



저작자표시-비영리-변경금지 2.0 대한민국

이용자는 아래의 조건을 따르는 경우에 한하여 자유롭게

- 이 저작물을 복제, 배포, 전송, 전시, 공연 및 방송할 수 있습니다.

다음과 같은 조건을 따라야 합니다:



저작자표시. 귀하는 원저작자를 표시하여야 합니다.



비영리. 귀하는 이 저작물을 영리 목적으로 이용할 수 없습니다.



변경금지. 귀하는 이 저작물을 개작, 변형 또는 가공할 수 없습니다.

- 귀하는, 이 저작물의 재이용이나 배포의 경우, 이 저작물에 적용된 이용허락조건을 명확하게 나타내어야 합니다.
- 저작권자로부터 별도의 허가를 받으면 이러한 조건들은 적용되지 않습니다.

저작권법에 따른 이용자의 권리는 위의 내용에 의하여 영향을 받지 않습니다.

이것은 [이용허락규약\(Legal Code\)](#)을 이해하기 쉽게 요약한 것입니다.

[Disclaimer](#)

석사학위논문

측정의 관점에서 분수지도에 관한 연구
- 단위분수를 중심으로 -

A Study on Fraction Instruction from the
Perspective of Measurement
- Focusing on Unit Fractions -

제주대학교 교육대학원

초등수학교육전공

양 성 준

2009년 2월

측정의 관점에서 분수지도에 관한 연구
- 단위분수를 중심으로 -

A Study on Fraction Instruction from the
Perspective of Measurement
- Focusing on Unit Fractions -

지도교수 최 근 배

이 논문을 교육학 석사학위 논문으로 제출함

제주대학교 교육대학원

초등수학교육전공

양 성 준

2008년 11월

양성준의
교육학 석사학위 논문을 인준함

심사위원장 인

심사위원 인

심사위원 인

제주대학교 교육대학원

2008년 12월

- 목 차 -

국문초록	i
I. 서론	1
1. 연구의 필요성	1
2. 연구 내용	2
3. 기대되는 효과	2
II. 이론적 배경 및 선행연구 고찰	3
1. 개념과 개념학습	3
2. 분수의 개념	7
3. 7차 초등 수학 교과서의 분수 개념 관련 단위 분석	12
4. 선행 연구의 고찰	17
III. 자료개발의 방향	21
1. 선행연구에 나타난 측정 관점의 분수지도 내용	21
2. 프로그램 개발 방향	26
IV. 자료 개발의 실제	28
1. 프로그램 목록	28
2. 프로그램의 실제	28
V. 결론 및 제언	54
VI. 참고문헌	56
ABSTRACT	59

표 목 차

<표Ⅱ-1> 분수 개념 및 지도에 대한 선행연구 고찰	17
<표Ⅲ-1> 선행연구에 나타난 측정 관점의 분수지도	21
<표Ⅳ-1> 프로그램 주제와 학습문제	28



그림 목 차

[그림 II-1] 단위 길이에 대한 측정	9
[그림 II-2] 상대적인 크기를 나타내는 비의 의미	10
[그림 II-3] 연산자로서의 분수	11



국 문 초 록

측정의 관점에서 분수지도에 관한 연구

- 단위분수를 중심으로 -

양 성 준

제주대학교 교육대학원 초등수학교육전공

지도교수 최 근 배

수학과는 실생활의 여러 가지 문제를 논리적으로 사고하고 합리적으로 해결하는 능력과 태도를 기르는 교과로서 대부분의 학생들이 많은 시간을 투자하여 학습하고 있음에도 학생들에게 가장 어렵고 힘든 과목이 되어 가고 있다. 그 원인은 수학이 다양한 추상화된 개념을 다루고 있으며 각각의 개념들을 이해하는데 많은 시간과 노력이 필요할 뿐만 아니라 개념에 따른 절차와 방법들 또한 아주 다양하여 어느 과목보다도 개념학습과 원리 위주의 학습으로 이루어지기 때문이다. 특히 분수는 수학의 여러 개념들 중에서도 초등학교에서 학습하는 가장 복잡하고 중요한 개념 중의 하나이다.

이에 본 연구에서는 분수 개념 이해에 어려움을 갖고 있는 학생들에게 선행연구의 고찰을 통해 분수지도의 시사점을 분석하고 측정의 관점에서 단위분수를 이용한 분수지도 프로그램을 개발하였다. 그 중 선행연구에서 추출한 측정관련 프로그램 개발의 기본 방향은 다음과 같다.

첫째, 분수 학습의 필요성과 흥미를 가질 수 있도록 분수발생 배경과 과정을 지도해야 한다.

둘째, 분수는 측정의 관점에서 탄생했고 측정을 통하여 실생활과 분수 학습을 연관지을 수 있으므로 분수 학습에서 측정이 중요하다.

셋째, 측정 상황에서 분수로 표현하는 과정에서 등분할이 필요하다.

넷째, 직접 측정하는 기회를 통해 분수 연산의 선행 요건인 양적 개념을 길러야 한다.

다섯째, 분수의 상대적 크기를 판단하여 양적 개념을 기를 수 있는 활동이 충분히 주어져야 한다.

여섯째, 분수의 크기 비교를 위해서는 단위 분수의 크기 비교가 필수적으로 요구되며 단위 분수의 반복을 통해 분수의 크기 감각을 기를 수 있다.

일곱째, 분수의 크기 비교시 통분이 아닌 어렵하기 등의 양감을 먼저 이용할 수 있어야 한다.

본 프로그램은 이를 바탕으로 분수학습에 어려움을 겪고 있는 학생들에게 분수 개념에 대한 보충지도 자료로 활용할 수 있을 것이며 이와 관련하여 초등학교 학생들이 분수 개념을 확고히 할 수 있도록 이에 대한 지속적인 연구를 필요하다.

주요어 : 분수지도, 측정, 단위분수

I. 서론

1. 연구의 필요성

수학과는 수학의 기본적인 개념, 원리, 법칙을 이해하고 사물의 현상을 수학적으로 관찰하여 해석하는 능력을 기르며, 실생활의 여러 가지 문제를 논리적으로 사고하고 합리적으로 해결하는 능력과 태도를 기르는 교과이며, 또한 다른 교과와의 효율적 학습에 기초가 되는 교과이다(교육부, 1997).

수학의 이러한 위상에도 불구하고 우리 학교 교육 현실을 살펴보면 대부분의 학생들은 수학을 가장 어렵고 힘든 과목으로 여기고 있으며 교과목으로서의 중요도 때문에 많은 시간을 투자하여 학습하는 경향이 있다. 또한 교육부 통계에 따르면 초·중등 학생 중 20만명이 기초 학력 부진아이며, 교과별 부진아 비율을 살펴보면 수학과에서 기초 학력 부진아의 비율이 가장 높다고 한다(신수진, 2000).

그 원인은 여러 가지가 있겠으나 그 중에서도 수학은 다양한 추상화된 개념을 다루고 있어 그것들 각각의 개념들을 이해하는데 많은 시간과 노력이 필요할 뿐만 아니라 각각의 개념들에 따른 절차와 방법들 또한 아주 다양하여 어느 과목보다도 개념학습과 원리 위주의 학습으로 이루어지기 때문이다.

수학의 개념 중에서도 분수는 현재 초등학교에서 학습하는 가장 복잡하고 중요한 개념 중의 하나이다. 분수를 효율적으로 다루는 능력은 실생활 상황에서 직면하는 문제(자연수로 해결할 수 없는 문제, 측정문제, 분배문제)를 이해하고 다루는 능력을 신장시키고, 지적 발달에 필요한 정신 구조를 발달시키고 확장시키는 풍부한 장을 제공해주며, 상위학교에서 학습하게 될 대수연산의 바탕이 된다(Behr, Lesh, Post & Silver, 1983). 이런 점 때문에 초등학교에서는 많은 시간과 노력을 분수학습에 투여하고 있지만, 그 성과는 기대에 미치지 못하고 있다. 실제로 몇 차례의 NAEP(The National Assessment of Education Progress)의 결과 아동들이 분수를 어려워하며 분수에 대한 성취도가 매우 낮다는 것을 보여준다. 우리 나라 또한 제 6차 교육과정까지는 2학년 2학기부터 분수가 도입되었지만, 학생들이 분수를 제대로 이해하지 못하고 2학년 수준에서 이해하기 어려운 부분이 많아 7차 교육과정에서는 3-가 단계에서부터 등분할을 통한 조작활동을 통해 분수를 처음 도입하고 있다. 그리고 매 학년마다 분수개념을 비롯한 분수 연산들을 가르치고 있다. 하지만 적지 않은 학생들이 분수 개념조차도 제대로 형성하지 못하고 있고 분수 계산을 어려워하고 있다(최영주, 2005).

특히 초등학교 고학년으로 올라갈수록 아동들이 오류를 많이 범하고 난이도가 커서

저항감을 갖는 영역이 수 영역 중에서 유리수의 분수 단원이라고 한다. 이는 분수 개념이 여러 가지 의미를 지닐 뿐만 아니라 개념의 근본적인 이해를 할 수 있는 시간을 채 갖기도 전에 절차적 기능과 계산적인 측면만을 강조하는데 그 원인이 있다고 할 수 있다.

김옥경(1997)에 의하면 우리 나라의 분수 수업은, 구체적이고 다양한 상황이 제시되지 않으며 기호와 알고리즘이 주가 되고 있으며 또 연속량 혹은 이산량에서만 분수 개념을 다룰 경우 학생들이 올바른 분수 개념을 형성할 수 없음에도 불구하고 등분할을 통해 부분-전체로서의 분수를 도입할 때 연속량만을 다루고 있다. 뿐만 아니라 몇 번의 등분할 경험과 부분-전체 개념을 다루고 나서 바로 기호를 사용하여 분수를 표현하게 하고 있으며, 부분-전체로서의 분수를 다룬 후, 수로서의 분수를 인식하기도 전에 분수의 크기 비교와 연산으로 진행된다. 크기 비교와 연산에서는 많은 시간 실제적인 의미와 관련하여 분수의 양적인 개념이나 연산개념은 다루고 있지 않다. 특히 연산에서 기호가 실제 어떤 의미를 가지는지에 대해서는 거의 언급을 하지 않고 기호만을 조작하여 결과를 얻고 있다. 결국 통분과 크기 비교, 연산 등의 기능적인 측면에 중점을 둬으로써 적합한 분수개념을 이해할 수 있는 충분한 기회를 제공받고 있지 못하는 실정이다.

따라서 본 연구에서는 분수 개념 이해에 어려움을 갖고 있는 학생들에게 분수 지도의 한 방법으로 측정에서 시작된 분수의 역사적 관점을 바탕으로 단위분수를 이용한 분수의 양적 개념 지도 프로그램을 개발하고자 한다.

2. 연구 내용

선행 연구에서 밝히는 분수 지도의 시사점을 분석하고 분석한 내용 중 측정과 관련한 부분을 살펴본 후 측정의 관점에서 단위분수를 이용한 분수 지도 프로그램을 개발한다.

3. 기대되는 효과

본 연구를 통해서 기대되는 효과는 다음과 같다.

첫째, 분수 발생 배경을 프로그램 내용에 포함시킴으로써 학생들이 분수가 생겨난 배경에 대해 흥미를 갖고 분수 학습에 참여할 수 있을 것이다.

둘째, 측정의 관점에서 단위분수를 이용한 분수지도 프로그램을 개발하여 분수의 크기 비교 및 분수의 양적 개념 형성에 도움을 줄 수 있을 것이다.

셋째, 분수 학습에 어려움을 겪고 있는 초등학교 학생들에게 분수 개념에 대한 보충 지도 자료로 활용할 수 있을 것이다.

II. 이론적 배경 및 선행연구 고찰

1. 개념과 개념학습

가. Skemp의 이론

1) 개념과 개념형성 이론

일반적으로 개인의 인지적 능력은 그 개인의 개념 학습 능력과 비례하면서 발달하는 것으로 인식되고 있다. 특히, 다른 과목과 달리 수학 학습 활동의 상당부분이 수학적 개념학습으로 구성되어 있음을 생각할 때, 수학 학습에 있어서의 개념학습은 단순히 특정 수학적 개념이란 단편적 지식의 획득만을 의미하는 것이 아니라 그 보다 높은 차원에서의 수학적인 원리나 문제 해결 학습의 바탕을 마련하는 학습이다.

개념학습에 대해 남다른 중요성을 부과한 Skemp 역시 이와 같은 이유에서 연구를 깊이하게 된 것이다.

Skemp는 추상화의 과정을 거쳐 특정 개념이 형성되는 것으로 생각해서, 추상화(사물의 공통 성질에 대한 정신적 표현) 과정된 산물을 일반적으로 '개념'으로 받아들이고 있으며, 동시에 추상화의 활동과정을 넓은 의미에서 생활하는 가운데 경험을 통해 그들 중 유사한 것을 인식해 가는 정신세계적 활동과정으로 보고 있다. 그리고 이와 같이 추상화된 개념을 형성하는 과정에서 유사점을 근거로 하여, 우리의 경험을 유사한 것끼리 묶는 기능을 '분류'라고 부르고 있다. 즉, 스کم프에 의하면, 이미 학습된 내용이 우리들로 하여금 분류라는 정신활동을 가능케하고, 이것이 한 유(類)를 정의할 수 있게 되고 따라서 새로운 개념을 구성하게 된다는 것이다. 새로운 개념은 직접적으로 전달될 수 없으므로 개념학습 지도의 두 가지 방법은 설명과 예시 및 예들을 선택하여 제시하는 것이다. 설명은 학생이 이미 알고 있는 개념들을 이용하여 서로 관련짓고 결합함으로써 새로운 개념을 형성하도록 도와준다. 설명과 함께 사용 가능한 전달 방법은 정의인데 분명하고 정확한 설명으로 예와 반례를 구분하도록 해준다. 이 두 가지 방법 중 어느 것이 적당한 것인가의 문제는 이해해야 할 새로운 개념이 학습자의 기존 도식과 어떤 위치관계에 있는가에 달려 있다. 즉, 새 개념이 현재 학습자가 가진 도식과 같거나, 더 낮은 수준일 때 지도방법으로 설명과 정의를 들고 있고, 현재 학습자가 가진 도식보다 더 높은 수준일 때는 예를 제시하여 학생들 스스로 개념을 추상화할 수 있도록 해주어야 한다고 주장하고 있다. 예를 제시할 때는 다음과 같은 두 가지 원리를 체계적으로 적용해야 한다고 주장하고 있다. 첫째, 새로운 고차원 개념은 매우 조심스럽게 선택된

예를 통하여 전달되어야 한다. 어떤 개념을 소개할 때 일상적으로 사용하는 물리적 상황이나 그림등을 사용하다보면 그 개념은 항상 그 물리적 상황이나 그림이 가능하다고 생각하는 ‘표상의 고착’이 생기지 않도록 해야 한다. 둘째, 고차원의 개념에 필요한 저차원의 보조 개념을 학습자가 이해하고 있는지를 확인해야 한다. 새로운 아이디어를 가르치기 전에, ‘그것을 여러 조각으로 나누어야’한다는 것을 의미한다. 교사는 학생들이 보조개념을 이해하고 있는지를 확인하기 위해 새 개념을 조각조각 분석해야 하며 학생들이 자신의 마음속에서 재합성이 이루어지도록 개념을 분석해야 하는데, 이러한 개념 분석의 결과가 개념도표라 한다. 개념도표는 지향성을 가지며 어떤 개념이 선행되어야 하는지를 화살표로 나타낸다. 여러 개의 화살표가 하나의 고차원 개념을 향하는 곳에서는 앞선 개념이 구체화된 후에야 그 고차원 개념이 완성된다. 따라서 개념도표는 새로운 개념을 획득하는 순서를 제시해 주므로 위계를 알기 쉽다. Skemp는 범례를 제시하고 이들 사이의 공통적인 속성을 뽑아내는 귀납적인 추론을 통한 학습을 강조하였다. 그는 개념 자체를 일차개념과 이차개념으로 구분하고 일차개념은 외부 세계의 감각적 경험으로부터 추출되는 것들로, 그리고 이러한 일차개념을 바탕으로 추상화된 개념을 2차개념이라 하였다. 이차개념의 학습은 기호화할 수 밖에 없다는 사실을 강조하여 언어의 사용이 이차개념의 형성에 있어 필수적인 요인임을 밝힘으로써 그러한 단점을 부분적으로 극복하고자 하였다.

2) 스킴마와 스킴마 학습

스کم프에게 있어서 지식은 개념과 스킴마이며, 수학적 지식, 즉 수학적 개념과 스킴마를 구성하는 과정에서 조작적 활동과 반성적 사고를 중시하였다.

스کم프는 스킴마를 한 마디로 ‘개념적 구조(conceptual)’라고 일컬으며 각각의 개념은 그 개념 자체로 존재할 수 있지만 다른 개념의 구조에 속할 수도 있고, 다른 개념으로부터 이끌어지기도 하고, 다른 새로운 개념의 형성에 도움을 주기도 한다. 이와 같이 개념들은 상호간의 위계를 형성하는데 고정된 위계가 존재하는 것이 아니라, 매 순간마다 선택적인 분류가 가능하여 또 다른 위계를 이끌어낸다. 또, 여러 개념을 적절히 연결하여 결합한 결과는 각각의 개념과는 다른 의미를 지니게 되는데 이러한 개념적 구조를 스킴마라 하는 것이다.

스کم프는 이러한 스킴마를 구성하는 첫째 양식을 경험으로 보고, 추상적인 학문으로서의 수학의 기반도 구체적 경험에서 비롯되는 것이므로, 학습자가 경험할 수 있는 구체적인 학습 상황을 마련해 주며, 둘째 양식은 아이디어의 교환과 토론을 통한 스킴마를 형성하는 것이 바람직하다고 보았다. 셋째 양식은 수학 자체의 특징을 나타내는 것으로 부연, 상상, 직관에 의한 창의적인 개념형성으로 보고 있으나, 모든 학생이 이 양식으로 학습하는 것이 가능할지는 의문이다.

이러한 스킴마가 형성되면 학습의 이해가 가능해지고 적응성을 길러주며 행동을 계획함에 있어 많은 자료와 다양한 적용을 위한 기술을 제공해 준다. 효과적인 스킴마 학습

이 이루어지기 위해서는 교사의 역할이 매우 중요하다. 교사는 학습의 초기 단계에서 단순한 기호 조작의 암기가 아닌 스키마식 학습이 이루어지고 있는지 확인해야 한다. 또한 어느 단계에서 단순한 동화 작용이 요구되고 어느 시기에 재구성이 필요한지 알아야 한다. 왜냐하면 재구성 단계에서는 속도를 늦추고 발전상황이 보다 세심하게 확인되어야 하기 때문이다. 또한 교사는 장기적인 안목을 가지고 학생들이 현재의 요구뿐만 아니라 장래에도 적응력이 있는 스키마를 갖도록 계획해야 한다.

