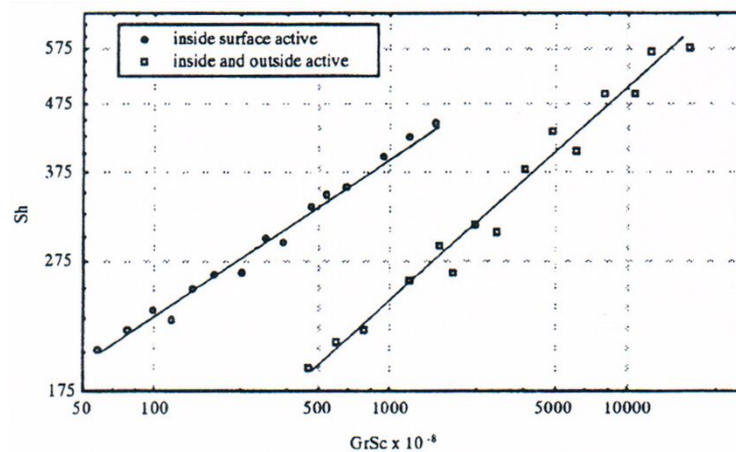


Fig. 1. Correlating plot of mass transfer rate for horizontal inside surface natural convection.

Sarac and Korkut의 자연대류 물질전달 연구 이외에 보고된 대부분의 연구는 등온 또는 등열속의 단순한 문제에 대한 것이 아니라 벽면의 온도가 균질하지 않은 경우에 대한 것이다. 즉, 수평 중심선 또는 수직 중심선을 기준으로 각도에 따라 최대 온도(T_{max})와 최소 온도(T_{min})가 주어진 경우 수평관내 열전달을 측정 또는 수평관내 유체 순환율(Rate of circulation)의 측정에 관한 것이다[Ostrach et al., 1972].

2) 환형(Annulus)형태에서의 열전달 비교

Farouk and Guceri[1982]는 다른 일정한 온도의 두 개 수평관이 동심원의 환형 형태일 때 수평관의 각도에 따른 열전달을 수치적으로 연구하였다. 그들은 Ra_l 수의 특성길이를 외부 수평관과 내부 수평관의 차이(Gap width, $D_o - D_i/2=l$)로 정의 하였다. Ra_l 의 범위를 10^4 에서 10^7 까지 변화하였고, 내부 수평관과 외부 수평관의 직경 비(D_o/D_i)는 2.6으로 고정, 이 때의 Pr 수는 0.721이다. 내부 수평관과 외부 수평관의 온도는 $T_i > T_o$ 의 조건이다. 내부 유동은 수직중심선을 기준으로 반원에 대해서만 고려되었다.

Fig. 2는 Ra_l 수 10^4 의 층류영역에서 내부 수평관은 가열되고, 외부 수평관은 냉각되는 상태에서 유선(Streamline)과 등온선(Isotherms)을 나타낸다. 외부 수평관 상단 내벽 근처에서 유선과 등온선이 조밀하게 형성되고, 하단 내벽 근처에서는 성글게 형성된다. 그러므로 상단 벽면 근처에서는 대류가 활발하여 열전달이 최대가 되고, 반면 하단 벽면 근처에서는 열전달이 최소가 되었다. 이는 Fig. 3에서 확인할 수 있다. 수평관의 하단인 0° 인 지점에서는 열전달이 매우 낮다가 각도가 증가할수록 열전달이 증가하고, 최상단에서 열전달이 최대가 된다. Farouk and Guceri의 수치적 결과와 Kuehn and Goldstein[1976]의 실험결과가 일치한다.

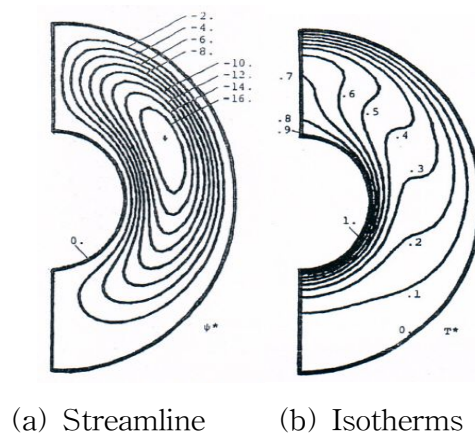


Fig. 2. Streamlines and isotherms in laminar flow for $Ra_l=10^4$.

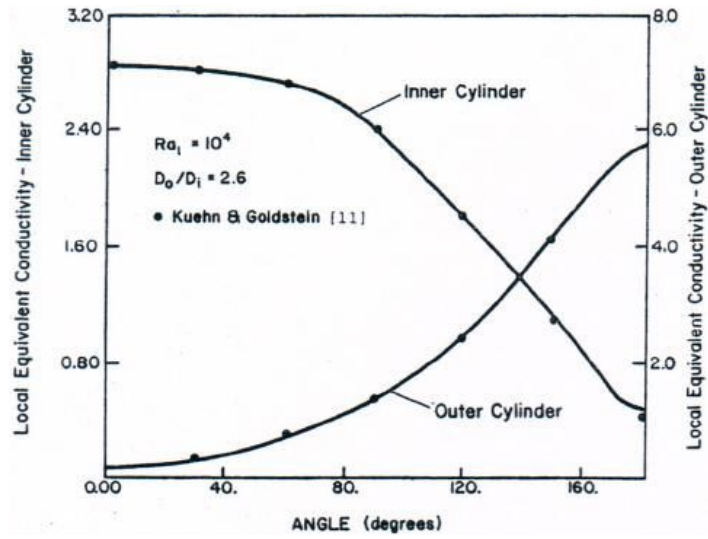


Fig. 3. Distribution of local equivalent conductivities for the inner and outer cylinders ; $Ra_i=10^4$, $Pr=0.721$, $D_o/D_i=2.6$.

Fig. 4는 난류영역에서의 유선과 등온선을 나타낸다. 이는 층류영역에서의 유선과 등온선과 비슷하다. 그러나 층류영역과 다르게 유선영역에서 최대 속도가 되는 지점이 상단에 위치한다. 그리고 외부 수평관 벽면에서의 등온선이 층류영역보다 매우 조밀하다. 이는 벽면에서의 열전달이 매우 높을 것으로 예상된다.

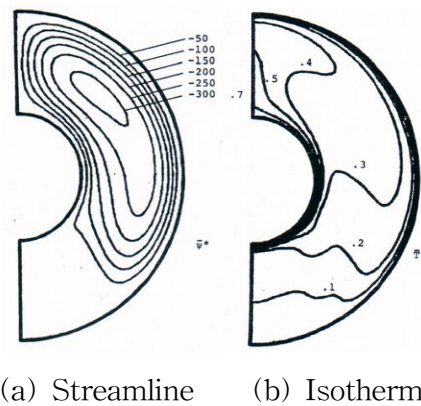


Fig. 4. Streamline and isotherms in turbulent for $Ra_i=10^7$.

C. J. Ho and Y. H. Lin[1988]은 환형형태의 수평관에서 내부 수평관의 위치를 변화시키면서 자연대류 열전달을 수치적으로 연구하였다. Ra_i 수의 특성길이는

Farouk and Guceri와 같이 l 로 정의하였다. Ra_l 수 $10^3 \sim 10^6$ 의 범위이고, 외부 수평관과 내부 수평관의 온도 조건은 $T_i > T_o$ 이다. Fig. 5는 내부 수평관이 외부 수평관과 동심원인 상태($\epsilon=0.0$)에서 유선과 등온선을 나타낸 것이다. 외부 수평관은 냉각되어 상단에서 유체가 하강하고 내부 수평관에서는 가열되어 유체가 상승한다. Fig. 5(a)는 Fig. 2의 유동패턴과 비슷하다. Ra_l 수가 10^6 인 유동패턴은 등온선과 유선이 찌그러지는 모양이다. 이는 난류영역으로 판단되는 부분이며 각도에 따른 열전달이 매우 불규칙적이라고 하였다.

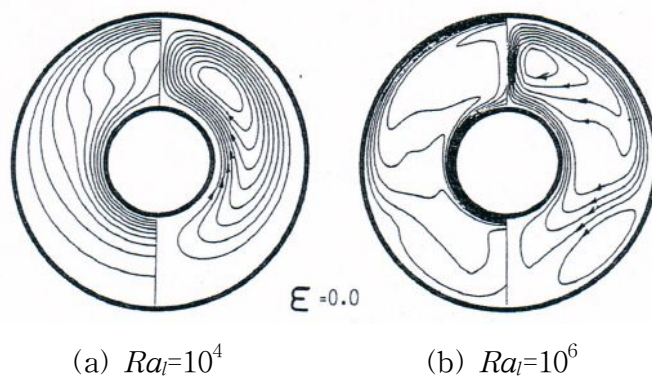


Fig. 5. Isotherm and streamline patterns for $Ra_l=10^4, 10^6$.

2. 수평관내 혼합대류

1) 혼합대류(Mixed convection)

대류는 강제대류와 자연대류로 구분된다. 강제대류는 인위적으로 펌프(Pump)나 팬(Fan)을 이용하여 유동을 구동(Drive)하는 것이고 자연대류는 온도차나 농도차에 의한 밀도차이로 인하여 유체 내부적으로 유동이 구동력을 가지게 되는 것이다. 혼합대류는 자연대류와 강제대류가 혼재된 것이다. 사실상 대부분의 유동은 혼합대류라 볼 수 있다. 그러나 강제대류와 자연대류 가운데 지배적으로 나타나는 현상에 따라서 강제대류 또는 자연대류로 기술하게 된다. 자연대류와 강

제대류를 구분하는 기준은 자연대류와 강제대류 구동력의 상대적인 크기정도를 Gr/Re^n 형태로 나타낸다. $Gr/Re^n \ll 1$ 이라면 강제대류로 취급할 수 있고, $Gr/Re^n \gg 1$ 이라면 자연대류로 취급할 수 있다. 그리고 $Gr/Re^n \approx 1$ 이면 혼합대류로 고려한다. 이러한 부력계수는 학자들간 달리 정의하며 통일되어 있지 않다.

혼합대류에서 자연대류와 강제대류의 유동방향에 따라 열전달이 달라진다. 혼합대류는 세 가지로 구분되는데, 자연대류와 강제대류의 유동방향이 같은 순부력 유동(Buoyancy-aided flow), 반대방향인 역부력 유동(Buoyancy-opposed flow) 그리고 수직방향인 경우이다. 수평관내의 혼합대류는 자연대류와 강제대류의 유동방향이 서로 수직인 경우에 해당한다.

1959년 Morton이 보고한 수평관내 층류 혼합대류에 관한 해석적인 연구 이후 꾸준히 연구 되고 있다. 수치해석과 실험적인 방법으로 문제에 접근하였으며 등온조건과 등열속 조건에서 연구가 수행되었다. 등온 조건에 대한 실험적인 연구는 ‘관내의 관’(Tube in tube)의 열교환기에서 많이 수행되어왔고, 전체 열전달 계수 측정에 국한되어왔다. 등열속 조건에 대한 실험적 연구는 상당수 있으나 서로 일치하지 않는다.

수평관내 혼합대류 현상은 액체를 운반하는 관로 및 열교환기에서 발생할 수 있으며 열교환기, 전자장치와 화학공정과 같은 다양한 산업 그리고 공학에 응용된다.

2) 유동영역지도(Flow regime map)

대류 열전달에서 혼합대류는 강제대류인 외력(External force)과 자연대류인 내력(Internal force)의 상대적인 비에 의해 결정된다. 그 상대적인 비에 대해서 Metais와 Eckert는 유동영역지도(Flow regime map)를 통하여 그 기준을 제시하고, Gr 수와 Re 수를 통하여 유동의 양상을 나타내었다. 그것은 Fig. 6에 나타내었다.

그래프는 가로축을 자연대류의 무차원수인 Gr 수 그리고 Pr 수, 수평관의 직경과 길이의 비인 D/L 의 곱으로 나타내었으며, 세로축은 강제대류의 무차원수인 Re 수로 나타내어 각 유동영역을 나누고 정의하였다. 여기서 Gr 수는 직경을 특

성길이(Characteristic length)로 한다. Gr 수가 감소하고 Re 수가 증가하는 왼쪽 부분은 강제대류 영역이고, Gr 수가 증가하면 실선을 기준으로 혼합대류영역이 된다. 이 두 영역에서 일정 천이영역을 기준으로 Re 수가 감소하면 층류 그리고 Re 수가 증가하면 난류가 된다. 그리고 Re 수가 감소하고 Gr 수가 증가하면 자연대류 영역이 된다. 그리고 이전 학자들의 실험적 결과들이 각 영역에 나타내고 있다.

Metais와 Eckert가 구성한 다음 유동영역지도는 몇 가지 신뢰할 수 없는 것이 있다. 첫 번째, 강제대류와 혼합대류를 구분짓는 실선에 대한 정보를 알아 낼 수 없고, 혼합대류와 자연대류를 구분짓지 않고 있다. 두 번째, 천이영역을 정의한 실선으로 둘러싼 영역이 어떻게 정의되었는지 신뢰할 수 없다. 그들은 불확실도 분석을 통한 정보를 제공하고 있지 않기 때문에 그것에 대한 신뢰성 또한 부족하다. 세 번째, 수직관 혼합대류와 달리 수평관 혼합대류에 대한 유동영역지도는 그들의 연구에서 발전되거나 언급되지 않았다. 이것은 그들의 유동영역지도에 대한 정보를 기존 학자들도 신뢰하지 않는다는 것을 알 수 있다.

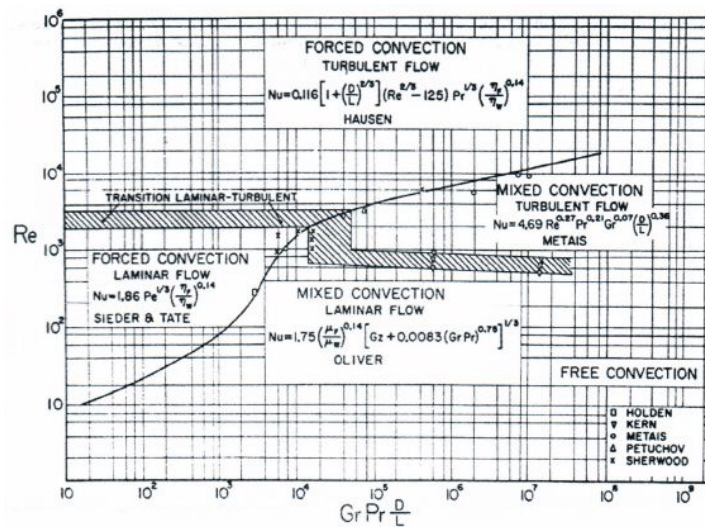


Fig. 6. Flow regime map in a horizontal pipe.

3) 층류 혼합대류(Laminar mixed convection)

(1) 수평관내 이차 유동패턴에 따른 열전달

수평관 내벽이 가열될 때, 부력으로 인하여 벽면(Side walls) 근처의 유체는 상승하고, 수직 중심선(Vertical centerline)을 따라 무거운 유체가 하강하는 이차 유동이 발생한다. 이 유동 패턴은 수직 중심선을 중심으로 대칭된 두 개의 타원을 그리며 나선형으로 용수철 모양의 축방향 유동(Spiraling axial flows)을 형성한다. 내벽이 냉각될 경우, 2차 유동의 방향은 반대가 된다.

Fig. 7은 무차원거리 A, B, D에서 이차유동의 속도를 화살표로 나타낸 것이다. 무차원거리 A에서는 이차 유동패턴이 형성되지 않았고 유동이 더 진행하면 ($x=1.23\times 10^{-2}$) 이차 유동이 증가함을 확인할 수 있다. 수평관의 상단($\Phi=0$)에서 가벼운 유체의 속도는 초기에 빠르다가 하단($\Phi=\pi$)으로 갈수록 느려진다. 또한 이차 유동 순환의 중심은 수평관의 중심보다 아래 위치한다. 무차원거리를 더욱 진행하면($x=6\times 10^{-2}$) 이차 유동 순환의 중심은 위로 이동하고, 이 때 이차 유동의 평균속도는 최대가 된다. 더욱 하류로 진행하면 유체의 온도와 벽면의 온도차가 감소하기 때문에 이차 유동이 사라진다.

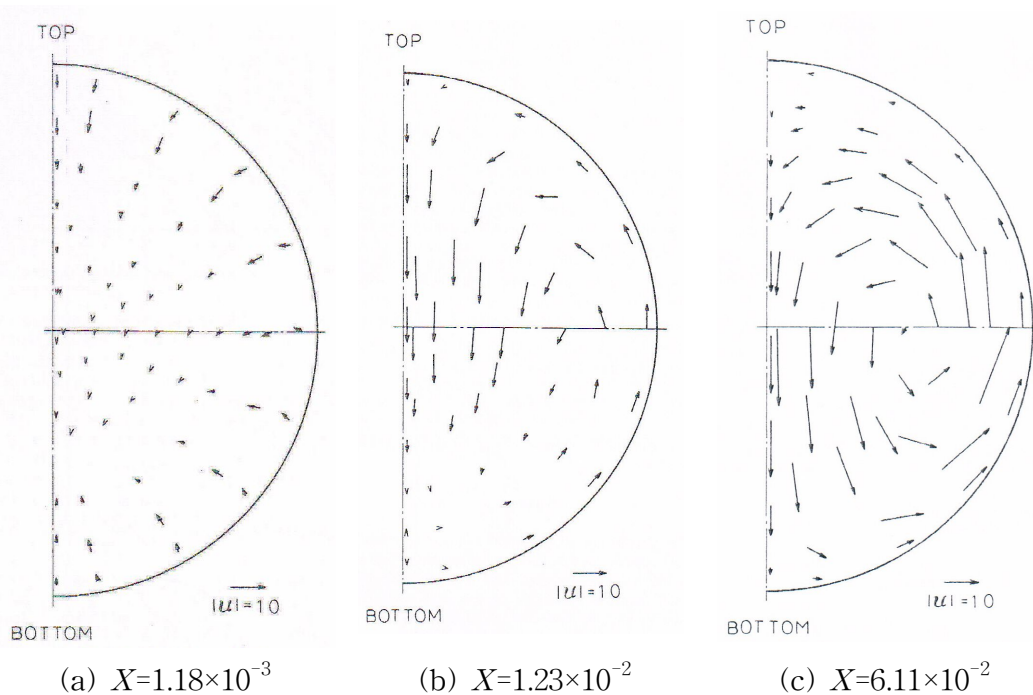


Fig. 7. Secondary flow pattern ($Re=100$, $Gr_D=5,000$) at axial locations.

Fig. 8은 부력의 영향이 최대일 때 ($D:X=6.11\times 10^{-2}$), 속도와 온도의 등고선을 나타낸다. 수평관의 내벽과 유체의 온도차이가 최대일 때와 유체의 속도가 최대일 때, 수직 중심선에 대해서 서로 일치한다. 운동량과 열의 확산은 비슷함을 알 수 있다. 수평관의 하단에서 속도 및 온도 등고선은 매우 조밀하게 나타난다. 이는 속도 및 온도 차이가 매우 급격함을 나타낸다. 그러나 상단면은 속도 및 온도 등고선이 성글며, 이는 속도 및 온도 구배가 완만하다는 것을 나타낸다. 속도장과 온도장은 모두 상단에서 누른 것과 같이 찌그러진 모습이다. 이는 벽면을 따라 상승하는 유체가 더 이상 상승할 수 없으므로 수직 중심선의 아래 방향으로 빠르게 이동하기 때문이다.

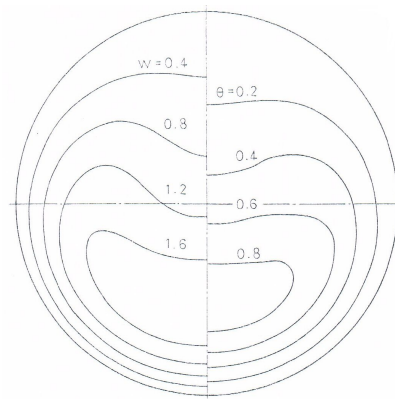


Fig. 8. Axial-velocity contours and isotherms (at location $X=6.11\times 10^{-2}$).

Pascal and Ralph는 벽면에서 냉각될 때의 수평관내 혼합대류 현상을 실험적 그리고 이론적으로 연구하였다[Pascal and Ralph, 1985]. 유동의 조건은 Ra_D 수 3.2×10^6 , Re 수 1,160이다. Fig. 9에서 보는 바와 같이 유선의 방향이 수평관에서 가열된 경우와 반대방향임을 알 수 있다. 또한 속도 및 온도분포가 Fig. 8의 위 아래를 뒤집어 놓은 형태이다.

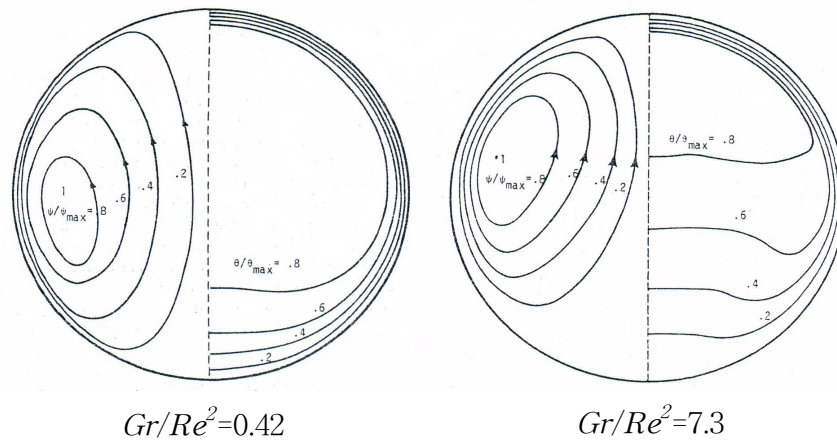


Fig. 9. Streamline and isotherm ($Ra_D=3.2\times 10^6$; $Re=1,160$).

Ou and Cheng[1977]은 각각의 축방향 위치에서 단면의 유선과 등온선을 나타내었다 Fig. 10. Pascal and Ralph의 결과 Fig. 9와 비슷한 경향을 보인다. 무차원 길이가 증가할수록 하단에서의 등온선은 성글게 되는데, 이는 온도구배가 완만해지는 것을 보여준다. 반면 상단은 촘촘하던 등온선이 축방향 거리가 증가할수록 성글게 된다. 유선에서 최대 속도가 되는 지점은 초기에 중심에 위치하였다가 무차원거리가 증가하여 이차 유동의 영향을 받아서 상단으로 상승하게 된다. 결국은 벽면과 유체의 온도차이가 점차 감소함으로써 수평관 중심으로 향하게 된다.

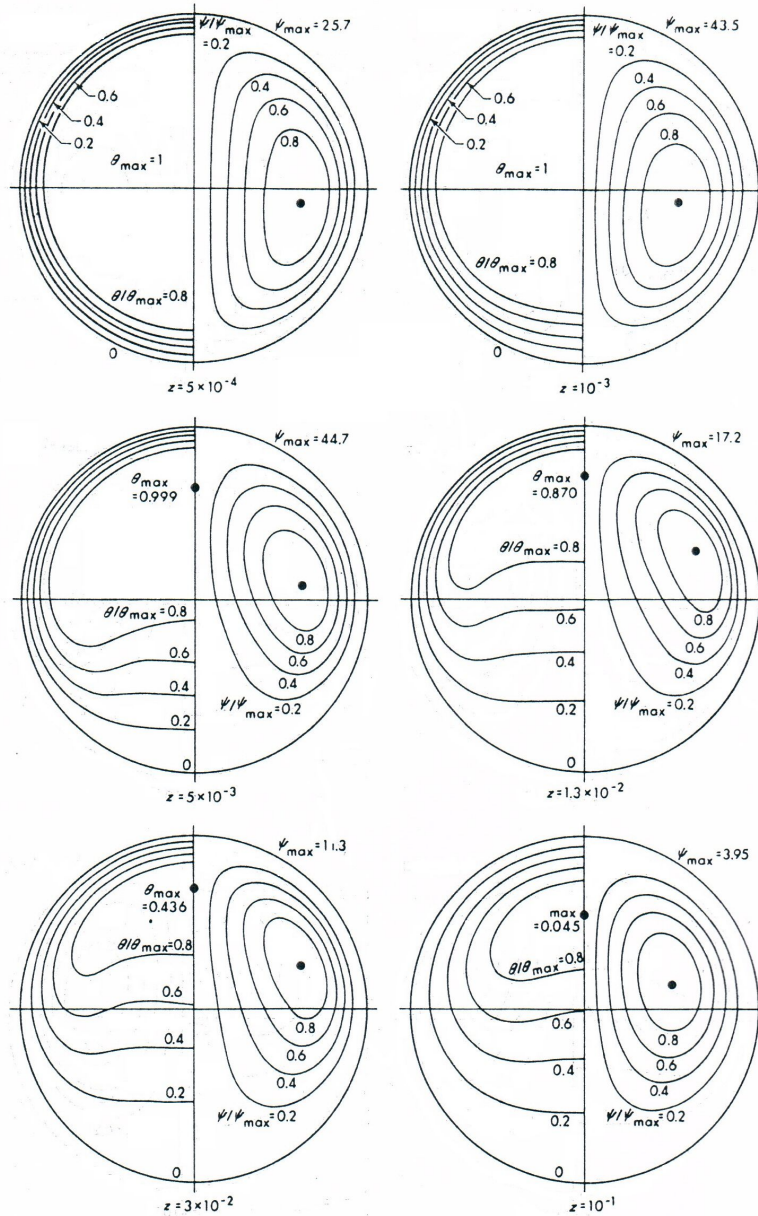


Fig. 10. Development of streamline patterns and isotherms for $Ra_D = 5 \times 10^4$.

