creative commons
COMMONS DEED

저작자표시-비영리-변경금지 2.0 대한민국

이용자는 아래의 조건을 따르는 경우에 한하여 자유롭게

- 이 저작물을 복제, 배포, 전송, 전시, 공연 및 방송할 수 있습니다.

다음과 같은 조건을 따라야 합니다:

저작자표시. 귀하는 원저작자를 표시하여야 합니다.

비영리. 귀하는 이 저작물을 영리 목적으로 이용할 수 없습니다.

변경금지. 귀하는 이 저작물을 개작, 변형 또는 가공할 수 없습니다.

- 귀하는, 이 저작물의 재이용이나 배포의 경우, 이 저작물에 적용된 이용허락조건을 명확하게 나타내어야 합니다.
- 저작권자로부터 별도의 허가를 받으면 이러한 조건들은 적용되지 않습니다.

저작권법에 따른 이용자의 권리는 위의 내용에 의하여 영향을 받지 않습니다.

이것은 이용허락규약(Legal Code)을 이해하기 쉽게 요약한 것입니다.

Disclaimer

dCollection

석 사 학 위 논 문

초기대수 학습 자료 개발
-초등학교 5학년을 중심으로-

제주대학교 교육대학원

초등수학교육전공

강 동 석

2010년 8월

석 사 학 위 논 문

초기대수 학습 자료 개발
-초등학교 5학년을 중심으로-

제주대학교 교육대학원

초등수학교육전공

강 동 석

2010년 8월

JEJU NATIONAL UNIVERSITY 1952
제주대학교
dCollection @ jeju

Collection @ jeju

석 사 학 위 논 문

초기대수 학습 자료 개발
-초등학교 5학년을 중심으로-

제주대학교 교육대학원

초등수학교육전공

강 동 석

2010년 8월

JEJU NATIONAL UNIVERSITY 1952
제주대학교
JEJU 1952
dCollection @ jeju

초기대수 학습 자료 개발
-초등학교 5학년을 중심으로-

지도교수 김 해 규

이 논문을 교육학 석사학위 논문으로 제출함

제주대학교 교육대학원

초등수학교육전공

강 동 석

2010년 5월

Collection @ jeju

강동석의

교육학 석사학위 논문을 인준함

심사위원장 김 해 규 인

심사위원 현 종 익 인

심사위원 최 근 배 인

제주대학교 교육대학원

2010년 6월

dCollection @ jeju

목 차

국문 초록 ····· i

Ⅰ. 서론 ····· 1
1. 연구의 필요성 및 목적 ····· 1
2. 연구 문제 ····· 3
3. 연구 방법 및 절차 ····· 3
4. 연구의 제한점 ····· 4

Ⅱ. 이론적 배경 ····· 5
1. 제7차 교육과정 및 2007 개정 교육과정 분석 ····· 5
2. 초기대수 관련 선행연구 ····· 10
3. 문자 이해 수준과 문자 유형 ····· 15
4. 대수의 사고 요소 분석 ····· 19

Ⅲ. 연구의 실제 ····· 22
1. 4-가 단계에서 6-나 단계 교과서 문자 사용 유형 분석 ····· 22
2. 자료 개발의 실제 ····· 26

Ⅳ. 결론 및 제언 ····· 106

참고 문헌 ····· 107

ABSTRACT ····· 109

부 록 1 ····· 111
부 록 2 ····· 113

dCollection @ jeju

부 록 3 ····· 115
부 록 4 ····· 116
부 록 5 ····· 119
부 록 6 ····· 120
부 록 7 ····· 122
부 록 8 ····· 125
부 록 9 ····· 127
부 록 10 ····· 129
부 록 11 ····· 131
부 록 12 ····· 134
부 록 13 ····· 137

JEJU NATIONAL UNIVERSITY 1952
제주대학교
JEJU 1952
dCollection @ jeju

표 목 차

<표 Ⅱ-1> 초등학교 각 영역별, 학년별 내용 체계표 ····· 6
<표 Ⅱ-2> Küchemann의 문자 사용의 6가지 유형 ····· 16
<표 Ⅱ-3> 문자의 4가지 이해 수준 ····· 17
<표 Ⅱ-4> Küchemann의 문자 이해 수준 ····· 18
<표 Ⅱ-5> 대수적 사고와 대수적 사고 요소 ····· 19
<표 Ⅲ-1> 4-가 단계에서 6-나 단계 교과서 문자 사용 유형별 분석 ····· 22
<표 Ⅲ-2> 5-가 수학 단원별 문자 사용 유형별 분석 ····· 24
<표 Ⅲ-3> 5-가 수학익힘책 단원별 문자 사용 유형별 분석 ····· 24
<표 Ⅲ-4> 5-나 수학 단원별 문자 사용 유형별 분석 ····· 25
<표 Ⅲ-5> 5-나 수학익힘책 단원별 문자 사용 유형별 분석 ····· 25

dCollection @ jeju

그 림 목 차

[그림 Ⅲ-1] '문자와 식'과 관련된 대수적 사고 요소 ····· 19
[그림 Ⅲ-2] '방정식'과 관련된 대수적 사고 요소 ····· 21

JEJU NATIONAL UNIVERSITY 1952
제주대학교
JEJU 1952

dCollection @ jeju

국문초록

초기대수 학습 자료 개발

강 동 석

제주대학교 교육대학원 초등수학교육전공

지도교수 김 해 규

제7차 교육과정에서는 중학교 1학년 단계에서 다루어졌던 방정식의 도입이 2007 개정 교육과정에서 6-나 단계로 이동됨에 따라서 초등수학에서 다루어지는 초기대수(early algebra)에 대한 연구의 필요성이 제기되었다.

이에 본 연구에서는 제7차 교육과정의 4-가 단계에서 6-나 단계 사이의 교과서 활동을 Küchemann의 문자 사용 유형에 의해 분석해 봄으로써 초기대수적 관점에서 활동의 실태를 살펴 보았다. 분석 결과 유형1과 유형3의 낮은 문자 이해 수준에 해당하는 유형이 많았고 유형4, 유형5, 유형6과 같은 문자 사용 유형은 발견하기 어려웠다.

따라서, 6학년으로 이동되는 문자 x를 학습하기 전에 초기대수의 다양한 문제를 접해보고, 이를 해결하는 사고과정을 학생들에게 경험하는 기회를 제공하기 위하여 초기대수를 활용한 자료를 개발하고자 한다. 이를 위해 대수적 사고 요소를 분석하고 초기대수적 사고를 학습할 수 있도록 지도 자료를 개발하였다.

이러한 자료를 통해 6학년과 중학교에서 방정식에 대한 개념을 더 명확하게 인지할 뿐 아니라 패턴과 일반화를 통한 추론 활동을 통해 대수 학습과도 쉽게 연계할 수 있는 기초를 다지게 될 것이다.

주요어 : 초기대수, 문자 사용 유형, 문자 이해 수준, 대수적 사고 요소

dCollection @ jeju

Ⅰ. 서론

1. 연구의 필요성 및 목적

제7차 교육과정에서 중학교 과정으로 다루었던 '미지수를 x로 나타내기'와 '간단한 방정식 풀기'가 2007 개정 교육과정(이하 개정 교육과정)에서는 초등학교 6학년으로 이동한다. 이것은 초등 교육과정에서 미지수에 대한 학습 가능성을 제시함과 동시에 초등학교 수학과에서 미지수에 대한 기본적인 개념과 그 바탕이 되는 대수 교수-학습에 대한 연구의 필요성을 내포하고 있다. 하지만 선행 연구에서 살펴보면, 산술에서 대수로의 이행에 있어 여러 가지 문제점을 보이고 있기 때문에 그 과정에서 필요한 대수적 사고요소를 미리 학습하여 대비한다면 그 어려움을 줄이고 대수 학습에 흥미와 자신감을 가지고 문제 해결을 위한 자발적인 의지를 갖도록 할 수 있다.

이에 대해 강소희, 방정숙(2008)은 오늘날 문자의 도입과 함께 시작되는 학교대수는 초등수학에서 중등수학으로의 이행에서 가장 큰 장애요인이 되고 있다. 대수는 일반화된 산술 즉, 문자 기호를 도입하여 산술을 일반화하는 것으로 받아들여져 왔다. 그러나 지금까지 산술과 대수를 초등과 중등과정으로 그 내용을 구분하여 지도해온 결과 학교대수를 학습하는 과정에서 많은 문제점들이 발생되었는데, 이는 이러한 엄밀한 구분이 산술에서 대수로의 이행을 어렵게 만드는 근본적인 이유 가운데 하나이기 때문이다. 이는 산술과 차별화된 대수의 본질에 기인하는 것으로, 문자와 식, 방정식에서의 구문론적 측면을 강조하는 것만으로 해결될 수 없다. 이에 최근 학교대수와 관련된 연구에서는 대수적 사고에 대한 논의가 집중적으로 다루어지고 있으며(우정호, 김성준, 2007) '초기대수'(early algebra)[1]가 그 하나라고 하였다.