3) 이해

스کم프는 새로운 상황을 이미 알고 있는 스키마와 동화시키는 것을 ‘이해’라고 설명한다. 그는 이해가 만든 지식의 형태에 따라 도구적 이해와 관계적 이해로 구분해서 설명하고 있다. 관계적 이해는 문제 해결의 방법과 이유를 무엇을 해야 할지 그리고 왜 그런지를 모두 알고 있으면서 보다 일반적인 관계로부터 특수한 규칙이나 절차를 연역할 수 있는 상태를 말하며 그가 이해라고 말하는 것은 바로 그런 의미이다. 진정한 의미의 이해를 하지 못한 채 적당히 규칙을 기억하고 있으면서 그 규칙이 왜 그렇게 되느냐를 알지 못한 채 기억된 능력을 문제 해결에 적용하는 상태를 도구적 이해라 한다.

그는 최근까지도 도구적 이해를 ‘이유 없는 규칙’으로 보고 이해로 간주하지 않았으나, 때에 따라서는 관계적 이해보다 도구적 이해가 더 필요하며 유리한 점이 있다는 것을 시인하고 있다. 관계적 이해는 일단 학습되면 기억하기가 더 쉽고 새로운 과제에 적용하기가 훨씬 쉬운 반면에 도구적 이해는 내용 그 자체로 이해하기가 쉽다는 것이다.

따라서 문제 상황과 학생들의 환경, 지적 요인들을 고려하여 적절히 선택하여 학생들에게 적절히 도구적 이해든 관계적 이해든 정착될 수 있도록 해야할 것이다.

다만, 학생들은 관계적 이해를 원하나 교사들은 도구적으로 학생들을 이해시키는 경우는 그 반대(학생들은 도구적 이해를 원하나 교사들은 관계적으로 이해시키는 경우)의 경우보다 훨씬 더 많은 피해를 가져올 수 있다.

이런 경우, 학생들은 ‘이유없는 규칙’으로서의 학습을 받게 될 것이며, 이런 학습이 반복될 경우, 수학은 형식적이고 추상적인, 학생들에게 어렵고, 이해할 수 없는 규칙과 알고리즘 위주의 과목이 되는 것이다(최영주, 2005).

나. 딘즈의 이론

1) 수학적 개념

수학 교육자인 딘즈는 아동의 수학 학습 경험의 계열화 과정에 구체적 수학 자료의 사용을 중요시하고 있다. 그는 피아제의 학습 심리학에 기초를 두고 아동은 본질적으로 분석적이기 보다는 구성적 경향을 가지고 있으며, 아동은 사물에 대한 직접적인 경험으로부터 실체의 전형을 종합, 구성하게 된다고 하였다. 따라서, 물리적으로 다양하게 교구를 조작하는 활동을 하였을 때, 구조적 개념은 발견될 수 있고 세련화될 수 있다고 하였다.

또한, 그는 어린 아동의 수학학습은 자발적인 학습 동기에서 시작하여, 수학적인 상황인 '놀이(Play)'를 통해서 조직된 학습으로 발전하고, 수학적 구조를 함유하고 있는 학습 상황에서 수학적 구조의 구성과 그 구조를 응용하는 학습의 과정을 통해 완성된다고 보고 수학적 개념의 교수-학습 과정을 자유놀이→게임→공통적 탐색→표현→상징화→형식화의 단계로 구성하고 있다.

2) 수학적 개념학습 단계

가) 자유놀이 단계

아동들이 구조화되어 있지 않은 조작이나 실험의 활동, 즉 자유스러운 놀이를 하는 단계로, 이 단계에서 다양한 조작 활동을 가능케 하는 구체물을 다량 공급하여, 아동으로 하여금 자유로운 놀이를 하도록 하는 가운데 아동에게는 특정의 개념을 구체적인 형태로 함유하고 있는 구체물을 다루면서, 새로운 개념들에 대한 경험을 하도록 하여 이후 단계를 통하여 주어진 개념 속에 자리잡고 있는 수학적 구조를 이해하는 데 도움을 주는 정신적 구조나 태도를 구성케 한다.

나) 게임 단계

게임은 아동들로 하여금 주어진 개념의 범주 안에서 변수와 관계하여 실험을 할 수 있게 하고, 주어진 개념을 여러 가지의 방법으로 표현한 다양한 게임들은 학생들로 하여금 그 개념의 논리 수학적 요소를 발견하는 데 도움을 준다.

다) 공통점 탐색의 단계

외형적으로 다양하게 표현된 게임을 경험하면서 그 여러 표현 속에 공통적으로 들어 있는 특정 개념의 수학적 구조를 파악하기 시작하는 단계이다. 이 단계의 학생들에게는 같은 개념에 해당되는 여러 가지의 예를 제시하고, 주어진 개념의 예들이 갖고 있는 공통성을 이해시킬 수 있다. 즉, 동시에 제시된 여러 가지 예들의 분석을 통해, 각각의 예로부터 서로 공통된 성질을 찾아낼 수 있다는 것이다.

라) 표현의 단계

아동이 특정 개념과 관련된 여러 가지 예들로부터 공통된 요소를 추출한 후, 이 공통된 요소를 함유하면서도 동시에 그 개념을 여러 가지의 방법으로 표현하게 되는 단계이다. 이 때 사용하는 표현방법은 간단한 그림의 형태나 언어적인 방법, 또는 보다 포괄적인 예 등과 같이 다양할 수 있다. 주어진 개념을 다시 표현해 보는 과정은 더 추상적이며, 아동으로 하여금 주어진 개념의 저변에 있는 추상적인 수학적 구조를 이해하는 데 도움을 준다.

마) 상징화의 단계

아동이 표현의 단계에서 주어진 개념을 나름대로 표현해 본 것을 묘사하는 데 있어서, 언어적이거나 수학적으로 적절한 상징 체계를 형성하게 되는 단계이다. 이와 같이 상징적인 기호 체계를 사용하는 것은 수학을 하는 데 있어서 그 가치가 크다는 것을 아동에게 인식시켜야 한다.

바) 형식화의 단계

아동이 주어진 개념을 함유하고 있는 수학적 구조를 파악한 후, 그 개념이 갖고 있는 여러 가지의 성질을 체계화하게 되는 단계이다. 즉, 주어진 개념으로부터 나온 여러 가지의 성질들 가운데, 기본적으로 선정된 몇 가지의 성질로부터 다른 성질에 도달하는 과정에 필요한 규칙을 찾아내게 되는데, 이 과정이 형식화의 과정이다.

3) 개념 학습의 원리

딘즈가 제창하는 수학학습 이론에는 아동 자신의 활동을 통하여 학습 장면에서 구체적으로 제시되어 있는 학습적 구조를 스스로 구성하는 과정이 무엇보다도 중시되어 있다. 딘즈는 효과적인 수학 학습의 필요요건으로 역동적 원리(dynamic principle), 지각적 다양성의 원리(perceptual variability principle), 구성의 원리(constructivity principle), 수학적 다양성의 원리(mathematical variability principle)를 들고 있다. 이 중 역동적 원리란 바람직한 수학학습을 위해서 모델 사이의 전이나 한 모델 내의 변환 등, 역동적인 학습활동이 전제되어야 한다는 것이고, 지각적 다양성의 원리란 수학적 개념이 추상적인 경우가 많기 때문에, 개념을 지도하기 위해서는 지각적으로는 다르지만 구조적으로 동형인 다양한 형태의 구체물을 활용해서 지도해야 한다는 것이다. 이 원리는 학습자가 지각적으로 다양한 상황에 처해서 그 모든 상황이 갖고 있는 궁극적인 유사성을 찾아내는 과정에 의해 개념학습이 극대화될 수 있다는 것이다.

수학적 다양성의 원리는 수학의 일반화가 잘 되기 위해 해당 수학의 내용과 관련된 변수를 고정시키고, 관련없는 변수는 다양하게 변화시키는 경험이 제공되어야 한다는 원리이다. 이것은 학습자로 하여금 주어진 개념에 대해 연구하는 과정에, 서로 관련된 변수를 체계적으로 분별하게 해서 수학에서의 일반화를 유도해내도록 할 수 있다.

구성의 원리는 수학적 수학적 관계가 구체물로부터가 아니라 구체물에 대한 활동으로부터 추상화되는 것이며, 그 관계를 인식하기 위해서는 그 관계에 대한 직관적인 구성이 선행되어야 한다는 것이다.

이상에서 알아본, 딘즈의 네 가지 원리는 수학학습에서 학습자의 주위 환경과 직접적인 상호교류를 통한 학습 방식이 무엇보다 중요하다라는 것이다. 즉, 효과적인 수학 학습은 관람자적 입장이 아니라 육체적으로나 정신적으로나 적극성을 갖고 능동적으로 참여하는 학습자의 입장에서 이루어질 수 있다는 것이다(최영주, 2005).

2. 분수의 개념

분수는 그 개념 구조가 다양하고 복잡하여 초등학교 학생들이 어려워하는 수학 개념 중의 하나이다. Kieren은 분수는 전체-부분의 비교, 소수, 비, 몫, 연산자, 측도 등 최소한 6가지의 뜻을 내포하고 있다고 하였고, Freudenthal은 분수를 분할로서의 분수, 비교하는 것로서의 분수, 연산자로서의 분수 등으로 해석하였으며, Nesher(1985)는 전체-

부분 관계, 몫, 비, 연산자, 확률 등으로, Rational Number Project에서는 몫, 비, 비율, 연산자, 측도, 소수, 직선의 좌표 등으로 분수의 의미를 표시하였다(신준식, 1996)

이상과 같이 연구자들에 따라 분수의 개념을 여러 가지 하위개념으로 분류, 그 의미가 약간씩 달리하여 표현되고 있다. 그러나 본 연구에서는 분수의 개념을 크게 전체-부분, 측정, 몫, 비, 연산자의 의미를 중심으로 살펴보고자 한다.

가. 전체-부분

전체-부분의 의미는 분수 이해의 출발점이자, 연속량과 이산량 모두에서 분수 개념 발달의 기초가 된다.(Behr et al., 1983). 전체에 대한 부분을 분수 기호로 나타내는 능력은 연속량(길이, 넓이, 부피 등)이나 이산량(셀 수 있는 대상)을 똑같은 크기의 부분이나 집합으로 나눌 수 있는 능력과 관련되며, 이것은 나중에 분수를 읽는 데 중요한 역할을 하게 된다(신준식, 1996; 송은옥, 2005).

따라서, 학생들이 전체에서 부분의 수와 부분의 크기 간의 관계를 인식할 수 있을 때 적합하고 의미있는 방법으로 분수 문제를 해결할 수 있게 된다. 전체-부분의 관계는 분수 개념을 도입할 때, 특히 분수의 이름을 자연스럽게 지도하는 방법이며, 전체에 대한 부분의 관계를 양화함으로써 분수의 크기 개념을 기를 수 있다. 또한 분수의 양적인 개념은 크기, 비교, 동치분수, 연산 학습을 의미 있게 하는데 중요한 역할을 한다(김옥경, 1997)

전체-부분의 의미로서 분수는 두 집합 A, B에서만 적용되는 데 다음 조건을 만족해야 한다.

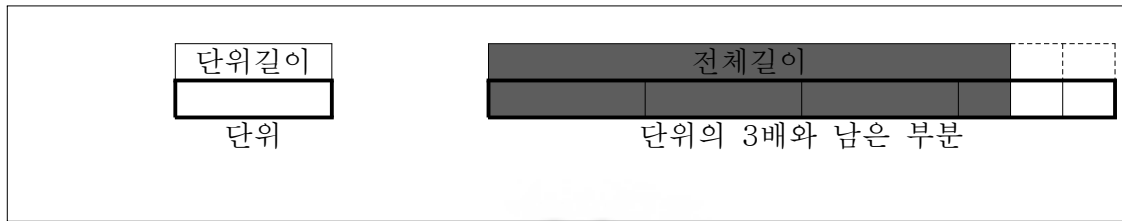
- ① A와 B는 부분집합이어야 한다.
- ② A와 B는 각각 크기가 같은 부분으로 나눌 수 있어야 한다.
- ③ A의 각 부분의 크기는 B의 각 부분의 크기와 같아야 한다.

Freudenthal(1983)은 전체-부분의 의미를 갖는 분수 개념 지도를 위한 모델로서 이산량이나 연속량, 한정된 양, 한정되지 않은 양, 또는 구조화된 양이나 비구조화된 양 등 다양한 양을 전체로 사용할 것을 권고하고 있다. 그러나 이런 다양한 양들을 사용함에도 불구하고, 전체-부분의 의미는 전체를 1로 생각했을 때 부분의 상대적 크기를 나타내는 진분수와 주로 관련되어 있어 유리수의 개념을 충분히 전달하지 못한다. 따라서, 전체-부분의 관계가 1보다 큰 분수에 대한 이해와 수로서의 분수를 인식하게 하는데 어려움이 있다는 점에서 전체-부분 관계만을 강조하는 수업은 비판을 받는다.




나. 측정의 의미

측정의 의미로서의 분수는 주어진 양을 일정한 단위로 측정하였을 때, 단위로 측정하고 남은 부분을 나타내기 위해 도입된다. 예를 들어 주어진 단위의 정확한 자연수 배가 아닌 어떤 길이를 잴다고 할 때, 단위의 자연수 배만큼 재고, 남은 부분을 재기 위해서는 처음 단위보다는 작은 단위가 필요하다. 그런데 더 작은 단위로 재어야 한다는 생각은 단위가 나누어질 수 있다는, 등분할에 대한 인식이 있어야 가능하다. Bergeron은 학

생들은 실제로 등분할의 능력이 없이도 등분할되어 있다는 인식을 할 수 있다고 하였다 (신준식, 1996).



[그림 II-1] 단위 길이에 대한 측정

위의 예에서와 같이 전체길이를 단위 길이로 3번 재고 남은 부분의 길이를 재기 위해서는 단위  을 2등분한  의 단위를 재어보고, 썰 수 없으면 3등분한  의 단위를 썬다. 따라서 재고자하는 길이는 단위길이의 $3\frac{1}{3}$ 이다.

이산량에 대해서도 같은 방법을 적용할 수 있다. 예를 들어 1통에 5개씩 들어 있는 사탕이 있을 때, 사탕 13개는 몇 통인지 알아보자. 이것은 연속량과 달리 이미 등분할되어 있으므로 사탕 1개는 몇 통인지 알면 쉽게 구할 수 있다. 1통에 5개씩 들어 있으므로 사탕 1개는 $\frac{1}{5}$ 통이고, 사탕 3개는 $\frac{3}{5}$ 통이다. 따라서 사탕 13개는 $2\frac{3}{5}$ 통이다.

이와 같이 단위분수는 단위보다 작은 부분을 측정하는 데 가장 기본적인 개념이다. 측정의 의미로 분수를 도입하게 되면 전체-부분에서 학습하기 어려운 대분수를 자연스럽게 학습할 수 있다. 그리고 측정으로서의 분수는 하나의 단위와 그것의 세분화로 한 영역이나 대상에 크기를 대응시키는 것으로, 양적인 비에 대한 동치관계를 나타낸다. 특히 측정으로서의 분수는 십진법으로 된 표준단위의 경우에 소수로 표현된다. 동양에서는 예로부터 단위로 재고 남은 부분을 재기 위해 단위를 10등분하고, 그래도 남으면 100등분, 1000등분하여 측정하였는데, 이때 분수나 소수가 아닌 ‘할, 푼, 리, 모, ...’라는 말을 사용하였다.

다. 몫의 의미

분수 $\frac{b}{a}$ 는 방정식 $aX=b$ (a, b 는 정수, $a \neq 0$)해를 의미한다. 기호 $\frac{b}{a}$ 는 전체-부분의 의미에서는 하나의 양에서 부분을 나타낼 때 쓰이기도 하고, 비의 의미에서는 두 양 사이의 관계를 나타낼 때 쓰이기도 하며, 연산자와 관련되어 사용되기도 한다. 또, 분수 $\frac{b}{a}$ 를 $b \div a$ 의 몫의 의미로 사용하기도 한다.

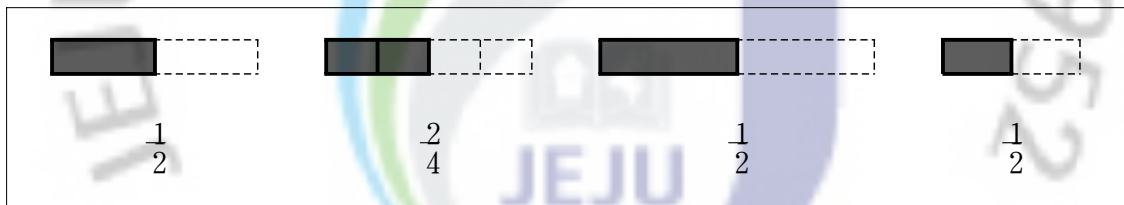
몫의 의미로서의 분수는 분배상황에서 발생한다. 예를 들어 빵 3개를 5명이 똑같이 나누어 가지는 경우에 $3 \div 5$ 의 몫으로, 분수 $\frac{3}{5}$ 을 생각할 수 있다. 그러나 여기서 중요한

것은 그 몫을 구하는 방법이 매우 다양하다는 것이다. 빵 1개씩을 모두 5등분하여 $\frac{1}{5}$ 씩 3조각을 먹거나 아니면 5명이 $\frac{1}{2}$ 조각씩 먹고 남은 $\frac{1}{2}$ 조각을 다시 5등분하여 $\frac{1}{10}$ 조각을 더 먹는 방법 등이 있을 수 있다. 그리고 몫으로서의 분수는 분배상황에서 직관적으로 두 크기 사이의 비와 상호관계에 주목하게 됨으로써 동치관계로서의 유리수로 점점 발전하게 된다.

라. 비의 의미

비는 상대적인 양의 개념을 담고 있는 관계이기 때문에 그것을 ‘수’라고 하기 보다는 ‘상대지수’로 생각하는 것이 더 정확하다. 두 비가 같을 때 우리는 두 비가 비례한다고 말하고, 비례는 다양한 물리적 상황뿐 아니라 두 양의 비교가 요구되는 무제 상황에서 유용한 문제 해결 전략으로 이용된다.