(2) 수평관내 속도 및 온도 분포 (Velocity and temperature profiles)

Hishida et al.은 Pr 수 0.71, Re 수 100, Gr_D 수 5,000, 10,000의 조건에 대하여 수치기법을 이용하여 열적 도입길이 영역에 대해 연구하였다. Table 1은 이들 연구에서 속도 분포와 온도 분포를 나타낸 위치를 표시해 주는 무차원거리 (Dimensionless length)를 나타낸다. X 는 $(x'/r_0')(2/Re)$ 이고, x' 는 입구로부터 유

동방향 길이, r_0' 는 수평관의 반지름을 나타낸다[Hishida et al. 1982].

Table 1. Locations where velocity and temperature profiles are given.

	X	x'/r_0'
A	1.18×10^{-3}	5.88×10^{-2}
B	1.23×10^{-2}	6.17×10^{-1}
C	3.06×10^{-2}	1.53
D	6.11×10^{-2}	3.05
E	1.91×10^{-1}	9.55
F	4.36×10^{-1}	21.8
G	∞	∞

Fig. 11은 유동방향거리 A~G에서 유동의 속도 분포와 온도 분포를 수평 중심선(Horizontal centerline)과 수직 중심선에 대해 나타낸 것이다. ω 는 속도를 나타내며($\omega = \omega'/\omega_0'$), 여기서 θ 는 입구유체와 벽온도 차이와 국부와 벽온도 차이의 비를 나타낸다($\theta = (t' - t_w')/(t_0 - t_w')$). Fig. 11(a), (b)는 수평 및 수직 중심선에 대해서 각 무차원 길이에서의 속도를 나타내고, Fig. 11(c), (d) 수평 및 수직 중심선에 대해서 각 무차원 길이에서의 유체와 벽온도의 차이를 나타낸 것이다.

Fig. 11(a)는 수평 중심선에 대해서 각 무차원 거리에서의 속도분포를 반지름만을 고려하여 나타낸 것이다. 수평관을 위에서 바라보는 것과 같다. 모든 무차원 거리에서 벽면에서의 유체의 속도는 0이다. 무차원거리 A에서 벽면 근처의 유체 속도는 매우 빠르고, 중심에서의 유체 속도는 벽면의 영향을 받지 않아 일정하다. 점차 무차원거리가 증가할수록 경계층이 두꺼워지므로 벽면 근처에서 유체의 속도는 느려지다가 수평관의 중심으로 갈수록 속도가 빨라진다.

Fig. 11(b)는 수평관의 수직 중심선에 대해서 각 무차원거리에서의 속도분포를 나타낸 것이다. 수평관을 옆에서 발보는 것과 같다. 속도 분포의 최대점은 축방향으로 진행함에 따라 수평관의 하단으로 이동한다. 이는 상단 근처에서 낮은 운동량의 유체는 수평관 중심을 향해 내려오고 수평관 중심의 높은 운동량의 유체는 수평관의 하단을 향하여 이동하기 때문이다. D($X=6.11 \times 10^{-2}$) 위치에서 부력의

영향이 최대이다. 더욱 진행하면 벽면과 유체의 온도차이가 감소함에 따라 이차 유동이 감소하므로 속도와 온도 분포가 대칭적으로 발달하여 순수 강제대류가 된다. 무차원거리 D 에서는 부력의 영향이 최대일 때, 이차 유동으로 인한 벽면에서의 속도가 갑자기 증가하는 현상이 나타난다.

Fig. 11(c)는 수평관 중심선에 대해서 각 무차원거리에서의 유체와 벽의 온도 차이를 역시 반지름만을 고려하여 나타내었다. Fig. 11(d)에서 무차원 거리가 짧을 때, 유체와 벽면의 온도차가 일정한 부분이 넓다. 더 진행하면 벽면과 유체의 온도차가 일정한 부분이 좁아진다. 반면에 이차유동으로 인하여 온도차 변화가 있는 부분이 넓어졌다. 그리고 부력의 영향으로 인해 온도 분포가 하단으로 일그러진다. 이때 열전달이 최대인 것으로 예상된다. 이 그래프의 곡선 형태는 Fig. 11(a)와 비슷하다. 이는 속도 경계층과 온도 경계층의 발달이 유사하게 진행된다는 것을 나타낸다. Fig. 11(d)에서 각 무차원거리에서의 그래프 곡선은 Fig. 11(b)와 비슷하다.

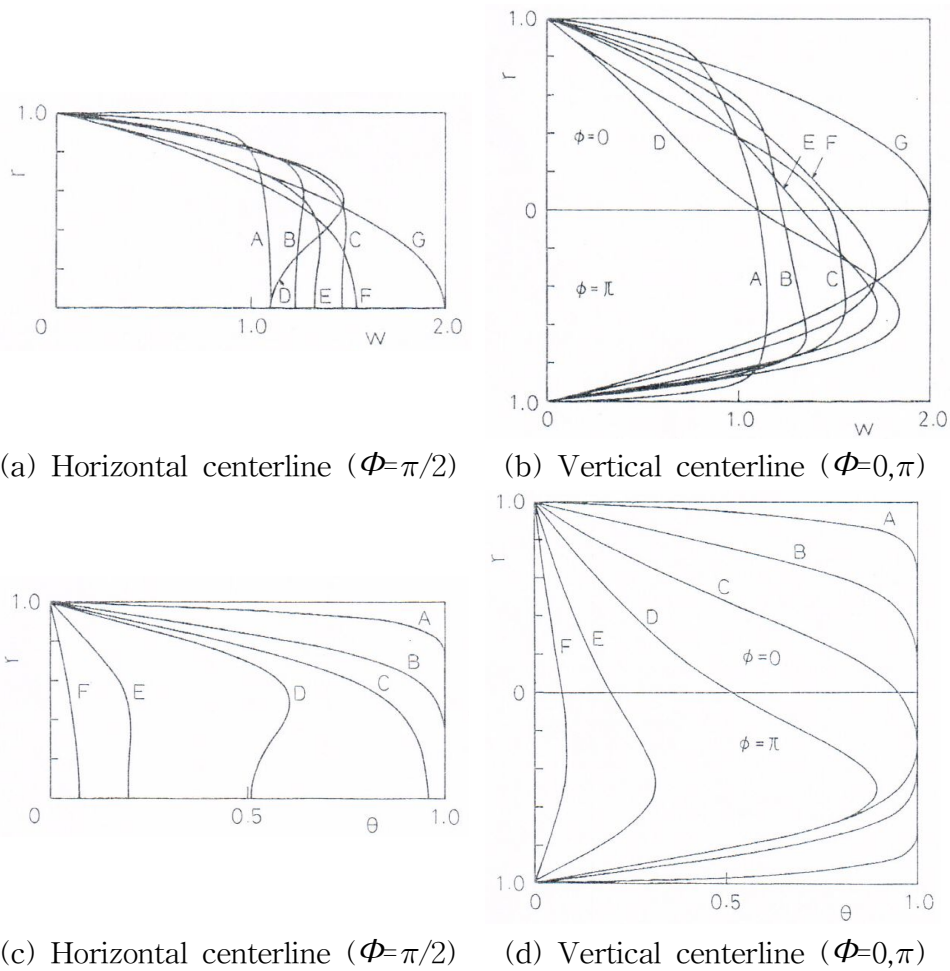


Fig. 11. Developing axial-velocity (a), (b) and temperature (c), (d) profiles along the horizontal centerline and vertical centerline, $Re=100, Gr=5,000$.

Ou and Cheng은 수치적 방법으로 Ra_D 수 $0\sim 10^5$ 의 범위와 Re 수 5×10^4 에서 수평관내 벽면을 냉각하여 축방향으로 진행하는 유체의 온도 및 속도 분포를 나타내었다[Ou and Cheng, 1977]. 무차원 축방향 거리($X=(x/2r)/RePr$)는 Table 2에 나타내었고, Fig 12는 수평관 내벽이 냉각되고 유체가 흐를 때 입구와 벽온도의 차와 국부와 벽온도의 차이의 비를 반지름에 따라 나타낸 것이다. 수평중심선에 따른 온도 분포는 Hishida et al.의 그래프인 Fig. 11과 거의 일치하나 수직중심선에 대한 온도분포는 Hishida et al.의 결과 그래프에서 상·하단이 바뀐 모양이다.

Table 2. Locations where velocity and temperature profiles are given.

Number	X
1	5×10^{-4}
2	10^{-3}
3	2×10^{-3}
4	5×10^{-3}
5	3×10^{-2}
6	10^{-1}

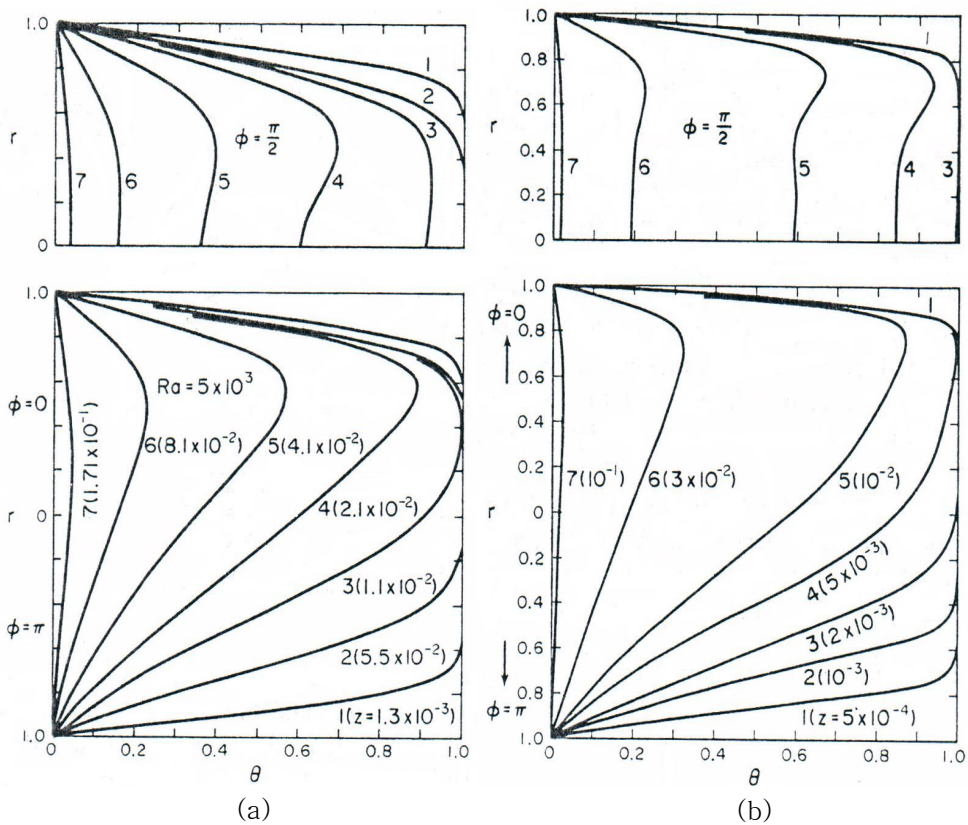


Fig. 12. Developing temperature profiles along horizontal and vertical center lines for (a) $Ra_D = 5 \times 10^3$, (b) $Ra_D = 10^5$.

(3) 무차원 길이에 따른 열전달

① 등온 조건에서의 열전달

벽면내 열전달은 전단응력(Wall shear stress)과 밀접한 관련이 있다[Hishida et al.,1982]. Fig. 13에서 보듯이 전단응력은 수평관의 하단($\Phi=\pi$)이 최대이고 상단($\Phi=0$)이 최소이다. 이것은 이차 유동이 주요유동(Main flow)를 수평관의 하단으로 향하도록 강제하기 때문이다. 이 때문에 수평관 하단 벽면에서 속도구배가 크고 상단영역에서는 그 반대가 된다. 이는 자연대류의 영향으로 인한 2차 유동의 세기 최대점과 최소점이 존재함을 나타낸다. 그리고 유체가 하류방향으로 더 나아가게 되면 부력의 영향은 점근적으로 사라진다.

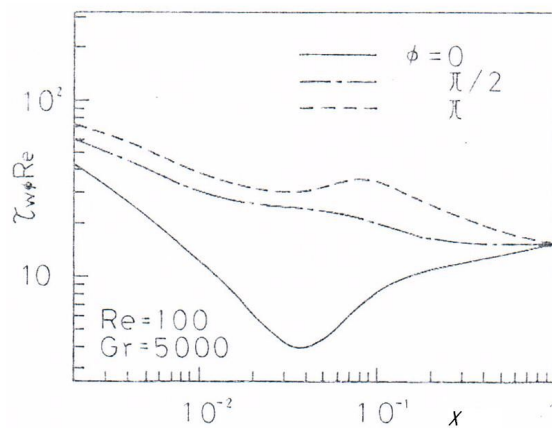


Fig. 13. Local wall shear stress variations at locations $\Phi=0, \pi/2, \pi$.

수평관의 하단면에는 이차 유동의 세기에 의해 속도 및 온도 분포가 하단으로 일그러지고, 유체가 불안정하게 성층화 되어 있어 열전달이 높다. 그러나 수평관의 상단면에서는 유체가 안정하게 성층화 되어 있기 때문에 열전달이 나빠진다. Fig. 14에서 보는 것과 같이 수평관의 하단이 열전달이 높고, 부력의 영향이 가장 강한 지점에서 최대 Nu 값도 높다. 반면 수평관의 상단 부분에서는 부력의 영향이 미치는 구간에서는 열전달이 급하게 감소하는 것을 보였다. 유체가 유동 방향으로 더욱 진행할 때, 상단($\Phi=0$)의 열전달은 점차 상승하고, 하단($\Phi=\pi$)은 열전달이 감소하였다. 유체가 더 멀리 하류방향으로 진행되었을 때, $\Phi=0, \Phi=\pi, \Phi=\pi/2$ 에서의 Nu 값은 순수 강제대류일 때의 Nu 값인 3.66에 근접하게 된다. Fig. 14는 Nu 수의 변화를 나타내고 Fig. 13은 전단응력의 변화를 나타내는데,

두 그래프의 경향이 비슷하다. 이는 전단응력과 열속이 유사한 양상이기 때문이다. Fig. 15에서 나타낸 바와 같이, 하단에서는 열전달이 높고 상단에서는 열전달이 낮으나 내벽 둘레를 평균하였을 경우, 순수 강제대류보다 혼합대류의 경우에 열전달이 높다. 또한 높은 Gr 수에서 평균 Nu 값이 높다.

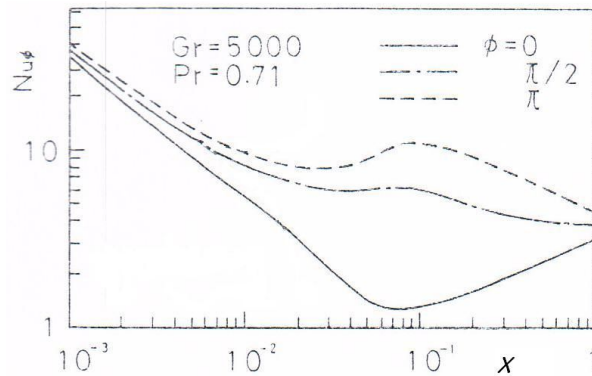


Fig. 14. Local Nu variations at locations $\Phi=0, \pi/2, \pi$.

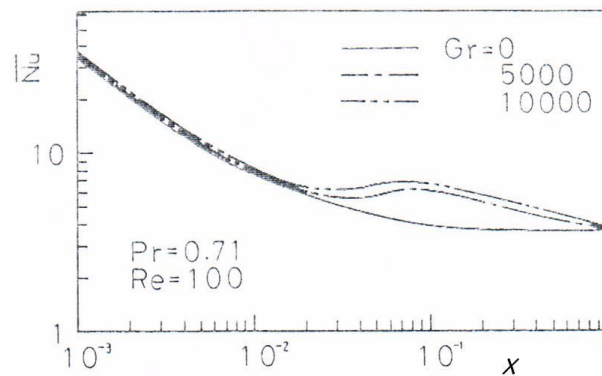


Fig. 15. Circumferential average Nu values for $Gr=0, 500, 1,000$.

Fig. 16은 Ou and Cheng이 여러 가지 Ra_D 수에 대하여 축방향 거리에 따른 국부 Nu 값을 그래프에 나타낸 것이다. 이 그래프에서 5가지 특징 알 수 있다. 첫째는 Ra_D 수가 높을수록 Nu 값이 높다. 둘째, 부력의 영향이 0일 경우, 즉 순수 강제대류인 *Graetz solution*의 곡선은 Ra_D 수가 0일 때의 곡선이다. 셋째, 각각의 Ra_D 수는 *Graetz solution*의 곡선을 따라 가다가 Ra_D 수가 크면 $Ra_D=0$ 곡선으로부터 낮은 X 에서 분리되어 부력의 영향이 나타나고, Ra_D 수가 낮으면 큰

X 값에서 이 부력 영향이 나타났다. 넷째, 부력영향이 나타나는 부분은 Nu 값이 일정하게 유지된다. 이 영역을 혼합대류 영역이라고 정의하고 혼합대류의 Nu 값은 *Graetz solution*과 Nu_a 곡선 사이에 존재한다. Nu_a 는 $1/2X$ 로 정의된다. 다섯째, 유체와 벽의 온도차가 감소하면서 더 이상 부력영향이 나타나지 않을 때 *Graetz solution*의 곡선을 따라 감소한다. 또한 부력은 $X_{th} < X < 0.2$ 의 범위에서 상당한 효과를 보인다.

이차 유동은 처음에 유동방향으로 갈수록 강도가 증가하다가 유체의 평균온도가 증가하여 벽면온도에 근접하면 이차 유동은 감소한다. 국부 평균 Nu 값이 순수강제대류의 Nu 값으로부터 2% 증가하는 X 방향의 문턱값은 다음과 같이 제시하였다.

$$X_{th} = 0.14Ra_i \quad (2)$$

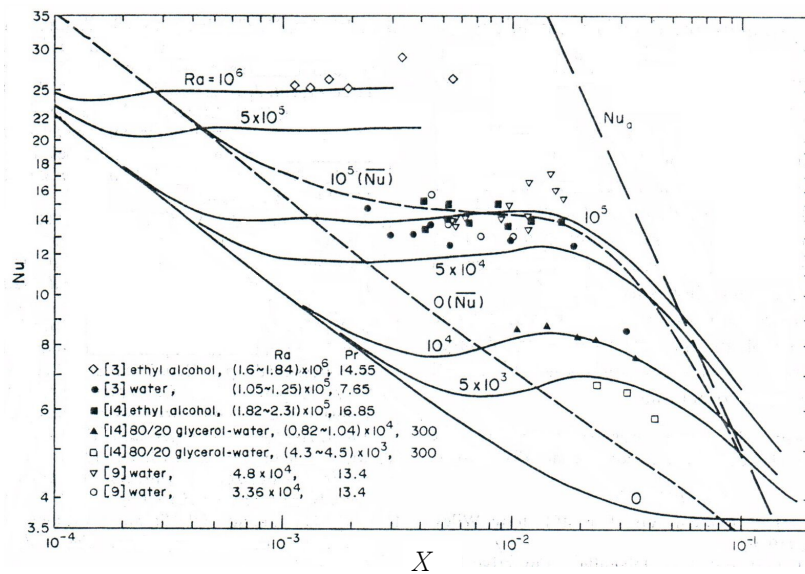


Fig. 16. Nu variation with Ra_D as parameter and comparison with experimental data.

Fig. 17은 Shome and Jensen은 열적 입구조건에 Pr 수 1,250, Ra_D 수 $10^4 \sim 10^6$ 의 범위에서 수치적 연구를 수행하여 이전 학자들의 실험적 결과와 비교한 것이다. 비교 결과 Oliver와 Depew and August의 결과와 거의 일치하였다.

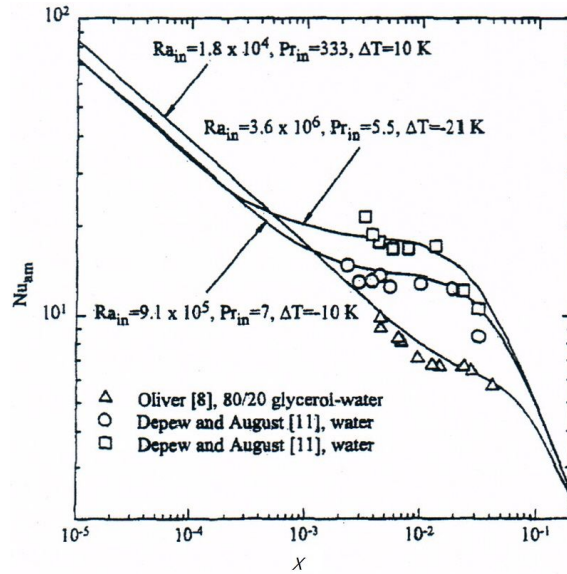


Fig. 17. Comparison of numerically evaluated average Nu number for thermally developing flow and heat transfer with available experimental results.

Jackson, Spurlock과 Purdy는 수평관 혼합대류에 대한 실험적인 연구를 보고 하였다[Jackson et al. 1961]. 이들은 공기에 대하여 전체의 열전달 계수를 구하였고, 실험 결과를 이용하여 준실험 상관식(Semi-empirical heat transfer correlation)을 제안하였다. Gz 수의 물성치는 입구와 출구에서의 유체의 평균 온도에서 구해지고 Nu 수와 Ra 수는 벽면 온도에서 구해진다.

$$Nu = 2.67Gz^{1/3} [1 + 7.65 \times 10^{-5} Ra^{3/2} / Gz^2]^{1/6} \quad (3)$$

Fig. 18은 등온벽면 온도 조건에서 발달중인 층류 혼합대류에 대하여 Gz 수에 따른 전체의 Nu 수를 위의 상관식과 실험결과들을 비교한 것이다. 이들의 실험은 $1.1 \times 10^6 < Ra_D < 2.2 \times 10^6$ 의 범위에서 다루었고, Ra_D 수 1.65×10^6 을 적용한 것이다.

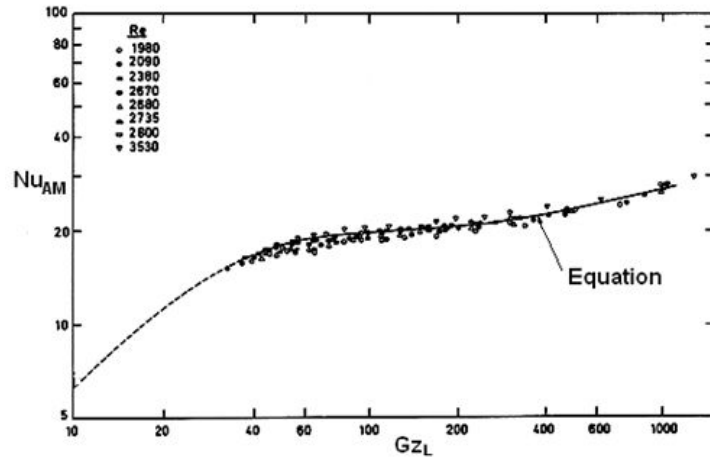


Fig. 18. Experiments results comparison with correlation as Gz for mixed convection in horizontal pipe.