---

1) 김성준(2003a)은 'early algebra'를 '초기대수'로 번역하였다. 이것은 초등대수(elementary school algebra)와 구분되는 것으로, 초등대수는 초등학교에 한정되어 다루어지는 대수를 의미하는 반면, 초기대수는 초등학교라는 장소보다 그 시기에 더욱 초점을 둔다. 곧, 초기대수는 기존의 대수 교육보다 앞서 이루어지는 대수 교육을 의미하며, 그 주제는 기호화보다 대수적 사고(추론) 측면에 중심이 있다.

dCollection @ jeju

이러한 측면에서 미지수 x가 초등과정으로 이동되어 도입됨에 따라서 그에 대한 학습준비과정인 초기대수 교육의 필요성이 대두되고 있으며 나아가 초등학교 교과서에서 다루어지고 있는 문자 사용 유형을 살펴보고 다양한 문자 사용 유형의 자료를 제작하여 학생들에게 접하게 함으로써 체계적인 대수적 사고 요소 계발이 이루어져야 한다.

김성준(2003a)은 초등학교 산술 단계에서 다룰 수 있는 대수적 사고 측면을 산술 학습에서 지도함으로써, 이후 대수 학습에서 학생들이 갑작스럽게 경험하는 어려움을 덜어주며 동시에 산술과 대수 간의 연결을 원활하게 하려는 목적에서 초기대수를 학교수학에 도입해야 함을 제안하고 있다. 여기서 초기대수는 중등과정에서 학습하는 문자와 기호를 그대로 도입하는 것이 아니며, 중등대수와 관련된 요소를 그 수준에 맞추어 추론 측면에서 강조하는 것을 말한다. 따라서 초기대수에서 주장하는 것은 초등 단계에서 대수를 가르치는 것이 대수와 관련된 사고(추론)측면을 개발하려는 것이며, 산술과 대수를 이어주는 연결 고리를 산술에서부터 찾으려는 것이라고 보았다.

이러한 관점에서 초등학교 시기에 산술에서 다양한 규칙을 알아보고 식으로 표현하며 일반화할 수 있는 다양한 경험을 제공하여 초기대수의 다양한 문자 사용 유형을 접해 보는 것은 대수적 사고 요소를 계발하고 미지수 x를 큰 혼란 없이 받아들이게 되어 산술과 대수를 연결시켜주는 체계적인 학습이 될 것이다.

이러한 관점에서 4-가 단계에서 6-나 단계까지의 교과서에서 제시되고 있는 문자의 사용 유형을 분석해 보는 것은 학생들의 문자 사용 유형의 경험을 진단해 볼 수 있는 중요한 자료가 될 것이다. 또한 미지수 x의 도입 이전 학년, 즉 5학년에서 □를 사용하여 식을 세우는 경험의 정도를 분석해 보아야 할 것이다.

김성준(2003a)은 초등학교 4-가 단계에서 6-나 단계까지의 문제 푸는 방법 찾기 단원 분석을 통해 대수적 사고의 표현을 분석한 결론에서 우리의 경우 초등수학 교과서는 실제로 이러한 초기대수의 지도 가능성을 비교적 많이 포함하고 있지만, 그러나 아직은 초등수학은 산술이라는 인식이 강하며 따라서 산술에서부터 대수적 사고와의 연결을 찾는 것은 쉽지 않아 보인다. 따라서 차후 연구에서는 이러한 초기대수의 다양한 측면들을 초등수학에서 보다 구체화시키고, 이를 통해 산술과 대수와의 연결을 원활하게 하면서 동시에 대수 학습에서의

dCollection @ jeju

어려움을 개선하는데 그 초점이 맞추어져야 할 것이라고 추가 연구에 대해 시사하고 있다.

이러한 교육과정의 변화와 산술과 대수의 연결성 측면에서 초기대수와 관련한 다양한 사고를 경험해 봄으로 해서 초기대수의 도입 및 접근성을 원활하게 하기 위해 제7차 교육과정 4-가 단계에서 6-나 단계까지의 교과서와 익힘책을 문자 사용 유형에 따라 분석해 보고 다양한 유형의 문제를 제시하여 대수적 사고 요소를 강조하는 초기대수적 관점의 자료를 제안하려고 한다.

따라서 본 연구에서는 제7차 교육과정상에서 제시된 문자 사용 유형을 살펴봄으로써 개정 교육과정에서 초등으로 이동되는 미지수를 x로 나타내기와 간단한 방정식 풀기, 이를 통해 그 필요성이 재기된 초기대수 간의 연결성을 분석해 보고, 이를 바탕으로 5-가와 5-나 단계에서 활용할 수 있는 다양한 대수적 사고 요소를 포함하는 문자 사용 유형의 자료를 제작하는데 그 목적이 있다.

2. 연구 문제

가. 초기대수와 관련된 초등학교 수학 교육과정 내용을 분석한다.

나. 초등학교 4-가 단계부터 6-나 단계 교과서 및 수학익힘책에 수록되어 있는 문자 사용 유형을 분석한다.

다. 5-가, 5-나 단계를 중심으로 초기대수적 관점에서 다양한 문자 사용 유형을 활용한 자료를 개발한다.

3. 연구 방법 및 절차

가. 연구 대상 : 제7차 교육과정 5-가, 5-나 단계 수학 교과서

나. 연구 기간 : 2009년 3월 ~ 2010년 3월

dCollection @ jeju

다. 연구 절차

1) 제7차 교육과정 및 개정 교육과정 분석

초등학교 제7차 교육과정 및 개정 교육과정 해설서의 내용을 비교·분석하여 초기대수와 관련되어 개정되는 학습 내용을 알아보고 초등학교에서의 산술적 수학 내용과 대수적 학습 요소의 관련성을 분석한다.

2) 4-가 단계에서 6-나 단계에 있는 수학 교과서 및 익힘책의 문제들을 유형별로 분석

초등학교 교과서 분석을 통해 4-가 단계에서 6-나 단계까지 수학책과 수학익힘책에 나타난 문자 사용 유형의 실태를 파악하고 5-가, 5-나 단계의 문자 사용 유형을 단원별로 분석하여 자료 개발의 시사점을 추출한다.

3) 초기대수 관점에서 다양한 유형의 활용 자료 개발

초기대수 관점에서 5-가 및 5-나 단계에서 활용할 수 있는 다양한 유형의 활용 자료를 개발한다.

4. 연구의 제한점

가. 2007 개정 교육과정에서는 미지수를 x로 나타내기와 간단한 방정식 풀기가 6학년으로 이동되는데 이는 중학교에서 방정식 학습에 기본 바탕이 되므로, 초등수학에서는 초기 대수적 접근이 필요하다. 따라서, 본 연구에서는 4-가 단계에서 6-나 단계까지의 교과서와 익힘책을 초기대수적 관점에서 분석하고, 초기대수적 관점에서 제7차 교육과정 5-가 단계와 5-나 단계에 한정하여 활용할 수 있는 자료를 개발하고자 한다.

나. 교과서표에 제시되는 빈 칸은 본 연구에서는 문자로 취급하지 않았다.

dCollection @ jeju

Ⅱ. 이론적 배경

1. 제7차 교육과정 및 2007 개정 교육과정 분석

앞에서 언급하였듯이, 2007 개정 교육과정(이하 개정 교육과정)에서는 미지수를 x로 나타내기와 간단한 방정식 풀기 내용을 초등학교 6학년에서 지도하도록 하였다. 제7차 교육과정에서 중학교로 이동되었던 방정식에 대한 내용이 개정 교육과정에서 다시 초등학교로 이동된 것은 여러 가지 교육 여건의 변화와 미지수의 도입을 용이하게 하고 초등과 중등의 연계성 등 다양한 측면에서 그 필요성과 배경이 있음을 알 수 있다.