분수의 본질적인 개념을 이해하기 위해서는 상대적인 크기를 나타내는 비의 의미를 이해하여야 한다. 등분할 상태를 나타낸 분수 $\frac{1}{2}$ 과 $\frac{2}{4}$ 는 그 뜻이 다르지만, 두 양의 상대적인 크기를 나타내는 비의 의미에서는 수를 나타낸다. 또, 서로 다른 크기에서도 전체에 대한 부분의 상대적인 크기가 $\frac{1}{2}$ 과 같다고 생각할 수 있을 때 비의 개념을 이해하고 있다고 볼 수 있다.



[그림 II-2] 상대적인 크기를 나타내는 비의 의미

두 양을 비교하는 방법에는 덧셈적인 구조, 곱셈적인 구조로 비교하는 두가지가 있다. 교실에 남자 20명과 여자 10명이 있을 때, 남자와 여자의 수를 비교하는 경우를 예르 들어보자. 덧셈적인 구조로 비교하면, ‘남자는 여자보다 10명이 많다.’ ‘여자는 남자보다 10명이 적다.’ 등 두 양의 차로써 그 크기를 비교할 수 있다. 두 양의 크기를 곱셈적인 구조로 비교하는 방법은 다시 포함(inclusive)의 경우와 분리(exclusive)의 경우 두 가지가 있다(Vergnaud, 1983). 먼저, 포함의 경우, 남자는 전체의 $\frac{20}{30}$ 이고, 여자는 전체의 $\frac{10}{30}$ 이다. 분리의 경우는 남자를 기준으로 하면 여자는 $\frac{10}{20}$ 이고, 여자를 기준으로 하면 여자는 $\frac{20}{10}$ 이다.

전체-부분의 관계로 분수를 접근하는 것은 분수학습에서 제한적이나, 비의 의미 중

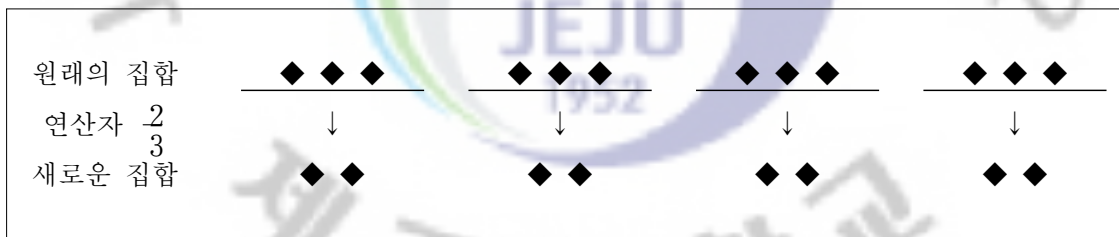
분리의 경우로 두 양을 비교할 때 분수는 1보다 작거나 크거나, 같을 수도 있으므로, 분리의 경우로 분수학습을 하면 다양한 분수를 자유스럽게 익히게 할 수 있다.

분수의 개념에는 외적으로 서로 다른 상황이 비에 대한 동치관계에 의해 동등한 것으로 인식되는 관계가 내포되어 있다. Freudenthal(1983)은 이러한 상대적인 크기를 나타내는 비를 지도하는 예로 시각화할 수 있는 길이, 면적, 무게, 부피, 시간 등 많은 양을 사용할 것을 권고하고 있다. 그러나 이러한 상황을 취급할 때 중요한 것은 직관적이고 시각적인 두 양 사이의 관계를 다루어보는 경험의 제공이 수치화하는 활동보다 우선되어야 한다.

마. 연산자의 의미

연산자로서의 분수란 하나의 집합을 ‘곱셈관계’에 의해 다른 집합으로 보내는 사상으로서의 분수의 의미이다. 이것은 유한집합을 유한집합으로 보내는 사상으로 나타내기도 하고, 한 도형에서 다른 도형으로의 사상에서도 나타난다. 원소의 개수를 $\frac{a}{b}$ 배 만큼 늘이거나 줄이는 함수로서, 도형을 $\frac{a}{b}$ 배 만큼 축소, 확대시키는 함수로서 분수 $\frac{a}{b}$ 를 생각할 수 있다.

이산량에 대해서 연산자의 의미를 살펴보면, ‘12개의 $\frac{2}{3}$ 는 얼마인가?’의 문제에서 $\frac{2}{3}$ 라는 것은 ‘셋마다 둘’, ‘셋에 대한 둘’을 의미한다. 즉, 원래 집합의 원소의 수 3에 대하여 새로운 집합의 원소의 수 2를 만든다. 그러면 새로운 집합의 원소의 수는 8이므로 12개의 $\frac{2}{3}$ 는 8임을 알 수 있다.



[그림 II-3] 연산자로서의 분수

‘~의 $\frac{2}{3}$ ’라는 연산자로서의 분수는 3은 2로, 6은 4로, 9는 6 등으로 변경시키며 (3,2), (6,4), (9,6)... 은 처음 수와 나중 수의 비가 $\frac{2}{3}$ 가 되는 비 관계이자 사상이다. 한편 ‘~의 $\frac{4}{6}$ ’ 연산자는 12는 8로, 24는 16으로 보내는 사상으로 ‘~의 $\frac{2}{3}$ ’ 연산자와 같은 것이다. 여기서 $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$...와 같은 동치류가 나오게 된다(유현주, 1995). 그리고 기하학적 맥락에서

“의 $\frac{2}{3}$ ”라는 연산자로서의 분수는 한 영역의 크기를 그것의 $\frac{2}{3}$ 만큼 줄인 영역의 크기를 나타낸다.

이번엔 연속량에서의 연산자의 의미를 살펴보겠다. 연속량(길이)에서의 연산자는 확대-축소의 조합으로 생각할 수 있다. 예를 들면, 8cm의 $\frac{3}{4}$ 을 그리는 것은 4cm에 대하여 3cm만큼 그리는 것, 6cm를 그리는 것을 의미한다. 이 결과는 원래의 길이보다 줄어드는 축소이다. 또, 9cm의 $\frac{4}{3}$ 를 그리는 것은 3cm에 대하여 4cm를 그리는 것을 의미하므로 12cm가 되어 원래보다 늘어난 확대이다.

연산자의 의미로서 분수 개념은 도형의 합동, 닮음(확대, 축소) 등을 이해하는 데도 필수적이며, 특히 동치분수와 곱셈에서 유용하다. 주어진 분수와 동치분수를 찾는 문제는 같은 투입량에 대하여 같은 결과를 산출하는 함수를 찾아내는 것이라고 볼 수 있다. Freudenthal(1983)은 연산자로서의 분수 즉, 사상으로서의 분수를 좀 더 다양하게 표현할 수 있는 전등의 그림자, 햇빛에 의한 그림자, 닮음 등 평면상의 사상을 강조하고 있기도 하였다.

3. 7차 초등 수학 교과서의 분수 개념 관련 단원 분석

7차 수학교과서의 분석에 앞서 분수 관련 내용 중 연산 및 크기 비교를 위한 알고리즘 적인 통분을 제외한 순수 분수의 개념과 분수의 크기와 관련한 내용만을 교과서 분석의 대상으로 살펴보았다.

가. 3학년 가단계

3학년 가단계의 분수 단원은 학생들이 분수를 처음 접하게 되는 내용으로 자연수와 자연수를 이용하여 분수라는 새로운 형태의 수의 확장으로서 학생들에게 가르친다. 또한 생활에서는 물건을 똑같이 두 부분, 세 부분, 네 부분 등으로 나누는 경우로서 활용될 수 있으며 특히 이 단원은 4-가 단계의 가분수, 대분수를 공부하기 위한 기초 및 소수를 정의하기 위한 기초로서 진분수 즉, 보통 부르는 분수가 중요하다.

1) 단원 목표

- 구체물이나 반구체물을 똑같이 나눌 수 있다.
- 구체물이나 반구체물을 똑같이 나누어 부분과 전체의 크기를 비교할 수 있다.
- 구체물이나 반구체물을 똑같이 나눈 부분과 전체의 크기를 비교하여 분수를 이해할 수 있다.
- 분수의 크기만큼 분수로 나타낼 수 있다.

2) 주제 및 활동

- 가) 똑같이 나누기

- 구체물과 반구체물을 가위로 등분하고, 등분한 것들이 각각 똑같은지를 비교함으로써 똑같이 나눌 수 있게 한다.

나) 전체와 부분의 크기를 알아보기

- 구체물과 반구체물을 가위로 등분하고, 등분한 것들과 전체의 크기를 직접 비교함으로써 부분과 전체의 크기를 비교할 수 있게 한다.

다) 분수의 정의

- 구체물과 반구체물을 등분하고, 등분한 것들과 전체의 크기를 직접 비교하여 분수를 이해할 수 있게 한다.

3) 내용 확인

3학년 때 학생들은 전체를 똑같이 나누는 것을 시작으로 분수를 학습한다. 사과 등의 구체물을 자르는 활동을 통하여 똑같이 나누어졌는지를 비교한다. 그 다음에는 사각형, 원 모양의 반구체물을 접고 자르는 활동을 통하여 크기를 비교하고 똑같이 나누어졌는지를 알아본다. 마지막으로 추상적인 직관에 의하여 똑같이 나누어졌는지를 알아보는 활동을 한다. 이것은 구체적인 조작 활동 없이 추상적으로 생각하는 정신적인 활동이므로 가장 어려운 활동이 된다. 2등분과 4등분에서는 구체물과 반구체물을 2등분, 4등분하는 활동을 하며, 색종이와 같은 반구체물을 잘라서 포개어 보고 비교하여 똑같이 나누어졌다고 생각하는지를 표현하도록 하여 똑같이 나누는 것의 의미를 이해했는지를 알아본다. 그러나 3등분은 3등분하는 활동을 하지 않고 똑같이 셋으로 나누어진 것을 직접 제시하고 있다. 원을 3등분하는 것은 어려운 일이기 때문에 3등분을 미리 제시하고 똑같이 나누어졌는지를 확인 하도록 한 것이다. 다음으로 전체와 부분의 크기를 알아보기 위해서 떡과 같이 생활 속에서 학생들이 좋아하는 먹을 것들을 수업의 상황으로 도입한다. 그 후에 정사각형 모양의 종이와 같은 반구체물을 사용하여 똑같이 나누고 부분과 전체의 크기를 비교하는 활동을 하였으며, ‘둘로 나눈 것 중의 하나’ 대신에 ‘2로 나눈 것 중의 1’과 같은 표현을 익히도록 하여 분수 $\frac{1}{2}$ 을 지도하기 위한 준비를 하고 있다. 분수를 가르치는 데 필요한 기초를 학습한 후에는 전체를 똑같이 몇으로 나눈 것 중의 몇의 방법으로 분수를 약속한다.

나. 3학년 나단계

3학년 나단계의 분수와 소수 단원에서는 자연수가 가리키는 양에 대한 분수의 크기와 단위분수를 기준으로 진분수의 크기를 이해하기 위한 내용으로 분수를 가르친다. 또한 분수의 계열을 이해하기 위해서 분수의 크기 비교와 단위분수의 크기를 가르친다.

1) 단원 목표

- 이산량의 분수를 이해한다.
- 분수는 분자가 1인 분수가 몇인지를 이해한다.

- 분모가 같은 분수의 크기를 비교할 수 있다.
- 분자가 1인 분수들의 크기를 비교할 수 있다.

2) 주제 및 활동

가) 자연수의 분수만큼 알아보기

- 자연수의 분수를 묶는 활동으로 알아보게 한다.
- 자연수의 분수를 색칠하는 활동으로 알아보게 한다.

나) $\frac{3}{4}$ 은 $\frac{1}{4}$ 이 몇인지 알아보기

- $\frac{3}{4}$ 은 $\frac{1}{4}$ 이 몇인지 색종이를 잘라서 색을 칠하는 활동으로 알아보게 한다.

다) 분수의 크기를 비교하기

- 분모가 같은 분수의 크기를 색종이를 자르고, 수막대에 색을 칠하여서, 분자가 1인 분수의 개수를 활용하여 비교하게 한다.
- 분모가 같은 분수의 크기를 비교하는 방법을 찾아보게 한다.
- 분자가 1인 분수의 크기를 색종이를 잘라서, 수막대에 색을 칠하여 비교하게 한다.
- 분자가 1인 분수는 전체를 몇으로 나누었는가를 이용하여 크기를 비교하게 한다.

3) 내용 확인

빵이라는 구체물을 이용하여 자연수의 분수만큼을 통하여 이산량의 분수를 알아본다. 처음에는 그림을 제시하여 묶어보도록 하고 색칠을 해보도록 하였으며, 마지막으로 그림을 그리지 않고 추상적으로 자연수의 분수만큼이 얼마인지 이해할 수 있도록 하고 있다. 빵 6개를 세 사람이 똑같이 나누는 생활 장면으로 도입하며, 그림을 3묶음으로 똑같이 묶거나 그만큼을 색칠하도록 하여 자연수의 분수만큼을 이해할 수 있도록 하고 있으며, ‘왜 그렇게 생각했습니까?’와 같은 반문을 통해 학생들의 사고를 표현하고 논리적으로 사고할 수 있는 기회를 제공하였다.

진분수는 단위 분수를 기준으로 양의 크기를 이해하기 위하여 가르치며, 진분수는 단위분수가 몇이 모여 이루어진 것인지를 알아보는 활동을 한다. $\frac{3}{4}$ 은 $\frac{1}{4}$ 이 몇인지를 알아보기 위해서 네모 모양의 빵으로 도입하고 색종이를 접는 활동과 수막대에 색을 칠하여 분모가 같은 단위 분수와 진분수를 비교하는 활동을 함으로써 분수에 분자가 1인 분수가 몇인지를 이해할 수 있도록 하고 있다.

분수의 크기 비교에서는 분모가 같은 진분수의 크기를 먼저 비교한 후에 단위분수들의 크기를 비교하고 있다. 색종이를 직접 잘라본 후에 그 크기를 비교하거나 수막대에 분수만큼 색을 칠하여 크기를 비교하는 활동을 하고난 후에 분모가 같은 진분수의 크기 비교에서 단위 분수가 몇 개인지를 이용하여 크기를 비교하는 활동을 하고 단위 분수의 크기 비교에서는 전체를 몇으로 나눈 것 중의 하나인가를 이용하여 크기를 비교하는 활동을 한다. 모든 활동이 끝나면 분수의 크기를 비교하는 방법을 각각 찾아보도록 하고 있다.

다. 4학년 가단계

4학년 가단계 분수 단원에서는 분수의 분자와 분모를 이해하고 진분수, 가분수, 대분수를 정의하며 이산량, 연속량의 경우로 분수의 적용범위를 확장하였다. 분수의 크기 비교는 분수들의 계열과 분수의 양감을 기르는데 중요하며, 또 분모가 같은 분수의 덧셈과 뺄셈은 기초 기능으로서 중요하기 때문이다.

1) 단원 목표

- 이산량과 1이 아닌 연속량에서 부분은 전체의 얼마인지를 분수로 나타낼 수 있다.
- 분수의 분모와 분자를 이해하고, 진분수와 가분수 대분수를 이해할 수 있다.
- 대분수를 가분수로, 가분수를 대분수로 고칠 수 있다.
- 분모가 같은 분수의 크기를 비교할 수 있다.

2) 주제 및 활동

가) 분수로 나타내기

- 이산량과 전체가 1이 아닌 연속량의 부분은 전체의 얼마인지를 분수로 나타내게 한다.

나) 분수의 종류 알아보기

- 분수에서 분자와 분모를 약속하고, 활동을 통하여 진분수와 대분수, 가분수를 약속하게 한다.

다) 대분수와 가분수 서로 고치기

- 대분수를 가분수로, 가분수를 대분수로 고칠 때, 직관적으로 이해한 것을 수리적으로 고치는 방법을 발견하게 한다.

라) 분수의 크기 비교

- 분수의 크기를 직관적으로 이해한 것을 수리적으로 비교하는 방법을 발견하게 한다.

3) 내용 확인

부분의 양을 전체의 양과 비교하여 분수로 나타낼 수 있도록 지도하기 위하여, 이산량과 1이 아닌 연속량의 부분은 전체의 얼마인지를 분수로 나타내는 활동을 한다. 이산량은 생활 속의 사탕을 나누어주는 장면을 제시하고 한 학생이 받을 사탕이 전체의 얼마가 되는지를 알아보는 활동을 하며, 1이 아닌 연속량의 경우에는 테이프나 자를 제시하여 부분량이 전체의 얼마인지를 분수로 나타낼 수 있도록 하고 있다. 그 후에 그림을 몇 묶음이나 몇 부분으로 묶는 활동을 통하여 몇 개의 분수만큼은 얼마인지를 알아보는 활동을 한다. 분모가 같은 진분수와 대분수의 크기를 비교하는 수업에서는 테이프의 길이를 소재로 하여 도입하였는데, 길이는 크기의 비교를 직관적으로 느끼기 쉬운 좋은 소재이기 때문이다. 그 후에 분수 막대나 수직선에 색을 칠하거나 선을 그어서 어떤 분수가 더 큰지를 직관적인 관찰을 통하여 이해하도록 하고, 분모가 같은 분수의 크기를

비교하는 방법을 수리적으로 찾아볼 수 있도록 한다.

라. 4학년 나단계

4학년 나단계 분수 단원에서는 두 양의 크기를 비교하여 분수로 나타내고, (자연수) \div (자연수)를 분수로 나타내기, 1과 크기가 같은 분수 알아보기, 분모가 같은 대분수의 크기 비교하기의 내용이 등장한다. 이 단원에서는 이산량 전체에 대한 부분의 상대적인 양을 표현하기, 자연수 나눗셈의 몫을 분수 나타내기 등을 가르친다.

1) 단원 목표

- 두 양의 크기를 비교하여 분수로 나타낼 수 있다.
- (자연수) \div (자연수)를 분수로 나타낼 수 있다.
- 1과 크기가 같은 분수를 나타낼 수 있다.
- 분모가 같은 분수의 크기를 비교할 수 있다.

2) 주제 및 활동

가) 두 양의 크기를 비교하여 분수로 나타내기

- 몇은 몇의 얼마인지 배를 이용하여 알아보게 한다.
- 몇은 몇의 얼마인지 묶는 활동을 통하여 알아보게 한다.

나) (자연수) \div (자연수)를 분수로 나타내기, 1과 크기가 같은 분수 알아보기

- (자연수) \div (자연수)의 몫을 색 테이프와 수막대를 나누는 활동으로 알아본다.
- 수막대를 나누는 활동으로 크기가 1인 분수를 알아본다.