Fig. 19는 Yousef and Tarasuk가 4개의 다른 유체에 이전학자들의 실험결과와 이를 토대로 만든 상관식을 Plot한 것이다. 이들이 구한 실험자료들은 아래의 곡선 어느 것보다도 잘 일치하지 않는다[Yousef and Tarasuk, 1982]. 이는 첫 번째로 기존 실험 자료들은 Heated section에 들어가기 전 속도분포가 완전 발달된 상태이고, 두 번째 $L/D < 28$ 또는 $Gz < 7.0$ 으로 확장되지 않았다. 그리고 $Pr > 1$ 의 유체를 주로 다루었기 때문이다.

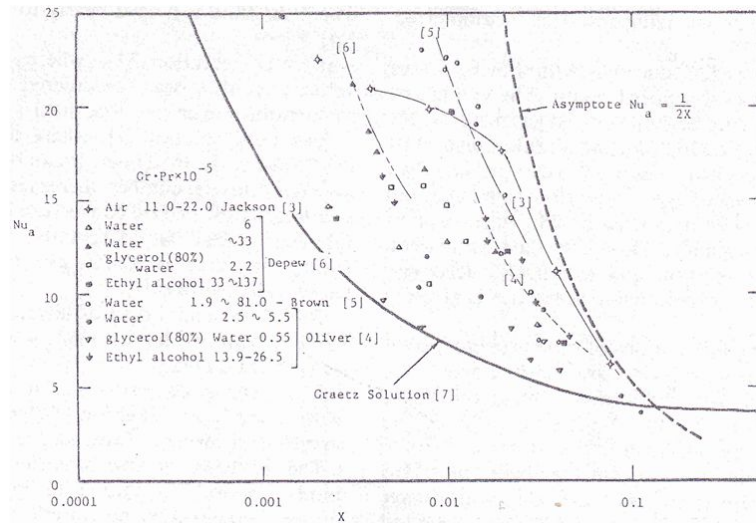


Fig. 19. Average Nu number for laminar flow heat transfer in tubes obtained from experimental data.

혼합대류 실험결과는 *Graetz solution*과 $Nu_a=1/2X$ 의 점근선 사이에 위치하지만 절대값은 모두 다르다. 그 이유는 유체의 종류, L/D 값, Test section에 들어오기 전에 속도 분포가 완전 발달되었는지에 대한 여부 등에 따라서 모두 다르다. 이는 수평관 혼합대류에 대하여 아직까지 일반적으로 현상을 기술 할 수 있는 상관식을 개발하지 못하였기 때문이다.

Yousef and Tarasuk는 등은 조건에서 Gr_D 수 $0.8 \times 10^4 \sim 8.7 \times 10^4$, Gz 수 2.5 ~ 110, Re 수 120 ~ 1,200 범위에서 그리고 직경 0.025m의 알루미늄 파이프를 L/D 를 6에서 46까지 변화하면서 실험하였다[Yousef and Tarasuk, 1982]. 그는 이전 학자들의 상관식과 실험값들을 비교하였고, 세 가지로 분석 하였다. 첫째, 점근선 $Nu_a=1/2X$, 유체가 벽면 근처에서 같은 단면에 흘러가는 유체보다 매우 가열되었을 때의 식을 나타낸 것이고, 둘째, 운동량과 에너지 방정식에서 속도 분포의 발달을 고려했을 때의 식이다. 셋째는 *Graetz solution*, 수평관의 입구에서 속도 분포가 완전발달 되었을 때 평균 Nu 값이 2차 유동 또는 부력의 영향으로 인해 상당히 증가하는 한다. 이 세 가지 조건을 정의했을 때, 실험값들은 이 상관식들의 사이에 나타나게 된다. 그에 대하여 부력의 영향이 나타나는 값의 기울기를 기준으로 하여 세 영역으로 나누어 구분하였다. 첫째는 부력의 영향이 지배적으로 나타나는 영역, 둘째는 강제대류 영향이 지배적으로 나타나는 영역,

마지막으로 자연대류 영향이 사라지면서 순수 강제대류의 Nu 값으로 감소하는 영역이다.

② 등열속 조건에서의 열전달

등열속 조건에서 수평관내 혼합대류 열전달 연구는 Petukhov and Polyakov[1970]에 의해 1960년 처음 시작되었다. 이들은 등열속 조건에서 유동방향 거리에 대한 수평관내 층류 국부 열전달에 관한 다양한 실험결과와 수치결과들이 아래의 실험식에 모두 만족한다고 하였다. 이 식은 혼합대류 Nu 값을 강제대류 Nu 값에 부력의 영향을 추가하는 형태로 나타낸다. 여기서의 X 는 $(x/d)/(RePr)$ 의 형태이다.

$$Nu_F = 4.36 + 1.31X^{-1/3} \exp(-13\sqrt{X}) \quad (4)$$

$$\frac{\overline{Nu}}{Nu_F} = [1 + (Ra^*/B)^4]^{0.45} \quad (5)$$

$$X < 1.7 \times 10^{-3}, B = 5 \times 10^3 X^{-1}$$

$$X > 1.7 \times 10^{-3}, B = 1.8 \times 10^4 + 55X^{-1.7}$$

$$Ra^* \leq 4 \times 10^7, 0.6 < Pr < 10, X \geq 4 \times 10^{-4}$$

\overline{Nu} 수는 특정한 축방향 거리 X 의 단면에 대하여 파이프의 원주를 따라서 공간 평균된 온도 $\overline{T_w}$ 를 이용하여 정의된다. 매개변수 B 는 X 의 함수이다. Nu_F 수는 균일하게 가열된 파이프에서 발달중인 층류 강제대류에 대한 Nu 수이다.

위의 식에서 X 가 무한대일 때, 즉 열적완전발달(Thermal fully development)일 경우 식은 아래와 같으며 이 식은 Mori et al.[1966]의 실험 결과를 매우 잘 기술해 주고 있다. 그들의 결과는 유동방향 온도 조건은 등열속이고, 한 위치에서의 원주방향으로는 등온조건에서 얻어진 것이다.

$$\overline{Nu}_\infty = 4.36 \left\{ 1 + (5.56 \times 10^{-5} Gr^*/Re)^4 \right\}^{0.045} \quad (6)$$

등열속 조건에서의 수평관내 혼합대류의 경우 벽면온도는 원주에 따라 변하며, 상단에서 가장 높고, 하단에서 가장 낮다. 균일하게 가열된 파이프에서 실험으로 측정된 벽면온도로부터 국부 열전달 계수는 쉽게 구해진다.

등온 조건과 같이 열적 발달 영역(Thermal development region)에서 상단의 열전달 계수는 하류로 갈수록 감소하고, 하단의 열전달 계수는 하류로 갈수록 상승한다. 하류로 갈수록 수평관 둘레를 평균한 Nu 수는 서서히 증가한다.

Polyakov[1977]는 균일하게 가열되는 수평관내에 부력의 영향이 큰 효과를 가지는 영역을 나타내는 조건을 구하였다. 부력의 영향으로 인하여 상하단 모선의 국부열전달 계수의 차이가 1%가 되는 Gr 값(Gr^*)을 다음의 식으로 나타내었다.

$$Gr^* = \frac{1.1 \times 10^3}{PrNu_F [1 - \exp(-100X)]^3} \quad (7)$$

상하단 모선의 국부 열전달 계수의 차이가 1%가 되기 위한 Gr^* 수는 Pr 수와 강제대류의 Nu_F 수에 역비례 하며 진행한 거리, X 에 따른 유체 온도의 증가에도 역비례한다.

Chou and Hwang[1988]은 수치적 방법으로 등열속 조건에서 혼합대류의 자연대류 영향을 연구하였다. Fig. 20은 열적 도입 길이 영역(Thermal entry length region)에서 무차원 축방향 거리($X=Z/(2aPe)$)에 따른 국부 Nu 값을 나타낸다. Cheng and Ou[1974]의 수치계산 결과와 Petukov and Polyakov[1967]의 실험결과를 비교한 결과 축방향으로 특정한 거리 X 로 진행할 때까지 자연대류 영향은 나타나지 않으며 $Ra=0$ 곡선을 따라간다. 자연대류 영향이 나타나기 시작하는 거리 z 는 Ra 수, Pr 수에 의존함을 알 수 있다. 같은 Ra 수 조건에서는 Pr 수가 높은 경우가 열전달이 높고, 같은 Pr 수 조건에서는 Ra 수가 높은 경우에서 열전달이 높다. $Ra=0$ 인 곡선은 순수 강제대류이다.

등열속 조건에서 수평관 길이에 따른 국부 Nu 수의 변화를 살펴보면, 어떤 길이 X 까지 자연대류 효과는 나타나지 않는다. 이 길이 X 는 주로 Gr 수와 Pr 수의 영향을 받으며, Ra 수와 Pr 수가 클 경우 감소한다. 유동이 X 에 도달하면서 국부 Nu 값은 순수 강제대류의 Nu 곡선으로부터 벗어나며 X 가 증가함에 따

라 일정한 점근값에 도달한다.

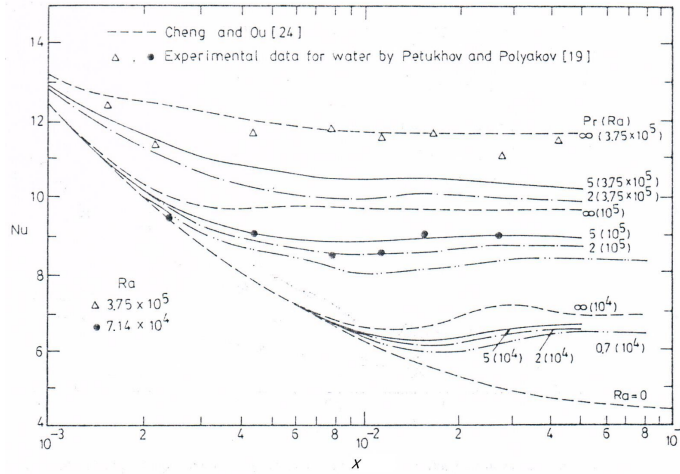


Fig. 20. Local Nu number vs. X .

Fig. 21은 등열속 조건에서 층류 혼합대류에 대해 축방향 X 에 따른 평균 Nu 값을 Hong et al.[1974]의 이론적 모델로부터 얻은 결과와 Petukov and Polykov[1967]의 실험결과를 비교한 것이다. 비교 결과 이론적 결과와 실험결과는 매우 잘 일치하였고, Fig. 20의 그래프와 매우 유사한 경향을 보였다.

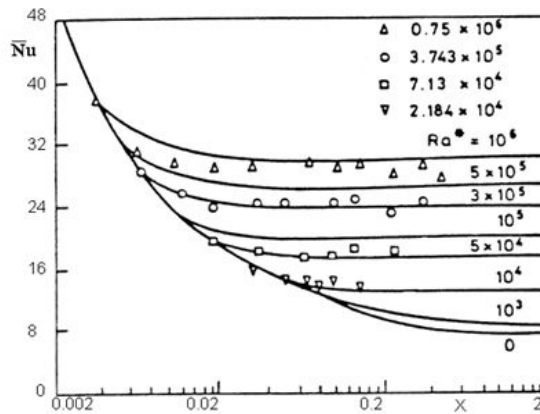


Fig. 21. Nu number compare computational model and experimental as X each Ra_D .

(4) 수평관내 혼합대류 상관식

Table 3은 등은 조건에서 이전 학자들의 수평관내 혼합대류에 대한 상관식, 적용범위, 직경범위, 유체의 종류를 나타내었다. Hieber[1982], Palen and Taborek[1985]를 제외한 학자들의 상관식들은 공통점이 있다. 첫째, 강제대류 항인 Gz 수에 자연대류 항인 Gr_D 수와 Gz 항이 곱해져서 결합된 형태이다. 두 번째, 상관식의 기본적인 형태가 Graetz-Leveque선에서 포물선의 속도 분포 (Parabolic velocity distribution)의 상관식인 식 (8)으로부터 만들어졌다.

$$Nu = 1.75Gz^{1/3} \quad (8)$$

차이점으로는 자연대류 영향을 나타내는 항은 유도된 상관식마다 다르다. 이는 각 학자들의 실험결과를 바탕으로 만든 상관식(Empirical correlation)이므로 실험 결과의 Fitting에 따라서 달라지기 때문이다.

Eubank and Proctor[1951]는 최초로 상관식에 D/L 인자를 자연대류 항에 도입하였다. 이들의 상관식은 무거운 기름(Oils)으로부터 유도되었고, 수직관 혼합대류의 상관식인 Martinelli and Boelter[1942]의 상관식을 수정하여 개발하였다. 실험데이터와 $\pm 25\%$ 의 상대오차를 나타내었다. Oliver[1962]는 Eubank and Proctor의 상관식과 다르게 L/D 인자를 도입하였다. Gr_D 수에 D/L 을 곱하면 결국 D^4 가 되는데, 그러면 작은 D 의 변화에도 $GrPrD/L$ 값의 변화는 매우 크기 때문에 L/D 인자를 곱해야 한다고 제안하였다. 그러나 L/D 가 70이하의 실험범위에서는 실험결과가 부정할 것이라고 언급하였다. Jackson et al.은 Gz 수에 D/L 이 존재하므로 자연대류 항에서 필요하지 않다고 제안하였다.

Brown and Thomas[1965]는 수평관 혼합대류 상관식의 기본 유도 방식인 식 (9)로부터 시작하고, Sider and Tate의 점성 상관식을 도입하여 식(10)을 얻었다. 상수와 지수는 실험데이터를 통해서 결정하고, 유체의 종류를 무시하였다. 이 결과 실험데이터와 상대오차는 $\pm 8\%$ 이고, 이전 학자들의 기존 실험데이터들과는 최대 $\pm 50\%$ 의 오차를 보였다. 이는 대부분의 상관식 개발에 적용되는 과정이고, 위에서 언급했듯이 실험적 상관식이므로 자연대류의 영향을 나타내는 항의 형태는 다양하다.

$$Nu = f(Gz, Gr) \quad (9)$$

$$Nu = 1.75(Gz + f(Gz, Gr))^{1/3} \quad (10)$$

Hieber는 다소 복잡한 상관식을 제시하였다. 그는 수직관 혼합대류를 유도한 Martinelli and Boelter의 상관식으로부터 다음과 같은 형태를 제안하였다.

$$\overline{Nu} = \left\{ \overline{Nu}_F^3 + \overline{Nu}_B^3 \right\}^{1/3} \quad (11)$$

Yousef and Tarasuk [1982]는 등은 조건의 수평관에 대하여 혼합대류 열전달 실험을 수행하고, 그들은 유동방향 거리 X 에 따라 3가지 영역으로 구분하여 현상을 기술하였다. 첫 번째 영역은 $0.0073 < X < 0.040$, $1 \times 10^4 < Gr_D < 8.7 \times 10^4$, $20 < Gz < 110$ 의 범위이다. 이 영역은 그림과 같이 부력의 영향이 지배적으로 나타나기 때문에 *Graetz solution*으로부터 Nu 값이 벗어난다. X 가 0.020에서 부력의 영향이 최대로 나타난다. 이들은 자연대류의 Gr_D 수의 항과 강제대류의 Gz 수의 항을 혼합하여 실험결과와 이전 학자들의 상관식을 바탕으로 다음과 같은 상관식을 제작하였다. 이 식은 기존 자료와 3%의 오차로 거의 일치한다.

$$Nu_m = 1.75 \left[Gz + 0.245 (Gz^{1.5} Gr^{1/3})^{0.882} \right]^{1/3} \quad (12)$$

두 번째 영역은 $0.04 < X < 0.25$, $0.8 \times 10^4 < Gr_D < 4 \times 10^4$, $3.2 < Gz < 20$ 의 범위이다. 첫 번째 영역에서 *Graetz solution*에서 벗어났던 곡선이 X 가 진행함에 따라 다시 *Graetz solution*의 곡선과 겹쳐지므로 강제대류 영향이 지배적인 영역이다. 이 영역은 부력의 효과가 미미하므로 Nu 수는 Gz 수만의 함수일 것이다. 이에 대해 실험 결과를 토대로 다음과 같은 상관식을 제시하였다.

$$Nu_m = 0.969 (Gz)^{0.82} \quad (13)$$

세 번째 영역은 $0.25 < X, Gz < 3.2$ 의 범위이다. 이 영역은 그림에 나타나 있지 않지만 수평관 내벽과 유체의 온도차이가 점차 감소함에 따라 부력의 영향이 사라지고, 강제대류가 더 효과적으로 작용하는 부분이다.

층류 혼합대류 상관식에 대해서는 Nu 수가 기본적으로 *Graetz solution*의 해에 부력으로 인한 효과를 추가하는 형태로 기술된 것이며 수직관 혼합대류의 경우 (Nu_{mixed}/Nu_{forced} 로 나타냄) 강제대류를 기본으로 하고 부력효과를 추가하는 방식과 같은 철학이라는 것을 알 수 있다.

Table 3. Data and Correlations used in mixed convection in an isothermal horizontal pipe.

Reference	Correlation	Limitations
Colburn, 1933	$Nu_{am} = 1.75 \left(\frac{\mu_b}{\mu_w} \right)^{1/3} Gz_b^{1/3} (1 + 0.015 Gr_f^{1/3})$	$0.76 < Pr < 160$ $24 < L/D < 400$ $3.7 \times 10^3 < Gr < 3.0 \times 10^8$
Kern and Othmer, 1943	$Nu_{am} = 10.45 \left(\frac{\mu_b}{\mu_w} \right)^{0.14} Gz^{1/3} (1 + 0.01 Gr^{1/3}) / \ln Re$	$39 < Pr < 2040$ $48 \leq L/D \leq 193$ $10^2 < Gr < 10^7$ $100 < Gz < 3000$
Eubank and Proctor, 1951	$Nu_{am} = 1.75 \left(\frac{\mu_b}{\mu_w} \right)^{0.14} [Gz + 12.6 (Gr Pr D/L)^{0.14}]^{1/3}$	$140 < Pr < 15200$ $61 < L/D < 235$ $3.3 \times 10^5 < Ra < 8.6 \times 10^8$ $12 < Gz < 4900$
Jackson et al., 1961	$Nu_{am} = 2.67 [Gz^2 + 7.57 \times 10^{-5} (Gr_{lm} Pr)_w^{1.5}]^{1/6}$	$Pr = 0.71$ $L/D = 31$ $Gr \approx 10^6$ $33 < Gz < 1300$
Oliver, 1962	$Nu_{am} = 1.75 \left(\frac{\mu_b}{\mu_w} \right)^{0.14} [Gz + 5.6 \times 10^{-4} (Gr Pr L/D)^{0.7}]^{1/3}$	$1.9 < Pr < 326$ $L/D = 72$ $29 < Gr < 1.6 \times 10^5$ $7 < Gz < 187$
Brown and Thomas, 1965	$Nu_{am} = 1.75 \left(\frac{\mu_b}{\mu_w} \right)^{0.14} [Gz + 0.012 (Gz Gr^{1/3})^{4/3}]^{1/3}$	$3.5 < Pr < 7.4$ $36 < L/D < 108$ $2.9 \times 10^4 < Gr < 4.9 \times 10^6$ $19 < Gz < 112$

ESDU, 1968	$Nu_{am} = 1.75 \left(\frac{\mu_b}{\mu_w} \right)^{0.14} [Gz + 0.083 Ra^{3/4}]^{1/3}$	-
Depew and August, 1971	$Nu_{am} = 1.75 \left(\frac{\mu_b}{\mu_w} \right)^{0.14} [Gz + 0.12 (Gz Gr^{1/3} Pr^{0.36})^{0.88}]^{1/3}$	$5.7 < Pr < 391$ $L/D = 28.4$ $510 < Gr < 10^6$ $25 < Gz < 712$
Yousef and Tarasuk, 1982	$Nu_{lm} = 1.75 \left(\frac{\mu_w}{\mu_b} \right)^{0.14} [Gz + 0.245 (Gr^{1.5} Gr^{1/3})^{0.882}]^{1/3}$	$Pr = 0.71$ $6 < L/D < 46$ $0.8 \times 10^4 < Gr < 8.7 \times 10^4$ $2.5 < Gz < 110$ $120 < Re < 1200$
Hieber, 1982	$Nu_{am} = 1.75 \left(\frac{\mu_b}{\mu_w} \right)^{0.14} [Nu_{FC}^3 + Nu_{NC}^3]^{1/3}$ $Nu_{FC} = 1.62 (z^+)^{-1/3} \exp(-16.4 z^+) + 3.66 [1 - \exp(-27 z^+)]$ $Nu_{NC} = [1.08 \ln(1 + 1.14 z^+ Ra^{1/4})] / z^+$	$Ra \leq 4 \times 10^6$
Palen and Taborek, 1985	$Nu_m = 2.5 + 4.55 (Re^* D/L)^{0.37} Pr^{0.17} \left(\frac{\mu_b}{\mu_w} \right)^{0.14}$ $Re^* = Re + 0.8 Gr^{0.5} \exp(-42/Gr^2)$	$20 < Pr < 10^4$ $0 < L/D < \infty$ $0 < Gr < 10^4$ $0.1 < Re < 2000$ $10^{-3} < \mu_b/\mu_w < 55$

3. 열전달과 물질전달의 유사성

1) 유사성

유사성이란, 서로 다른 두 시스템에서 시스템의 기능이나 거동이 서로 유사하게 나타나는 시스템간의 특성이다. 이러한 유사성이 성립하는 이유는 각각의 시스템을 구성하는 요소들 간에 일정한 상관관계가 나타나기 때문이다. 즉, 시스템을 모델링하는 지배방정식이 똑같은 형태를 취하고 동일한 형태의 무차원수에 의해서 지배되기 때문에 유도되는 결과나 현상이 유사하게 나타난다[A. Bejan, 1984]. 따라서 이러한 유사성의 개념을 이용하여 두 시스템의 경계조건과 초기조건을 동일하게 취해주면, 하나의 간단한 시스템을 파악함으로써 이와 유사한 다른 복잡한 시스템의 물리적 현상을 논리적으로 밝혀낼 수 있다[E. Wilfred, 1973].

2) 열전달과 물질전달의 유사성

Table 4는 열전달계와 물질전달계의 지배방정식을 나타낸다. 연속방정식과 운동량방정식은 일치하고 열전달계의 에너지방정식은 물질전달계의 농도방정식과 수학적으로 동일한 형태를 취한다. 따라서 이 두 시스템간의 경계조건과 초기조건을 동일하게 취해 주면 열전달과 물질전달의 현상이나 거동은 서로 유사한 형태를 보인다. 이것은 물질전달 실험을 통하여 열전달 실험에서 나타나는 결과를 얻을 수 있으며 반대로 열전달 실험으로 물질전달 실험을 대체할 수 있다는 것을 의미한다. 즉, 시스템의 상호 전환이 가능하다. 따라서 열전달계에서의 에너지 방정식의 온도(T)를 물질전달계의 농도방정식의 농도(C)로 변환하고 열확산계수(α)를 물질확산계수(D)로 변환함으로써 복잡한 열전달 실험을 보다 간단한 물질전달 실험으로 대체할 수 있다. 이와 같이 열전달과 물질전달에서의 유사한 변수끼리 서로 변환을 하면 열전달에서의 관련 무차원 수들을 물질전달과 관련되는 무차원 수들로 각각 대응시켜 나타낼 수 있다. 즉, 표 7에 나타낸 바와 같이 열

전달과 관련된 무차원 수인 Pr 수와 Nu 수 및 Ra 수는 물질전달계의 Sc 수와 Sh 수 및 Ra 수로 변환된다. 그리고 대응되는 무차원 수끼리는 구성과 조직형태가 서로 동일하기 때문에 물리적인 의미가 유사하다. 그러므로 두 시스템간의 초기 및 경계조건을 동일하게 하고 Table 5에 나타난 무차원 수들을 각각 변환하면 기존에 잘 알려진 열전달 상관식을 물질전달 상관식으로 대체할 수 있다.