형식적 조작기에 다루어졌던 방정식 내용이 구체적 조작기로 이동함에 따라서 발생할 수 있는 문제점과 대수적 사고 요소에 대한 어려움을 최소화하기 위해서, 또한 중학교 교육과정에서 문자와 식, 함수 영역으로 범주와 비중이 확대되는 대수와의 연계성 측면에서도 초기대수와 그에 따른 대수적 사고 요소를 미리 접해보는 경험은 이후 대수학습에 대한 완충 역할을 할 수 있다. 따라서 미지수 x의 도입 이전에 초기대수에 대한 계획적이고 체계적인 교육과정이 필요하며 대수적 사고 요소들을 내포하고 있는 다양한 문자 사용 유형을 접해 보기 위해 초기대수와 관련된 자료의 개발이 시급하다.

개정 교육과정에서는 초등학교의 경우 내용 영역이 … 기존의 '문자와 식' 영역과 '규칙성과 함수' 영역이 '규칙성과 문제해결' 영역으로 통합되었다. 초등학교에서 '문자와 식'에 해당하는 부분은 각 학년별로 '□를 이용한 식', '□의 값 구하기', '문제 만들기', '식 만들기', '미지항 구하기', '문제해결 방법'이었다. … 개정 교육과정의 초등학교 영역은 기존의 '문자와 식' 영역이 사라지고, 그에 해당하는 내용이 '규칙성과 문제해결' 영역으로 통합되었다(교육과학기술부, 2008).

이처럼 개정 교육과정에서는 문자와 식, 규칙성과 함수로 나누어졌던 두 영역이 '규칙성과 문제해결'로 통합되어 운영하게 된다. 하지만 이것은 그 비중이 감소해서 통합되는 것은 아니다. 규칙을 찾는 활동은 우리가 미래를 예상하고 추측하는 데 중요하며, 수학적으로는 함수를 이해하는 기초가 된다. 또 문제해결

dCollection @ jeju

은 문제 상황을 이해하고, 여러 가지 해결 전략을 활용하여 해결 방법을 모색하고, 그 문제를 해결해 나가는 일련의 과정으로 볼 수 있다. 문제해결은 제4차 교육과정에서부터 강조된 것처럼 생활 속에서의 수학적 문제를 해결하는 능력이 중요함을 인식하고 그 능력을 기르기 위한 훈련의 일환으로 강조되는 부분이다(교육과학기술부, 2008).

이처럼 규칙성과 문제해결능력이 중요함을 다시 강조하고 있다. 또한 규칙성과 문제해결 영역은 중학교에 들어서면 문자와 식과 함수 영역으로 5개 영역 중에 2개 영역을 차지하리만큼 큰 비중을 차지하고 있다. 따라서 이러한 영역 통합과 중학교 교육과정의 영역 확장은 초등학교에서 초기대수에 대한 교육의 필요성과 함께 대수적 사고 요소의 중요성을 인식시켜 준다.

또한 초등학교와 중학교의 연계성 측면에서도 중학교에서 큰 비중으로 다루고 있는 문자와 식, 함수의 기본바탕이 되는 초기대수에 대한 개념 정립은 이후 학습에도 많은 영향을 미칠 것을 예측할 수 있다.

이에 대해서 제7차 교육과정에 비추어 개정 교육과정의 초등학교 각 영역별, 학년별 내용을 살펴보면 <표Ⅱ-1>과 같다.

<표Ⅱ-1> 초등학교 각 영역별, 학년별 내용 체계표(김동인, 2009)

학교급 / 학년 / 영역	초등학교 1학년	초등학교 2학년	초등학교 3학년
수와 연산	· 100까지의 수 · 간단한 수의 덧셈과 뺄셈 · 두 자리 수의 덧셈과 뺄셈	· 1000까지의 수 · 두 자리 수의 덧셈과 뺄셈 · 세 자리 수의 덧셈과 뺄셈 · 곱셈 ☞ 곱셈의 활용 삭제 · 분수의 이해 ☞ 영역의 등분할로서의 분수 개념 도입(초3에서 이동, 분수 개념의 나선형 지도)	· 10000까지의 수 · 네 자리 수의 덧셈과 뺄셈 · 곱셈 · 나눗셈 · 분수 ☞ 이산량으로서의 분수 · 소수의 이해
도형	· 입체도형의 모양 · 평면도형의 모양 ☞ 점판에서 도형 만들기 삭제	· 기본적인 평면도형 · 입체도형의 구성	· 각과 평면도형 · 평면도형의 이동 · 원의 구성요소

dCollection @ jeju

학교급 / 학년 / 영역	초등학교 1학년	초등학교 2학년	초등학교 3학년
측정	· 양의 비교 · 시각 읽기	· 시각과 시간 · 길이 ☞ 단명수, 복명수로 말하기(교육과정 내용 명료화) · 측정값 나타내기	· 시간 ☞ '초'개념, 초 단위까지의 연산 (초4에서 이동) · 길이 ☞ 길이의 덧셈과 뺄셈 (학습내용 명료화) · 들이 · 무게 ☞ 초4에서 이동(타교과와의 연계성 강화,학습량감축)
확률과 통계	· 한 가지 기준으로 사물 분류하기	· 표와 그래프 만들기	· 자료의 정리, 자료의 특성 (막대그래프, 간단한 그림 그래프)
규칙성과 문제해결	· 규칙적인 배열에서 규칙 찾기 · 자신이 정한 규칙에 따라 배열하기 · 100까지의 수 배열표에서 규칙 찾고 말하기 ☞ 추가(의사소통 능력 강화) · □를 사용한 식 · 실제로 해보기, 그림 그리기, 식 만들기 등으로 문제를 해결하기	· 다양한 변화의 규칙 찾기 · 수 배열에서 규칙 찾고, 규칙에 따라 수 배열하기 · 곱셈표에서 여러 가지 규칙 찾기 · 미지수 구하기 · 식 만들기 · 규칙 찾기, 거꾸로 풀기 등으로 문제를 해결하기 ☞ 문제해결방법이 바뀜 : 표만들기에서 규칙찾기로 (난이도에 따라 학년간 문제해결방법 조정)	· 규칙에 따라 여러 가지 무늬 꾸미기 ☞ 옮기기에서 밀기로 용어 수정(정확한 용어 사용) · 표 만들기, 예상과 확인 등으로 문제 해결하기 ☞ 문제해결방법이 바뀜 : 규칙찾기에서 표만들기로 (난이도에 따라 학년간 문제해결방법 조정)

학교급 / 학년 / 영역	초등학교 4학년	초등학교 5학년	초등학교 6학년

dCollection @ jeju

영역 \ 학교급 학년	초등학교 4학년	5학년	6학년
수와 연산	· 다섯 자리 이상의 수 · 자연수의 사칙계산 ☞ 혼합계산 약화 (지나치게 복잡한 혼합계산은 다루지 않음) · 여러 가지 분수 · 분모가 같은 분수의 덧셈과 뺄셈 · 소수 · 소수의 덧셈과 뺄셈	· 약수와 배수 · 약분과 통분 ☞ 두 수의 크기 비교 (초4에서 이동) · 소수와 분수 ☞ 소수를 분수로, 분수를 소수로 나타내기(초6에서 이동) · 분모가 다른 분수의 덧셈과 뺄셈 · 분수의 곱셈과 나눗셈 ☞ (자연수)÷(자연수)를 분수로 나타내기(초4에서 이동) · 소수의 곱셈과 나눗셈	· 분수의 나눗셈 · 소수의 나눗셈 · 분수와 소수의 혼합계산
도형	· 각과 여러 가지 삼각형 · 다각형의 이해	· 직육면체와 정육면체의 성질 ☞ 직육면체와 정육면체의 겨냥도와 전개도 내용 상세화 · 합동 · 대칭	· 각기둥과 각뿔의 성질 · 원기둥과 원뿔의 성질 · 여러 가지 입체도형 ☞ 여러 가지 물체의 위, 앞, 옆에서 본 모양 표현하기 내용 추가(공간감각 신장)
측정	· 각도 · 평면도형의 둘레 ☞ 초5에서 이동(학습량 감축) · 직사각형과 정사각형의 넓이 ☞ 초5에서 이동 · 어림하기(반올림,올림,버림) · 수의 범위(이상, 이하, 초과, 미만) ☞ 초6에서 이동	· 평면도형의 넓이 · 무게와 넓이의 여러 가지 단위	· 원주율과 원의 넓이 · 겉넓이와 부피 ☞ 부피와 들이 사이의 관계 이해(내용 명료화) · 원기둥의 겉넓이와 부피