다) 분모가 같은 분수의 크기 비교

- 자연수 부분이 다른 대분수의 크기를 색을 칠하는 활동으로 비교한다.
- 분모가 같은 가분수와 대분수의 크기를 비교한다.

3) 내용 확인

두 양의 크기를 비교하여 분수로 나타내는 내용은 학생들에게 비율 분수의 개념을 제시하는 것으로, 이것은 이산량과 전체에 대한 부분의 상대적인 양을 표현하기 위하여 가르치는 것이다. 색연필 6자루와 2자루를 가지고 두 양을 비교하는 것으로 도입하며, 2자루를 기준으로 6자루를 비교하는 것과 6자루를 기준으로 2자루를 비교하는 것을 알아보는 활동을 한다. 그 후에 수막대와 그림을 이용하여 두 양을 제시하고, 두 양의 크기를 비교하여 분수로 나타낼 수 있도록 하고 있다.

(자연수) \div (자연수)를 분수로 나타내고, 1과 크기가 같은 분수를 알아보는 수업은 학생들에게 몫의 분수의 개념을 제시하는 것으로, 나눗셈의 몫을 분수로 나타내기 위하여 가르치는 것이다. 또한 (자연수) $\times 1$ /(자연수)과 같음을 나타내기 위한 기초로써 이는 분수 연산의 기초가 되기도 한다. 이것은 3m짜리 색테이프를 네 사람이 똑같이 나누어 가질 때 한 사람이 갖게 되는 색테이프의 길이로 도입하여 색테이프 모양을 나누어보는 활동을 제시하고, (자연수) \div (자연수)를 분수로 나타내는 방법을 학생들이 스스로 찾을

수 있도록 하고 있다. 1과 크기가 같은 분수는 자연수에서 분수를 빼는 경우와 분수끼리 뺄 수 없는 대분수를 뺄 때 이용하기 위하여 가르치며, 수막대 한 개를 몇 개로 나누어서 알아보는 활동을 한 후에 1과 같은 분수를 학생들이 스스로 발견하도록 하고 있다.

분수의 크기 비교는 분수의 계열을 이해하기 위하여 가르친다. 분모가 같은 분수의 크기를 비교하는 수업에서는 테이프에 색을 칠하는 활동을 통하여 두 대분수의 크기를 직관적으로 비교하도록 하는 활동을 제시하였으며, 가분수와 대분수의 크기 비교에서는 가분수를 대분수로 바꾸어서 비교하는 방법과 대분수를 가분수로 비교하는 방법을 알 수 있는 활동을 제시하고 있다. 여기에서도 역시 비교하는 방법은 학생들이 활동한 것을 바탕으로 스스로 발견하도록 하고 있다.

4. 선행 연구의 고찰

<표II-1> 분수 개념 및 지도에 대한 선행연구 고찰

연구자	제목	연구대상 및 방법	결과
김옥경 (1997)	초등학교 6학년 학생들의 분수개념 이해 및 분수 수업 방안에 대한 연구	일반아동 대구, 청주, 수원 지역 130명, 분수 개념 저조한 아동 8명	아동들은 부분-전체 개념은 비교적 잘 알고 있었으나, 분수의 양적인 개념, 연산의 의미를 알지 못하고 있으며, 실험 결과 분수의 크기 개념이 심화 되었다.
강태석 (2001)	초등학교 수학교과서에 나타난 분수의 크기 비교 지도 방법에 관한 분석	초등학교 수학교과서를 대상으로 현상적 기술	초등학교 수학교과서를 분석-비교를 통해 지도 순서 및 지도 방안에 대한 몇 가지 교수학적 개발의 필요성을 제안하였다.
강홍규 고정화 (2003)	양의 측정을 통한 자연수와 분수 지도의 교수학적 의의	양의 측정을 통한 자연수와 분수의 개념 학습이 지닐 수 있는 교수학적 의의	양의 측정을 통해 자연수와 분수 개념은 자연스럽게 도입될 수가 있으며 자연수에서 분수 개념으로의 전이과정이 연속성을 확보할 수 있으며, 자연수와 분수를 하나의 '수'로서 볼 수 있게 하여 그 결과 수 개념을 비 개념을 중심으로 하여 통합된 교육과정으로 구성할 가능성을 보여준다.

<표 II-1> 계속

<p>권성룡 (2003)</p>	<p>초등학생의 분수 이해에 관한 연구</p>	<p>서울 성북구 J초등 학교 6학년 31명, 5학 년 33명, 금천구 D초 등학교 6학년 34명</p>	<p>아동들의 분수에 대한 표상은 부분-전체와 관련된 상황이 대부 분이었으며, 부분-전체와 관련된 문제는 잘 해결하였으나 다른 하 위개념과 관련된 문제에서는 부 분-전체에 비해 성취도가 낮고, 분수를 적용할 수 있는 실제적인 상황을 설정하여 문장제 문제를 만드는 것에 능숙하지 못했다.</p>
<p>소성숙 (2003)</p>	<p>초등학교 학생들의 분수감각 실태 분석</p>	<p>경기도 안성시에 소 재한 B초등학교와 K 초등학교에 있는 5, 6 학년 학생 300명</p>	<p>초등학교 5, 6학년 학생들의 학년별 분수감각 실태를 분석한 결과 낮은 성취도를 보이고 있었 으며, 분수감각과 측정감각은 유 의미한 상관관계가 있었다.</p>
<p>장재옥 (2003)</p>	<p>초등학교 수학 학습부진아의 분수개념 이해도 증진을 위한 수업 방안 연구</p>	<p>서울 G초등학교 6학 년 수학 학습부진아 12명 중 연구집단, 비 교집단 각 6명</p>	<p>사전 검사를 통해 분수 개념 이해도를 분석하여 총7차시에 걸 친 수업 후 사후검사 결과 분수 개념 이해도가 낮았던 학생들이 분수개념 이해도에 있어서 향상 을 보였다.</p>
<p>서동엽 (2004)</p>	<p>분수의 역사발생적 지도방안</p>	<p>선행연구와 교재분 석</p>	<p>측정과 관련하여 다소 고정된 의미로 분수 개념을 지도하는 것 은 학생들의 비 개념이 형성되기 이전에 분수 개념에 대한 확고한 개념적 토대를 제공할 수 있으며 비 개념이 형성되는 시기에 분수 의 다양한 의미를 제공하면서 이 에 기초하여 분수의 곱셈과 나눗 셈을 지도하는 것이 바람직할 것 이다.</p>
<p>최영주 (2005)</p>	<p>초등학교 학생들의 분수 오개념 분석 및 분수 개념 형성 지도 방안</p>	<p>전라북도 익산시 이 리중앙초등학교 4~6학 년 총 400명, 특수 교 육대상인 학습 부진아 는 제외</p>	<p>분수 오개념 원인을 찾아본 결 과 오개념 유형별로 원인이 있으 며, 연속량에서보다 이산량에서 학생들은 분수를 생각하는 것에 많은 어려움을 가지고 있었다.</p>
<p>김형조 (2006)</p>	<p>분수 개념 이해 프로그램이 초등학교 수학 학습부진아의 분수개념 이해에 미치는 효과</p>	<p>K시 K초등학교 6학 년 4개 학급 총 125명 중 실험집단, 통제집단 각 12명</p>	<p>분수 개념이해 프로그램이 분 수 개념이해가 낮은 학생들에게 분수 학습 능력을 크게 향상시켰 으며, 분수에 대한 자신감과 흥 미를 갖게 되었다.</p>

박소연 (2006)	구체적 조작활동을 통한 아동의 분수 개념형성과 그 지도방법에 관한 연구	목포시 D초등학교 4학년 2개 학급 중 실험집단, 비교집단을 각 반으로 선정	분수의 개념형성을 위한 수업에서 여러 가지 조작 자료를 이용한 결과 아동이 분수의 개념형성을 하는데 효과적이었다.
홍은석 (2007)	분수 개념에 관한 초등학생의 비형식적 지식	서울시 금천구 S초등학교 1, 2학년 학생 5명씩 총 10명	분수를 배우지 않은 학생들은 분수와 관련된 활동을 할 때 비형식적 지식을 가지고 문제를 해결하며, 이 중 올바른 지도를 통하지 않을 경우 오개념을 유도할 수 있는 것도 존재하며 분수의 개념에 대한 확고한 이해를 위해 학생들의 다양한 비형식적 지식을 분수 개념 지도에 활용해야 한다.

권성룡(2003)은 구체적으로 분수로 나타낼 수 있는 상황을 아동들이 어떻게 인식하고 있는지, 다양한 분수의 하위개념과 관련된 문제를 해결할 수 있는지 그리고 분수와 관련된 문제를 만들 수 있는지 등을 살펴봄으로써 아동들의 분수이해를 조사하고자 하였다. 이를 바탕으로 다양한 분수 하위개념을 통합된 개념체계로 연결짓는 공통요소인 단위(unit), 분할(partitioning), 양(quantity)의 개념을 강조하여 지도하는 것을 제안하였다. 이를 바탕으로 아동들이 분수에 대한 다양한 개념이미지를 가지도록 도와주어야 한다고 하고 있다.

소성숙(2003)은 초등학교 5, 6학년 학생들의 분수 감각이 어느 정도인지를 알아봄으로써 수학 교수 학습 방법 개선에 도움을 주기 위한 목적으로 연구한 결과 분수 감각과 측정 감각은 유의미한 상관관계가 있으므로 유기적으로 관련지어 지도되어야 함과 더불어 초등학생의 낮은 분수감각을 높이기 위해서는 현재 분수수업의 현재상황을 진단하여 효과적인 교수법과 교구의 개발·적용과 더불어 타 영역과의 유기적으로 관련된 지도법의 연구가 계속되어야 한다고 밝히고 있다.

장재옥(2003)은 초등학교 수학 학습 부진아의 분수 개념 이해 정도를 파악하고, 이를 향상시키기 위한 학습 프로그램을 개발하여 실제 수업에 적용하고 그 효과를 살펴봄으로써 분수 개념 학습에 시사점을 제공할 목적으로 연구한 결과 초등학교의 분수 수업에서는 다음과 같은 점에 중점을 두어야 한다고 밝히고 있다.

- 첫째, 분수 학습에서 분수가 발생한 배경과 발달과정을 지도해야 한다.
- 둘째, 구체적인 상황과 관련지어 보는 경험을 충분히 제공해야 한다.
- 셋째, 분수의 크기 개념을 충분히 길러 주어야 하며, 이를 바탕으로 크기를 비교하고

분수 연산의 개략적인 어림을 할 수 있게 하여야 한다.

넷째, 크기 비교나 연산 등에서 기호와 알고리즘에 의한 형식화는 개념 이해를 바탕으로 이루어져야 한다.

다섯째, 분수 관련 학교 수학 용어에 대한 의미 이해가 있고 난 후에 학습 활동이 이루어져야 개념학습을 비롯한 후속 학습에 대한 효과를 더욱 더 높일 수 있다.

여섯째, 다른 제재에서와 마찬가지로 학생들의 적극적인 활동, 교사와 학생, 학생들 간의 의사소통, 구체물의 사용 등이 필요하다고 밝히고 있다.

김형조(2006)는 수학과 분수 학습 이해에서 어려움을 갖고 있는 6학년 학생들에게 분수 개념 이해 프로그램을 적용하여 분수 학습부진 아동들의 분수 개념 발달에 어떠한 영향을 미쳤는지 알아보는 것을 목적으로 실험한 결과 기존의 분수 학습 형태인 개념 이해를 통하지 않고 기계적인 연산중심의 분수지도 방식보다 분수 개념 이해를 중시한 접근법이 분수에 어려움을 갖고 있는 아동들에게 분수 학습을 향상시키는데 효과적임을 나타내고 있다.

박소연(2006)은 구체적 조작활동을 통한 아동의 분수 개념 형성과 그 지도방법에 관한 주제로 학습자가 능동적이고 주체적인 활동을 할 수 있는 교수·학습방법을 개선하는데 그 목적을 두고 실시하였고, 분수의 개념 형성을 위한 수업에서 여러 가지 조작 자료를 이용한 결과 아동이 분수의 개념형성을 하는데 효과적이라는 결론을 얻게 되었다.

홍은석(2007)은 학교에서 분수의 개념을 효과적으로 가르칠 수 있도록 돕기 위해 분수의 개념에 대해 아직 배우지 않은 학생들이 가지고 있는 비형식적 지식을 조사하고 분석하여 이러한 비형식적 지식이 분수 개념 지도에 어떻게 활용될 수 있는가를 살펴볼 목적으로 연구한 결과 분수를 배우지 않은 학생들은 분수와 관련된 활동을 할 때 다양한 형태의 비형식적 지식을 가지고 문제를 해결하며 이 중 올바른 지도를 통하지 않을 경우 오개념을 유도할 수 있는 것도 존재한다. 이를 바탕으로 분수의 개념에 대한 확고한 이해를 위해 학생들의 다양한 비형식적 지식을 분수 개념 지도에 활용해야 한다고 하고 있다.

위의 결과들로 볼 때 초등학교 수학과 분수 지도를 위한 연구들이 많이 있었으며, 그 결과 구체적 조작 및 개념 중심의 학습지도가 분수 학습에 아주 중요하며 그 중의 한 방법으로 분수의 발생 배경과 발달과정을 토대로 한 측정 영역을 중심으로 한 분수 지도 방법에 대해서도 살펴볼 수 있었다. 다양한 분수 지도 방법이 꾸준히 연구되고 있으나 본 연구에서는 그 중에서도 측정과 관련한 분수 지도의 시사점을 살펴보고 특히 단위분수를 이용한 프로그램을 연구하고자 한다.

Ⅲ. 자료개발의 방향

1. 선행연구에 나타난 측정 관점의 분수지도 내용

본 연구의 자료개발에 앞서 우선 선행 연구에서 주장하고 있는 내용 중 측정 관점에서 본 분수 지도 내용을 확인해 보고 이들의 공통점을 바탕으로 자료개발의 방향을 찾고자 한다.

<표Ⅲ-1> 선행연구에 나타난 측정 관점의 분수지도

연구자	제목	양의 측정 관점에서 본 분수지도 내용
김옥경 (1997)	초등학교 6학년 학생들의 분수개념 이해 및 분수 수업 방안에 대한 연구	1. 크기 비교와 연산에서는 많은 시간 실제적인 의미와 관련하여 분수의 양적인 개념이나 연산개념은 다루고 있지 않다.
강홍규 고정화 (2003)	양의 측정을 통한 자연수와 분수 지도의 교수학적 의의	양의 측정을 통한 분수를 도입하면 1. 분수 개념의 본질인 비 개념을 명확히 드러낼 수 있다. 2. 분수 도입의 필요성을 알 수 있다. 3. 자연수의 도입과 마찬가지로 ‘대상-단위-수’라는 측정의 세 요소 사이의 상호관계를 중심으로 한 측정이 보다 정교해진다.
권성룡 (2003)	초등학생의 분수 이해에 관한 연구	1. 분수의 여러 하위개념을 통합된 개념체계로 연결 지을 수 있는 공통요소는 단위(unit), 분할(partitioning), 양(quantity)의 개념이다(Carpenter et al.,1993). 2. 주어진 단위를 분할하고 그 결과로 얻어진 양은 주어진 단위 또는 다른 단위와 비교를 통해서 수로 나타내어진다.
소성숙 (2003)	초등학교 학생들의 분수감각 실태 분석	1. 분수감각과 측정감각은 유의미한 상관관계가 있으므로 분수감각과 측정감각을 유기적으로 관련지어 지도되어야 한다. 2. 분수를 이해하기 위해서는 0과 자연수의 네 가지 연산을 이해해야 하며 측정 개념을 이해해야 한다.(Behr & Post, 1992). 3. 분수는 일상생활의 측정 결과를 정확한 값으로 나타내려는 필요에서 도입된 수이므로, 측정에 대한 경험이 부족한 아동들에게는 분수의 개념이 어려울 수밖에 없다.

<p>소성숙 (2003)</p>	<p>초등학교 학생들의 분수감각 실태 분석</p>	<ol style="list-style-type: none"> 4. 측정감각이 있는 아동들은 과제에 대한 적절한 단위 지식, 측정과정에 대한 지식, 측정과 어림의 시기를 결정하는 지식, 어림잡는 전략에 대한 지식이 있어야 한다고 제시하고 있다. 5. 부분-전체 관계가 중요한 것은 무엇보다, 전체에 대한 부분의 관계를 양화 함으로써 분수의 크기개념을 기를 수 있기 때문이다(Sowder, 1995). 6. 분수의 양적인 개념은 크기비교, 동치분수, 연산학습을 의미있게 하는데 중요한 역할을 한다. 7. 학생들은 부분-전체 개념은 비교적 잘 알고 있으나 이를 분수의 크기 개념으로 발전시키는데는 어려움을 겪고 있으며, 분수의 양적인 이해가 매우 부족하였다. 8. 분수의 양적인 개념은 아동들의 직접적인 측정활동을 통해서 효과적으로 길러질 수 있으며 분수를 도입할 때 아동들에게 측정의 상황을 제공할 필요가 있다(권성룡, 1997). 8. 분수의 도입에서 측정이 우선되어야 하고 또한, 측정 감각은 분수감각을 높이는데 필수적인 것이다. 9. 분수감각과 측정감각을 유기적으로 관련지어 지도되어야 함을 시사한다.
<p>장재욱 (2003)</p>	<p>초등학교 수학 학습부진아의 분수개념 이해도 증진을 위한 수업 방안 연구</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. 분수가 발생한 배경과 발달과정을 지도해야 한다. 2. 분수의 크기 개념을 충분히 길러 주어야 하며, 이를 바탕으로 크기를 비교하고 분수 연산의 개략적인 어림을 할 수 있게 하여야 한다. 3. 분수의 양적인 개념은 분수의 개념, 관계, 연산을 이해하기 위한 기초이다. 4. 분수에 대한 양적인 사고의 계발은 분수 연산의 선행요건일 뿐 아니라 분수 수업에서 전반적으로 강화되어야 할 부분이다. 5. 원, 분수띠와 같은 조작 자료를 사용하거나 주어진 길이의 분수 배에 해당하는 길이를 어림하는 것은 분수의 상대적인 크기를 이해하는데 유용하다. 6. 어림하는 활동은 전체에 대한 부분을 시각화함으로써 분수의 크기를 양화하는데 효과적이다. 7. 단위 분수의 반복을 통해서 분수의 크기 감각을 기를 수도 있다. 8. 부분-전체 개념은 유리수를 몇 개의 부분으로 구성된 전체로 보는 것으로 아동들은 유리수를, 하나의 단위를 분할하거나 단위들을 비교하는 것으로부터 파생된 하나의 양으로 보는 것이 아니라 전체를 구성하는 부분으로 생각하게 된다.