Table 4. Governing equations.

Heat Transfer	Mass Transfer
$\nabla \cdot \vec{v} = 0$ (Continuity equation)	
$\rho \frac{D\vec{v}}{Dt} = -\nabla P + \mu \nabla^2 \vec{v} + \vec{F}$ (Momentum equation)	
$\frac{DT}{Dt} = \alpha \nabla^2 T$ (Energy equation)	$\frac{DC}{Dt} = D_m \nabla^2 C$ (Concentration equation)

Table 5. Dimensionless group transformation.

Heat Transfer	Mass Transfer
Prandtl number $\frac{\nu}{\alpha}$	\Leftrightarrow Schmidt number $\frac{\nu}{D_m}$
Nusselt number $\frac{hD}{k}$	\Leftrightarrow Sherwood number $\frac{h_m D}{D_m}$
Rayleigh number $\frac{g\beta\Delta T D^3}{\alpha\nu}$	\Leftrightarrow $\frac{gD^3}{D_m\nu} \frac{\Delta\rho}{\rho}$

4. 전기도금계

유사성의 원리를 이용한 물질전달 실험에서 황산-황산구리(H_2SO_4 - $CuSO_4$) 수

용액의 전기도금계를 물질전달계로 채택하였다. 구리 도금 반응계는 도금이 진행됨에 따라 표면 거칠기 효과(Surface roughness effect)로 전극면적을 정확히 결정할 수 없다는 단점이 있지만 구리이온이 전극표면에 도금됨으로 인하여 가용성 물질(부산물)을 만들지 않고 일반적인 농도 범위에서 구리의 도금이 진행될 때 벌크(Bulk)상과 전극표면 사이의 밀도차가 커서 자연대류를 발생시키는 추진력이 크다는 장점으로 인해 여러 관련 연구들에서 구리이온의 산화·환원 반응계를 기본계로 채택하고 있다.

1) 물질전달구조

전해질 용액(Electrolyte)이 채워져 있는 두 전극 사이에 전압을 걸어주면 전위차가 발생하여 양이온은 음극으로 음이온은 양극으로 이동하는 물질전달이 일어난다. 양극에서는 다음과 같은 산화반응을 거쳐 구리이온이 용액 중으로 녹아 나온다.



음극에서는 환원반응이 일어나 구리이온이 음극표면에 도금된다.



Fig. 22는 황산-황산구리 수용액의 물질전달에서는 전위차에 의한 전기영동(Electric migration), 농도차에 의한 확산(Diffusion) 그리고 유체의 유동에 의한 대류(Convection) 이 세 가지 구리이온의 이동 메커니즘으로 이루어진다.

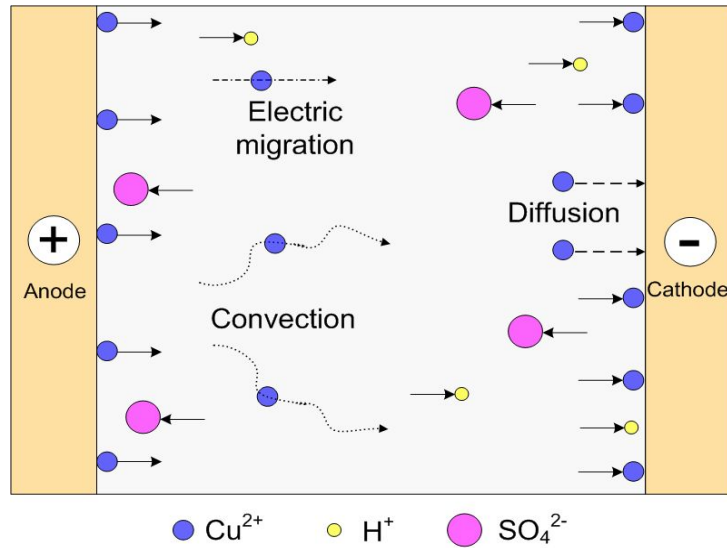


Fig. 22. Schematic diagram of mass transfer in electric field.

따라서 도금면에서의 전체 물질전달량은 다음의 식 (10)과 같이 나타낼 수 있다[C. R. Wike and C. W. Tobias, 1953].

$$\text{Cathode} \quad N_t = N_m + N_d + N_c \quad (16)$$

여기서, N_t , N_m , N_d , N_c 는 각각 전체 물질전달 플럭스(Flux)와 전기영동, 확산 및 대류에 의한 물질전달 플럭스를 나타낸다. 전극과 아주 인접한 영역에서는 계면의 마찰력 때문에 대류가 발생되지 않으므로 확산이 지배적이거나, 전극으로부터의 거리가 멀어질수록 확산에 비해 대류의 영향이 점점 커진다. 반면에 전위차에 의해 생겨나는 전기영동에 의한 물질전달은 확산 경계층 내부와 외부에서 모두 일어나며 전달되는 양은 전위차와 용액의 조성 등에 의하여 좌우되게 된다. 전체 물질전달량, N_t 는 Faraday 법칙에 의하여 다음과 같이 전류밀도(Current density)에 비례하는 관계식으로 나타낼 수 있다[J. S. Newman, 1973].

$$N_t = \frac{I}{nF} \quad (17)$$

여기서, I 는 전류밀도, n 은 전극반응에서 교환되는 전자수 즉, 이온의 원자가 (Valence charge)를 나타내며 F 는 패러데이 상수(Faraday constant)이다. 한편, N_m 으로 표시되는 전기영동에 의한 물질전달은 열전달에서는 볼 수 없는 현상으로 물질전달 현상을 열전달계로 전환하기 위해서는 이에 대한 정확한 이해가 필요하다. 따라서 전극반응계 물질전달 실험에서의 큰 장애 요인 중의 하나는 전위차에 의한 전기영동의 발생이다. 정상상태에서 전기영동에 의한 이온의 물질전달량 역시 Faraday 법칙에 의해 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$N_m = \frac{t_n I}{n F} \quad (18)$$

여기서, t_n 은 전달수(Transference number)로서, 전기영동에 의해 전달되는 이온의 농도 중에 전극반응에 참여하는 이온의 농도 분율을 나타내며 보통 모액의 이온 농도 분율에 비례한다고 알려져 있다[Thomas, B. Drew, et al., 1978].

Newman[J. S. Newman, 1973]에 의하면 0.1 M의 황산구리 용액에서 t_n 의 값은 약 0.363으로서 전극반응에서 식 (18)과 같은 구조로 전달되는 전체 구리이온의 이동수를 10이라 보았을 때, 전기영동에 의해 이동되는 구리이온의 수는 약 4개 정도임을 의미한다. 결국, 물질전달 구조 중에서 전기영동을 억제해야만 열전달과의 상사 관계가 성립된다. 따라서 황산과 대류만의 영향을 고려하기 위해서는 전기영동에 의한 물질전달의 효과를 최소화 시켜야만 한다. 전기영동에 의한 물질전달의 효과를 최소화하는 방법으로는 황산, 염산 또는 수산화나트륨과 같은 고정 전해액(Supporting electrolyte) 및 비활성 전해액(Inert electrolyte)을 과량 첨가함으로써 전극반응에 참여하는 이온의 농도 분율(t_n)을 줄이면 된다[C. R. Wike and C. W. Tobias, 1953]. 즉, 고정 전해액을 다량 첨가하여 전해질 용액의 전도도를 증가시킴으로써 구리이온이 받는 전기장의 세기를 상대적으로 감소시키는 것을 의미한다. 본 실험에서는 이전의 여러 연구에서, 황산구리 수용액에서 사용되어 온 황산을 고정전해액으로 사용하였다. 따라서 전기영동에 의한 물질전달의 효과를 이 고정전해액을 사용함으로써 무시할 수 있고, 열전달에서와 같이 황산과 대류만으로 전체 물질전달을 나타낼 수 있다. 즉,

$$N_t - N_m = N_d + N_c = \frac{(1-t_n)I}{nF} \quad (19)$$

또한, 통상적인 물질전달계수(Mass transfer coefficient), h_m 을 사용하면 아래와 같은 관계식을 얻을 수 있다.

$$N_t - N_m = h_m (C_b - C_s) \quad (20)$$

여기서, C_b 는 이온의 모액 농도이고, C_s 는 전극 표면에서의 이온의 농도를 각각 나타낸다. 위와 같은 두 식으로부터 물질전달계수 h_m 을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$h_m = \frac{(1-t_n)I}{nF(C_b - C_s)} \quad (21)$$

위에서 구해진 물질전달계수 h_m 은 전기도금에 의한 물질전달과 열전달에서 동시에 일어나는 확산 및 대류에 의한 물질전달계수이므로 열전달계에서의 열전달계수와 같은 의미를 갖는다. 그러므로 물질전달 실험을 열전달계로 전환할 수 있다.

2) 한계전류기법

한계전류는 물리적으로 특정 전극반응에서 나타날 수 있는 최대 전류값을 의미한다. 이러한 한계전류를 이용한 전기화학기법은 물질전달 측정을 이용해 열전달을 모델링하기 위해 잘 알려진 방법이다. 이것은 Levich에 의해 처음 도입되었으며 Wragg, Fenech와 Tobias, Newman에 의해 잘 정리되어 현재에도 물질전달 실험에서 널리 이용된다.

황산-황산구리 수용액을 사용하여 전기도금반응을 진행시키면, 양극에서는 구리

이온이 생성되는 산화반응, 음극에서는 구리로 석출되는 환원반응이 일어나 음극 표면에 구리 도금이 일어난다. 즉, 구리 이온 자체가 전극반응을 통하여 다시 구리 전극으로 작용한다. 이러한 전극표면반응을 다음의 2 가지의 반응경로로 나타낼 수 있다.

(1) 모액에서 전극표면으로의 Cu^{2+} 이온의 물질 전달 (N_1)

(2) Cu^{2+} 이온의 전극표면 도금 반응 (N_2)

과정 (1)에서 일어나는 물질전달 플럭스는 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$N_1 = h_m (C_b - C_s) \quad (22)$$

그리고 전극표면반응을 1차 반응이라 가정하면 (2)과정은 아래의 반응 속도식으로 나타낼 수 있다.

$$N_2 = k C_s \quad (23)$$

여기서 k 는 반응속도상수(Reaction rate constant)이며 정상상태에서는 $N_1=N_2$ 이므로 다음과 같은 관계가 성립된다.

$$h_m (C_b - C_s) = k C_s \quad (24)$$

따라서 전극 표면에서의 구리 이온 농도, C_s 는 다음과 같다.

$$C_s = \frac{h_m C_b}{h_m + k} \quad (25)$$

이제 두 전극 사이에 주어지는 전위차를 점점 증가시키면 반응속도상수 k 는 전위차가 증가함에 따라 급격하게 증가하면 반면, 물질전달계수 h_m 은 전위차에 무관한 일정한 값을 갖는다[W. J. Moore, 1972]. 따라서 $k \gg h_m$ 인 영역에서의 표면 농도 C_s 는 거의 0이 된다. 이때, 전위차가 증가함에도 불구하고 더 이상의 전류의 상승이 없이 평평해지는 구간에서의 전류를 한계전류(Limiting current)라고 한다. 즉, 전위차가 증가하게 되면 전극 근처에서 물질전달이 가속되게 되며 모액과 전극표면 사이의 농도차이는 더욱 커지게 된다. 모액의 농도는 일정하기 때문에 결과적으로 전극표면의 구리이온의 농도가 0에 가깝게 되어 물질전달이 최대로 이루어지게 되어 더 이상의 전류 상승이 나타나지 않게 된다. 이 영역 이상으로 전위차를 증가 시키면 음극에서 전기분해에 의해 수소가 발생하는 새로운 반응이 일어나며 전류가 다시 급격하게 증가한다. 이와 같이 한계전류영역에서는 전극 표면의 구리 이온 농도를 0으로 간주할 수 있기 때문에 식 (15)에서 표면 농도를 구해야하는 어려움을 극복할 수 있다. 그러므로 한계전류 기법을 사용함으로써 물질전달계수, h_m 은 다음의 식과 같이 모액 농도 C_b 와 한계전류 밀도(Limiting current density) $I_{lim}(mA/cm^2)$ 만으로 결정될 수 있다.

$$h_m = \frac{(1-t_n)I_{lim}}{nF C_b} \quad (26)$$

이러한 한계전류기법을 적용하면 이전까지 명확하게 표현될 수 없었던 표면 농도값을 해결할 수 있고, 수식을 간결하게 표현할 수 있는 장점 때문에 물질전달을 기반으로 하는 연구에 널리 이용되고 있다. Fig. 23은 실험에서 전형적으로 측정되는 한계전류의 곡선을 나타낸다.

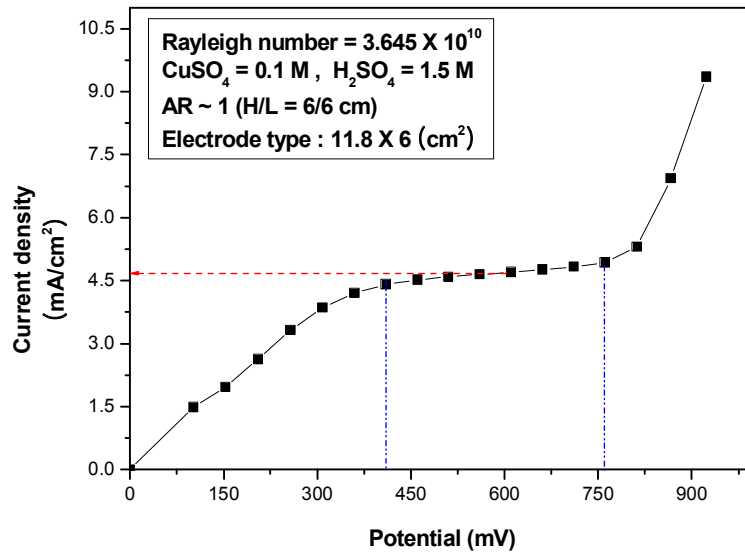


Fig. 23. Typical limiting current density curve.

전위차를 증가시키면 초기에는 구리이온이 전극 표면에 도금되는 만큼 전류가 선형적으로 급격히 증가한다. 그러나 전극 표면의 농도가 0에 가까워지면서 전류증가율이 감소하여 더 이상 전류가 증가하지 않고 평평해지는 한계전류영역에 도달하게 된다. 전위차를 더욱 증가시켜 이 영역을 벗어나면 전류가 급격하게 증가하는 영역이 나타나는데 이 영역에서는 전기분해가 일어나는 영역으로서 수소와 산소를 발생시키기 때문에 전류가 급격히 증가하게 되는 것이다. 본 연구에서는 수소가 발생되지 않고, 표면농도가 0에 가까운 한계전류 영역에서 실험을 수행하였다.

3) 무차원수와 물성치

유사성 실험방법론을 적용하여 전기도금계를 이용하는 물질전달 실험으로 열전달 현상을 모사하기 위해서 기존에 잘 알려진 열전달 상관식을 물질전달 상관식으로 변환한 다음, 물질전달 실험결과와 비교하였다. 따라서 Table 5의 물질전달 계에 대한 주요 무차원수를 구하기 위해서는 많은 물성치들이 필요하다. 본 연

구에서 사용한 황산구리-황산 수용액에서의 물성치들은 Fenech and Tobias [E. J. Fenech and C. W. Tobias, 1960]에 의하여 잘 알려진 먹급수 형태로 제시된 다음과 같은 관계식들을 사용하였다.

$$\rho \text{ (g/cm}^3\text{)} = 0.9978 + 0.06406 C_{H_2SO_4} - 0.00167 C_{H_2SO_4}^2 + 0.12755 C_{CuSO_4} + 0.01820 C_{CuSO_4}^2 \quad (27)$$

$$\mu \text{ (cp)} = 0.974 + 0.1235 C_{H_2SO_4} + 0.0556 C_{H_2SO_4}^2 + 0.5344 C_{CuSO_4} + 0.5356 C_{CuSO_4}^2 \quad (28)$$

$$\mu D_{mCuSO_4} \text{ (cm}^2\text{/s)} = (0.7363 + 0.00511 C_{H_2SO_4} + 0.02044 C_{CuSO_4}) \times 10^{-5} \quad (29)$$

$$\mu D_{mH_2SO_4} \text{ (cm}^2\text{/s)} = (1.6691 + 0.24519 C_{H_2SO_4} + 0.96637 C_{CuSO_4}) \times 10^{-7} \quad (30)$$

$$t_{Cu^+} = (0.2633 - 0.1020 C_{H_2SO_4}) C_{Cu^{2+}} \quad (31)$$

$$t_{H^+} = 0.8156 - 0.2599 C_{Cu^{2+}} - 0.1089 C_{Cu^{2+}}^2 \quad (32)$$

위의 식들은 22 °C에서 ±0.5 % 이내의 오차로 잘 맞는다고 알려져 있다. 온도가 다른 경우에는 Chiang과 Goldstein[H. D. Chiang and R. J. Goldstein, 1991]에 의해 정리된 온도에 따른 영향을 고려해 주면 된다.

Ⅲ. 실험장치 구성

1. 자연대류 실험장치

Fig. 24는 실험장치를 개략적으로 나타낸 것이다. 아크릴로 제작된 직육면체 구조의 수조와 구리관으로 제작된 음극관 그리고 음극관 내부의 양극으로 구성되어 있다. 수조의 크기는 가로, 세로, 높이가 각 $0.35\text{m} \times 0.12\text{m} \times 0.35\text{m}$ 이고, 구리관의 직경은 $0.02\text{m} \sim 0.259\text{m}$ 이며 단일 음극관과 Piecewise의 음극관으로 두 개씩 제작하였다. 단일 음극관은 외부에 전선을 연결하고, 음극관의 내부 자연대류 현상을 보는 것이므로 구리도금이 일어나지 않도록 전선테이프와 에폭시를 코팅하였다. Piecewise의 음극관은 절단된 아크릴 파이프 내부에 반원의 구리 조각과 나머지 반원을 절단한 구리조각들을 부착시켰다. 부착하기 전 각 구리조각들의 외벽에 전선을 연결하고 아크릴 파이프의 외부로 빼낸다. 각각의 구리 구리조각들이 서로 닿지 않도록 얇은 아크릴 막대기(Stick)로 조각들 사이에 붙였다. 음극관이 수평이 되도록 지지대에 고정하였다. 이에 대한 실험장치는 Fig. 25, Fig. 26과 같다. 음극관 내부에 위치한 양극은 음극관 내벽과 접촉되지 않도록 ‘L’형태로 음극관 중심에 고정하였다.

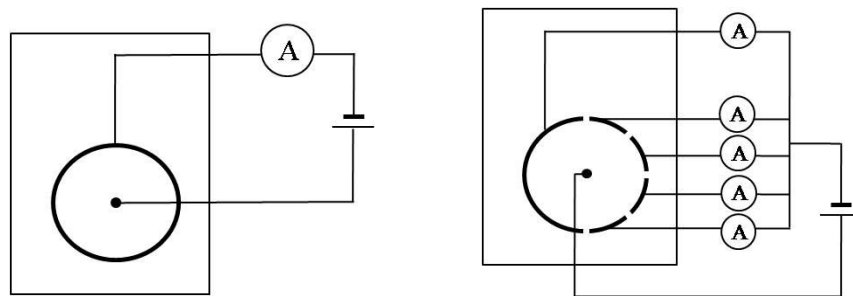


Fig. 24. Experiments circuit of single and piecewise electrode.

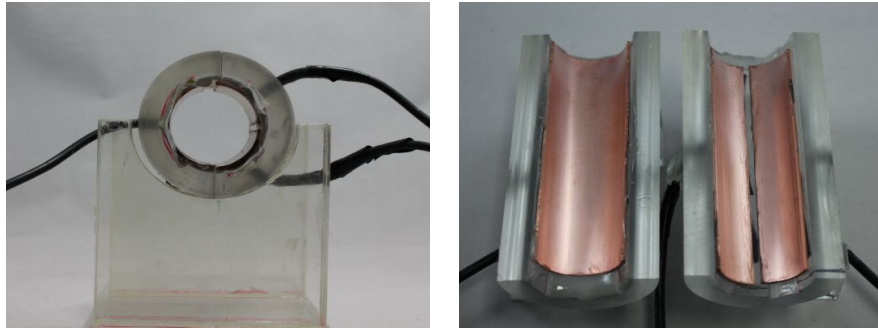


Fig. 25. Experimental equipments, $D=0.032\text{m}$.

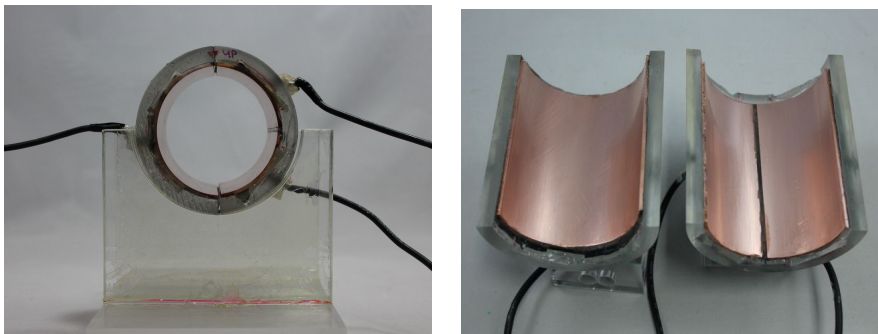


Fig. 26. Experimental equipments, $D=0.062\text{m}$.

2. 혼합대류 실험장치

수평관내 혼합대류 실험장치는 크게 Test section을 기준으로 상류수조 (Upstream reservoir)와 하류수조(Downstream reservoir) 그리고 유체가 순환될 수 있도록 하는 Source 또는 Sink의 큰 구조로 나뉜다. 속도에 의해 지배되는 Re 수를 조절하기 위해서 상류수조에서는 펌프를 설치하여 일정속도의 유동을 흘려보내준다. 이 유체는 Test section을 지나 하류수조로 이동하고, 결국에는 Source 또는 Sink 수조로 흐른다. 펌프(Pump)는 Source 또는 Sink수조로부터 또다시 상류수조로 유체를 흘려보낸다. 이 순환의 구조에서 Test section에 흘려 보내주는 유체는 Steady Poiseuille flow를 얻기 위해 수두차에 의한 유체의 흐름이 형성되는 실험장치를 제작하였다. 만약 펌프의 직접적인 유체의 흐름이 강제

대류를 발생시킨다면 Pulsed flow가 형성되므로 층류유동이 아닌 난류유동이 될 수 있다. 그러므로 다음 Fig. 27과 같은 실험장치가 적합할 것으로 판단된다. 전원 공급장치는 VüPOWER사의 DC Power supply-AK1205이며, 전압과 전류측정 장치는 HIOKI사의 DIGITAL HITESTER 3804-50이다.

Fig. 27에서 왼쪽 상단에는 상류수조, 가운데는 Test section, 오른쪽 상단에는 하류수조, 가운데 하단에는 Source 또는 Sink수조가 설치되어 있다. 이들을 PVC 파이프 그리고 호스(Hose)를 통해 연결되어 있다. Source 또는 Sink수조에서 상류 수조로 유체를 흘려보내기 위한 펌프도 설치되어 있다.

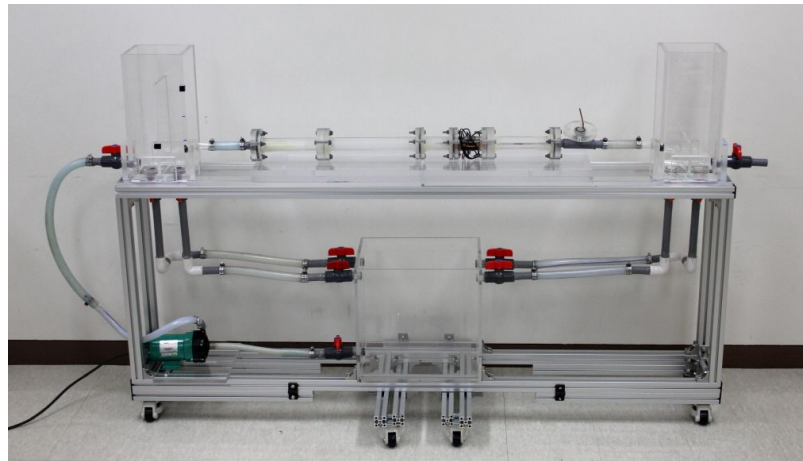


Fig. 27. The experimental equipment.