JEJU NATIONAL UNIVERSITY 1952 제주대학교
dCollection @ jeju

학교급 / 학년 / 영역	초등학교 4학년	5학년	6학년
확률과 통계	· 꺾은선그래프 · 자료를 목적에 맞는 그래프로 나타내기	· 줄기와 잎 그림, 그림그래프 ☞ 그림그래프 내용 상세화 ☞ 자료를 적절한 그래프로 나타내고 자료의 특성 설명하기(의사소통능력 신장) · 평균	· 비율그래프(띠그래프, 원그래프) ☞ 비율 그래프를 보고 자료의 특성을 설명하기 (의사소통능력 신장) · 경우의 수와 확률
규칙성과 문제해결	· 다양한 변화 규칙을 수로 나타내고 설명하기 · 규칙을 추측하고 말이나 글로 표현하기 · 규칙적인 무늬 만들기 ☞ 여러 가지 모양으로 주어진 도형 덮기 및 밀기, 뒤집기, 돌리기를 이용하여 무늬 만들기(초5에서 이동, 난이도 조정, 학습량 감축) · 규칙과 대응 · 단순화하기, 논리적 추론 등으로 문제를 해결하기 · 문제해결 과정 설명하기	· 비와 비율 ☞ 초6에서 이동 (타교과와의 연계성 강화) · 하나의 문제를 여러 가지 방법으로 해결하기 · 주어진 문제에서 필요없는 정보, 부족한 정보 찾기 · 문제해결의 타당성 검토하기	· 방정식 ☞ 미지수를 x로 나타내기, 간단한 방정식 풀이 추가 · 비례식 · 연비와 비례배분 · 정비례와 반비례 ☞ 중1에서 이동(실생활 문제해결력 신장, 타교과 연계성 강화) · 문제해결 방법 비교하기 · 문제의 조건을 바꾸어 새로운 문제 만들기 · 문제해결 과정의 타당성 검토하기

(☞:제7차 교육과정 대비 변경된 부분)

위에서 살펴본 바와 같이 규칙성과 문제해결 영역에서는 규칙성을 찾는 과정이 주를 이루고 있고 다양한 문제해결 전략을 제시하고 있다. 하지만 대수적 사고 요소와 미지수 x를 통한 문제해결 방법은 비단 한 영역에서만 살펴볼 수 있는 것은 아니다. 초등수학의 모든 영역에서 다룰 수 있는 요소이기 때문이다. 따라서 본 연구는 초등학교 수학 가운에 미지수 x가 도입되기 이전 학년인 제7차 교육과정 5-가, 5-나 단계를 중심으로 전 단원에서 초기대수적 관점에 기초한 대수적 사고 요소들을 추출하여 다양한 문자 사용 유형을 제안하려고 한다.

문제해결에서는 제시된 문제해결 방법만 배우는 것이 아니라 자신만의 문제

dCollection @ jeju

해결 방법을 생각하여 시도해 보게 한다. 또 문제해결 부분은 문제를 해결했을 때의 자신감을 느끼게 하고, 문제를 해결하기 위한 자발적인 의지를 기르게 하거나, 인내심을 포함한 신념과 태도 기르기에도 적절하다(교육과학기술부, 2008). 다시 말해서 개정 교육과정에서 추구하는 규칙성과 문제해결은 규칙성을 찾는 활동을 통해 학생들에게 자신감을 심어주고 성취감을 느끼는 기회를 제공하여 문제 해결에 대한 자발적인 의지가 길러질 수 있기를 기대한다. 또한 문제를 해결하는 과정에서의 인내심과 함께 문제를 해결할 수 있다는 신념, 그리고 다양한 해법을 찾는 활동을 통해 논리적인 수학적 태도가 길러지기를 바란다. 따라서 학생들에게 대수 학습에 대한 동기를 부여하고 창의적인 사고력을 기르기 위해 초기대수에 대한 체계적인 교육이 초등학교에서 이루어져야 한다.

또한 <표Ⅱ-1> 제7차 교육과정과의 비교를 통한 개정 교육과정 내용체계표에서 보여주는 것처럼 개정 교육과정에서는 분수 개념의 나선형 지도, 학습 내용의 명료화, 타 교과와의 연계성 강화, 학습량 감축, 난이도 조정, 정확한 용어 사용, 공간감각 신장 및 의사소통 능력 신장 등의 이유로 많은 학습 내용의 이동과 조정이 있었다. 이 중에서 방정식과 정비례와 반비례가 형식적 조작기에서 논리적인 사고 과정으로 다루어지던 것이 구체적 조작기로 이동하면서 그 교육에 있어 단순히 이동함에 그치는 것이 아니라 감각적이고 물리적인 실물로 다루어야 하는 과제가 더해진 것이다. 따라서 미지수 x의 학습에 앞서서 초기대수에서 미리 다룰 수 있는 미지수와 변수의 문자 사용 유형을 경험하게 하는 것은 학습자에게 매우 중요하다. 따라서 초기대수는 학습자가 중학교에 들어가서 '함수'와 '문자와 식'의 두 영역으로 확장되어 비중이 높아지는 대수 측면의 학습 부담을 덜어주고 초기대수의 구체적인 사고 기회를 제공하는 유의미한 학습으로 받아들여질 것이다.

2. 초기대수 관련 선행연구

김남균, 김은숙(2009)은 전통적으로 대수는 실세계와 연결 짓지 않고 추상적인 수학으로 소개되며 대수의 목적이나 용법을 학습하기 전에 기호조작을 학습하는 것 즉, 대수적 기호화에 초점이 맞추어졌으며, 대수적 사고를 경험하는 것

dCollection @ jeju

은 소홀히 다루어져 왔다고 밝히면서 한국교육과정평가원(2004)에 따르면 우리나라 학생들이 계산과 대수적 조작 능력을 기르기 위한 지나친 반복 학습으로 인해 수학에 대한 흥미를 잃고, 어렵고 복잡한 계산과 대수적 조작 능력을 요구하는 학교수학으로 인해 수학 학습의 좌절감을 맛보고 있다. 따라서 중학교 수준에서 '문자와 식' 단원을 어려워하고 있을 뿐 아니라 의미 없는 기호조작에 가려 대수적 사고를 경험하지 못하며 이는 '함수' 단원을 어려워하는 현실로 나타나고 있다고 근거를 들어 제시하고 있다.

이러한 측면에서 김은혜(2008)는 대수 교육의 문제점에 대한 해결방안으로 많은 학자들은 '초기 대수'를 언급하고 있다. 즉, 초등에서부터 대수와 관련된 사고(추론) 측면을 개발하려는 것으로 대수를 알고리즘에 따라 형식적으로 지도하는 것에서부터 벗어나고자 하는 것이라고 보았다.

또한 김성준(2003a)은 NCTM의 Standards(2000)에서는 아동들의 대수적 추론을 잠재적으로 기를 수 있는 활동을 초등학교 입학과 동시에 시작해야 한다는 입장을 초등 교육과정 권고에서 분명하게 밝힘으로써, 초기대수 학습의 중요성을 강조하고 있다고 하였다. 또한 Vergnaud(1988)는 대수 또는 전-대수(pre-algebra)와 관련된 지도를 초등학교 수준에서 시작할 것을 주장하고 있으며, … Bodanskii(1991), Bilto Lima(1996), Schigter(1998) 등의 연구에서 초등학교에서의 대수적 방법이 지도되어야 함을 제시하고 있다고 밝혔다. 그 뿐 아니라 Kaput(2001)은 초기대수와 관련된 대표적인 인물로, 특히 그는 초등수학의 맥락에서 학생들의 능력을 이용해서 대수적 추론을 이끌어내는데 연구의 초점을 두고 있다고 보았다. 또한 김성준은 초기대수는 역사적인 배경에서 보면 문제해결이라는 측면에서 초등수학에서의 지도 가능성을 엿볼 수 있으며, 인식론적으로는 과정 중심적인 산술에서 대상과 그 조작을 강조할 수 있는 초기대수의 논의를 살펴볼 수 있었다. 그리고 심리적으로는 대수의 기호 측면이 아닌 추론을 강조한다고 할 때 피아제의 심리발달단계가 대수 학습에서의 결정적인 조건이 아님을 알 수 있다고 밝히고 있다.