<p>장재욱 (2003)</p>	<p>초등학교 수학 학습부진아의 분수개념 이해도 증진을 위한 수업 방안 연구</p>	<ol style="list-style-type: none"> 9. 일정한 양이 주어지고 그 전체량의 $\frac{a}{b}$만큼을 찾을 때, 아동들은 먼저 측정을 통해서 단위분수를 찾고, 그 이후에 분수 단위를 반복해서 정해진 양을 찾게 된다. 10. 양적 개념의 발달 즉 분수의 '크기'에 대한 인식은 동치 분수의 개념을 내면화하고, 유리수의 크기를 비교하며, 분수의 연산을 의미있게 이해하는 능력의 기초가 된다. 11. 두 분수의 크기를 비교하기 위해서는 단위 분수의 크기를 비교할 수 있어야 하며, 단위 분수의 크기에 대한 이해를 하기 위해서는, 한 단위가 분할되었을 때 분할된 개수와 각 부분의 크기는 서로 상보적인 관계가 있음을 이해해야 한다. 12. 분수 학습에서도 분수가 발생한 배경과 발달과정을 지도하는 것은 큰 의미가 있으며 학생들에게 흥미를 북돋우고 학습 의욕을 고취시켜 준다. 13. 분수 수업에서 중점을 두어야 할 개념은 부분-전체 관계, 분수의 양적인 개념이다. 14. 분수의 크기 개념을 충분히 길러 주어야 하며, 이를 바탕으로 크기를 비교하고 분수 연산의 개략적인 어림을 할 수 있게 하여야 한다.
<p>서동엽 (2004)</p>	<p>분수의 역사발생적 지도방안</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. 측정 과정을 통하여 초등학생들에게 분수를 지도하여야 한다. 2. 초등학교에서 지도되는 분수는 직관적인 유리수 수준으로 서로 다른 상황을 같은 량을 나타내는 것으로 혹은 같은 구조를 가진 것으로 보는 비례 관계 또는 비 동치 관계이다. 3. 이집트의 분수 이용의 특징은 단위 분수를 매우 체계적으로 다루고 있다는 것이다. 4. 이집트 수학에서 분수는 측량에서 비롯되었으며, 초기에 계기를 제공한 것은 밭의 넓이를 몇 개로 나누는 상황이다. 5. 측정 상황에서 분수로 표현하는 과정에서 등분할의 필요성이 제기된다. 6. 등분할 개념을 이용하여 지도하되, 부분과 전체라는 아이디어는 지나치게 강조하지 않는다. 7. 등분할의 아이디어를 이용하기는 하지만 1을 전체로 간주하지 않는다. 8. 학생들이 비 개념이 형성되기 이전에 분수와 관련된 내용을 지도한다면 측정 과정의 산물로서 분수를 도입하고, 이와 관련된 모델을 이용하여 분수의 덧셈과 뺄셈을 지도하자.

<p>서동엽 (2004)</p>	<p>분수의 역사발생적 지도방안</p>	<p>9. 분수 개념에 대하여 다양한 모델을 이용하는 대신 측정과 관련된 한 가지 모델을 이용함으로써 학생들의 비 개념이 형성되기 이전에 분수 개념과 관련된 확고한 한 가지 심상을 길러줄 수 있다.</p> <p>10. 학생들의 비 개념이 완성되기 전에는 오히려 측정을 통하여 등분할과 관련된 절대적인 의미로 파악하게 하는 것이 더 좋을 수 있다.</p> <p>11. 분수 개념을 비 개념 형성 이전에 도입할 수 있는 대안적인 방안으로서 분수의 역사발생 과정과 관련된 측정 개념에 기초한 방법을 제안한다.</p>
<p>최영주 (2005)</p>	<p>초등학교 학생들의 분수 오개념 분석 및 분수 개념 형성 지도 방안</p>	<p>1. 현행 분수 학습 내용에 분수의 생성 배경이 제대로 반영되지 않고 있다.</p> <p>2. 분수의 양적인 이해에 대해 거의 고려하지 않는다.</p> <p>3. 다양한 형태의 모델을 이용해서 분할 활동을 해보아야 하고 또, 여러 가지 방법으로 분할할 수 있다는 것을 경험하고, 모양이나 배열은 다르지만 크기는 같다는 것을 인식할 수 있어야 한다.</p> <p>4. 분수의 역사를 살펴보면, 분수는 배분 상황과 측정 상황에서 도입되었다.</p> <p>5. 학생들은 단위배가 되지 않는 측정에서 생기고 남은 부분을 분수로 표현하는 데서 그 남은 부분을 분수로 표현하는데 어려움을 느낀다. 이것은 학생들이 직접 측정을 해 볼 수 있는 기회가 많이 주어지지 않은데 큰 원인이 있을 것이다.</p> <p>6. 측정상황에서 분수를 학습하게 됨으로써, 분수의 생성배경을 학습할 수 있게 되어 분수의 필요성을 깨달을 수 있으며, 분수가 실생활에서 어떤 때 사용되는지를 알 수 있어 실생활과 분수학습을 연관지어 좀 더 효과적인 분수학습을 할 수 있게 된다.</p> <p>7. 측정 상황에서의 분수 개념을 학생들이 충분히 이해할 수 있을 만큼 다양한 자료와 활동들이 많이 제시될 수 있도록 교육과정 체계의 변화가 있어야 할 것이다.</p> <p>8. 분수의 크기 비교시 학생들이 양감을 형성하여 크기를 비교하는 것이 아니라 알고리즘에 의존한 사고로 인해 각각의 분수들의 공배수로 통분을 하여 비교를 하고 있다.</p>
<p>김형조 (2006)</p>	<p>분수 개념 이해 프로그램이 초등학교 수학 학습부진아의 분수개념 이해에 미치는 효과</p>	<p>1. 분수를 특정 양이 아닌 서로 관련이 있는 두 개의 양이라고 잘못 생각하고 있다.</p> <p>2. 분수의 양적인 개념이 잘 형성되어 있는 학생들은 분수의 상대적인 크기를 어렵하여, 동치분수를 알고, 수직선에서 분수의 위치를 가늠할 수 있다.</p>

<p>김형조 (2006)</p>	<p>분수 개념 이해 프로그램이 초등학교 수학 학습부진아의 분수개념 이해에 미치는 효과</p>	<ol style="list-style-type: none"> 3. 구체물이나 지면으로 길이 자료를 제시하고 $1/2$, $1/4$, $3/4$, $2/3$, $2/5$ 등의 위치를 어렵하게 한 후 정확한 길이를 재어서 오차의 폭을 좁혀 가는 활동을 반복하는 것은, 주어진 길이에 비추어 분수의 위치를 가늠함으로써 1에 대한 상대적인 분수의 크기 감각을 기를 수 있다. 4. '5/8는 1/8을 다섯 번 반복한 것이다'와 같이 단위 분수의 반복을 통해서 분수의 크기 감각을 기를 수도 있다(김옥경, 1997 재인용). 5. 실험 대상 학생들 대부분이 분수의 양적인 개념에서 큰 어려움을 보였다. 이러한 현상은 학교 분수 수업이 이러한 부분을 반영하지 않고 있는 모습을 보여주는 것이라 하겠다. 6. 분수표 활동은 분수의 크기 및 부분-전체 관계 개념을 이해하는데 좋은 자료임을 알 수 있게 해주었다. 6. 분수의 양적인 개념 이해에서 분수의 크기 개념을 바탕으로 어렵하기 등 활동을 통하여 분수 크기 관계 이해에 큰 향상을 보였다. 7. 양적 개념의 사전 검사 결과 연속량에서의 양적 개념에 오류를 가지고 있었으며, 이는 3학년 과정부터 분수 개념이해가 바르게 학습 되어져 있지 않았기 때문이다. 8. 개념 중심의 양적 개념이 분수이해에 큰 효과가 있는 것으로 사전·사후 점수 결과에 의해 엿볼 수 있었다.
<p>박소연 (2006)</p>	<p>구체적 조작활동을 통한 아동의 분수 개념형성과 그 지도방법에 관한 연구</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. 현행 교과서의 문제점으로 분수의 필요성이나 역사적인 면은 거의 다루어지지 않고 분수에 관계된 모델이 연속량에만 치우쳐 있다는 점이다. 2. 분수의 역사는 양(길이)을 재기 위해서 적절한 단위의 필요성과 그 단위를 반복적으로 사용한 측도의 결과로서 탄생되었다. 3. 분수의 양적인 개념 즉, 분수의 '크기'에 대한 인식은 매우 중요하다. 4. 분수의 양적인 개념이 잘 형성되어 있는 학생들은 분수의 상대적인 크기를 어렵하며, 동치 분수를 알고, 수직선에서 분수의 위치를 가늠할 수 있다. 뿐만 아니라 분수의 계산 결과에 대한 합리적인 예측을 하는데도 중요한 역할을 한다. 5. 분수에 대한 양적인 사고의 개발은 분수 연산의 선행 요건일 뿐만 아니라 분수 수업에서 전반적으로 강화되어야 할 부분이다.

<p>박소연 (2006)</p>	<p>구체적 조작활동을 통한 아동의 분수 개념형성과 그 지도방법에 관한 연구</p>	<ol style="list-style-type: none"> 6. 학생들이 단위 분수를 반복하여 기본적인 분수 개념을 이해할 때 분수의 양적인 개념이 확고해진다. 7. 전체를 8로 나눈 것 중의 5를 $\frac{5}{8}$라고 하기보다는 $\frac{5}{8}$는 단위분수 $\frac{1}{8}$이 5인 수라고 하는 것이 양적인 분수 개념에 도움이 된다. 8. 분수에 대한 양적인 개념 축진에 목표를 둔 수업은 학생들이 분수의 상대적인 크기를 판단할 수 있도록 충분한 기회를 주어야 한다. 9. 개념 형성과 연산은 통찰력있게 병행해서 진행해야 하며, 학생들이 연산의 의미와 양적인 개념을 이해하는데 도움이 되도록 충분한 시간과 기회를 주어야 한다. 10. $\frac{3}{4}$을 $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$이나 $1 - \frac{1}{4}$ 또는 $\frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$과 같은 방법으로 분수에 대한 양감을 키워주는 연습은 연산을 더욱 의미 있게 할 것이다.
<p>홍은석 (2007)</p>	<p>분수 개념에 관한 초등학생의 비형식적 지식</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. 분수의 크기에 대한 인식은 동치분수의 개념을 내면화하고, 유리수의 크기를 비교하며, 분수의 연산을 의미 있게 이해하는 능력의 기초가 된다고 하여, 분수의 크기를 비교한다는 것이 분수의 개념 이해에 중요하다. 2. 단위 분수의 크기 비교는 분수의 크기 비교의 기초가 되는 중요한 활동이 된다. 3. 분수의 크기 비교에서 단위 분수의 크기 비교가 중요한 이유는, 분모의 의미를 이해할 수 있고 조각의 수와 한 조각의 크기의 관계를 파악하고 있어야 단위 분수에 대한 양감 형성과 크기 비교가 가능하기 때문이다. 4. 단위 분수의 크기 비교에 대한 비형식적 지식을 토대로 조작 활동을 통하여 크기 비교를 직접 해 볼 수 있도록 하여 학생들이 단위 분수의 크기에 대한 양감을 기르고 분수를 구성하는 수의 의미, 조각과 분수의 관계 등을 명확하게 이해할 수 있도록 지도해야 한다.

2. 프로그램 개발 방향

이에 본 연구에서는 분수 지도에 있어 부분-전체 개념도 중요하지만 양적 개념도 중요한 부분인 만큼 측정에서 시작된 분수의 발생 배경을 시작으로 특히 단위분수를 이용한 측정을 통해 분수의 양 개념을 형성하여 분수에 대한 이해를 돕고 더 나아가 분수

연산의 기초를 마련할 수 있는 프로그램을 기본 틀로 다음과 같은 점에 중점을 두어 프로그램을 개발하였다.

① 분수 발생 배경과 발달과정을 지도해야 한다.

- 이를 통하여 학습자들은 분수의 필요성과 분수에 대한 흥미를 느낄 수 있다.

② 측정이 중요하다.

- 분수의 역사는 측정의 결과 탄생했다.

- 측정을 통해 실생활과 분수학습을 연관지을 수 있다.

- 양의 측정을 통하면 분수 개념의 본질인 비 개념을 명확히 드러낼 수 있다.

- 분수를 이해하기 위해서는 0과 자연수의 네 가지 연산, 측정 개념을 이해해야 한다.

③ 등분할이 필요하다.

- 측정 상황에서 분수로 표현하는 과정에서 등분할이 필요하다.

- 등분할 개념을 이용하여 지도하되, 부분-전체 아이디어는 강조하지 않는다.

- 등분할 아이디어는 이용하지만 1을 전체로 간주하지는 않는다.

- 다양한 형태의 분할을 통해 크기가 같음을 인식할 수 있다.

- 부분-전체는 전체에 대한 부분의 관계를 양화함으로써 분수 크기 개념을 기를 수 있기 때문에 중요하다.

④ 분수의 양적 개념을 길러야 한다.

- 분수 수업의 중점은 부분-전체 관계와 분수의 양적 개념이다.

- 분수의 상대적 크기를 어렵할 수 있다.

- 동치분수와 수직선에서의 분수 위치를 가늠할 수 있다.

- 분수 연산의 선행 요건이다.

- 양적 개념은 직접 측정하는 기회가 많아야 한다.

⑤ 양적 개념 형성 학습 활동이 부족하다.

- 양감을 키워주는 연습은 연산을 더욱 의미 있게 한다.

- 분수의 상대적인 크기를 판단할 수 있도록 충분한 기회를 주어야 한다.

- 양의 측정을 통하면 분수 개념의 본질인 비 개념을 명확히 드러낼 수 있다.

⑥ 단위 분수가 중요하다.

- 단위 분수의 반복을 통해서 분수의 크기 감각을 기를 수 있다.

- 분수의 크기 비교를 위해서는 단위 분수의 크기를 비교할 수 있어야 한다.

- 단위로 분할된 것에 있어서 분할된 개수와 각 부분의 크기는 서로 상보적인 관계에 있다.

⑦ 분수의 크기 비교시 통분이 아닌 어렵하기 등의 양감을 먼저 이용할 수 있어야 한다.

IV. 자료 개발의 실제

1. 프로그램 목록

<표IV-1> 프로그램 주제와 학습문제

차시	학습주제	학습문제
1	분수의 필요성	분수가 어떻게 만들어 졌는지 알아보고, 분수가 생활에 필요한 이유를 알아보자.
2	같은 크기로 나누기	주어진 모양을 같은 크기로 나누는 방법을 알고 같은 크기로 나누어보자.
3	분자가 1인 분수 알아보기	등분하기 활동을 통하여 분자가 1인 분수를 알아보자.
4	분자가 1이 아닌 분수 알아보기	단위 분수를 이용하여 분자가 1이 아닌 분수를 알아보자.
5	전체 크기 찾아보기	부분의 크기를 이용하여 전체의 크기를 찾아보자.
6	0의 크기에 가까운 분수	0의 크기에 가까운 분수를 찾아보자.
7	$\frac{1}{2}$ 의 크기에 가까운 분수	$\frac{1}{2}$ 의 크기에 가까운 분수를 찾아보자.
8	1 의 크기에 가까운 분수	1 의 크기에 가까운 분수를 찾아보자.
9	크기가 1인 분수 알아보기	단위 분수를 이용하여 크기가 1인 분수를 알아보자.
10	1 보다 큰 분수	1 보다 큰 분수에 대하여 알아보자.
11	분수의 크기 측정하고 비교하기	분수막대를 이용하여 분수의 크기를 측정하여 비교해보자.

2. 프로그램의 실제

학습주제**분수의 필요성****차시****1****학습문제**

분수가 어떻게 만들어 졌는지 알아보고, 분수가 생활에 필요한 이유를 알아보자.



린드 파피루스 이야기를 읽고 문제를 해결해 보세요

1858년 겨울, 영국의 젊은 골동품 수집가 린드는 휴양차 이집트에 머물다가 고대 건물의 폐허 속에서 발견한 파피루스를 구입했다.

그것은 요즘과 같이 질 좋은 종이가 발명되기 이전에 고대 이집트인들이 글을 써서 남긴 일종의 두루마리였다.

파피루스는 나일 강가에서 자라는 다년생 풀로서 이집트인들은 그것의 줄기를 세로로 얇게 잘라서 배열, 압착하고 그 위에 갖가지 글을 작성해서 후세에 전했다.

주로 왕조에 관한 글, 수학과 의학에 관한 이야기, 종교에 관련된 문제, 후세에게 전할 교훈적인 말 등 다양한 내용을 파피루스에 담아서 문서화 한 것이다.

그러한 파피루스 가운데 린드가 구입한 파피루스는 기원전 1650년 경 이집트의 필경가 아메스가 파피루스를 이용하여 이전에 나왔던 수학문제를 필사해 좋은 이집트의 수학책 중에서 가장 가치 있는 수학책으로 가로 길이 32cm, 세로 길이 513cm 정도 되는 두루마리 책이다. 그리하여 고대 이집트의 파피루스 가운데 수학과 관련된 내용을 담고 있는 파피루스를 가리켜 ‘린드 파피루스’라고 부른다. 구입자의 이름을 따서 명명한 린드 파피루스는 처음에 발견될 당시에는 두 부분으로 찢어진 상태였는데다가 가운데 내용마저 빠져있는 것이었는데, 분실된 부분은 반세기 후에 뉴욕 역사학회의 옛 장서 속에서 발견되었다.

린드는 파피루스를 구입한 지 5년 후에 폐결핵에 걸려 젊은 생을 마감했다. 그러나 그가 구입한 린드 파피루스는 상당한 고고학적 가치를 인정받고 있으며 현재는 영국의 대영박물관에 소중하게 보관중이다.

린드 파피루스에는 분수의 사용, 넓이와 부피의 계산, 간단한 방정식과 수열의 해법 등과 관련된 85개의 문제가 추가로 실려있다.

그 중에 분수와 관련된 문제 하나를 소개하겠다.

“8개의 빵을 6사람에게 공평하게 골고루 나누어 주는 방법은?”

① 8개의 빵을 6사람에게 공평하게 나누어 줄 수 있을까요? 직접 나누어 보세요.



② 나누어 주면서 느낀 점을 써보고, 모둠 친구들과 이야기해 보세요.