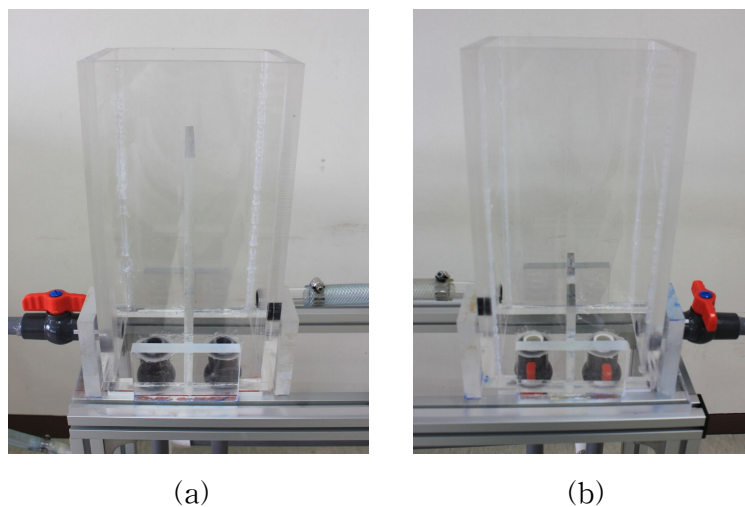


Fig. 28. Water tank of upstream reservoir and downstream reservoir.

Fig. 28은 상류수조(a)와 하류수조(b)이다. Pulsed flow없이 Test section 으로 안정적인 수용액을 보내기 위해 물기둥 높이에 의한 유속조절이 가능하도록 제작되었다. 상류 및 하류 수조에 격벽으로 두 개의 칼럼(Column)을 만들었다.

(a) 상류수조에는 유체가 펌프로부터 직접적으로 유입되는 왼쪽 칼럼과 Test section으로 유출되는 오른쪽 칼럼이 있다. 왼쪽 칼럼에서 유체의 높이가 격벽의 높이(0.30m)를 초과하면 오른쪽 칼럼으로 넘쳐 흐르게 된다. 각 칼럼의 바닥에는 Source 그리고 Sink로 유출되기 위한 밸브가 연결되어 있다. 왼쪽 칼럼의 밸브는 첫 번째 유속 조절 밸브(First head-handling valve)이고, 오른쪽 칼럼의 밸브는 미세 조절을 위한 두 번째 유속 조절 밸브(Second head-handling valve)이다.

(b) 하류수조에도 두 개의 칼럼이 있고 바닥에 Source 그리고 Sink로 유출되기 위한 밸브가 연결되어 있다. 왼쪽 칼럼의 밸브는 유체의 기둥을 유지하기 위하여 항상 닫힌 상태로 두고, 오른쪽 칼럼의 밸브는 항상 열림 상태로 둔다.

Source 그리고 Sink수조는 Fig. 29이다. 상류수조의 두 개의 칼럼과 하류수조의 두 개의 칼럼으로부터 유체가 유입되고 펌프로 유출되는 수조이다. Fig. 30에서 보는 Test section은 아크릴관으로 만들어진 Unheated section과 아크릴관안에 구리관이 부착되어 있는 Heated section으로 구분할 수 있다. 각각의 아크릴관들은 플렌지를 통해 연결되어 있다. 0.03m, 0.05m, 0.10m로 만들어진 음극관들을 연결시키면서 길이를 조절한다. Heated section은 상단반원과 하단반원으로 나누어져 있고, 이에 전선이 연결되어 있다. 양극(Anode)은 ‘L’자 형태로 수평관 중앙에 위치하였다.

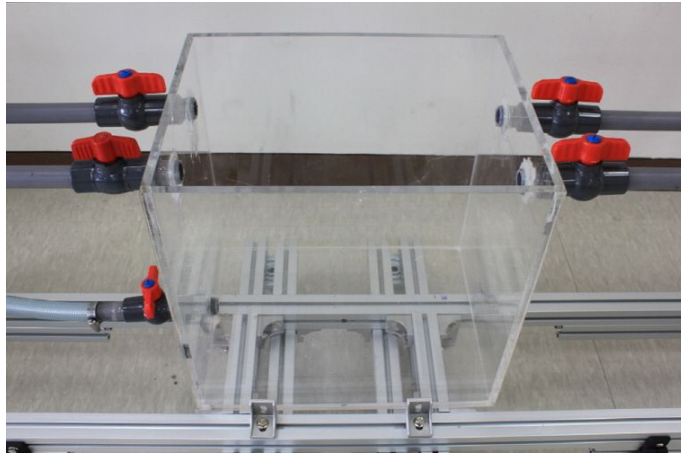


Fig. 29. Source and sink tank.

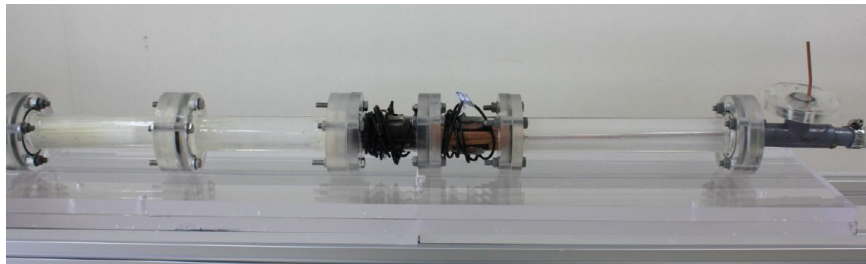


Fig. 30. Test section.

Fig. 31은 가열벽(Heated wall)을 모사하는 음극관이다. 상단반원과 하단반원을 나누어서 아크릴관 내벽에 부착한 것이다. 상단과 하단 음극관은 서로 맞닿아 있지 않기 위하여 에폭시 또는 아크릴 막대기(Stick)으로 메꾼다. 플렌지를 아크릴관에 부착하여 음극관의 길이를 조절할 수 있도록 하였다. Test section의 회로도(Circuit)는 Fig. 32와 같다.

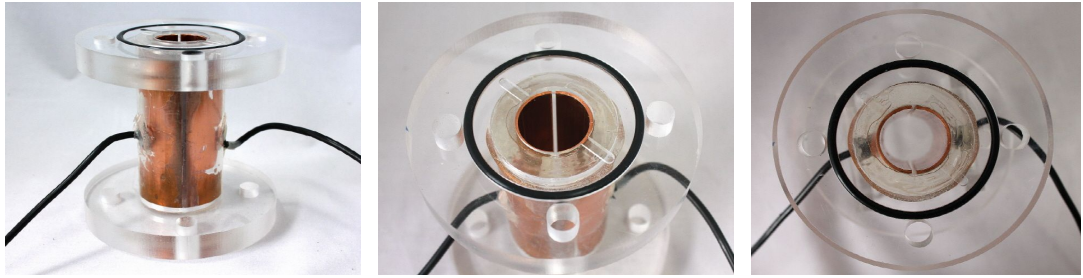


Fig. 31. Heated wall of experimental equipment.

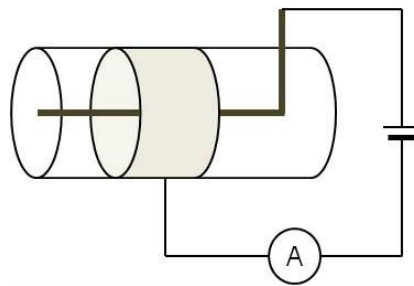


Fig. 32. Experiments circuit of mixed convection.

IV. 예비실험

1. 자연대류 실험

수평관내 혼합대류 실험의 전 단계로써 강제대류의 유속이 0인 조건에 해당하는 수평관내 자연대류 실험을 수행하였다. 문헌조사 결과 수평관 내부에서 발생하는 자연대류에 대해 많은 연구가 수행되지 않았음을 확인하였다.

수평관내 자연대류는 수평관 단면의 수직 중심선(Vertical centerline)을 기준으로 양쪽에 D자형 유동이 형성된다. 뜨거운 벽면에서 데워진 유체는 밀도 차에 의해 양쪽 벽면을 따라 상승하고, 상승한 유체는 수평관의 상단에서 더 이상 상승할 수 없으므로 수직 중심선을 따라 하강하는 유동이 생긴다. 수평관 내부 벽면의 국부 열전달은 수평 중심선(Horizontal centerline)을 기준으로 상단은 열경계층이 안정하게 성층화되어 열전달률이 낮고, 하단은 불안정하게 성층화되어 열전달률이 높다.

수평관내 자연대류는 축방향(하류방향)의 유동은 존재하지 않고, 직경(Diameter)방향의 유동만 존재하므로 이것이 특성길이(Characteristic length)가 된다. 그러므로 축방향에 대한 단면 유동패턴(Flow pattern)은 모두 동일하다. 그러나 수평관의 양쪽 끝에 유체가 유입되어 열전달에 끝부분 영향(End effect)을 줄 수 있으므로 이를 줄여주기 위하여 충분한 길이의 수평관 이어야 한다.

1) 실험범위

Table 6은 본 실험의 실험범위를 나타낸다. 황산의 농도를 1.5M, 황산구리의 농도는 0.05M로 Pr 수를 2,014로 고정하였다. 수평관 내부 자연대류는 길이(Length)의 영향이 없으므로 0.09m로 고정하고, 직경(Diameter)을 7개로 변화시켰다. 직경이 매우 작은 0.02m를 제외하고 반원을 모두 2조각 이상 절단하였고,

직경이 증가할수록 음극 조각들의 개수도 증가시켰다.

Table 6. Test matrix for natural convection in horizontal pipe.

Pr	$L(m)$	$D(m)$	Ra_D	Gr_D	No. of electrodes
2014	0.09	0.259	1.5×10^{12}	6.6×10^8	10
		0.148	2.8×10^{11}	1.4×10^8	10
		0.099	8.2×10^{10}	4.0×10^7	6
		0.062	2.0×10^{10}	1.0×10^7	2, 4
		0.032	2.8×10^9	1.4×10^6	2
		0.025	1.3×10^9	6.6×10^5	2
		0.02	6.8×10^8	3.4×10^5	-

2) 실험결과

Fig. 33은 Ra_D 수에 따른 Nu_D 값을 단일 음극관과 Piecewise된 음극관의 실험 결과와 Sarac and Korkut의 상관식을 비교하였다. 단일 음극관의 실험 결과는 폐도형, Piecewise의 음극관은 개도형으로 나타내었다.

단일 음극관과 Piecewise의 음극관의 Nu_D 수를 비교한 결과 거의 일치하였다. 이는 Piecewise의 실험장치가 신뢰할만하고 음극사이의 틈이 열전달에 큰 영향을 미치지 않음을 알 수 있다.

$5.7 \times 10^9 < Ra_D < 1.6 \times 10^{11}$ 범위의 Sarac and Korkut의 상관식과 본 실험의 결과는 거의 일치하였다. 이는 실험결과가 신뢰할만하다고 할 수 있다. 또한 상관식의 Ra_D 수 범위 이하에서 매우 작은 Ra_D 수를 제외하고 연장선상에서 크게 벗어나지 않음을 알 수 있다. 그러므로 Ra_D 수 1.3×10^9 부터 상관식이 적용될 수 있음을 알 수 있다. 그러나 Ra_D 수가 2.8×10^{11} , 1.5×10^{12} 일 경우에는 상관식의 연장선보다 높은 Nu_D 값을 보였다.

그래프에서 Ra_D 수의 범위가 $1.3 \times 10^9 \sim 2.0 \times 10^{10}$ 에서의 실험결과는 상관식과 거의 일치하여 기울기가 $1/4(1/4 \log Ra_D)$ 으로 층류영역에 해당하며, Ra_D 수가

2.8×10^{11} , 1.5×10^{12} 에서는 기울기가 $1/3(1/3 \log Ra_D)$ 으로 난류 영역에 해당함을 확인하였다. 그러므로 Sarac and Korkut 상관식은 층류영역에 해당되고, Ra_D 수 2.8×10^{11} 이상에서는 난류 영역에 해당됨을 예상할 수 있다.

$$Sh_d = 0.703(Gr_d Sc)^{1/4}, \quad (5.7 \times 10^9 < Gr_d Sc < 1.6 \times 10^{11}) \quad (33)$$

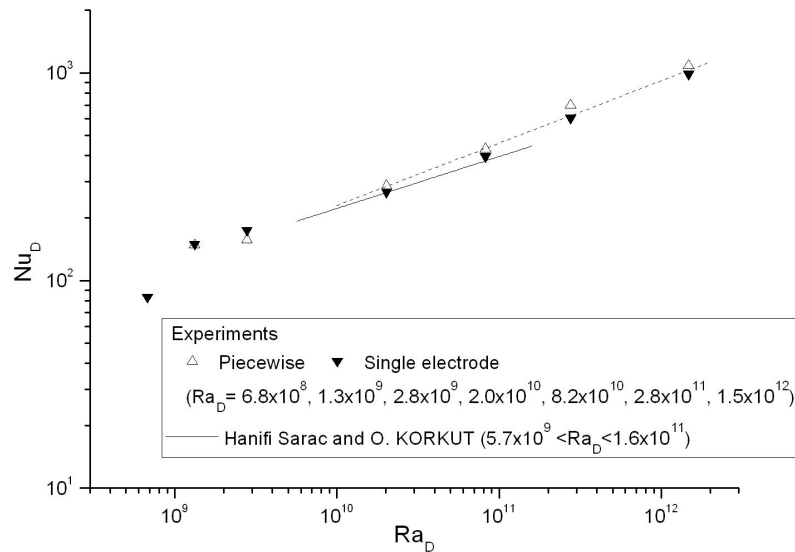


Fig. 33. Nu experiment results comparison with correlation.

Fig. 34는 층류영역이라 판단되는 Ra_D 수 $10^9 \sim 10^{10}$ 까지의 실험결과와 Farouk and Guceri[1982]의 수치적 결과를 비교하였다. Farouk and Guceri의 수치적 데이터는 내부 수평관과 외부 수평관의 거리를 특성 길이로 정의한 Ra_l 수에 대한 결과이므로 본 연구에서 직경에 따른 Ra_D 수의 영향은 비교할 수 없으나 수평관의 내벽에서 각도에 따른 국부 열전달의 비교는 가능하다. Farouk and Guceri의 수치적 결과는 내부 수평관이 가열되고, 외부 수평관이 냉각되는 실험조건으로 본 실험에서 유체 흐름의 방향과 반대이다. 본 실험과 비교하기 위하여 상단과 하단을 역전시켜서 결과를 나타내었다. 비교 결과 본 실험과 각도에 따른 Nu_D 값의 완만한 기울기가 비슷하다. 또한 하단에서 열전달이 최대이고, 상단에서 열전달이 최소이다.

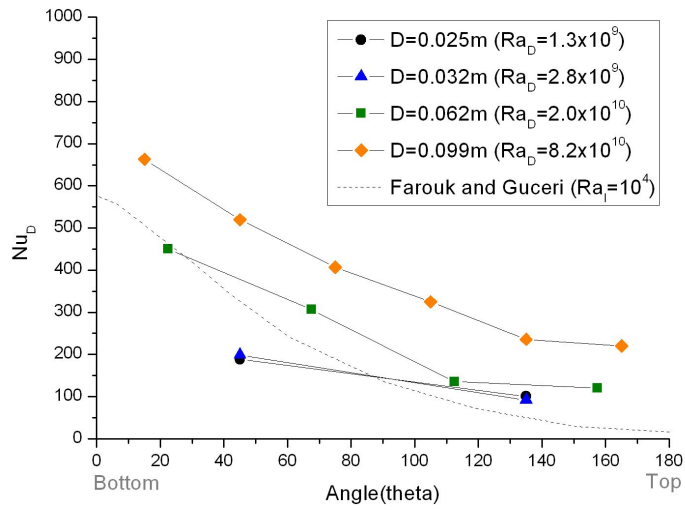


Fig. 34. Comparison Nu_D as angle(θ) for test results and previous study in laminar.

Fig. 35는 난류영역에서 Farouk and Guceri의 수치적 결과와 Kuehn and Goldstein[1976]의 실험결과를 비교한 것이다. 층류영역과 다르게 각도에 따른 Nu_D 값의 기울기가 급하다. 특히, 기존 문헌의 결과들이 최 하단에서 열전달이 상당히 높았다가 각도가 증가함에 따라 급격하게 감소하였다. 하단 부분과 상단 부분 벽면에서의 열전달 차이가 크을 알 수 있다.

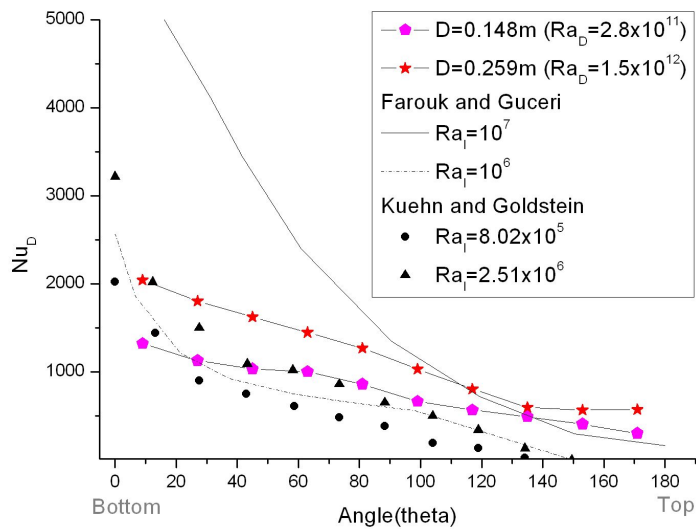


Fig. 35. Comparison Nu_D as angle(θ) for test results and previous study in turbulent.

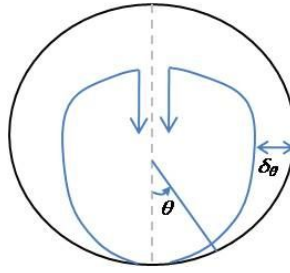


Fig. 36. Impression of boundary layer in horizontal cylinder.

Fig. 36에서 보듯이 수평관내 국부 열전달은 열경계층의 두께에 반비례한다. 이에 따라서 열경계층 두께 δ_θ 에 따른 열전달 상관식을 정의 할 수 있다. 열전달 국부 열전달 계수의 정의는 식(34)와 같다. 여기서 $\delta_\theta = f(\theta)$ 이다.

$$h_\theta \propto \frac{k}{\delta_\theta} \quad (34)$$

수평관의 하단에서는 경계층의 두께가 얇다가 점점 두꺼워지므로 식 (34)와 같이 가정할 수 있다. α 는 비례상수이다. 식(35)를 식(34)에 대입하면 식(36)과 같다. A 역시 비례상수이다.

$$\delta_T \propto e^{\alpha\theta} \quad (35)$$

$$h_\theta = Ake^{-\alpha\theta} \quad (36)$$

좌변을 Nu_D 값으로 만들어주기 위해, 우변에 $\frac{D}{k}$ 를 곱해주면, 다음 식(37)과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{h_\theta D}{k} &= A \times k \times \frac{1}{k} \times D \times e^{-\alpha\theta} \\ Nu_D &= A \times D \times e^{-\alpha\theta} \end{aligned} \quad (37)$$

한 조각(Piece)에서의 총 Nu_D 값을 구하기 위해서 (5)식을 각도 θ_1 에서 θ_2 까지 적분한다.

$$\begin{aligned} Nu_D &= \int_{\theta_1}^{\theta_2} A \times D \times e^{-\alpha\theta} d\theta \\ &= A \times D \times \frac{1}{\alpha} \int_{\theta_1}^{\theta_2} e^{-\alpha\theta} d\theta \\ Nu_D &= A \times D \times \frac{1}{\alpha} (e^{-\alpha\theta_1} - e^{-\alpha\theta_2}) \end{aligned} \quad (38)$$

어떤 특정한 각도에서 Nu_D 값을 구하기 위해서는 식 (38)에서 $A \times D$ 는 aRa^b 의 형태로 만들 수 있다. 그러면 국부 Nu_D 값을 구하기 위한 식은 다음과 같다.

$$Nu_D = aRa^b e^{-\alpha\theta} \quad (39)$$

위의 식으로 가정한 것을 토대로 Fig. 32에서 Ra_D 수의 기울기가 1/4으로 층류 영역에 해당되고 Ra_D 수의 기울기가 1/3으로 난류영역에 해당되는 것을 확인 하였으므로 기울기 차이로써 층류영역과 난류영역을 나누어서 상관식을 만들 수 있다.

층류영역이라고 판단되는 Ra_D 수 1.3×10^9 에서 8.2×10^{10} 까지의 실험결과를 하단에서 상단까지 각도(θ)에 따라 Nu_D 값을 나타내었다 Fig. 37(a). 각각의 도형들은 실험결과를 나타내고 실선은 상관식을 나타낸다. Sarac and Korkut의 상관식과 같은 값을 나타내므로 $Ra^{1/4}$ 의 값과 같게 만들었다. 상관식과 실험결과의 오차는 최대 31%, 최소 0.84%이다.

$$Nu_D = 1.4Ra^{1/4} e^{-0.008\theta} \quad (40)$$

난류영역이라고 판단되는 Ra_D 수 2.8×10^{11} , 1.5×10^{12} 에서 상관식을 만들었다 Fig. 37(b). 이는 층류영역과 달리 음극조각이 상단으로 갈수록 열전달이 급격하

계 감소하므로 이에 따른 난류영역임을 표기하기 위해서 $Ra_D^{1/3}$ 의 값에 맞추었다. 상관식과 실험결과의 오차는 최대 24.08%, 최소 0.57%로 거의 일치함을 보였다. 상관식은 다음과 같다.

$$Nu_D = 0.2057 Ra^{1/3} e^{-0.008\theta} \quad (41)$$

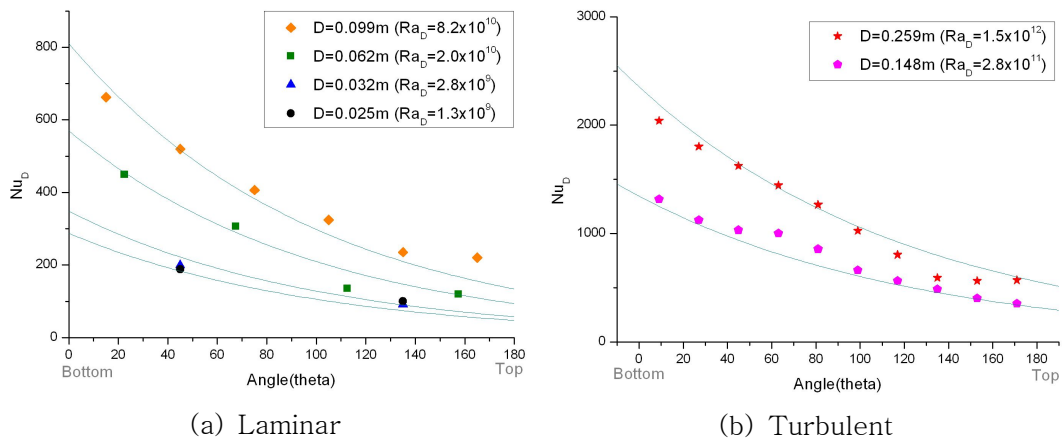


Fig. 37. Nu as angle (θ) for each diameter.

2. 강제대류 실험

강제대류 실험을 통하여 본 실험인 혼합대류의 실험결과와 비교할만한 기준을 제시함으로써 현상을 해석할 수 있도록 하기 위한 것이다. 강제대류는 엄밀히 따지면 작은 크기의 자연대류를 포함하고 있으므로 순수한 강제대류라고 보기 어렵다. 그러나 부력의 영향이 극소하면 이를 무시하고 순수한 강제대류라고 취급할 수 있다. 따라서 첫째, 강제대류 실험은 가열벽(Heated wall)을 모사하는 음극관의 길이가 매우 짧아야 한다. 유체의 방향의 수평방향이므로 유체의 방향으로 음극관의 길이가 길어지면 부력의 영향이 추가되기 때문이다. 둘째, 높은 Re 수

에서 수행되어야 한다. 수평방향으로 흐르는 유체의 속도가 증가할수록 부력의 영향이 방해를 받기 때문이다. 강제대류 실험결과를 Fench and Tobias의 강제대류 물질전달 상관식과 비교하여 실험장치 및 회로가 올바르게 구성 되었는지 확인 하였다.