김성준(2003a)은 초등학교 수학 교과서 가운데 4-가부터 6-나까지의 '문제 푸는 방법 찾기' 단원에서 초기대수적 관점에서 초등학교 교과서의 특징을 다음과 같이 제시하고 있다.

dCollection @ jeju

1. 초등수학 교과서에 제시된 여러 가지 문제 해결 전략은 그 이름은 같지만 학년이 올라감에 따라 서로 다른 형태와 수준으로 제시되고 있다. 이것은 산술에서부터 추론을 통해 대수적 능력을 이끌어내고 이것을 대수와 연결시키려는 것과 같은 맥락으로 보인다. 곧, 산술에서부터 대수적인 요소를 단계적으로 이끌어내고 그리고 이러한 요소를 7-가 단계와 연결시키려는 시도를 살펴볼 수 있다.
2. 초등학교 교과서에 제시된 다양한 문제 해결 전략에서 우리는 산술과 대수 사이에 존재하는 간격을 생각해 볼 수 있다. … 산술과 대수간의 간격을 줄이기 위한 노력으로 예상과 확인 전략으로 문제를 해결한 다음, 문제를 일련의 (양적인) 추론으로 해결하고, 이러한 추론에 근거해서 연립방정식을 제시한다면 산술과 대수를 보다 분명하게 하면서 그 연결을 시도할 수 있을 것이다. 여기서 '초기대수'는 이러한 양적인 추론을 강조함으로서 산술과 대수 간에 존재하는 간격을 연결하는 것을 그 목적으로 한다.
3. 초등학교 산술은 수의 산술에 집중되어 있으며, 이것은 주로 과정을 강조하면서 진행된다. 이것은 문자를 대상으로 다루어야 하는 대수 학습과는 많은 차이를 보인다. 따라서 산술 학습에서 새로운 대안으로 양의 산술이 제시될 수 있으며, 이를 통해 대상을 인식하고 그 대상에서부터 조작을 시작함으로써, 산술과 대수간의 연결을 구성하고 형식적인 대수 학습에 의미를 부여할 수 있을 것이다. …그림 그리기 전략은 이러한 양의 산술을 효과적으로 지도하는데 도움을 준다.…구체적인 그림을 통한 문제 해결 전략은 그 자체로 사용되기도 하며 경우에 따라서는 다른 전략을 효과적으로 설명하는데 도움을 주기도 하는데, 이것은 수의 산술과 양의 산술을 동시에 이해하도록 한다. 그리고 이러한 맥락에서 '초기대수'의 지도는 양의 산술을 통해 과정과 대상을 함께 생각함으로써, 대수와의 연결을 위해 효과적으로 사용될 수 있을 것이다.
4. 하나의 문제를 다양한 방법으로 해결하면서 보다 효과적인 방법을 찾는 것은 산술과 대수를 연결하는데 도움을 준다. 곧, 산술에서의 방법과 대수에서의 방법을 비교함으로써 대수의 장점을 확인하고, 대수 학습에 동기를 부여할 수 있게 된다. 또한 문제 풀이 전략에 있어서도 하나의 전략이 산술적인 맥락이라면 다른 전략은 이와 차별화해서 제시함으로써 대수적 능력을 산술 단계에서부터 이끌어낼 수 있을 것이다. …다양한 표현을 비교하고 그리고 일반화의 필요성을 이끌어내면서 우리는 '초기대수'와 같은 맥락을 발견할 수 있으며, 그리고 산술과 대수가 초등수준에서부터 사고 측면에서 함께 지도될 수 있는 가능성을 엿볼 수 있을 것이다. (pp.322-324)

dCollection @ jeju

이러한 연구 결과로부터 예상과 확인, 양적 추론 단계에서 문제 푸는 방법 찾기의 풀이를 그칠 것이 아니라 □를 사용하여 식을 세우는 과정을 추가함으로써 학생들에게 일반화의 과정을 경험하고 나아가 변수의 의미를 접해볼 수 있는 계기를 마련해 준다면 이후 대수 학습에서 형식적 알고리즘에서 그칠 수 있는 방정식의 학습과 사고의 관점을 확장시킬 수 있을 것이다.

또한 개정 교육과정에서 초등으로 도입되는 대수의 사고 요소를 분석하고 학교 대수에서 나타나는 대수의 여러 유형을 고려하여 학교 대수 도입 과정을 논의하는데 도움이 될 것이다.

김성준(2003a)은 역사적 배경의 관점에서 오늘날 초등수학에서는 수를 중심으로 하는 산술이 주로 다루어지지만, 이와 함께 학생들의 조작 수준에 따라 길이, 넓이, 부피 등의 양을 다루고 있으며, 그리고 6-가에서는 기준량과 비교하는 양의 관계에서부터 비와 비율을 다루고 이를 토대로 비례식을 학습하고 있다. 또한 초등학교 1단계에서부터 '문제 푸는 방법 찾기' 단원을 통해 문장제를 해석하고 다양한 전략을 이용해서 문제를 풀어 나가는 연습을 강조하고 있다. 이러한 관점을 비교해 볼 때, 대수의 역사에서 제시된 여러 형태의 사고는 실제로 초등학교 산술에서부터 지도될 수 있으며, 문자와 기호 없이 대수에서 요구하는 추론을 초등수준에서 반영함으로써 초기대수의 지도 가능성을 살펴볼 수 있을 것이다.

따라서 선행 연구에서 문제 푸는 방법 찾기에 한정했던 초기대수적 관점에서의 교과서 분석을 전 영역으로 확장하여 교과서를 분석하고 이에 대한 다양한 지도 자료를 개발할 필요성이 있다.

대수 학습에서 비롯되는 과정-대상의 인식에서의 어려움은 산술 학습과 직접적으로 관련되어 있으며,[2] 따라서 산술 학습에서부터 '초기대수'를 통해 문제가 되는 부분을 개선함으로써 대수 도입에서 이와 같은 인식론적 문제를 개선할 수 있을 것으로 기대된다.(김성준, 2003a)

'초기대수'는 이러한 요소를 초등과정에서부터 이끌어내고, 학생들에게서 발견되는 자연스러운 심리적인 과정을 일련의 사고와 추론으로 발달시키는 것을 목

2) 산술에서 사용하는 기호는 문제를 표현하기보다 계산을 위한 도구로 강조되고 있으며, 변화하는 수(또는 양) 사이의 관계를 찾는 문제에서도 특정한 값을 계산하는 것과 같은 질문에 제한되어 있으며, 이러한 제한된 산술 학습은 대수에서 인식론적 문제를 낳는 원인이 된다.

dCollection @ jeju

적으로 하고 있으며, 이것은 학생들의 심리적인 발달단계를 고려해서 미지수 x의 학습 이전에 대수를 대수적인 사고에서부터 이끌어내기 위한 것으로 볼 수 있다.(김성준, 2003a)

또한 김성준(2003a)은 초기대수에서의 핵심은 대수적 사고(추론)를 통해 초등수학에서부터 대수 지도의 가능성을 마련하는 것으로 곧, 초기대수의 목적은 산술영역에서 제시된 보편적인 문제들에서부터 어떻게 대수적인 요소들을 이끌어내고 이를 통해 산술에서부터 대수 교육을 준비시킬 수 있는가 하는 데 있다고 하였다.

Kaput(2001)은 이러한 논의를 바탕으로 대수 교육과정을 초등에서부터 적절하게 개선하는 것은 전체 수학 교육과정에서 핵심이 된다고 보았으며, 특히 초등과정에서부터 대수적 추론을 개발하고 이러한 결과를 초등학교 교사들에게 교육시키는 것은 대수 교육과정 개선에서 무엇보다 먼저 요구된다고 보았다.

우리나라 초등수학 교과서를 분석하여 초기대수와의 관련성을 살펴보면, 우리의 초등수학에서는 다양한 패턴을 다루고 그리고 양의 산술을 제시함으로써 초기대수의 지도 가능성을 포함하고 있다.(김성준, 2003a)

이러한 관점에서 초등수학의 전 영역에 걸친 문제들을 재구성함으로써 초기대수에 대한 다양한 관점을 지도할 수 있으며 이러한 활동은 학습자들에게 양적 추론을 통해 문자에 대한 다양한 사고력과 응용력을 제공할 것이다.

초기대수의 경우 패턴은 양을 도구로 해서 관계를 다루고 있으며, 패턴을 통해 양을 비교하고 그 관계를 발견함으로써 패턴의 구조를 이해하는 것이며, 이것은 초등수학에서부터 주어진 대상을 관계와 함께 다룰 수 있는 기반을 마련하는데 도움을 준다(김성준, 2003a).