다음의 이야기를 읽고 분수는 어떻게 만들어 졌는지 알아보시다.

분수는 어디서부터 생겨났는가?

분수는 역사가 명확히 기록되기 훨씬 이전부터 사용되었다. 이집트의 파피루스를 통하여 이집트에서 분수를 어떻게 활용하였는지를 알 수 있지만 기록이 없는 더 오랜 과거에 분수를 이용하였는지에 대하여 현재로서는 알 수가 없다.

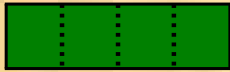
이집트 수학에서 분수를 측량에서 비롯되었으며, 초기에 계기를 제공한 것은 밭의 넓이를 몇 개로 나누는 상황이다. 고대 이집트의 넓이 단위로 많이 활용된 것은 1 ‘세타트’였으며, 이를 나누는 상황을 표현할 필요성이 분수를 낳았다는 것이다.



1세타트의 크기를 이용하여 다음은 몇 세타트인지 재어봅시다.

문제) 다음은 발의 넓이를 재는 1세타트의 크기이다.

이것을 이용하여 다음은 각각 몇 세타트라고 할 수 있을까?



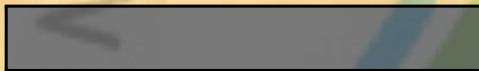
1세타트



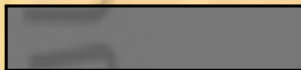
정답 : 1, 1/2(반)



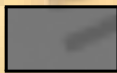
정답 : 2, 1/4(반의 반)



정답 : 2, 1/8(반의 반의 반)



정답 : 1, 1/3



정답 : 1/2



정답 : 1/4



정답 : 1/3

오른쪽의 1세타트를 잘라서 위의 문제를 해결하시오.



학습주제

같은 크기로 나누기

차시

2

학습문제

주어진 모양을 같은 크기로 나누는 방법을 알고 같은 크기로 나누어보자.



다음 이야기를 읽고 성준이의 고민을 해결해 주세요

“엄마가 사오신 피자 한 판을 잘라서 큰 부분은 내가 갖고 작은 부분은 동생을 줘는데 동생이 막 울었어요. 제가 어떻게 해야 동생이 울지 않을까요? 저를 도와주세요”



성준이의 동생은 왜 울었을까요?



어떻게 하면 성준이 동생이 울지 않게 할 수 있을까요?



성준이의 동생이 울지 않게 다양한 방법으로 동생에게 피자를 나눠 주세요

나눠주는 방법



나눠주는 방법














나눠주는 방법





다음 빵을 사람 수에 맞게 같은 크기로 나누어 보시오

<p>①</p>  <p>2 명</p>	<p>②</p>  <p>4 명</p>	<p>③</p>  <p>8 명</p>
<p>④</p>  <p>3 명</p>	<p>⑤</p>  <p>2 명</p>	<p>⑥</p>  <p>4 명</p>
<p>⑦</p>  <p>8 명</p>	<p>⑧</p>  <p>3 명</p>	<p>⑨</p>  <p>2 명</p>
<p>⑩</p>  <p>3 명</p>	<p>⑪</p>  <p>4 명</p>	<p>⑫</p>  <p>5 명</p>

약속하기

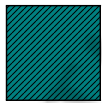
이렇게 같은 크기로 나누는 것을 이라고 합니다.



아래 그림을 보고 오른쪽에 있는 모양을 채우기에 적당한 조각을 왼쪽에서 찾아 선으로 이어보고, 오른쪽 모양을 가득 채우려면 찾은 조각이 몇 개 필요한지 세어보세요



①



②



③



④



⑤

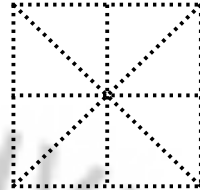


⑥



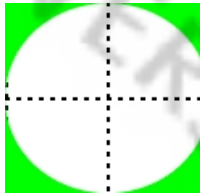
⑦

㉠



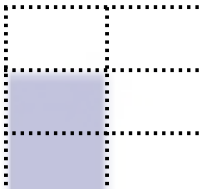
()개

㉡



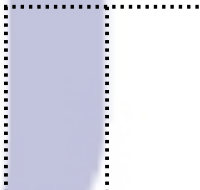
()개

㉢



()개

㉣



()개

㉤



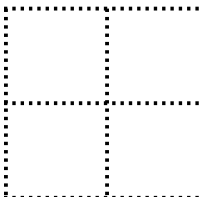
()개

㉥



()개

㉦



()개

학습주제

분자가 1인 분수 알아보기

차시

3

학습문제

등분하기 활동을 통하여 분자가 1인 분수를 알아보자.



페이지 하단에 있는 막대들을 잘라 긴 막대의 길이를 재어보고, 가장 긴 막대를 재기 위해서는 각각의 색 막대가 몇 개 필요한지 알아보시오.

각각의 막대로 이 막대의 길이를 재어 보세요

 () 개

 () 개

 () 개

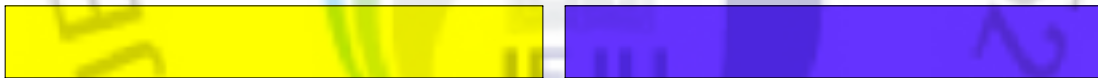
 () 개



주어진 막대를 같은 크기로 나누어 보시오

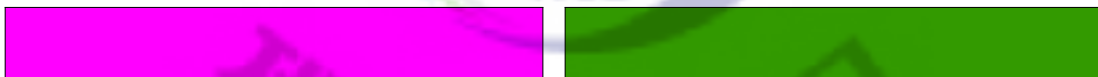
① 2 부분으로 나누어 보시오

② 3 부분으로 나누어 보시오



③ 4 부분으로 나누어 보시오

④ 5 부분으로 나누어 보시오



⑤ 8 부분으로 나누어 보시오

⑥ 6 부분으로 나누어 보시오



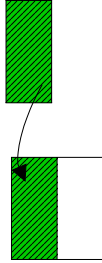
여기에 있는 막대들을 잘라서 1번 문제를 해결하세요





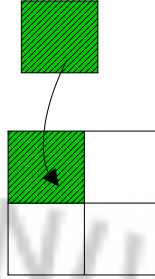
앞에서 등분한 것을 생각하며 다음 그림을 보고 분수에 대하여 알아보시다.

1



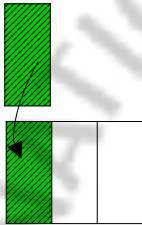
색칠한 부분은 크기가 같은 부분 중 부분입니다. 이것을 **이분의 일**이라고 읽고 $\frac{1}{2}$ 이라고 씁니다.

2



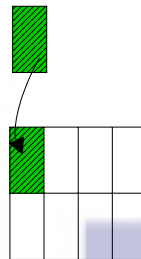
색칠한 부분은 크기가 같은 부분 중 부분입니다. 이것을 **사분의 일**이라고 읽고 $\frac{1}{4}$ 이라고 씁니다.

3



색칠한 부분은 크기가 같은 부분 중 부분입니다. 이것을 **삼분의 일**이라고 읽고 $\frac{1}{3}$ 이라고 씁니다.

4



색칠한 부분은 크기가 같은 부분 중 부분입니다. 이것을 **팔분의 일**이라고 읽고 $\frac{1}{8}$ 이라고 씁니다.

약속하기

$\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{3}$ 과 같은 수를 **분수**라고 하며, 각각의 분수에서 **2, 4, 8, 3의 위치에 있는 수를 분모, 1의 위치에 있는 수를 분자** 라고 합니다.

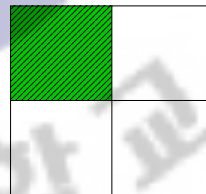


다음 그림을 보고 분수로 나타내시오.

1



2



3



4





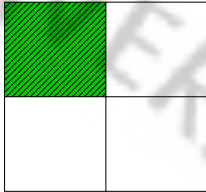

약속하기



$\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$ 과 같이 분자가 1인 분수를 **단위분수**라고 합니다.

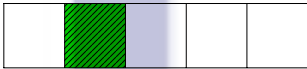

학습주제	분자가 10이 아닌 분수 알아보기	차시	4
학습문제	단위 분수를 이용하여 분자가 10이 아닌 분수를 알아보자		

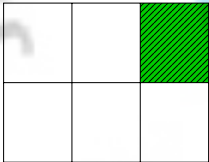

★ 다음 그림을 보고 분수로 나타내시오.

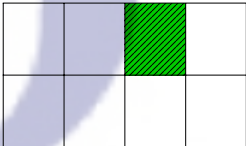

①  

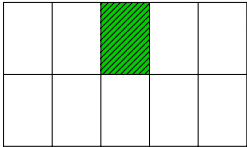

②  

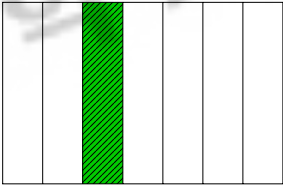

③  

④  

⑤  

⑥  

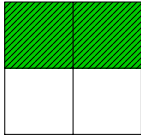
⑦  

⑧  



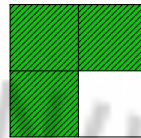
다음 분수를 보고 어떻게 읽어야 할지 생각해 보세요

1



색칠한 부분은 크기가
같은 부분중
 부분입니다.
이것은 $\frac{1}{4}$ 이 이
며, 사분의 이라
고 읽습니다.

2

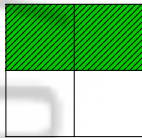


색칠한 부분은 크기가
같은 부분중
 부분입니다.
이것은 $\frac{1}{4}$ 이 이
며, 사분의 이라
고 읽습니다.



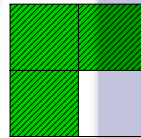
다음 분수를 보고 색칠된 부분의 분수를 쓰는 방법을 알아봅시다.

1



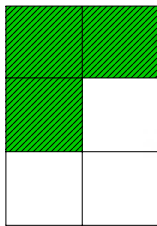
색칠한 부분은 크기가
같은 부분중
 부분입니다.
이것은 $\frac{1}{4}$ 이 이
며, 사분의 이라고 읽고,
 라고 씁니다.

2



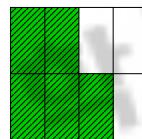
색칠한 부분은 크기가
같은 부분중
 부분입니다.
이것은 $\frac{1}{4}$ 이 이
며, 사분의 삼으로 읽고,
 라고 씁니다.

3



색칠한 부분은 크기가
같은 부분중
 부분입니다.
이것은 $\frac{1}{6}$ 이 이며,
육분의 삼으로 읽고,
 라고 씁니다.

4



색칠한 부분은 크기가
같은 부분중
 부분입니다.
이것은 $\frac{1}{8}$ 이 이
며, 팔분의 오라고 읽고,
 라고 씁니다.

약속하기

위와 같이 $\frac{1}{6}$ 이 3 이면 **육분의 삼** 이라고 읽고,
 $\frac{3}{6}$ 이라고 씁니다.

학습주제

전체 크기 찾아보기

차시

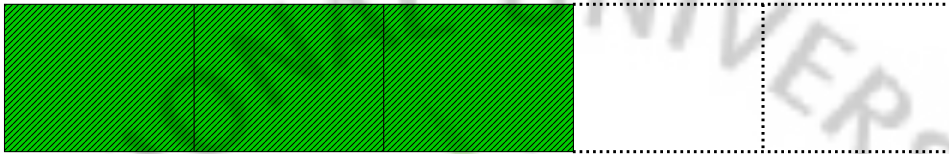
5

학습문제

부분의 크기를 이용하여 전체의 크기를 찾아보자



주어진 직사각형의 전체의 크기를 알아보시오



① 색칠된 부분의 크기를 알아봅시다.

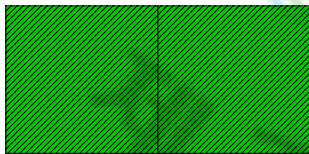
색칠된 부분은 크기가 같은  부분 중  부분입니다.

이것은  라고 쓰며,  분의  이라고 읽습니다.

② 아래에 주어진 직사각형은 크기가 $\frac{2}{6}$ 인 직사각형입니다.

색칠된 부분을 이용하여 아래에 크기가 $\frac{4}{6}$, $\frac{6}{6}$ 인 직사각형을 그려보시오.

$\frac{2}{6}$



$\frac{4}{6}$



$\frac{6}{6}$



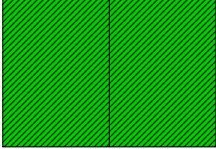


부분의 크기를 이용하여 전체의 크기를 찾아보시오.



색칠된 부분의 크기를 이용하여 $\frac{5}{7}$ 와 $\frac{7}{7}$ 의 크기를 그려보시오.

$$\frac{2}{7}$$



$$\frac{5}{7}$$

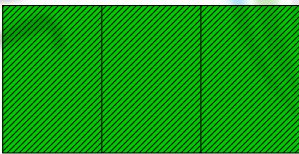


$$\frac{7}{7}$$



색칠된 부분의 크기를 이용하여 $\frac{6}{8}$ 과 $\frac{8}{8}$ 의 크기를 그려보시오.

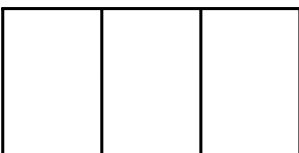
$$\frac{3}{8}$$



$$\frac{6}{8}$$



$$\frac{8}{8}$$



학습주제

0의 크기에 가까운 분수

차시

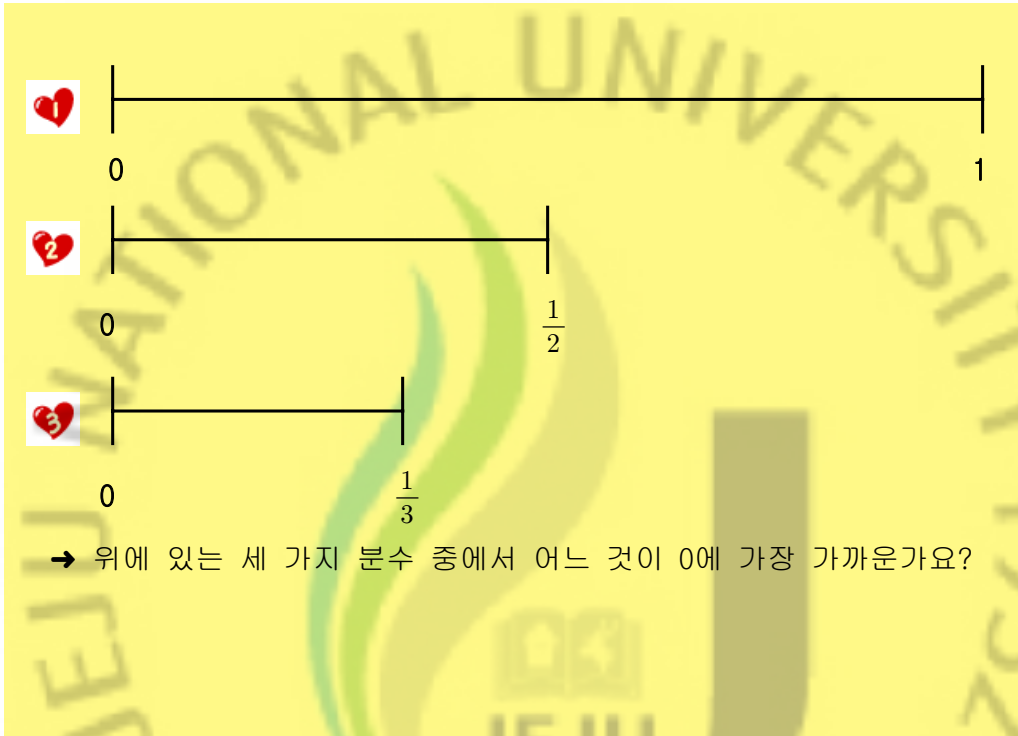
6

학습문제

0의 크기에 가까운 분수를 찾아보자



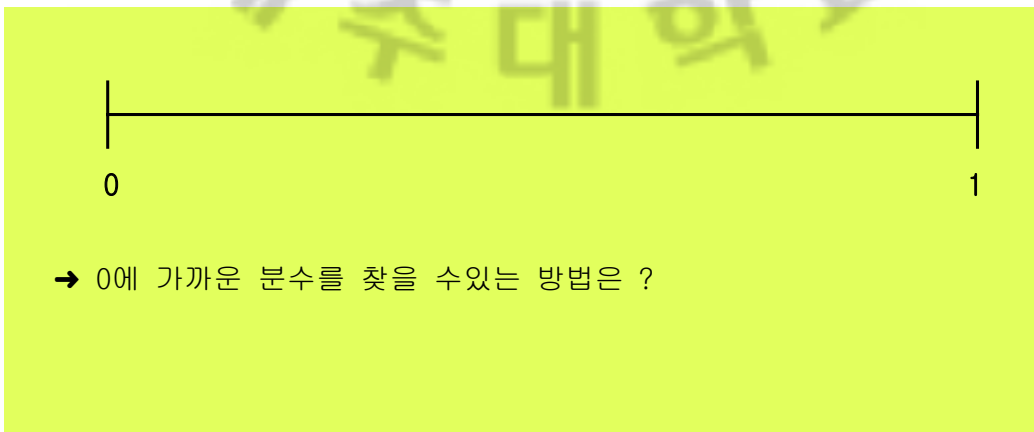
다음 수직선에 제시된 분수를 보고 0의 크기에 가까운 분수를 찾아보시오



→ 위에 있는 세 가지 분수 중에서 어느 것이 0에 가장 가까운가요?