1) 실험범위

강제대류는 Re 수, Pr 수, 수평관의 길이와 직경비 (L/D) 그리고 기하구조에 영향을 받는다. 본 실험에서는 황산을 1.5M, 황산구리 농도를 0.1M으로 Pr 수를 2,094로 고정하였다. 직경 0.026m와 0.032m에서 매우 짧은 길이 0.03m를 사용하고, Re 수는 58~1270으로 변화하였다. 이는 아래 Table 7과 같다.

Table 7. Test matrix on laminar forced convection inside a horizontal pipe.

Pr	D (m)	Gr_D	Ra_D	L (m)	Re
2,094	0.026	1.4×10^6	3.0×10^9	0.03	71, 141, 211, 422, 565, 708, 844, 1126, 1270
	0.032	2.6×10^6	5.5×10^9		58, 115, 171, 343, 460, 571, 688, 913, 1030

2) 실험결과

Fig. 38은 직경 0.026m와 0.032m, 길이 0.03m에서 강제대류 측정 실험결과이다. 폐도형은 직경 0.026m, 개도형은 직경 0.032m에서의 실험결과를 Re 수 증가에 따른 Nu_D 수로 나타내었다. 실선은 Fench and Tobias의 강제대류 물질전달 상관식을 나타내며 실험결과와 비교하였다.

$$Nu_D = 1.467(RePrD/L)^{1/3} \quad (42)$$

매우 낮은 Re 수 58, 71에서는 부력의 영향이 추가되어 혼합대류 영역을 나타내므로 이를 제외한 나머지 실험값과 상관식의 Nu_D 수 오차는 6~14%이다. Fench and Tobias가 물질전달 실험에서 개발한 상관식임에도 불구하고 이런 차이를 보이는 것은 기하구조의 차이라고 판단된다. 그들의 실험은 평행으로 놓인 두 평판의 기하구조에서 실험한 결과로써 상관식을 개발하였기 때문이다. 그러므로 본 실험장치의 기하구조에서 강제대류 상관식을 개발하여 이를 혼합대류의 실험결과와 비교해야 할 것으로 판단하였다. 실험값을 Fitting하여 만든 상관식은 아래와 같다.

$$Nu_D = 1.598(RePrD/L)^{1/3} \quad (43)$$

Fig. 39는 본 실험장치의 상관식을 추가하여 실험값, Fench and Tobias 상관식과 함께 비교한 것이다. 실험값과 상관식의 Nu_D 수 오차는 1.3~3.2%이고, 상관식과 Fench and Tobias 상관식의 Nu_D 수 오차는 8.44%이다. 혼합대류 실험결과의 비교 기준은 수평관의 기하구조에서 개발한 상관식으로 정할 수 있다.

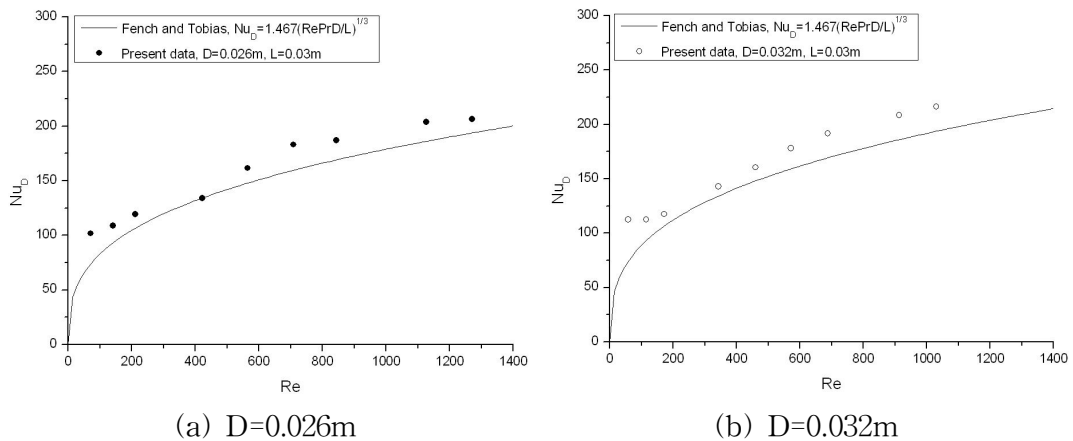
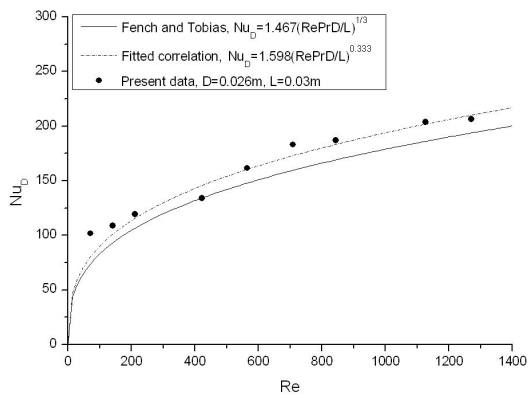
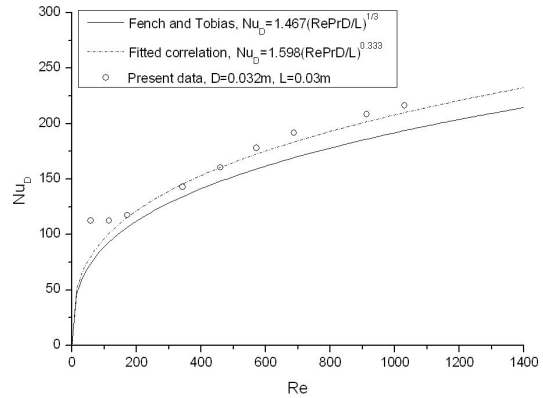


Fig. 38. The test results comparison with correlation of Fench and Tobias for forced convection.



(a) $D=0.026\text{m}$



(b) $D=0.032\text{m}$

Fig. 39. The test results comparison with fitted correlation for forced convection.

V. 본 실험

본 절에서는 주어진 실험범위에 대한 실험결과를 정리하여 다음과 같은 순서로 나타내었다. 첫째, 기존에 알려진 Metais와 Eckert의 유동영역지도(Flow regime map)에서 본 실험이 어느 영역에 속하는지 확인할 수 있다. 유동영역지도는 $GrPrD/L$ 인 가로축과 Re 수인 세로축 그래프로 되어있으며, 자연대류의 무차원수인 Gr 수와 강제대류의 무차원수인 Re 수의 상대적인 크기에 따른 강제대류, 혼합대류, 자연대류 그리고 층류 및 난류로 구분된다. 본 실험의 영역은 층류 및 천이 혼합대류영역에 속한다. 둘째, 강제대류 예비 실험을 통해 개발한 강제대류 물질전달 상관식(Fitted correlation)과 혼합대류 실험결과들을 Re 수가 증가하면서 비교하였다. 길이를 고정하고 Re 수를 변경하면서 혼합대류 영역을 확인하였다. 셋째, 수평관을 반상단(Top semi-circle)과 반하단(Bottom semi-circle)으로 나누어 부력의 영향으로 나타나는 이차 유동 패턴(Secondary flow pattern)을 Nu_D 값으로 확인하고, 반상단, 반하단의 Nu_D 값이 같아지는 지점에서의 Re 수 이후에서는 순수 강제대류 영역임을 확인하였다. 넷째, 무차원 길이(Dimensionless length)에 따른 평균 Nu_D 수를 기존의 문헌과 비교해 보았다. 학자들은 동일하게 무차원 길이를 Gz 수의 역수인 $L/(DRePr)$ 값으로 나타내고 있으며, 순수강제대류인 Graetz solution으로부터 벗어나고 Nu_D 값이 나타나고 일정해지는 부분을 혼합대류 영역이라고 하였다. 다섯째, 이미 알려진 부력계수에 대하여 Nu/Nu_f 에 대해서 나타내 보았으나, 기존에 알려진 부력계수의 정의와 출처가 불분명하였다. 그래서 수평관내 자연대류 상관식의 Gr_D 수와 강제대류의 Re 수를 물리적으로 조합하고, 수평관의 길이와 직경의 비를 추가하여 새로운 부력계수를 개발하였다. 새로운 부력계수에 대해서는 다른 학자들의 실험결과도 잘 설명할 수 있었다. 여섯째, 부력계수 도출을 통하여 수평관내 층류 혼합대류 상관식을 개발하였다.

1. 실험범위

혼합대류의 Test matrix는 Table 8과 같다. 황산(H_2SO_4)은 1.5M, 황산구리($CuSO_4$)는 0.1M로써 Pr 수는 2,094로 고정하였다. 가열벽면(Heated wall)을 모사하는 음극의 직경(D)은 0.026m와 0.032m로 Gr_D 수는 1.4×10^6 , 2.6×10^6 이고, 길이(L)를 0.03m~0.50m로 변화하며 실험을 수행하였다. 직경 0.026m에 대한 Re 수의 범위는 71~1270이고, 직경 0.032m에 대한 Re 수의 범위는 58~1030이다.

Table 8. Test matrix on laminar mixed convection inside a horizontal pipe.

D (m)	$Ra_D(Gr_D)$	L (m)	L/D	Re
0.026	$3.0 \times 10^9(1.4 \times 10^6)$	0.03	1.2, 1.9, 2.3, 3.8, 7.7, 11.5, 19.2	71, 141, 211, 422, 565, 708, 844, 1126, 1270
		0.05		
		0.06		
0.032	$5.5 \times 10^9(2.6 \times 10^6)$	0.10	0.9, 1.6, 1.9, 3.1 6.3, 9.4, 15.6	58, 115, 171, 343, 460, 571, 688, 913, 1030
		0.20		
		0.30		
		0.50		

Pr 2,094

2. 실험결과

1) 유동영역지도

기존의 유동영역지도(Classical flow regime map)에 대해서는 이론적 배경에서 설명하였다. 이를 Redrawn하여 본 실험의 범위를 Plot한 것이 Fig. 40이다. 마름모 모양의 심볼은 실험결과이고, 나머지 심볼들은 기존학자들의 실험결과이다. 기존 실험결과들은 층류 혼합대류와 자연대류 범위에 있다. 그러나 그들이 혼합대류와 강제대류의 기준선을 제시하지 않고 있고, 범위도 모호하다. 앞에서 언급하였듯이, Metais와 Eckert의 논문에서 유동영역지도 구성에 필요한 정보가 제공되어 있지 않으므로 상관식에 따른 재구성은 불가능하였고, 단순히 Plot에 의한 재구성만이 가능하였다. 또한 그들은 1940년~1960년의 실험데이터로써 신뢰성과 정밀도가 부족하며, 정량분석을 할 수 없었다.

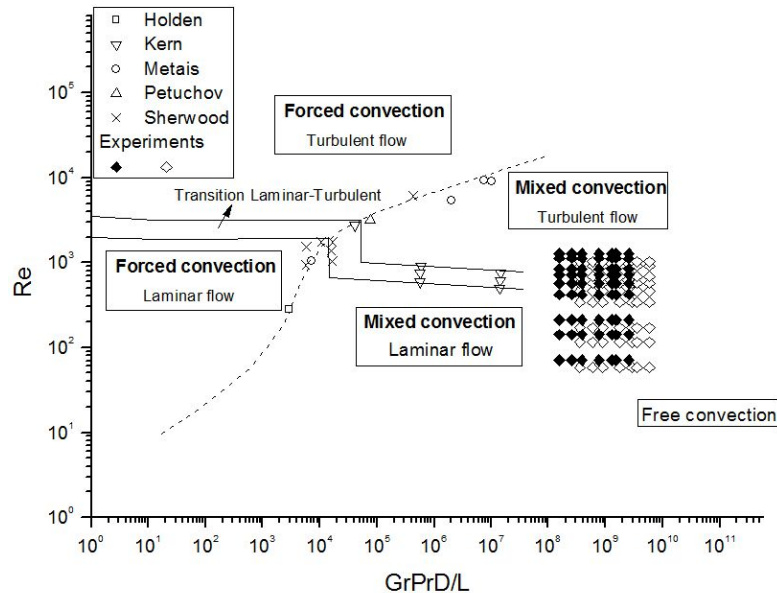


Fig. 40. Regimes of free, forced, and mixed convection for flow through horizontal pipe.

2) 강제대류와 혼합대류 비교

강제대류 예비실험에서 보았듯이, 길이 0.03m에서는 Re 수가 증가할수록 Nu_D 값을 Fench and Tobis 강제대류 물질전달 상관식과 비교하였으나, Nu_D 값은 그들의 상관식의 Nu_D 값보다 8.4%~8.6% 높았다. 이는 기하구조의 차이라고 판단하여 본 실험장치 시스템에 맞는 강제대류 상관식을 도출하였다.

Re_D 수가 3.0×10^9 인 직경 0.026m에서 각 길이에 대하여 $RePrD/L$ 값에 대한 평균 Nu_D 값을 상관식과 비교하였다 Fig. 41. 대체적으로 짧은 길이 0.03m, 0.05m, 0.06m에서는 상관식과 거의 일치함을 보이나, $RePrD/L$ 의 값이 낮은 경우($=5.0 \times 10^5$)에는 상관식보다 높은 Nu_D 값을 나타낸다. 이 경우 Re 수가 매우 낮거나 음극관의 길이가 매우 길어서 혼합대류가 되는 부분이다. Re 수가 감소하면 수평방향으로 붙어주는 유체의 속도가 작으므로 수직방향으로 부력의 영향이 방해받지 않고 추가되므로 강제대류 상관식보다 높은 Nu_D 값을 나타낸 것으로 판단된다. 또한 길이 0.20m 이상에서의 Nu_D 값은 수평관의 길이가 증가함으로써 부력의 영향이 상대적으로 증가한 것이며, 매우 큰 부력의 영향으로 인해 유체의 속도와 무관하게 된 것으로 판단된다.

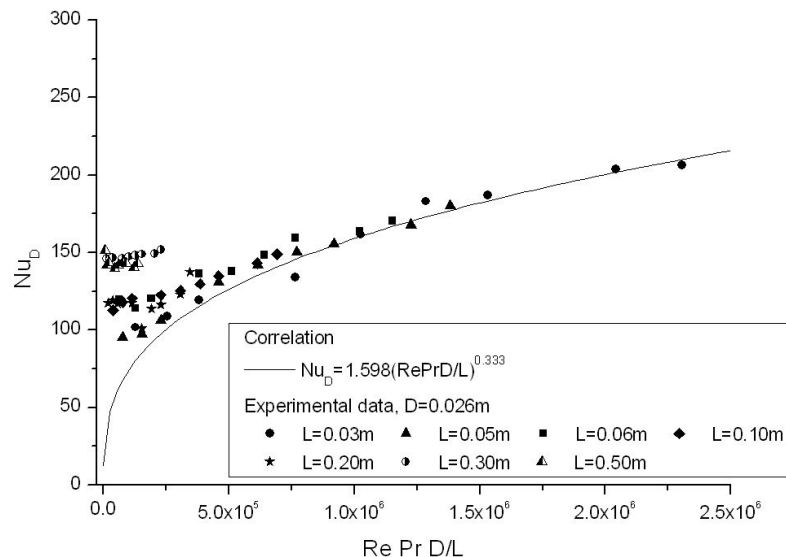


Fig. 41. Test results as $RePrD/L$ for $D=0.026m$.

Fig. 42는 Ra_D 수가 5.5×10^9 인 직경 0.032m에서 각 길이에 대하여 강제대류 상관식과 비교하였다. 직경 0.026m에서 결과와 같은 경향을 보였으나, 다른 점은 직경 0.026m에 비해서 높은 Re 수에서도 혼합대류 영역이 존재한다는 것이다. 이는 직경이 커지면서 부력의 영향을 증가시켰을 것이라고 판단된다. 또한 길이가 증가할수록 높은 Re 수에서의 강제대류 상관식의 Nu_D 값과 비슷한 Nu_D 값을 나타내고 있다. 이는 직경과 길이가 증가할수록 유체의 속도가 증가할 때보다 감소할 때 부력의 영향으로 높은 Nu_D 값을 가질 것으로 예상할 수 있다. 그러므로 부력의 효과를 기대하기 위해서는 길이뿐만 아니라 직경도 영향을 주는 것으로 판단된다.

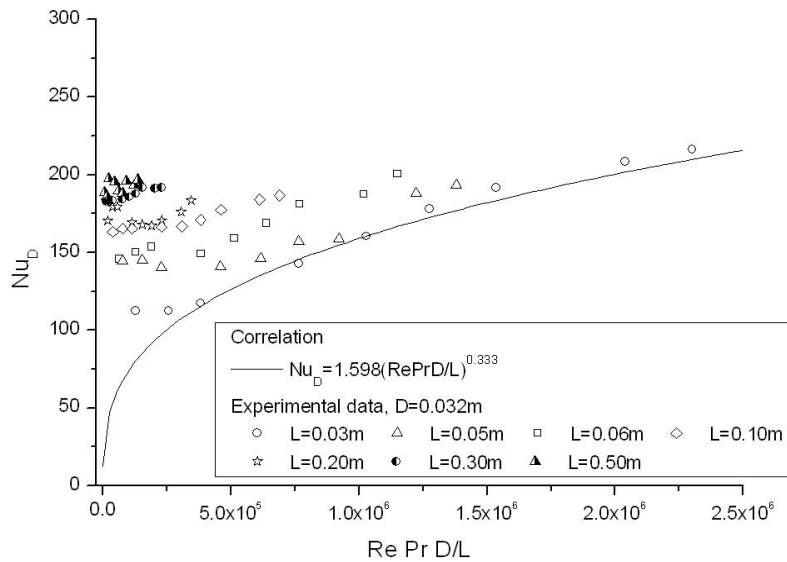


Fig. 42. Test results as $RePrD/L$ for $D=0.032m$.

3) 수평관의 상단과 하단에서의 Nu_D 값 비교

Fig. 43은 수평관의 직경 0.026m에서 길이 0.05m, 0.06m, 0.10m, 0.20m에 대한 음극관 반상단(Semi-circle top)과 반하단(Semi-circle Bottom)의 Nu_D 값을 측정하였고, 실험값의 Fitting한 것이다. 이는 문헌조사에서 부력으로 야기되는 이차 유동패턴(Secondary flow pattern)의 현상을 Nu_D 값으로 확인하기 위한 것이다. 앞에서 언급했듯이, 낮은 Re 수에 대해서는 부력의 영향이 크게 작용하므로 모든 길이에서 수평관의 상단과 하단의 Nu_D 값 차이가 크다. Re 수가 증가함으로써 수평관의 상단과 하단의 Nu_D 값이 일치하게 되는데, 이때의 Re 수 이후에서는 강제대류 영역이 지배하는 것으로 볼 수 있다. Fitting식에 의하여 수평관의 상단과 하단의 Nu_D 값이 같아지는 Re 수를 알 수 있다. 각 길이에 대하여 Re 수는 길이 0.05m인 경우 820, 길이 0.06m인 경우 1,240, 길이 0.10m인 경우 1,580, 길이 0.20m인 경우 2,660으로 계산된다. Fig. 44는 계산된 Re 수 이상에서 강제대류 상관식과 일치하는지 확인한 것이다. 길이 0.05m, 0.06m에서는 점선을 기준으로 Re 수가 그 이하에서는 혼합대류 영역이고, 그 이상에서는 강제대류 영역으로 판단할 수 있다. 길이 0.10m, 0.20m에서는 본 실험범위에 대해서는 혼합대류 영역임을 확인 할 수 있다.

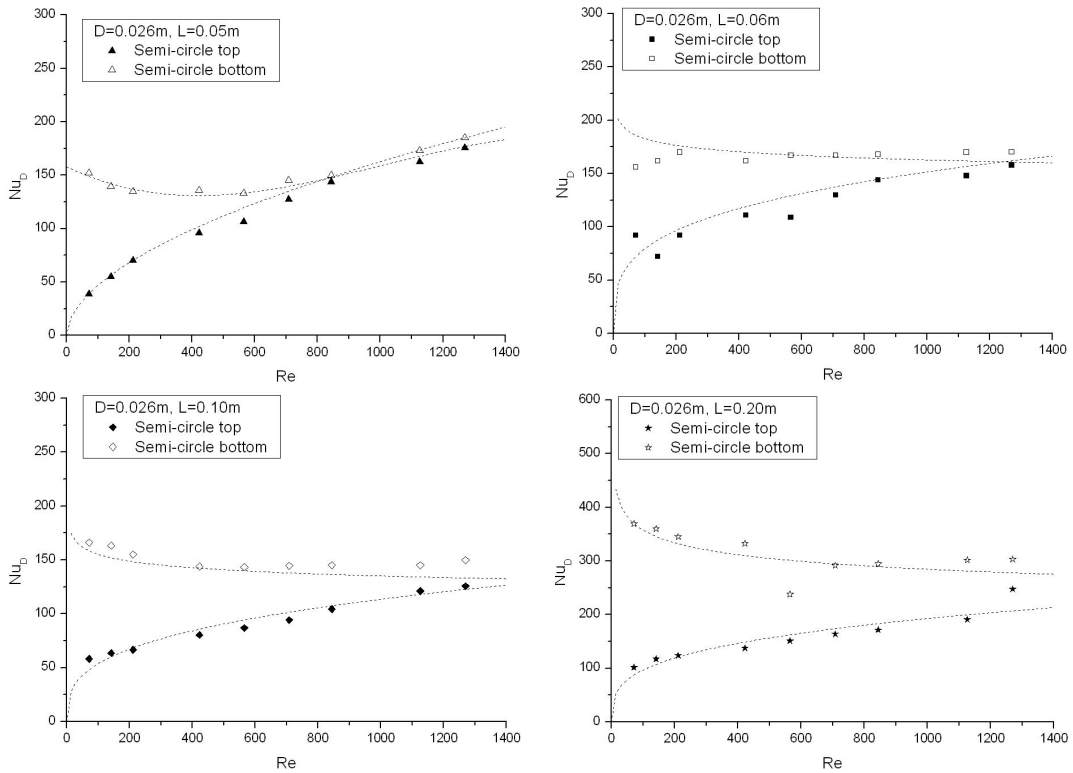


Fig. 43. Nu as Re for top semi-circle and bottom semi-circle, $D=0.026\text{m}$.

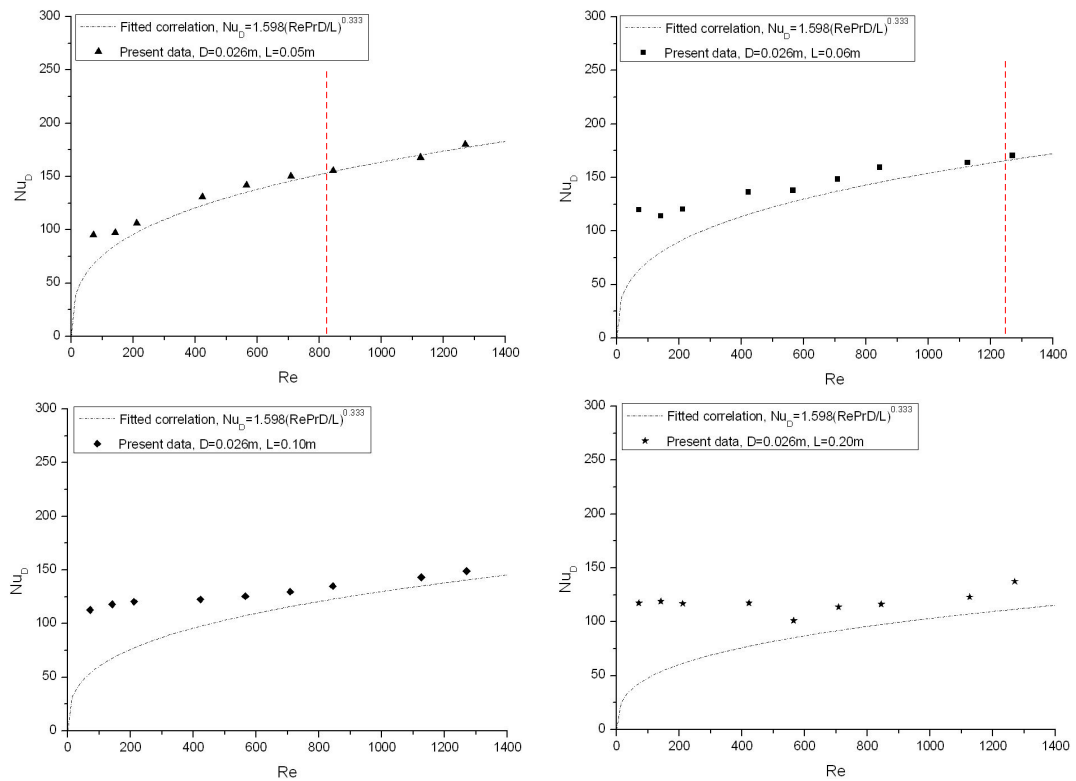


Fig. 44. Nu as Re for single electrode, $D=0.026\text{m}$.