패턴과 일반화를 통한 대수 도입은 기존의 전통적인 대수 도입과는 분명하게 구분된다. 다시 말해 패턴을 파악하는 것은 주어진 패턴에 내재해 있는 관계를 파악하는 것으로, 학생들 스스로 사고하는 교육을 강조한다고 할 때, 패턴에 대한 인식은 초기대수의 중요한 요소로 부각될 수 있다. 패턴에서부터 그 관계를 인식하고 규칙을 찾아내는 것은 대수의 역사적 전개에서 기호 이전 단계의 대수로 볼 수 있으며, 따라서 형식적인 기호 사용 이전에 패턴을 비롯하여 관계와 규칙을 찾는 것은 학교대수에서 오히려 자연스럽게 생각할 수 있다(김성준,

dCollection @ jeju

2003b). 이와 같이 학생들에게 주어진 문제의 패턴을 인식하고 규칙을 찾고 일반화하는 일련의 과정을 통해 초기대수에 접근함으로 해서 대수적 접근 방법을 익힐 수 있을 것이다.

패턴에서 시작하여 이를 일반화하는 것은 수학의 구조적 측면에 대한 이해를 바탕으로 한다.(Warren, 2001; 김성준, 2003b에서 재인용) 수학에서 그 구조를 안다는 것은 수학적 대상들의 집합을 이해하는 것으로, 다시 말해 대상들 간의 관계와 이러한 대상들의 성질을 이해하는 것을 의미한다. 그리고 이러한 패턴은 대수를 시작하기 이전 단계인 초등 수학에서부터 다루어지고 있으며, 중학교에서 산술, 시각적 패턴, 함수적 상황 등에서 반복되는 학습을 통해 귀납적 일반화를 하면서, 이러한 일반화를 통해 패턴과 그 관계를 이해할 수 있게 된다(김성준, 2003b). 따라서 본 연구에서는 학생들로 하여금 초등학교에서 학습하는 다양한 문제들을 일반화하고, 다양한 풀이방법으로 접근하는 과정을 통해 중학교 함수 학습과 원활하게 연계시킬 수 있는 계기를 제공하고 초기대수의 중요한 요소인 패턴에서부터 그 관계를 인식하고 규칙을 찾아 일반화하는 방법을 통해 초기대수를 지도하도록 자료를 개발하고자 한다.

3. 문자 사용 유형과 문자 이해 수준

초기대수와 대수를 연결짓기 위해서 미지수 x와 수의 연결 측면을 생각해 볼 수 있다. 이러한 측면에서 미지수 x의 도입 이전에 x와 수의 간격을 좁혀줄 수 있는 문자 □의 사용 측면을 생각해 볼 수 있다. 이러한 문자 □는 초등학교 1학년에 도입되어 학습자에게 친숙하고 이후 학습에서 미지수 x와 연결되어 지는 중요한 도구로 여겨진다.

김남희(1997)는 문자의 사용은 대수 학습을 보다 의미 있게 해 나가기 위한 기초이며 대수 학습에 결정적인 역할을 한다. 어떤 문제 상황이나 관계를 문자나 기호를 사용하여 식으로 표현하여 다루는 것은 일반화를 위한 토대가 되는 것은 물론 수학을 학습해 나가는데 필요한 여러 가지 이점을 제공해 준다고 보았다.

대수를 이해하고 행하는 데 있어서 학생들이 겪는 어려움의 주원인은 문자에

dCollection @ jeju

대한 좁은 해석에 기인하며(NCTM, 2000) 학생들이 문자의 개념을 잘 이해하지 못하는 이유 중의 하나는 초등학교 수준에서 다루는 문자의 예가 제한적이라는 것이다. 이는 초등학생들이 문자를 일반적인 미지수 또는 패턴의 일반화로 이용하는 활동을 하는 경우가 드물기 때문이다(Baroody & Coslick, 1998; 강소희, 방정숙, 2008에서 재인용).

Küchemann(1981)은 수학에서 나타나는 문자의 다양한 사용법을 분류하려고 시도하였는데 그는 문자에 주어지는 의미에 따라 문제의 해석이나 풀이방법이 달라질 수 있고 실제로 학생들이 문자에 서로 다른 여러 가지 의미를 부여하고 있다고 보았다. (김남희, 1995)

Küchemann(1981)은 대수에서의 문자 사용에 대한 학생들의 이해 수준을 평가하기 위해 문자의 다양한 사용법을 위계적으로 분류하여 6가지 사용 유형으로 설정하였다. 다음 <표 Ⅱ-2>는 문자 사용의 위계적인 성질에 따라 제시된 Küchemann의 문자 사용의 6가지 유형이다.

<표 Ⅱ-2> Küchemann의 문자 사용의 6가지 유형

구분	문자 사용의 특징
유형1	문자를 수치화함 (Letter Evaluated)
유형2	문자를 사용하지 않음 (Letter Not Used)
유형3	문자를 어떤 대상으로 사용함 (Letter Used as an Object)
유형4	문자를 특정한 미지수로 여김 (Letter Used as a Specific Unknown)
유형5	문자를 일반화된 수로 여김 (Letter Used as a Generalized Number)
유형6	문자를 변수로 여김 (Letter Used as a Variable)

일반적으로 유형 1, 2, 3은 문자에 대한 이해 수준이 낮은 경우이다. 문자 사용 유형 1은 처음부터 문자에 수가 할당되어 문자를 수치화하는 경우를 말한다. 즉, 문자에 어떤 조작을 행하지 않고 단순히 문자에 수치를 주게 되는 경우를 말하며 문자 사용 유형 2는 문자를 사용하지 않고 문제를 해결하는 경우를 뜻한다. 문자 사용 유형 3은 문자의 의미를 추상적인 것에서 구체적이고 실제적인 것으로 바꾸어 생각하는 경우로서 문자를 어떤 대상에 대한 약호로 다루는 경우와 문자를 어떤 대상 그 자체를 대신하는

dCollection @ jeju

것으로 사용하는 경우를 말한다.

문자 사용 유형 4는 문자를 특정하지만 알고 있지는 않은 수나 대상으로 여기는 경우이다. 문자를 그 값이 알려져 있지는 않지만 특정한 수를 대신하고 있는 것으로 연산 가능한 것으로써 해석하는 경우를 의미한다.

문자 사용 유형 5는 문자를 단 하나의 값이 아니라 일반화된 수로 해석하여 여러 가지 값을 취할 수 있다고 보는 유형이며 문자 사용 유형 6에서 문자는 여러 개의 값으로 이루어진 두 집합 사이에 존재하는 어떤 관계를 나타내는 것을 말한다(강소희, 방정숙. 2008).

Küchemann은 문자 사용의 6가지 유형에 근거하여 학생들의 문자 이해 수준을 4단계로 나누어 설명하고 있다. 이러한 문자의 4가지 이해 수준은 <표 Ⅱ-3>와 같다.

<표 Ⅱ-3> 문자의 4가지 이해 수준

분류	문자 이해 수준
1	대수구문의 이해와 문자식 계산의 불완전한 능력
2	대수적 기호의 사용
3	문자를 미지수로 이해
4	문자를 일반화된 수나 변수로 해석할 수 있는 수준

문자 이해 수준 1은 문자 사용 유형 1, 2, 3에 해당되는 수준으로 대수 구문의 이해와 문자식 계산에 있어서 불완전한 능력을 보이는 수준이며, 문자 이해 수준 2는 수준 1과 마찬가지로 유형 1, 2, 3에 해당되지만 대수 기호를 올바로 사용하고 대수 구문을 바르게 이해하고 있는 수준을 의미한다.

문자 이해 수준 3은 문자 사용 유형 1, 2, 3, 4에 해당되는 수준으로 문제의 구조가 간단한 경우에 한해서 문자를 미지수로 다룰 수 있는 경우를 의미하며, 문자 이해 수준 4는 6가지의 문자 사용 유형에 모두 해당되며 문자를 미지수로 이해하여 사용하기를 요구하면서 구조가 좀 더 복잡한 문제를 다룰 수 있고 문자를 일반화된 수나 변수로 해석할 수 있는 수준이다.

dCollection @ jeju

이러한 문자이해 수준과 문자 유형을 관련지어 표로 나타내면 <표 Ⅱ-4>와 같다.