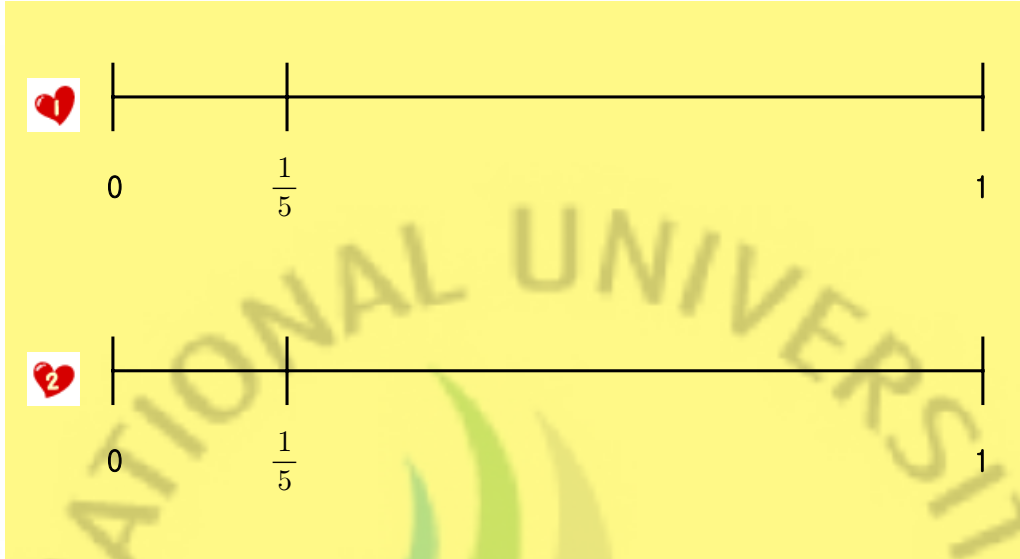
0에 가까운 분수를 수직선에서 찾아보고, 그 분수를 쉽게 찾을 수 있는 방법을 간단하게 설명해 보세요



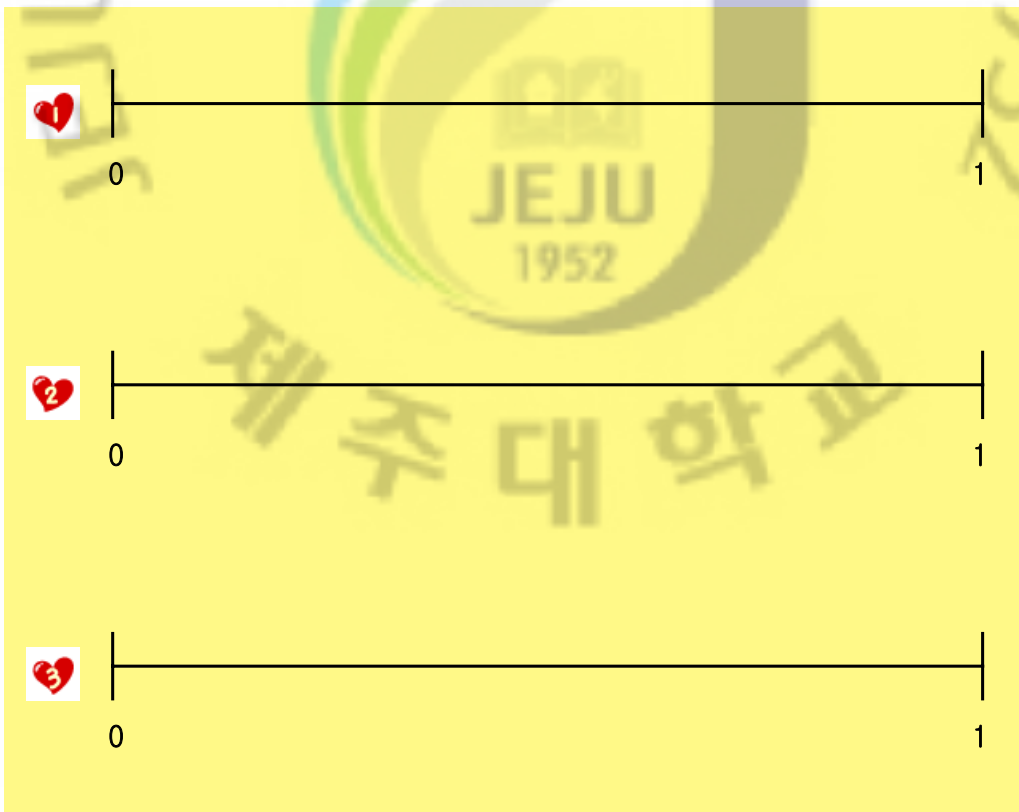
→ 0에 가까운 분수를 찾을 수 있는 방법은 ?



다음 수직선에서 $\frac{1}{5}$ 보다 0에 더 가까운 분수를 찾아 써 보시오



수직선에서 0에 가까운 분수를 찾아 써보고 위치를 표시해 보시오



학습주제

$\frac{1}{2}$ 의 크기에 가까운 분수

차시

7

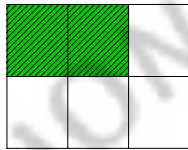
학습문제

$\frac{1}{2}$ 의 크기에 가까운 분수를 찾아보자

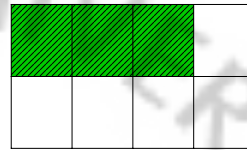


제시된 그림에 해당되는 분수를 써보고 $\frac{1}{2}$ 에 가장 가까운 분수를 찾아보시오

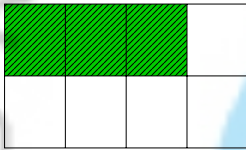
①



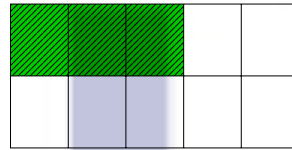
②



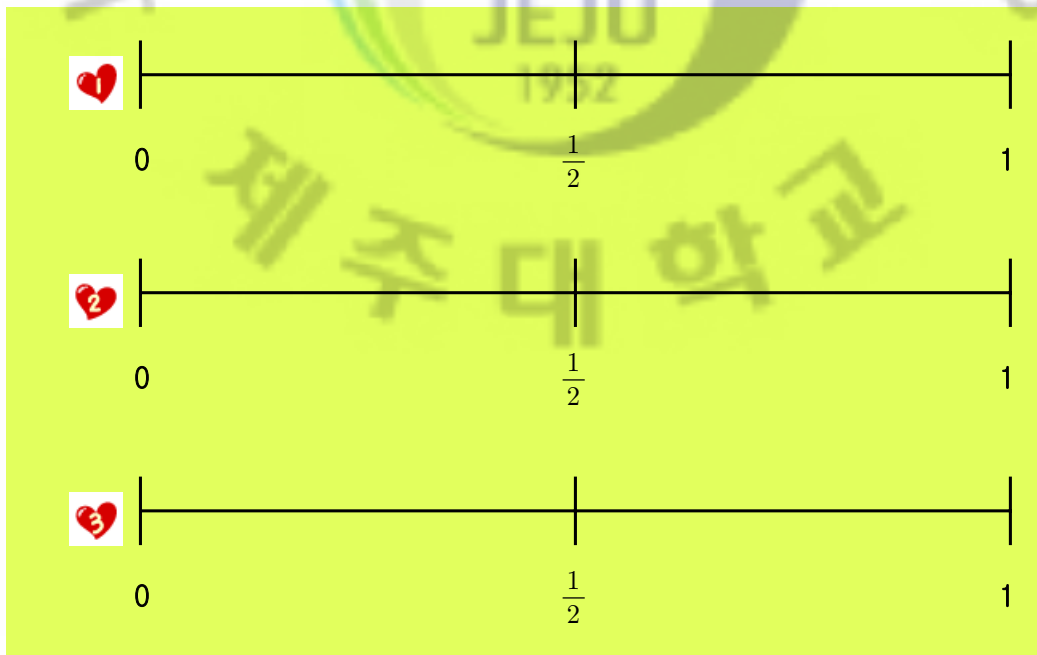
③



④

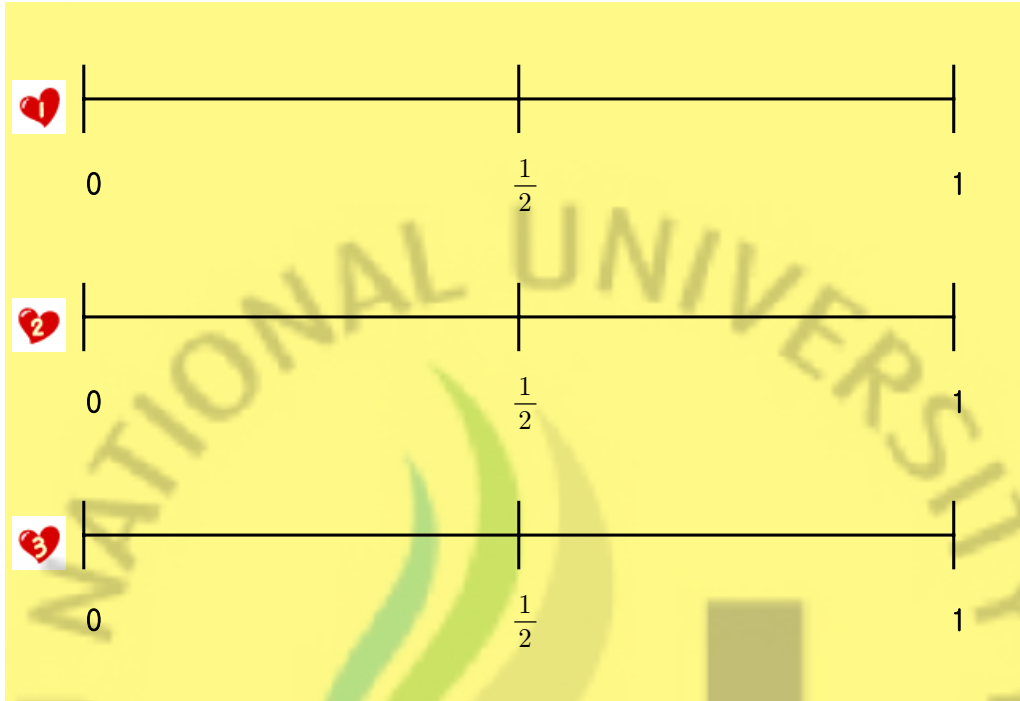


다음 수직선에서 0과 $\frac{1}{2}$ 사이에 있는 분수를 찾아서 표시하시오

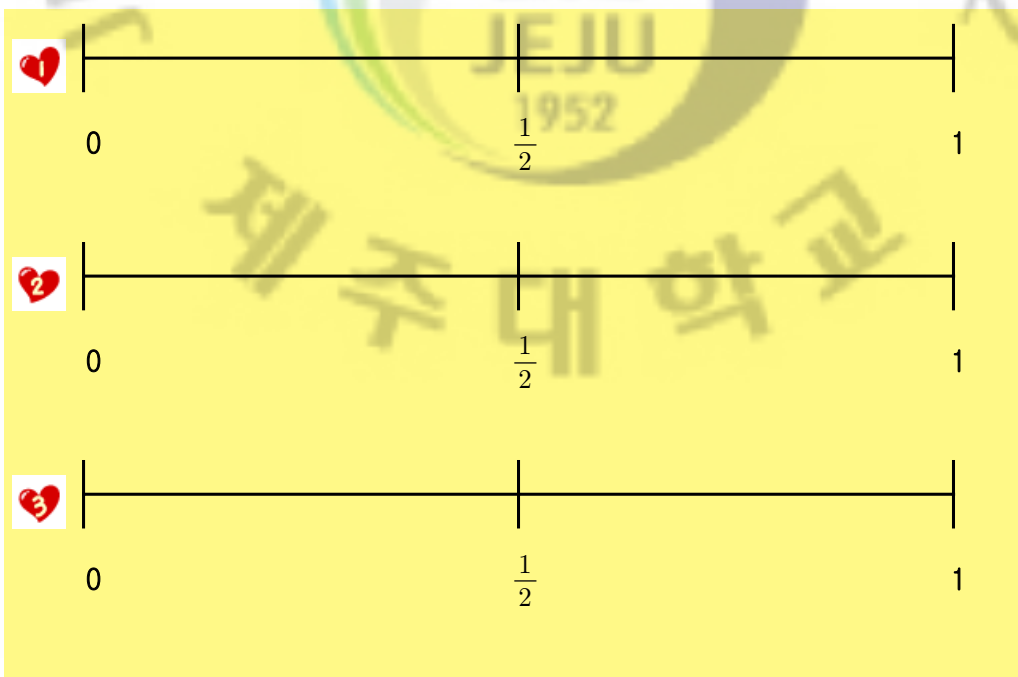




다음 수직선에서 $\frac{1}{2}$ 과 1 사이에 있는 분수를 찾아서 표시하시오



수직선에서 $\frac{1}{2}$ 에 가까운 분수를 찾아 써보고 위치를 표시해 보시오



학습주제

1 의 크기에 가까운 분수

차시

8

학습문제

1 의 크기에 가까운 분수를 찾아보자

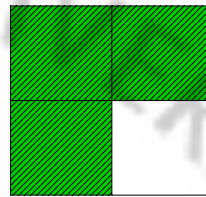


제시된 그림에 해당되는 분수를 써보고 1에 가장 가까운 분수를 찾아보시오

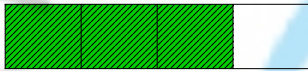
①



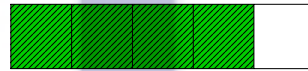
②



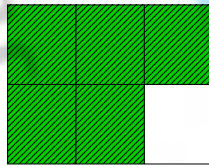
③



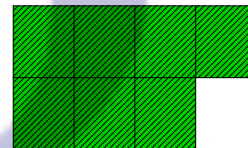
④



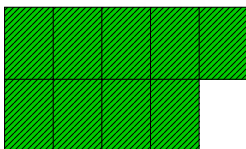
⑤



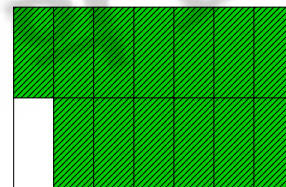
⑥



⑦



⑧



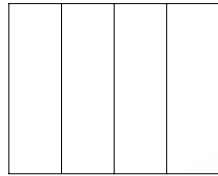
약속하기

Blank dotted box for writing a promise.

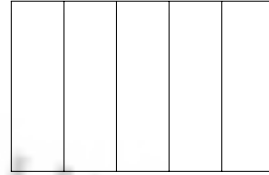


제시된 그림을 1에 가장 가까운 분수가 되게 만들어 보시오

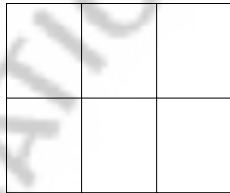
①



②



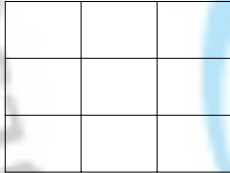
③



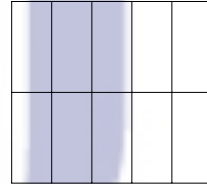
④



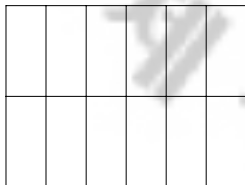
⑤



⑥



⑦



⑧





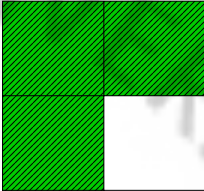

약속하기

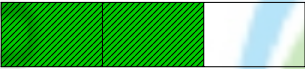

$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}$ 과 같이 분자가 분모보다 작은 분수를 **진분수** 라고 합니다.

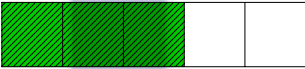

학습주제	크기가 1인 분수 알아보기	차시	9
학습문제	단위 분수를 이용하여 크기가 1인 분수를 알아보자		

★ 다음 그림을 보고 분수로 나타내시오.

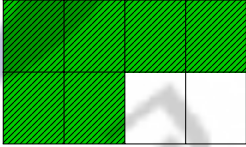

①  

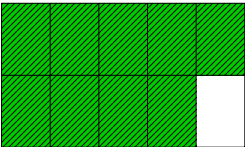

②  


③  

④  

⑤  

⑥  

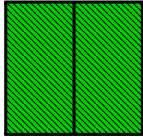
⑦  

⑧  



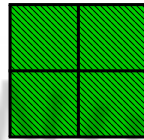
다음 분수를 보고 어떻게 읽어야 할지 생각해 보세요

1



색칠한 부분은 크기가
같은 부분중
 부분입니다.
이것은 $\frac{1}{2}$ 이 이
며, 이분의 라고
읽습니다.

2

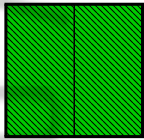


색칠한 부분은 크기가
같은 부분중
 부분입니다.
이것은 $\frac{1}{4}$ 이 이
며, 사분의 라고
읽습니다.



다음 분수를 보고 색칠된 부분의 분수를 쓰는 방법을 알아봅시다.

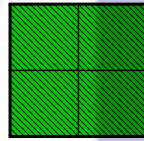
1



색칠한 부분은 크기가
같은 부분중
 부분입니다.
이것은 $\frac{1}{2}$ 이 이
며, 이분의 이라고 읽고

라고 씁니다.

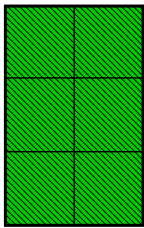
2



색칠한 부분은 크기가
같은 부분중
 부분입니다.
이것은 $\frac{1}{4}$ 이 이
며, 사분의 사라고 읽고

라고 씁니다.

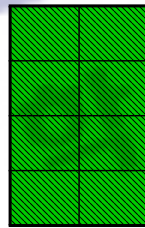
3



색칠한 부분은 크기가
같은 부분중
 부분입니다.
이것은 $\frac{1}{6}$ 이 이며,
육분의 이라고 읽고

라고 씁니다.

4



색칠한 부분은 크기가
같은 부분중
 부분입니다.
이것은 $\frac{1}{8}$ 이 이며,
팔분의 이라고 읽고

라고 씁니다.

약속하기

$\frac{2}{2}, \frac{3}{3}, \frac{4}{4}, \frac{5}{5}$ 과 같이 분모와 분자가 같은 분수를
크기가 1인 분수 라고 합니다.

학습주제

1 보다 큰 분수

차시

10

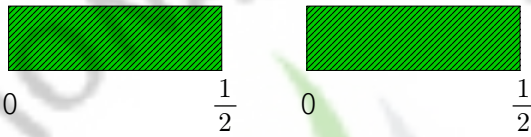
학습문제

1 보다 큰 분수에 대하여 알아보자



다음 그림을 보고 분수로 어떻게 나타낼지 알아보시오

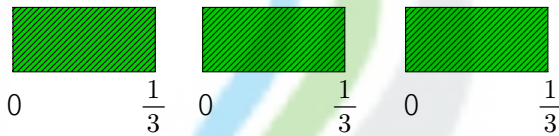
①



$\frac{1}{2}$ 이 2이면



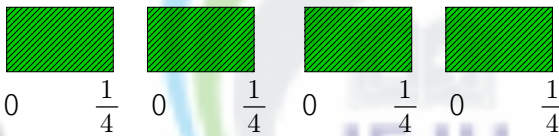
②



$\frac{1}{3}$ 이 3이면



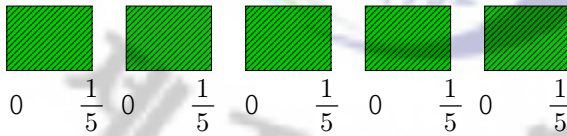
③



$\frac{1}{4}$ 이 4이면



④



$\frac{1}{5}$ 이 5이면



다시한번
생각하기

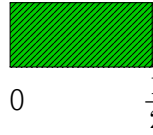
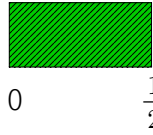
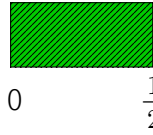
$\frac{2}{2}$, $\frac{3}{3}$, $\frac{4}{4}$, $\frac{5}{5}$ 과 같이 와 가 같은 분수를

크기가 인 분수 라고 합니다.