4) 무차원 길이에 따른 혼합대류 영역확인

Fig. 45는 학자들이 정의하고 있는 무차원 길이(Dimensionless length)에 따른 Nu_D 값을 본 실험 결과와 기존학자들의 실험결과를 비교한 것이다. Solid line은 Fitted 상관식을, Dashed line은 Shah and London의 강제대류 열전달 상관식을, Dotted line은 Kays가 정의한 *Asymptote*를 나타낸다. 그래프의 왼쪽 상단에 있는 박스는 본 실험결과를 나타내고, 오른쪽 하단에 있는 박스는 기존 학자들의 실험결과를 나타낸다. 이와 같이 본 실험결과와 학자들의 무차원거리의 범위가 다르다. 그러므로 학자들의 실험결과와 직접적으로 비교할 수는 없다. 그러나 본 실험에서 강제대류의 실험결과가 *Graetz solution*의 곡선을 따라가고, 혼합대류 실험결과가 *Graetz solution*곡선과 *Asymptote* 곡선 사이에 존재하는 것은 기존의 실험결과와 동일하다.

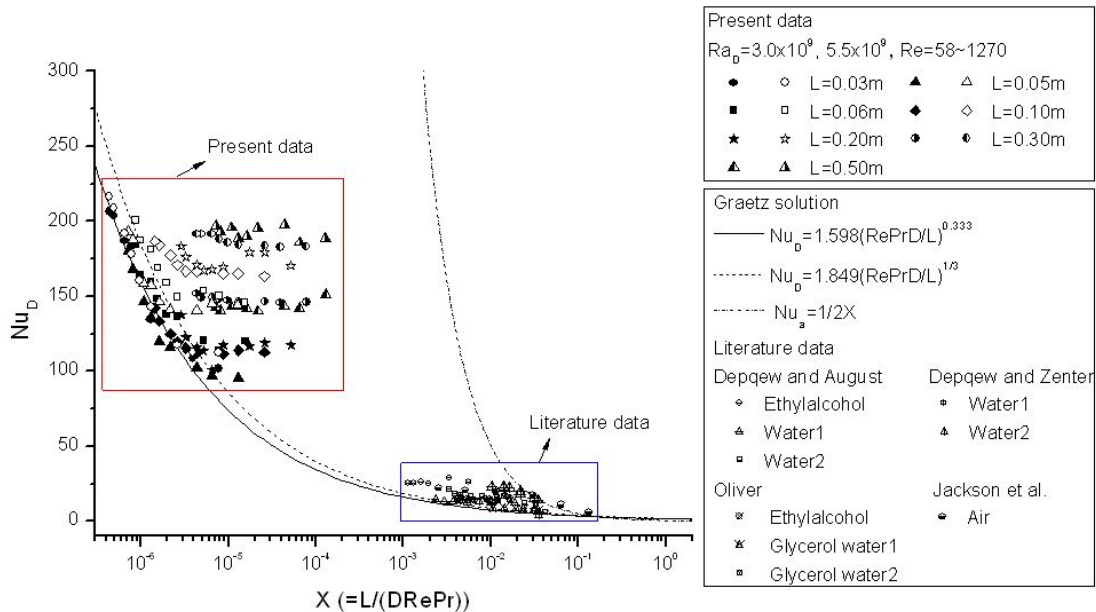


Fig. 45. The comparison of the literature data and present data for Nu_D as dimensionless length X .

Fig. 46은 Fig. 45에서 기존학자들의 실험결과를 확대한 것이다. Shome and Jensen, Ou and Cheng의 수치적 결과를 추가하여 비교하였다. 강제대류 상관식,

Shah and London의 상관식, Ou and Cheng의 $Ra_D=0$ 의 수치적 결과 모두 *Graetz solution*이라 볼 수 있다. 기존 학자들의 실험결과와 수치적 연구를 비교한 결과 *Graetz solution*의 상관식과 *Asymptote* 상관식 사이에 혼합대류 결과가 Plot되고, Ra_D 수에 따른 Nu_D 값 경향이 동일하였다. 그러나 Jackson et al.의 실험결과는 *Asymptote*의 상관식을 벗어난다. 이것은 Jackson et al. 의 실험결과 의 오류가 있다고 판단된다.

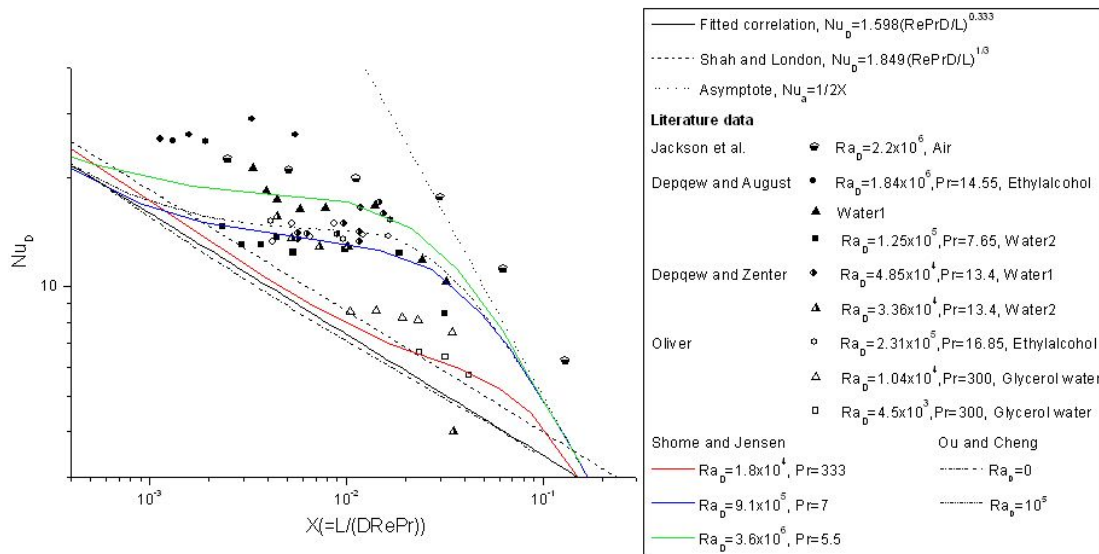


Fig. 46. Average Nu_D for literature data of experimental and numerical.

Fig. 47은 본 실험의 결과를 확대한 것이다. Solid line은 상관식이고, Dotted line은 *Asymptote*를 나타낸다. 폐도형은 직경 0.026m, 개도형은 직경 0.032m의 실험결과를 나타낸다. 실험결과 모든 직경에서 길이 0.03m에 대한 Nu_D 값은 상관식과 거의 일치하고, 낮은 Re 수 또는 수평관의 길이가 매우 긴 길이에서는 Fitted 상관식보다 높은 Nu_D 값을 나타내며, 이는 혼합대류 영역임을 알 수 있다.

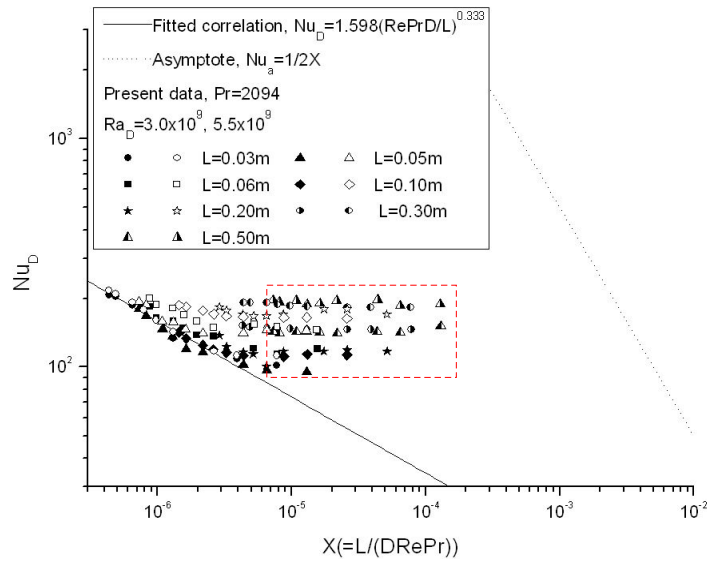


Fig. 47. Test results for $D=0.026\text{m}$, 0.032m .

① Ra_D 수에 따른 부력의 영향

Fig. 48은 본 실험의 결과를 모든 직경, 길이, Re 수에 대해서 Plot한 것이다. 기존문헌에서 언급하였듯이, 혼합대류 영역에서의 결과는 Ra_D 수에 따라 다르게 나타난다. Ra_D 수가 높을수록 순수 강제대류곡선을 따라가다가 낮은 무차원거리에서 혼합대류 영역이 나타난다. 이것을 보여주기 위해 Fig. 47에서 같은 수평관의 길이에서 Ra_D 수가 다른 실험결과를 비교해 보았다. 각 길이에 대해서 직경 0.026m , 0.032m 를 무차원거리에 따른 Nu_D 수를 강제대류 상관식과 비교하였다. 길이 0.03m 는 강제대류로 취급할 수 있으므로 Nu_D 값이 Ra_D 수에 따른 큰 차이가 없다. 그러나 길이 0.05m 이상에서는 Ra_D 수에 따른 Nu_D 값의 차이가 나타나며 그 차이가 일정하다.

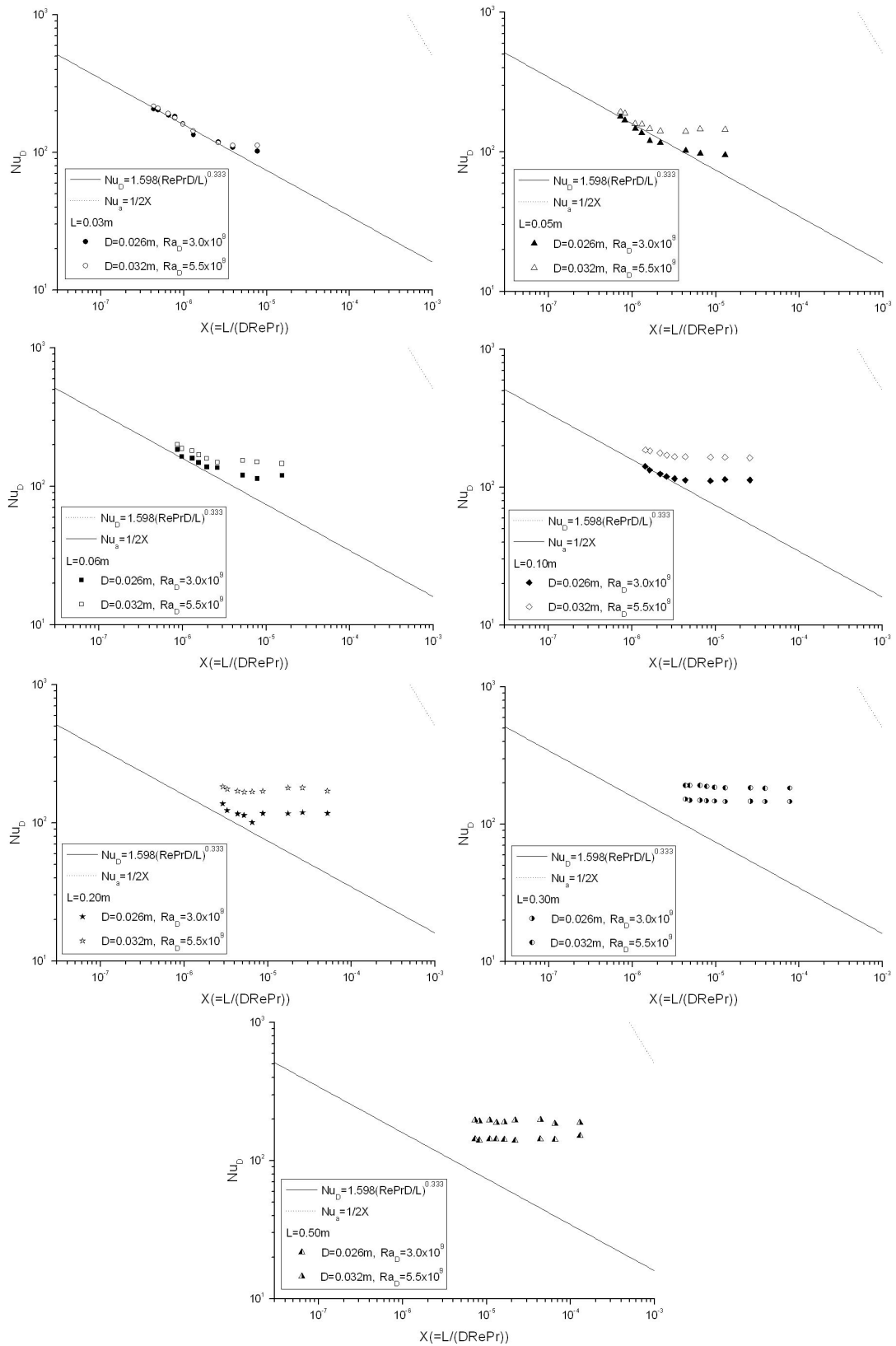


Fig. 48. Nu_D as X for Ra_D , $D=0.026m, 0.032m$.

5) 부력계수(Buoyancy coefficient) 정의 및 검증

일반적으로 혼합대류의 실험결과를 나타낼 때, 부력계수에 따른 혼합대류와 강제대류의 Nu 수의 비로 나타낸다. 혼합대류의 Nu 값이 강제대류의 Nu 값보다 어느 정도 증가 혹은 감소하였는지 기준을 정해주기 위한 것이다. 부력계수의 정의 방법론은 자연대류와 강제대류의 비로써 Gr_D 수, Re 수의 크기정도가 Nu 값 증가에 어느 정도 기여하는지에 대해 나타낼 수 있다. 수직관의 경우 Jackson et al.은 부력계수를 아래와 같이 정의 하였다.

$$B_o = 8 \times 10^4 \frac{Gr}{Re^{3.425} Pr^{0.8}} \quad (43)$$

수평관의 경우도 마찬가지로 정의된 부력계수에 의해 혼합대류와 강제대류의 Nu 비로써, 혼합대류의 영역을 Nu_D 값으로 확인할 수 있다. 그러나 몇 가지 문제가 있다. 첫 번째, Yang and Yang, Coutier and Grief는 부력계수 Gr/Re^2 를 쓰고, Gebhart는 $Gr/Re^{2.5}$ 를 쓰고 있으나 이들 부력계수의 물리적인 근거를 찾을 수 없다. 둘째, 둘 중에 어느 것을 쓰고 있는지 가장 적합한 부력계수는 무엇인지 확신 할 수 없다. 셋째, 부력의 효과에 큰 영향을 끼치는 길이에 대해 나타내지 않고 있다.

위의 세 가지 문제로 이번 절에서는 부력계수를 정의 하였다. 첫 번째, 부력계수 정의 방법론으로 자연대류와 강제대류의 상관식을 통한 기본적인 부력계수를 만들고, 두 번째, 기존 학자들이 쓰고 있는 부력계수들과 비교하였다. 세 번째, 새로 만든 부력계수 그리고 기존 학자들의 부력계수에 음극관의 길이와 직경 비의 영향을 추가하여 비교하였다. 네 번째, 기존 학자들의 실험결과를 추가하여 각 부력계수에 대하여 Plot하여 비교하였다. 마지막으로 비교결과 가장 적합한 부력계수를 결정하였다.

① 기본적인 부력계수의 정의

수평관내 강제대류 상관식과 자연대류 상관식을 이용하여 기본적인 부력계수에 대하여 다음과 같이 정의 하였다. 강제대류 상관식은 예비실험에서 언급하였듯이 본 실험 장치에서의 강제대류 상관식을 나타내었다.

$$\text{Natural convection} \quad Nu_D = 0.703(Gr_D Pr)^{1/4} \quad (44)$$

$$\text{Forced convection} \quad Nu_D = 1.598(Re Pr D/L)^{0.333} \quad (45)$$

$$\begin{aligned} B_o &\equiv \frac{\text{Natural convection}}{\text{Forced convection}} \\ &= \frac{Ra^{1/4}}{Pe^{1/3}} \\ &\approx \left(\frac{Gr Pr}{Re^{4/3} Pr^{1/3}} \right)^{1/4} \\ &= (Gr_D / Re^{4/3} Pr^{1/3})^{1/4} \\ \therefore B_o &= (Gr_D / (Re^{4/3} Pr^{1/3}))^{1/4} \quad (46) \end{aligned}$$

② 기존 학자들이 쓰는 부력계수와 비교

위에서 새롭게 정의한 부력계수 $(Gr_D / (Re^{4/3} Pr^{1/3}))^{1/4}$ 를 B_o1 이라고, 기존 학자들이 제시한 부력계수 Gr/Re^2 를 B_o2 , $G/Re^{2.5}$ 를 B_o3 이라고 하였다. 직경 0.026m에 대하여 본 실험결과와 Fitted 상관식과의 비를 Plot하여 비교해 보았다. Fig. 49, Fig. 50, Fig. 51 각각 B_o1 , B_o2 , B_o3 에 대해 나타내었다. 각 부력계수에 따른 Nu/Nu_f 의 경향은 다르지 않았다. L/D 가 가장 낮은 1.2에 대해서는 Nu/Nu_f 값은 Re 수가 감소하여도 1에 가까웠고, L/D 가 가장 높은 19.2는 매우 높은 Nu/Nu_f 값을 나타내었다. 결과적으로 L/D 의 영향이 나타남을 확인할 수 있었다. L/D 의 영향을 나타내기 위해서 다음 실험결과들을 Fitting을 한 것이 Dashed line이다. 이들 Fitting식들은 $y = ax^b$ 형태이고, b 값을 고정하여 a 와 L/D 의 상관 관계를 통해 새로운 부력계수를 유도하였다.

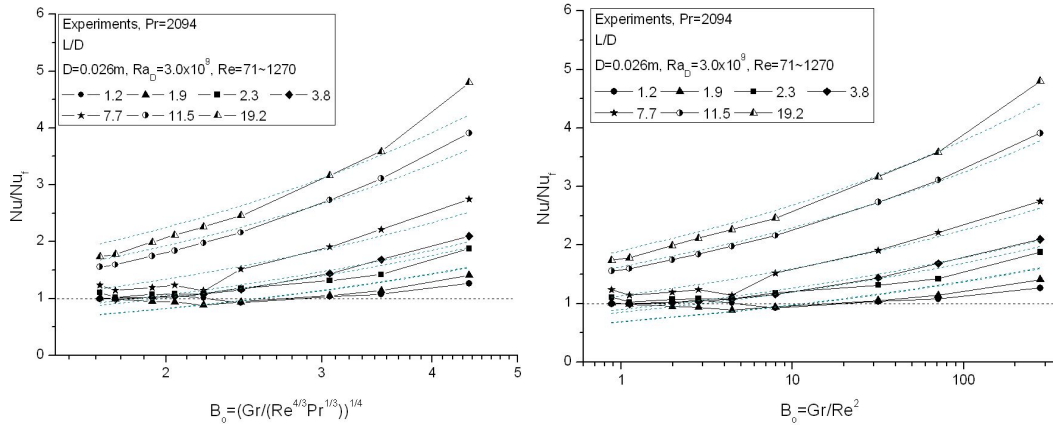


Fig. 49. Nu ratio as B_{o1} for each L/D . Fig. 50. Nu ratio as B_{o2} for each L/D .

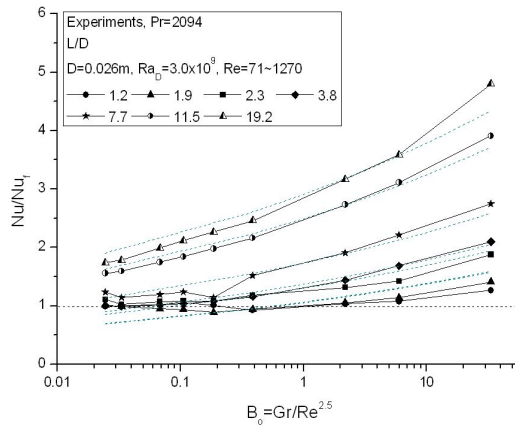


Fig. 51. Nu ratio as B_{o3} for each L/D .

③ L/D 의 영향을 추가한 부력계수

Figs. 52, 53, 54는 각 부력계수 B_{o1} , B_{o2} , B_{o3} 에 대하여 L/D 의 인자를 곱해주어 B_{o1}' , B_{o2}' , B_{o3}' 의 부력계수를 만들었다. 부력계수에 대한 Nu/Nu_f 값은 직경 0.026m, 0.032m에 대한 길이 0.03m~0.50m의 실험결과이다. Figs. 52, 53, 54의 그래프에서 본 실험결과만 보면, 모든 Ra_D 수, 모든 L/D 는 하나의 선상에 Plot 되는 것처럼 보인다. 가장 작은 L/D 는 Nu/Nu_f 값이 1에 가깝고, 가장 큰 L/D 는 부력계수도 크고, Nu/Nu_f 값이 매우 크다. 또한 Re 수가 감소하면 부력계수가 증가하게 되는데, 이에 따른 Nu/Nu_f 값도 급격히 증가한다.

부력계수가 본 실험범위에서만 적용되는 것이 아니라는 것을 보여주기 위하여 다른 학자들의 실험결과를 Plot하였다. 대표적으로 Depew and August, Depew and Zenter, Oliver의 실험결과를 나타내었다. 각 학자들의 실험범위는 Ra_D 수가 $10^3 \sim 10^6$ 까지이며, 다양한 유체를 사용하였고, L/D 는 대체로 높은 수로 고정하였다. Fig. 52에서 부력계수 $B_o I'$ 학자들의 실험결과가 본 실험결과와 겹친다. 그리고 높은 Ra_D 수에서 높은 Nu/Nu_f 값을 보이며 규칙성을 보인다. 정의한 부력계수가 본 실험이 이외의 실험에서도 적용이 되며, 상관관계로써 유효하다는 것을 보여준다. 그러나 Figs. 53, 54에서는 학자들의 실험결과와 본 실험의 결과와 겹치지 않는 부분이 보인다. 이는 부력계수 $B_o 2'$, $B_o 3'$ 에 Pr 수 인자가 없으므로 다양한 Pr 수인 학자들의 실험결과를 하나의 부력계수 상관식으로 설명할 수 없기 때문이라고 판단된다.

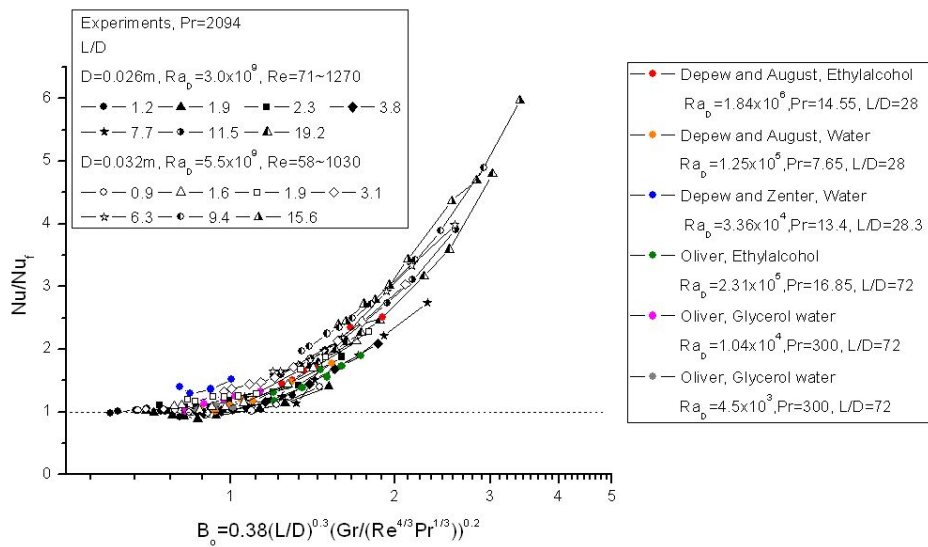


Fig. 52. Nu/Nu_f as $B_o I'$ and experiments data of authors.