<표 Ⅱ-4> Küchemann의 문자 이해 수준

이해 \ 사용	유형1	유형2	유형3	유형4	유형5	유형6	설명
문자 이해 수준 1	○	○	○				대수구문의 이해와 문자식 계산의 불완전한 능력을 보임
문자 이해 수준 2	○	○	○				대수 기호를 올바로 사용하고 대수 구문을 바르게 이해하고 있음
문자 이해 수준 3	○	○	○	○			문자의 구조가 간단한 경우에 한해서 문자를 미지수로 다룰 수 있음
문자 이해 수준 4	○	○	○	○	○	○	구조가 좀 더 복잡한 문제에서도 문자를 미지수로 다룰 수 있음

초등학교 고학년 시기에는 학생들이 문자가 여러 가지 수를 대신할 수 있다는 생각을 할 수 있어서 대입과 같은 기본 조작이 가능해짐으로 전 단계에서 고정된 대상에 대해 사용된 기호 □가 문자 x로 전환되어 도입될 수 있다. 이 때 중요한 것은 미지수로 사용된 문자에 여러 가지 값을 넣어보면서 식의 참, 거짓을 판별해보는 과정 속에서 변수의 변화성을 체험하게 하는 것이다. 문자가 여러 가지 값을 가질 수 있다는 생각으로부터 일반화된 표현을 구성해 보는 것이 가능해지고 학생들은 덧셈의 교환법칙을 □+△=△+□로 표현하는 것을 이해할 수 있다(이 표현은 '임의의'의 의미에 대한 이해가 보다 완전해지는 중학교 단계에 가서 문자로 전환되어 $a+b=b+a$로 제시된다). 이 때 비형식적으로라도 학생들로 하여금 일반화된 표현을 구성해 보도록 하고 일반화된 표현을 다시 특수한 경우에 적용해 보는 과정을 체험시키도록 지도하는 것이 필요하다. 또한 실세계의 변화는 대상에 대한 성질과 그들 사이의 관계에 주목할 수 있는 기회 역시 충분히 주어져야 한다.

dCollection @ jeju

4. 대수의 사고 요소 분석[3)]

우정호, 김성준(2007)은 학교대수와 관련해서 대수적 사고 요소를 <표Ⅱ-5>와 같이 분석하였는데 이를 자세히 살펴보면 다음과 같다.

<표 Ⅱ-5>대수적 사고와 대수적 사고 요소(우정호, 김성준. 2007)

대수적 사고	대수적 사고 요소	
	문자와 식	방정식
분석적 사고와 비례적 사고		분석적 사고, 비례적 사고
형식 불역의 원리(일반화)	대수적인 원리	
과정-대상의 상호작용	관점의 전환	관계 파악 능력, 가역적 사고
문자 기호에 대한 동적인 해석 능력	변수, 대수적인 해석, 변환추론, 연산감각, 대입	미지수, 대칭성 알아보기 문제해결 도구로 인식하기

가. 문자와 식과 관련된 대수적 사고 요소

여기서 문자와 식과 관련된 대수적 사고 요소들은 [그림Ⅱ-1]와 같은데 이를 자세히 살펴보면 다음과 같다.

[그림 Ⅱ-1] '문자와 식'과 관련된 대수적 사고 요소(우정호, 김성준. 2007)

3) 우정호, 김성준(2007), "대수의 사고 요소 분석 및 학습-지도 방안의 탐색", 대한수학교육학회지, 수학교육학 연구 17(4), pp.453-475.

dCollection @ jeju

1) 대수적인 원리: 기존의 수 체계에서 인정된 성질이 유지되도록 수와 연산, 관계를 확장하는 것으로, 이것은 수학을 만들어내는 원리일 뿐만 아니라 교수학적인 기능까지 가진다.

2) 변수: 문자와 식에서 변수는 일반화된 수, 다가명사, 변하는 양 등 다양한 의미를 지니게 된다(김남희, 1997).

3) 양적 추론(quantitative reasoning): 수에 대해서 뿐 아니라 문자 기호에 대해서도 동일하게 작용될 수 있으며, 주어진 상황에서 양의 변화를 파악하여 문자와 식으로 나타내는 데에도 중요한 역할을 한다.

4) 대수적인 해석: 문제 상황에서 적합한 문자를 선택하여 주어진 상황을 식으로 표현하는 것이다.

5) 변환추론(transformation reasoning): 식의 변형을 통해 동치인 식을 이끌어내는 과정에서 요구되는 사고이다. 단순한 구문론 규칙이 아닌 일련의 사고 과정을 거쳐 문자식을 이해하기 위한 것이다.

6) 연산감각(operation sense): 식의 조작에서 사칙 연산과 교환, 결합, 분배법칙 등의 연산법칙과 함께 사용되는 사고 요소이다.

7) 대입: 수를 변수로 대치하면 일반화가 되고, 변수에 수를 대입하면 특수화가 된다. 따라서 대수와 산술 사이의 가역적인 관계를 보여준다.

8) 관점의 전환: 문제에 제시된 조건으로부터 경우에 따라 부분 또는 전체로 문제를 파악하는 것을 포함한다. 패턴과 관계를 문자로 표현할 때 중요한 역할을 하게 된다.

나. 방정식과 관련된 대수적 사고 요소

다음으로 방정식과 관련된 대수적 사고 요소를 아래 [그림Ⅱ-2]와 같이 들고 있다.

1) 양을 비교하는 양적 추론: 양적 추론은 산술에서는 일정한 값에 대해 사고하는 것으로 제한되지만, 대수에서는 양을 대상으로 보고, 관계를 일반화하는 것, 변하는 양과 미지수를 사용하는 것 등에서 광범위하게 적용된다.

2) 대칭성 알아보기: 대수에서는, 산술에서의 과정과 결과를 구분하는 기호라는

dCollection @ jeju

인식을 넘어, 등호를 동치 관계, 즉 대칭적인 관계를 나타내는 기호로 파악할 수 있어야 한다.

3) 문제해결도구로 인식하기: 학생들은 문제 상황에 적합한 해결전략을 선택하는 과정에서 방정식을 보다 효과적인 문제해결도구로 인식할 수 있어야 한다.

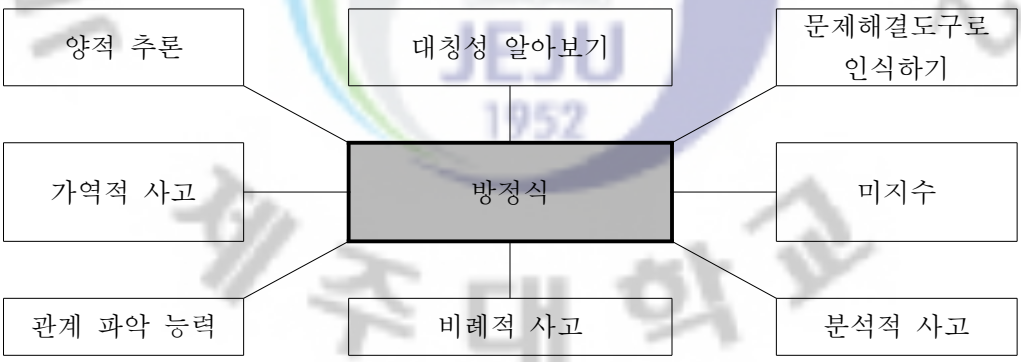
4) 미지수: 방정식에서 미지수는 방정식의 해를 나타내는 자리지기(placeholder)에 해당하고 수와 문자를 연결하는 미지인 양을 다루는 맥락에서 미지수를 이해할 필요가 있다.

5) 분석적 사고: 분석적 사고는 방정식의 풀이에서 기본적인 사고 요소이다.

6) 비례적 사고: 등식의 성질을 이용한 풀이에는 비례관계를 이용한 추론이 보다 분명하게 드러나고 특히 일차방정식의 경우 비례적 사고는 선형성(linearity)과 함께 방정식의 풀이에서 핵심적인 사고 요소 가운데 하나이다.

7) 관계 파악 능력: 관계를 파악하는 능력은 주어진 조건이나 정보를 다양한 형태로 인식하는 능력을 의미한다(Ameron, 2002; 재인용). 방정식에서 관계를 적절히 파악하기 위해서는 식을 대상으로 보는 능력, 관계를 통해 양을 파악하는 능력, 문제 결정 요소 간의 관계를 파악하는 능력이 요구된다.

8) 가역적 사고: 초등학교의 경우 예상과 확인에서 연산의 순서를 바꾸어서 추론하면서 나타난다.



[그림 Ⅱ-2] '방정식'과 관련된 대수적 사고 요소(우정호, 김성준. 2007)

dCollection @ jeju

Ⅲ. 연구의 실제

현재 중학교 1학년에서 처음 다루어지고 있는 미지수 x의 학습이 개정 교육과정에서는 6학년에서 도입되었다. 따라서 제7차 교육과정 교과서에서 초기대수의 문자 사용 유형을 분석하여 다양한 문자 사용 유형의 자료를 개발하는 것은 학습자의 미지수 x 학습에 대한 사전 준비도를 진단하고 대수교육에 대한 사고의 틀을 넓힐 수 있는 유용한 연구가 될 것이다.