다음 그림을 보고 분수로 어떻게 나타낼지 알아보시오

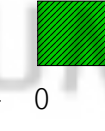
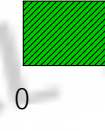
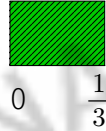
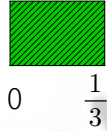
①



$\frac{1}{2}$ 이 3이면



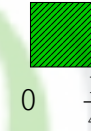
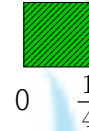
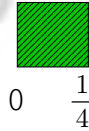
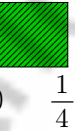
②



$\frac{1}{3}$ 이 4이면



③



$\frac{1}{4}$ 이 5이면



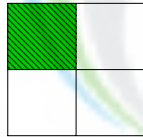
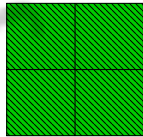
약속하기

$\frac{3}{2}$, $\frac{4}{3}$, $\frac{5}{4}$ 과 같이 분자가 분모보다 큰 분수를 **가분수**라고 합니다.



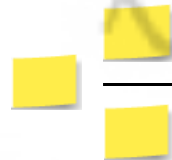
다음 그림을 보고 가분수를 자연수와 분수를 사용하여 나타내 보시오

①

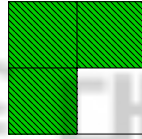
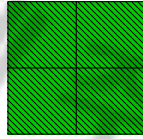
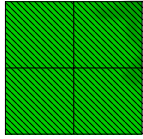


$\frac{4}{4}$ 가 하나이고

$\frac{1}{4}$ 이 10이면

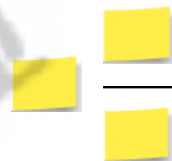


②



$\frac{4}{4}$ 가 둘이고

$\frac{1}{4}$ 이 3이면



약속하기

2와 $\frac{3}{4}$ 을 $2\frac{3}{4}$ 이라 쓰고, **2와 4분의 1** 이라 읽습니다.

$2\frac{3}{4}$ 과 같은 분수를 **대분수**라고 합니다.

학습주제

분수의 크기 측정하고 비교하기

차시

11

학습문제

분수막대를 이용하여 분수의 크기를 측정하여 비교해보자



주어진 분수막대의 이용하여 단위 분수의 크기를 비교하여 보시오

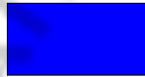
①



②



③



④



⑤

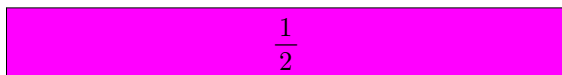


⑥

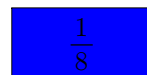


분수의 길이를 측정하여 크기가 큰 순서부터 써 보세요

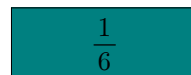
> > > > >



$\frac{1}{2}$

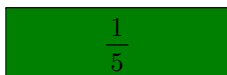


$\frac{1}{8}$

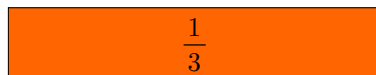


$\frac{1}{6}$

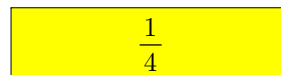
여기에 있는 분수 막대들을 잘라서 1번, 2번, 3번 문제를 해결하시오



$\frac{1}{5}$



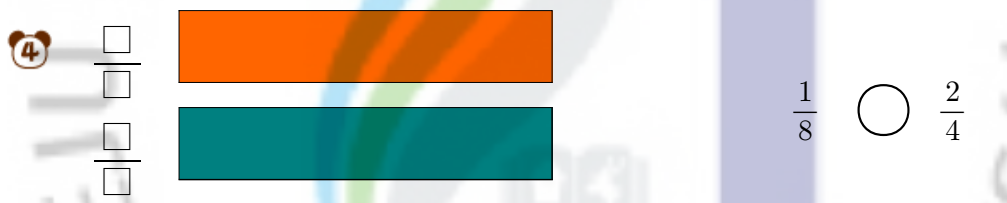
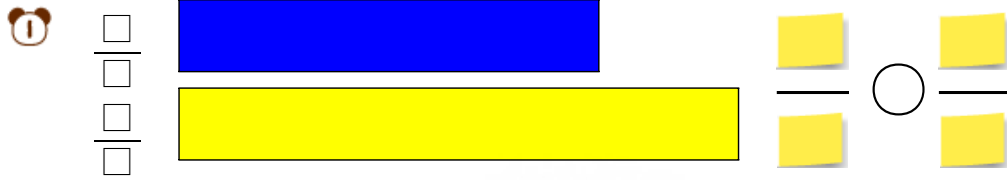
$\frac{1}{3}$



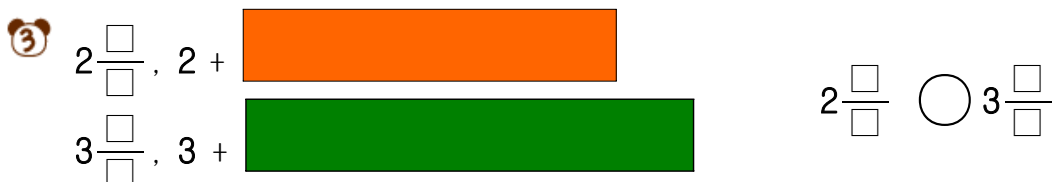
$\frac{1}{4}$



분수막대를 이용하여 진분수끼리의 크기를 비교하여 보시오



분수막대를 이용하여 대분수끼리의 크기를 비교하여 보시오



V. 결론 및 제언

이 연구에서는 분수 개념 이해를 위한 방법으로 측정의 관점에서 단위분수를 이용한 분수 지도에 대한 프로그램을 만들어 보았다.

연구를 시작하기에 앞서 수학의 개념학습 과정과 초등학교 수학교과서에 있는 분수 개념 지도 단계를 살펴보기 위하여 개념학습에 대한 이론과 3학년 가단계에서부터 4학년 나단계까지 분수 개념과 관련하여 교과서를 분석하였다.

다음으로 분수 개념 형성과 분수 지도에 관한 선행 연구를 고찰하여 현행 분수 지도의 개선점 및 효과적인 분수 지도 방법에 대하여 알아보았고, 효과적인 분수 지도 방법 중 측정과 관련한 분수의 양적인 개념이 중요함을 확인하게 되었다.

이에 다시 선행연구에서 분수 지도에 있어 측정과 관련한 내용만을 추출하여 다음과 같은 공통점을 살펴볼 수 있었다.

첫째, 학습자들이 분수 학습의 필요성과 흥미를 가질 수 있도록 분수 발생 배경과 과정을 지도해야 한다.

둘째, 분수를 이해하기 위해서는 0과 자연수의 네 가지 연산, 측정 개념을 이해해야 한다. 분수는 측정의 과정에서 탄생했고 측정을 통하여 실생활과 분수 학습을 연관지을 수 있고 양의 측정을 통하여 분수 개념의 본질인 비 개념을 명확히 드러낼 수 있으므로 분수 학습에서 측정이 중요하다.

셋째, 측정 상황에서 분수로 표현하는 과정에서 등분할이 필요하다. 등분할 개념을 이용하여 지도하되, 부분-전체 아이디어는 강조하지 않고 또한 1을 전체로 간주하지는 않는다. 그리고 다양한 형태의 분할을 통해 크기가 같음을 인식할 수 있다.

넷째, 직접 측정하는 기회를 통해 분수 연산의 선행 요건인 양적 개념을 길러야 한다. 분수 수업의 중점은 부분-전체 관계와 분수의 양적 개념이다. 양적 개념은 직접 측정하는 기회를 통해 길러지며 분수의 양적 개념을 바탕으로 분수의 상대적 크기를 어렵할 수 있고 동치분수와 수직선에서의 분수 위치를 가늠할 수 있다.

다섯째, 양적 개념 형성 학습 활동이 충분히 이루어져야 한다. 분수의 양적 개념을 기르는데 있어서 그와 관련된 활동이 부족하므로 분수의 상대적인 크기를 판단할 수 있도록 충분한 기회를 주어야 한다.

여섯째, 분수의 크기 비교를 위해서는 단위 분수의 크기 비교가 필수적으로 요구되며 단위 분수의 반복을 통해 분수의 크기 감각을 기를 수 있다. 분수의 크기 비교를 위해

서는 단위 분수의 크기를 비교가 필수적으로 요구되며 그 과정에서 단위로 분할된 것에 있어서 분할된 개수와 각 부분의 크기는 서로 상보적인 관계에 있다는 것도 알 수 있다.

일곱째, 분수의 크기 비교시 통분이 아닌 어렵하기 등의 양감을 먼저 이용할 수 있어야 한다.

이를 프로그램의 기본 내용으로 하여 단위분수를 중심으로 측정의 관점에서 분수를 지도할 수 있는 분수지도 프로그램을 개발함으로써 분수 학습에 어려움을 겪고 있는 초등학교 학생들의 분수 개념 형성에 도움을 줄 수 있을 것이라 생각된다.

이와 관련하여 본 연구자가 위의 프로그램 중의 일부를 활용하여 6학년 나단계 분수의 나눗셈 단원을 지도해 본 결과 학습자의 분수에 대한 거부감 감소와 분수 개념 형성에 많은 도움을 줄 수 있음을 확인할 수 있었다. 그러나 이에 대한 결과를 수치적인 데이터로 기록하지는 못하였다. 이에 본 연구를 바탕으로 후속연구를 위한 다음과 같은 제언을 하고자 한다.

첫째, 교과서에 대한 검토를 통해 분수의 개념을 강조하는 방향으로 현재의 분수 프로그램을 재구성하는 연구가 필요하다. 여기에는 각 학년별 학습내용과 지도 방법 등이 세부적으로 제시되어 초등학교 전 과정에 걸쳐 학습 내용 및 계열을 구성하고 그에 따른 지도 방안이 마련되어야 하며 학생들이 분수 개념을 확실히 정립할 수 있도록 분수 개념과 관련된 내용이 충분히 보충되어야 할 것이다.

둘째, 본 연구에 사용된 프로그램의 활용도 및 성과를 수치적으로 나타내기 위하여 학기초 선수 학습 진단평가를 통해 분수 개념 형성에 어려움을 느끼는 학생들을 선별하여 각 차시별 프로그램을 지도한 후 학생의 분수 개념 향상에 대한 검증이 필요할 것이다.

VI. 참 고 문 헌

- 강문봉 외 18인(1999). 초등수학 학습 지도의 이해. 양서원.
- 강완, 백석윤(1998). 초등수학교육론. 동명사.
- 교육인적자원부(2007). 초·중등학교 교육과정(별책1). 대한교과서주식회사.
- 교육인적자원부(2007). 초등학교 교육과정(별책2). 대한교과서주식회사.
- 교육인적자원부(2007). 수학과 교육과정(별책8). 대한교과서주식회사.
- 교육인적자원부(2006). 수학 3-가, 나, 4-가, 나, 5-가, 나, 6-가, 나. 서울 : 천재교육
- 교육인적자원부(2006). 초등학교 교사용 지도서 수학 3-가, 나, 4-가, 나, 5-가, 나, 6-가, 나. 서울 : 천재교육
- 권성룡(1997). 측정 활동을 통한 분수 학습 프로그램의 효과에 관한 연구. 한국교원대학교 석사학위논문.
- 권성룡 외 11인(2005). 수학의 힘을 길러주자. 경문사
- 권오남, 김진숙, 이경아(1997). 초등학교 6학년 학생들의 분수와 소수연산에 나타나는 오류 유형 분석. 한국수학교육학회 논문집, 1(1), 45-58.
- 김경미(2007). 초등학생들이 분수의 나눗셈에서 보이는 반복적 오류 분석. 서울교육대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 김규상(2000). 초등학생의 수학교과목에 대한 인식 조사:5학년과 6학년을 중심으로. 한국수학교육학회 논문집, 4(1), 75-82.
- 김민경(2002). 예비초등교사의 학습동기 전략에 관한 연구. 한국수학교육학회 논문집, 6(2), 55-64.
- 김시년(1999). 교사의 수학에 대한 신념이 수업 방법과 학생의 문제해결 수행에 미치는 영향. 한국수학교육학회 논문집, 3(1), 79-88.
- 김연미(1999). 초등학교 3, 4학년의 수학적 개념 이해에 대한 평가와 분석. 한국수학교육학회 논문집, 3(2), 151-162.
- 김옥경(1997). 초등학교 6학년 학생들의 분수 개념 이해 및 분수 수업 방안에 대한 연구. 한국교원대학교 대학원 석사학위 논문.
- 김정식(2005). 초등학교 수학 교과서에 나타난 분수의 덧셈과 뺄셈에 대한 분석. 서울교육대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 김춘화(2004). 분수 덧셈·뺄셈 오류 유형 진단과 처방에 관한 연구. 경인교육대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 김형조(2006). 분수 개념 이해 프로그램이 초등학교 수학 학습부진아의 분수개념 이해에

- 미치는 효과. 여수대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 라병소(1998). 수학을 싫어하는 학생의 사례 연구. 한국수학교육학회 논문집, 2(2), 75-83.
- 류성림(1999). 수학 학습 부진아의 개별화 교수 방법. 한국수학교육학회 논문집, 3(2), 115-131.
- 류성림, 정윤경(2002). 수학 학습 부진아와 교사의 유관 조절식 상호작용의 효과 -Vygotsky 이론을 중심으로. 대한수학교육학회 논문집, 12(3), 371-388.
- 박소연(2006). 구체적 조작활동을 통한 아동의 분수 개념형성과 그 지도방법에 관한 연구. 목포대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 배종수(2002). 제7차 교육과정을 중심으로 초등수학교육 내용지도법. 경문사
- 서관석, 전경순(2000). 예비 초등 교사들의 분수 연산에 관한 내용적 지식과 교수학적 지식 수준에 대한 연구:교사교육적 관점. 수학교육학연구, 10(1), 103-113.
- 서동엽(2005). 분수의 역사발생적 지도방안. 대한수학교육학회 논문집, 15(3), 233-249.
- 소성숙(2003). 초등학교 학생들의 분수감각에 대한 실태분석. 한국교원대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 우정호 외 6명 공저(2006). 수학교육학 연구방법론. 경문사
- 이대현,서관석(2003). 초등수학 예비교사들의 분수에 대한 표상의 분석. 한국수학교육학회 논문집, 7(1), 31-41.
- 장재욱(2003). 초등학교 수학 학습부진아의 분수 개념 이해도 증진을 위한 수업 방안 연구. 단국대학교 특수교육대학원 석사학위논문.
- 전평국, 정인숙(2003). 수학적 문제해결 지도에서 교사의 역할에 대한 분석. 한국수학교육학회 논문집, 7(1), 1-14.
- 조완영, 김남균(2000). 수학적 문제 해결 지도에 대한 교사의 인식과 지도의 실제 조사. 한국수학교육학회 논문집, 4(1), 51-61.
- 최연옥(2007). 오류분석을 통한 자기교시훈련이 수학학습부진아의 분수의 연산 능력에 미치는 효과. 광주교육대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 최영주(2005). 초등학교 학생들의 분수 오개념 분석 및 분수 개념 형성 지도 방안. 전주교육대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 홍은석(2007). 분수 개념에 관한 초등학생의 비형식적 지식. 서울교육대학교 교육대학원 석사학위논문.
- Behr, M. J. Lesh, R., Post, T. R. & Silver, E. A. (1983). Rational-number concepts, In R. Lesh & M. Landau (Eds.), Acquisition of Mathematics Concepts and Processes, 91-126, Orlando, FL: Academic press. Inc.
- Sowder, J. T. (1995). Instructing for rational number sense, In J. T. Sowder & B. P. Schappelle (Eds.), Providing a Foundation for Teaching Mathematics in the

Middle Grades, 15-30. New York. NY: State University of New York Press.

Behr, M. J., & Post, T. R.(1992). Teaching rational number, Ratio and Proportion. In D. A. Grouws(Ed.), Handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics. 296-333. NY: Macmillan Publishing Company.



A B S T R A C T

A Study on Fraction Instruction from the Perspective of Measurement - Focusing on Unit Fractions -

Yang, Seong-jun

Major in Elementary Math Education
Graduate School of Education at Cheju National University
Supervised by Prof. Keunbae Choi

Math is the subject to help the students cultivate logical thinking abilities for various everyday problems and further rational problem-solving skills and attitudes. Although most students invest a lot of time in the subject, math still remains as the most difficult and challenging subject. There can be several reasons for that including the fact that a good amount of time and effort is required to understand each and every one of abstract math concepts and that different concepts demand different procedures and methods. Thus it's safe to say that math is the subject most oriented to concept study and principles. Fractions, in particular, present one of the most complex and important math concepts in elementary school.

Thus this study set out to review the previous studies on the difficulty with understanding the concepts of fractions, to analyze the implications of the results for fraction instruction, and to develop a program for fraction instruction using unit fractions from the perspective of measurement. Based on the consideration of the previous researches, the following basic directions were set regarding program development:

First, the teachers should teach the students about the background and process of how

fractions were created to stimulate their interest and need for fractions.

Second, it should be noted that measurement is essential in fraction study since fractions were born in the perspective of measurement and that everyday life can be connected to fraction study through measurement.

Third, equal divisions are required in expressing measurements in fractions.

Fourth, the students should obtain the concept of volume, which is a prerequisite to fraction calculation, by doing firsthand measurement.

Fifth, there should be enough activities to help the students develop the concept of volume by estimating the relative sizes of fractions.

Sixth, comparing the sizes of unit fractions is essential to comparing the sizes of fractions. The students can develop a sense of size by repeating unit fractions.

And seventh, the students should be able to first use a sense of volume such as rough calculation instead of reduction of fractions to a common denominator when comparing their sizes.

The program will hopefully serve as an assistant teaching material for the students who suffer from difficulties with fraction study. And there should be ongoing research efforts to help elementary school students develop a clear concept of fractions and solidify it.

Keywords: fraction instruction, measurement, unit fractions