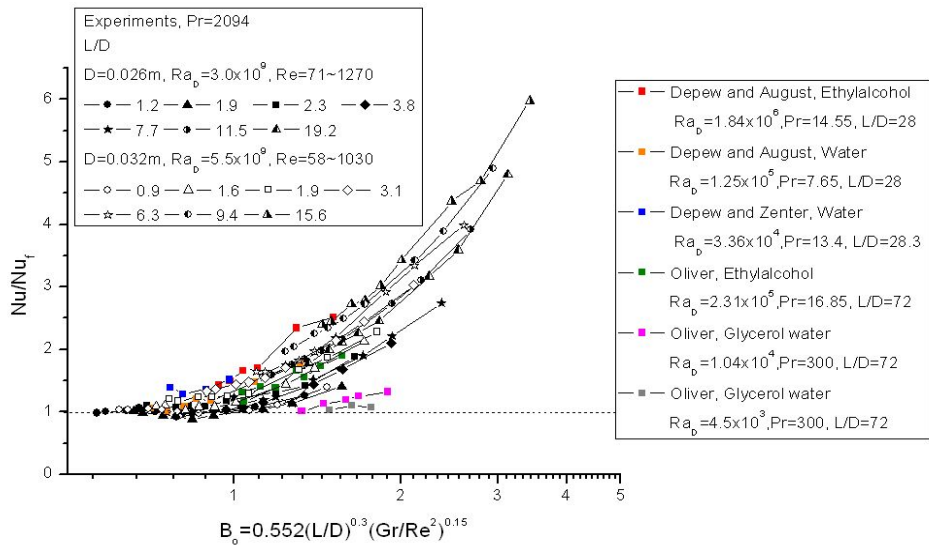


Fig. 53. Nu/Nu_f as $B_o 2^1$ and experiments data of authors.

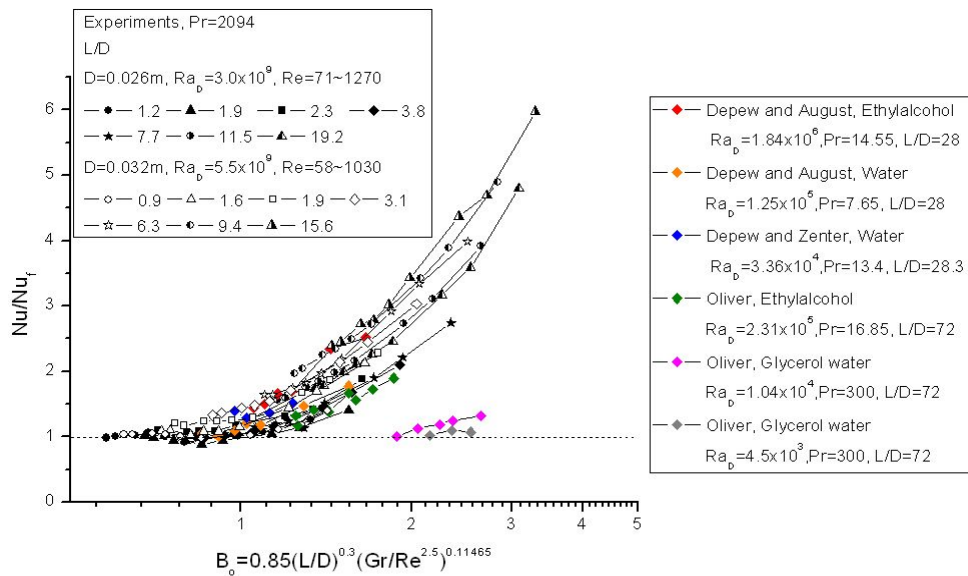


Fig. 54. Nu/Nu_f as $B_o 3^1$ and experiments data of authors.

6) 층류 혼합대류 상관식 개발

앞에서 정의한 부력계수 $B_o I'$ 를 통해 수평관내 혼합대류 상관식을 정의할 수 있다. 혼합대류 상관식은 고려대상이 되는 계(System)의 유사한 강제대류 및 자연대류 구동력을 가지는 계에서의 결합으로써 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$Nu_{mix}^A = |Nu_f^A \pm Nu_n^A| \quad (47)$$

$$\left(\frac{Nu_{mix}}{Nu_f}\right)^A = \left|1 \pm \left(\frac{Nu_n}{Nu_f}\right)^A\right| \quad (48)$$

$$\frac{Nu_{mix}}{Nu_f} = \left\{ \left| 1 \pm \left(\frac{Nu_n}{Nu_f}\right)^A \right| \right\}^{1/A} \quad (49)$$

여기서 Nu_n/Nu_f 항은 부력계수를 나타내는 항으로 위에서 정의하였다. 그러므로 식 (9)과 같이 상관식을 나타낼 수 있다.

$$\frac{Nu_n}{Nu_f} = 0.38(L/D)^{0.3} \left(\frac{Gr}{Re^{4/3} Pr^{1/3}} \right)^{0.2} \quad (50)$$

$$\frac{Nu_{mix}}{Nu_f} = \left\{ 1 \pm \left(0.38(L/D)^{0.3} \left(\frac{Gr}{Re^{4/3} Pr^{1/3}} \right)^{0.2} \right)^A \right\}^{1/A} \quad (51)$$

본 실험의 결과와 학자들의 실험결과가 하나의 선상에 Plot되었고, 실험결과에 대해 하나의 상관식으로 현상을 설명할 수 있다. 위의 식을 토대로 층류 혼합대류 상관식은 아래와 같고, 이를 Fig. 55에 나타내었다. L/D 를 포함한 부력계수가 포함된 상관식이다. 식에서 (-)는, 수직 혼합대류에서는 부력의 영향이 열전달을 감소시키는 순부력 유동이 존재하기 때문이고, 본 실험에서는 부력의 영향이 항상 열전달을 증가시키기 때문에 (-)는 제외하였다. 상관식의 신뢰성을 보여주기 위하여 오차를 Table 9에 나타내었다. 상관식과 본 실험의 평균 오차는 9.48%이고, 상관식과 학자들의 실험결과의 평균 오차는 9.20%으로 대체로 오차가 작다. 본 실험 이외의 학자들의 실험결과의 오차가 매우 작은 걸로 보아 상관식(10)이 적합하다는 판단을 하였다. 수평관에 대하여 기존 학자들이 나타내는 형식으로

상관식을 나타내면 식 (11)과 같다.

$$\frac{Nu_{mix}}{Nu_f} = \left\{ 1 + \left(0.38(L/D)^{0.3} \left(\frac{Gr}{Re^{4/3} Pr^{1/3}} \right)^{0.2} \right)^5 \right\}^{0.27}$$

$$\frac{Nu_{mix}}{Nu_f} = \left\{ 1 + 0.38(L/D)^{1.5} \left(\frac{Gr}{Re^{4/3} Pr^{1/3}} \right) \right\}^{0.27} \quad (52)$$

$$Nu_{mix} = 1.598 Gz^{1/3} \left\{ 1 + 0.38(L/D)^{1.5} \left(\frac{Gr}{Re^{4/3} Pr^{1/3}} \right) \right\}^{0.27} \quad (53)$$

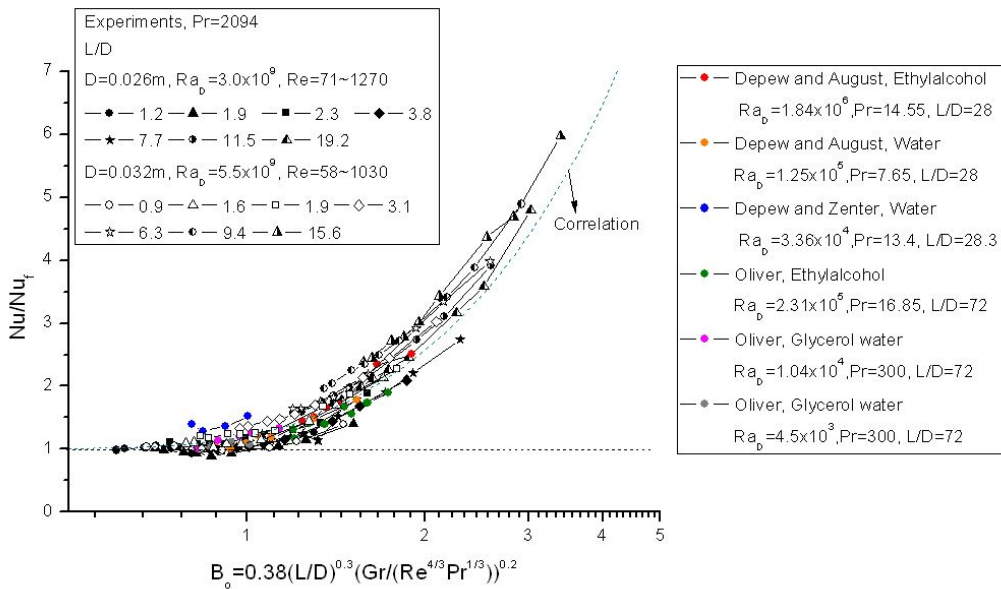


Fig. 55. Empirical correlation reflecting the L/D .

Table 9. Relative error correlation and experiments data.

Correlation & Experiments data			Correlation & Data of authors		
Max.	Min.	Average	Max.	Min.	Average
26.36%	0.57%	9.48%	33.97%	0.02%	9.20%

VI. 결 론

본 연구는 열전달과 물질전달의 상사성 개념을 이용하여, 수평관내 혼합대류 열전달 현상을 물질전달 실험을 통하여 모사하였다. 수직관 기하구조에서 혼합대류 연구는 많이 수행되었으나, 수평관의 기하구조에서의 연구는 부족하다. 연구된 몇몇의 실험데이터는 오래된 것이고, 최근 연구는 수치적으로 연구한 것이 전부이다. 또한 기존 학자들은 무차원 길이(Dimensionless length)에 대한 Nu 값을 측정하여 혼합대류 영역을 확인하는 일관적인 결론이었다. 본 실험을 수행함으로써 기존 학자들의 연구를 현상학적으로 조사하고, 실험을 통해 혼합대류 영역을 확인하였으며, 부력계수 도출 및 상관식을 개발하였다.

수평관내 자연대류의 예비실험을 통하여 수평관내 자연대류 현상은 환형(Annulus)형태의 자연대류 현상과 같으며, 수평관 내부를 각도에 따라 Piecewise 하여 국부 열전달을 측정하였다. 그 결과 하단에서 발전하는 경계층에 의해서 열전달이 달라짐을 확인하였다. 이는 벽면을 따라 상승하는 경계층이 두꺼워짐에 따라 달라지며, 이는 직경에 따라 층류 그리고 난류를 구분할 수 있었다. 따라서 내부 각도에 따른 열전달 상관식을 개발하였다.

수평관내 강제대류 예비실험을 통하여 본 실험의 기하구조에 따른 강제대류 상관식을 도출하였다. 기존에 알려진 강제대류 상관식은 상·하단 평판이고, 본 실험은 원형관의 기하구조이다. 다른 기하구조이므로 상관식이 일치하지 않음을 확인하였다.

예비실험에서 도출한 강제대류 상관식과 혼합대류 실험결과를 비교한 결과, 음극관의 모든 직경에서 길이가 매우 짧은 경우 강제대류 영역임을 확인하였다. 음극관의 길이가 증가하거나 Re 수가 감소할 경우 강제대류보다 높은 Nu 값을 나타내는 것을 확인하였다. 이는 첫째, 길이가 증가함으로써 부력이 구동되는 면적의 넓이가 증가되기 때문이다. 두 번째, Re 수가 감소하면 축방향으로 붙어주는 유체의 속도가 감소하게 되어 상대적으로 부력의 영향이 증가하기 때문이다. 음극관을 반상단과 반하단으로 나누어 열전달을 측정하였다. 상단과 하단의 열전달

이 같아지는 즉, 순수 강제대류가 되는 Re 수를 찾았다. 그 Re 이하에서는 혼합 대류 영역이 되는데, 그 이유는 부력의 영향이 이차유동패턴을 야기 시키며, 이로 인하여 상단과 하단벽면의 속도 및 온도분포가 변화되기 때문이다.

기존학자들이 이용하고 있는 부력계수(Buoyancy coefficient)에 대한 정의가 모호하고, 명확하지 않으므로 준실험유도(Semi-empirical derivation)를 통하여 새로운 부력계수를 정의하였다. 수평관내 자연대류 상관식과, 강제대류 상관식을 토대로 하였고, 음극관의 길이와 직경의 비를 추가하였다. 부력계수는 본 실험뿐만 아니라 다른 학자들의 실험결과도 잘 설명해줄 수 있었다. 또한 부력계수 유도를 통해 층류 혼합대류 상관식을 개발하였다. 상관식은 기존 층류 혼합대류 상관식과 같은 형태로 강제대류 항과 자연대류 항을 결합한 형태이며, 이 또한 다른 학자들의 실험을 잘 설명해주었다.

VII. 참고 문헌

A. Bejan, Convection Heat Transfer, 2nd ed., New York, John Wiley & Sons, INC., 1994.

A. F. Polyakov et al., Velocity and temperature distributions of a turbulent air flow in a horizontal pipe under the influence of thermogravitational forces, Translated from *Inzhenerno-Fizicheskii Zhurnal*, Vol. 27, No. 5, pp. 908-924, 1975.

A. F. Polyakov, Development of secondary Free convection current in forced turbulent flow in horizontal tubes, *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, Vol. 15, pp. 632-637, 1973.

A. R. Brown and M. A. Thomas, Combined Free and Forced Convection Heat Transfer for Laminar Flow in Horizontal tubes, *J. Mechanical engineering Science*, Vol. 7, No. 4, pp. 440-448, 1965.

B. Farouk, S. I. Guceri, Laminar and Turbulent Natural Convection in the Annulus Between Horizontal Concentric Cylinders, *Journal of Heat Transfer*, Vol. 104, pp. 631-636, 1982.

B. J. Chung, J. H. Eoh, J. H. Heo, Visualization of Natural Convection on a Horizontal Cylinder, *Heat and Mass Transfer* Vol. 47, pp. 1445-1452, 2011.

B. J. Chung, J. H. Heo, M. H. Kim, G. U. Kang, The effect of top and bottom lids on natural convection inside a vertical cylinder, *International*

Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 54, pp. 135-141, 2011.

B. J. Chung, J. H. Eoh, J. H. Heo, Visualization of natural convection on a horizontal cylinder, Heat and Mass Transfer, Vol. 47, No. 11, pp. 1445-1452., 2011.

B. J. Ko, W. J. Lee, B. J. Chung, Turbulent mixed convection heat transfer experiments in a vertical cylinder using analogy concept, Nuclear Engineering and Design, Vol. 240, pp. 3967-3973, 2010.

B. S. Petukhov in T. F. Irvine and J. P. Hartnett, Eds., Advances in Heat Transfer, Vol. 6, Academic Press, New York., 1970.

B. S. Petukhov and A. F. Polyakov, Flow and Heat Transfer in Horizontal Tubes under the Combined Effect of Forced and Free Convection, Proc. 4th Int. Heat Transfer Conf., paper NC 3.7, Vol. 8, pp. 1-11, 1970.

B. Shome and M. K. Jensen, Mixed Convection Laminar Flow and Heat transfer of Liquids in Isothermal Horizontal Circular Ducts, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 38, part 1, pp. 1945-1956, 1995.

B. Metais and E. R. G. Eckert, Forced, mixed, and free convection regimes, Journal of Heat Transfer, Vol. 86, pp. 295-296, 1964.

C. J. Ho, Y. H. Lin, Natural Convection Heat Transfer of Cold Water Within a Eccentric Horizontal Cylindrical Annulus, Transactions of the ASME 110, pp. 894-900, 1988.

E. J. Fench and C. W. Tobias, Mass transfer by free convection at horizontal

electrodes, *Electrochimica Acta*, Vol. 2. No. 4, pp. 311–325, 1960.

E. N. Sieder and G. E. Tate, *Ind. Eng. Chem.*, 28, 1429, 1936.

F. C. Chou and G. J. Hwang, Numerical Analysis of the Graetz Problem with Natural Convection in a Uniformly Heated Horizontal Tube, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 31, No. 6, pp. 1299–1308, 1988.

G. U. Kang and B. J. Chung, The experimental study on transition criteria of natural convection inside a vertical pipe, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 37, pp. 1507–1063, 2010.

G. U. Kang and B. J. Chung, The Experimental Study on Transition Criteria of Natural Convection inside a Vertical Pipe, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 37, No. 8, pp. 1057–1063, 2010.

H. A. Mohammed and Y. K. Salman, The Effects of Different Entrance Sections Lengths and Heating on Free and Forced Convection Heat Transfer inside a Horizontal Circular Tube, *Int. Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 34, pp. 769–784, 2007.

H. SARAC and O. KORKUT, External and internal natural convection mass transfer at cylindrical tubular electrodes, *J. of Chem. Eng. of Japan*, Vol. 32, No. 1, pp. 130–133, 1999.

H. Q. Yang, K. T. Yang, J. R. Lloyd, Rotational Effects on Natural Convection in a Horizontal Cylinder, *A.I.Ch.E. Journal*, Vol. 34, No. 10, pp. 1627–1633, 1988.

J. R. Selman, C. W. Tobias, Mass Transfer Measurement by the Limiting Current Technique, *Advances in Chemical Engineering*, 10, Academic Press, New York, London, pp. 212-279, 1978.

J. W. Ou and K. C. Cheng, Natural convection effects on Graetz problem in horizontal isothermal tubes, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 20, pp. 953-960, 1977.

K. Futagami et al., Forced Convection Heat Transfer in Uniformly Heated Horizontal Tubes, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 9, pp. 453-463, 1966.

K. U. Kang and B. J. Chung, The effects of the anode size and position on the limiting currents of natural convection mass transfer experiments in a vertical pipe, *Transactions of the KSME B*, Vol. 34, No. 1, pp. 1-8, 2010.

M. Hishida et al., Combined Forced and Free Convection in the Entrance Region of an Isothermally Heated Horizontal Pipe, *J. of Heat Transfer*, Vol. 104, pp. 153-159, 1982.

M. S. Chae, B. J. Chung, The effect of pitch-to-diameter on natural convection heat transfer of two vertically aligned horizontal cylinders, *Chemical Engineering Science*, Vol. 66, pp. 5321-5329, 2011.

P. Coutier and R. Grief, An Investigation of Laminar Mixed Convection inside a Horizontal Tube with Isothermal Wall Conditions, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 28, pp. 1293-1306, 1985.

R. H. S. Winterton, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 41, 809, 1998.

R. W. Allen and E. R. G. Eckert, Friction and Heat Transfer Measurements to Turbulent Flow of Water with Uniform Wall Heat Flux, ASME J. of Heat Transfer, Vol. 86, pp. 301-310, 1964.

S. H. Ko, D. W. Moon and B. J. Chung, Applications of Electroplating Method for Heat Transfer Studies Using Analogy Concept, Nuclear engineering and Technology, Vol. 38, pp. 251-258, 2006.

S. H. Ko, K. W. Moon, B. J. Chung, Applications of electroplating method for heat transfer studies using analogy concept, Nuclear Engineering and Technology, Vol. 38, pp. 251-258, 2006.

Sheldon Weinbaum, Sperry Rand Research Center, Sudbury, Mass., 1963.

S. Ostrach, Advances in Heat Transfer, Academic Press Inc., p. 161, 1972.

S. Ostrach et al., An experimental investigation of natural convection in a horizontal cylinder, J. Fluid Mech. Vol. 44, No. 3, pp. 545-561, 1970.

S. T. McComas and E. R. G. Eckert, Combined Free and Forced Convection in a Horizontal Circular Tube, J. Heat Trans., Vol. 88, No. 2, pp. 147-153, 1966.

T. H. Kuehn and R. J. Goldstein, An Experimental and Theoretical Study of Natural Convection in the Annulus Between Horizontal Concentric Cylinders, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 75, pp. 695-719, 1976.

T. W. Jackson, J. M. Spurlock, K. R. Purdy, Combined Free and Forced Convection in a Constant Temperature Horizontal Tube, A.I.Ch.E. Journal,

Vol. 7, No. 1 pp. 38-41, 1961.

V. G. Levich, *Physicochemical Hydrodynamics*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1962.

V. T. Morgan, The overall convective heat transfer from smooth circular cylinders, *Advance in Heat Transfer*, Vol. 11, pp. 199-210, 1975.

W. H. McAdams, *Heat Transmission*, 3rd ed. McGraw-Hill, New York, pp. 175-177, 1954.

W. M. Kays and M. E. Crawford, *Convective Heat and Mass Transfer*, McGraw-Hill, New York, 1980.

W. W. Yousef and J. D. Tarasuk, Free Convection Effects on Laminar Forced Convection Heat Transfer in a Horizontal Isothermal Tube, *J. Heat Transfer*, Vol. 104, pp. 145-152, 1982.

감사의 글

어리고 철없던 제가 원자력 안전 연구실에 들어온 것이 엇그제 같은데, 벌써 석사 졸업을 앞두고 있습니다. 저는 학부생 때 아무것도 모르는 철부지 였는데, 그럼에도 불구하고 연구실에 들어와서 정범진 선생님으로부터 말씀을 듣고, 무섭지만 좋은 선배오빠들과 함께 지낼 수 있어서 행운아 였던 것 같습니다. 석사 2년을 포함한 연구실 생활이 힘들기도 했지만 많이 배우고, 보람을 얻는 생활이 있었으므로 저에게는 무엇보다 바꿀 수 없는 시간들 이었습니다. 그 시간 동안 제게 큰 발전과 도움을 주셨던 분들에게 감사의 말씀을 드립니다.

무엇보다도, 부족한 저에게 따끔한 질타와 조언으로 항상 가르쳐 주시는 정범진 선생님께 감사드립니다. 연구에서 부족한 점을 가르쳐 주시고, 풀어져 있는 저에게 자극을 주시면서 나날이 발전할 수 있었습니다. 선생님의 가르침으로 자신감을 얻었고, 선생님의 관심으로 성숙한 인생관을 배우게 되었습니다. 논문 지도 뿐만 아니라 세상을 바라보는 눈을 갖게 해주셔서 정말 감사드립니다. 그리고 논문 검토와 심사를 해주신 김신 교수님과 박재우 교수님께 감사의 말씀을 드립니다.

많이 대들었지만 그래도 챙겨주고 충고와 도움을 주었던 정환오빠, 지금은 방폐공단에 취직해서 이 자리에 없지만 많이 가르쳐주고 칭찬을 아끼지 않았던 경욱오빠에게 감사의 뜻을 전합니다. 그리고 서로 의지 하면서 동고동락 하여 힘든 시기를 함께 했던 철규오빠에게 고맙고, 친구 같고 잘 챙겨주는 후배 제영이, 생각 깊고 성실한 승신오빠, 언제나 귀여운 다은이에게 무궁한 발전이 있길 바랍니다.

멀리서 도움을 주신 원자력 안전 연구실 선배님들 형석선배, 상혁선배, 두혁선배, 덕원선배, 그리고 모르는거 잘 가르쳐 주시는 봉진선배에게 감사의 말을 전합니다. 그리고 엔터스 논문 쓸 때 많은 도움이 되었던 용호선배, 태형오빠에게도 진심으로 감사드립니다. 그리고 에너지공학과 선배님들께 감사의 말을 전하고, 석사생활을 서로 격려 했던 영준오빠, 인제오빠, 경호오빠, 응진오빠, 윤정, 상웅, 원직에게 지면을 빌어 고맙다는 말을 하고 싶습니다.

마지막으로 늘 저를 믿어주시고, 격려해주시고, 사랑해주시는 부모님과 못난 성격 잘 받아주고 용기를 주었던 오빠에게 마음깊이 감사드리고 이 논문을 바치고 싶습니다.