1. 4-가 단계에서 6-나 단계 교과서 문자 사용 유형 분석

교과서에 제시되고 있는 문제를 유형별로 분류해 살펴보고자 한다. 현재 개정 교육과정의 4학년 2학기, 5, 6학년 교과서가 아직 개발되지 않았기 때문에 본 연구에서는 제7차 교육과정에 근거한 교과서를 중심으로 교과서 및 익힘책에 실려 있는 문제를 문자 사용 유형에 따라 나누어 살펴보도록 하겠다.

<표 Ⅲ-1> 4-가 단계에서 6-나 단계 교과서 문자 사용 유형별 분석

학년	교과서	문자 사용 유형						비고
		1	2	3	4	5	6	
4	4-가 수학	208	0	18	0	0	0	226
	4-가 수학익힘	682	0	11	0	12	0	705
	4-나 수학	40	24	53	0	0	12	129
	4-나 수학익힘	282	0	66	0	0	22	370

dCollection @ jeju

5	5-가 수학	172	4	38	0	1	0	215
	5-가 수학익힘	664	0	22	0	4	0	690
	5-나 수학	201	0	208	0	0	0	409
	5-나 수학익힘	455	0	245	0	4	0	704
6	6-가 수학	218	0	37	2	8	0	265
	6-가 수학익힘	629	0	162	0	0	0	791
	6-나 수학	404	0	8	0	0	3	415
	6-나 수학익힘	612	0	30	0	0	11	653
합 계		3,956	30	871	6	34	43	4,940
백분율(%)		81.96	0.50	16.12	0.04	0.52	0.86	100

제7차 초등학교 교과서 4-가 단계에서 6-나 단계까지의 문제를 문자 사용 유형에 따라 분석해 본 결과 위와 같은 결과를 얻을 수 있었다. 이 결과는 초등교사 3인과 초등 교육 전문가 1인이 제7차 교육과정 4-가 단계에서 6-나 단계 사이의 수학 교과서와 익힘책에 수록되어 있는 문제들을 분석하여 Küchemann의 문자 사용 유형에 따라 분류한 것으로 논의한 회의록은 <부록2>에 제시하였다.

위의 결과에서 보여지는 것과 같이 초등학교 4-가 단계에서 6-나 단계 사이에서 교과서 및 익힘책에 수록되어 있는 문자 사용 유형은 전체 5,572개의 문자 사용 문항 중에 유형1이 4,567(81.96%)개에 달해 대부분을 차지하고 있었고 그 뒤로 유형3이 898(16.12%)개로 많아 다가이름으로서의 문자 사용 유형이 그 뒤를 이루었다. 반면에, 유형2, 유형4, 유형5, 유형6은 1%도 안되는 비율을 보이고 있어 초등학교 교과서의 문자 사용 유형이 유형1에 극심하게 편중되어 있고 다음으로 유형3에 집중되어 나타났다. 이것은 학생들의 다양한 대수적 사고 요소를 경험하도록 해야 할 초등 교육과정을 단편적이고 획일적으로 만들어 대수적 사고 요소 개발에 큰 걸림돌이 되고 있는 것으로 나타났다. 뿐만 아니라 중등

dCollection @ jeju

교육과정에서 배우는 대수와의 연결성 관점에서 중학교의 대수학습에 쉽게 접근할 수 있도록 문자 사용 유형 2, 4, 5, 6과 같은 다양한 문자 사용 유형을 제시해야 함을 시사하고 있다. 따라서, 앞으로의 연구에서는 5-가, 5-나 단계에서 활용가능한 문자유형 관련 자료를 개발하도록 하겠다.

위의 결과에 따라서 교과서에서 제시되는 단원에 따라서는 어떤 분포를 보이는지 알아보기 위하여 본 연구 자료 제작 단계인 5-가 단계와 5-나 단계의 문자 사용 유형을 제7차 교육과정 교과서에 제시된 단원별로 살펴보면 <표 Ⅲ-2>부터 <표 Ⅲ-5>와 같다.

<표 Ⅲ-2> 5-가 수학 단원별 문자 사용 유형별 분석

단원	문자 사용 유형						합계	비율(%)
	1	2	3	4	5	6		
1. 배수와 약수	32	4	0	0	0	0	36	16.74
2. 무늬 만들기	0	0	0	0	0	0	0	0.00
3. 약분과 통분	61	0	0	0	0	0	61	28.37
4. 직육면체	0	0	24	0	0	0	24	11.16
5. 분수의 덧셈과 뺄셈	23	0	0	0	0	0	23	10.70
6. 평면도형의 둘레와 넓이	14	0	14	0	1	0	29	13.49
7. 분수의 곱셈	42	0	0	0	0	0	42	19.53
8. 문제 푸는 방법 찾기	0	0	0	0	0	0	0	0.00
합계	172	4	38	0	1	0	215	
백분율(%)	80.00	1.86	17.67	0.00	0.47	0.00	100.00	

<표 Ⅲ-3> 5-가 수학익힘책 단원별 문자 사용 유형별 분석

단원	문자 사용 유형						합계	비율(%)
	1	2	3	4	5	6		
1. 배수와 약수	84	0	0	0	4	0	88	12.75
2. 무늬 만들기	0	0	0	0	0	0	0	0.00

dCollection @ jeju

3. 약분과 통분	267	0	0	0	0	0	267	38.70
4. 직육면체	14	0	8	0	0	0	22	3.19
5. 분수의 덧셈과 뺄셈	76	0	1	0	0	0	77	11.16
6. 평면도형의 둘레와 넓이	52	0	9	0	0	0	61	8.84
7. 분수의 곱셈	153	0	0	0	0	0	153	22.17
8. 문제 푸는 방법 찾기	18	0	4	0	0	0	22	3.19
합계	664	0	22	0	4	0	690	
백분율(%)	96.23	0.00	3.19	0.00	0.58	0.00	100.00	

<표 Ⅲ-4> 5-나 수학 단원별 문자 사용 유형별 분석

단원	문자 사용 유형						합계	비율 (%)
	1	2	3	4	5	6		
1. 소수의 곱셈	51	0	1	0	0	0	52	12.71
2. 분수의 나눗셈	106	0	0	0	0	0	106	25.92
3. 도형의 합동	0	0	64	0	0	0	64	15.65
4. 소수의 나눗셈	22	0	5	0	0	0	27	6.60
5. 도형의 대칭	0	0	113	0	0	0	113	27.62
6. 넓이와 무게	15	0	20	0	0	0	35	8.56
7. 자료의 표현	4	0	0	0	0	0	4	0.98
8. 문제 푸는 방법 찾기	3	0	5	0	0	0	8	1.96
합계	201	0	208	0	0	0	409	
백분율(%)	49.14	0.00	50.86	0.00	0.00	0.00	100.00	

<표 Ⅲ-5> 5-나 수학익힘책 단원별 문자 사용 유형별 분석

단원	문자 사용 유형						합계	비율 (%)
	1	2	3	4	5	6		
1. 소수의 곱셈	152	0	0	0	0	0	152	21.59

dCollection @ jeju

2. 분수의 나눗셈	143	0	0	0	4	0	147	20.88
3. 도형의 합동	0	0	79	0	0	0	79	11.22
4. 소수의 나눗셈	83	0	10	0	0	0	93	13.21
5. 도형의 대칭	7	0	152	0	0	0	159	22.59
6. 넓이와 무게	61	0	4	0	0	0	65	9.23
7. 자료의 표현	9	0	0	0	0	0	9	1.28
8. 문제 푸는 방법 찾기	0	0	0	0	0	0	0	0.00
합계	455	0	245	0	4	0	704	
백분율(%)	64.63	0.00	34.80	0.00	0.57	0.00	100.00	

위의 문자 사용 유형 분류표에서 보여지는 바와 같이 문자 사용 유형의 문항 수가 가장 많은 단원은 5-가 단계 3단원 약분과 통분 단원 328개와 분수의 곱셈 단원 195개였고 5-나 단계에서는 2. 분수의 나눗셈 단원 253개와 5. 도형의 대칭 272개였다.

이러한 분석 결과에서 시사하는 바는 초등학교 5-가 단계에서 5-나 단계에 걸쳐 2018개의 문자 유형이 사용되었는데 이 중에서 13문항을 제외한 2005개의 문자가 유형1과 유형3에 한정되어 사용되었으며 그러한 문자도 문제 푸는 방법 찾기 등의 초기대수의 전략에 따라서 대수적 사고 요소를 기를 수 있는 단원에서는 5-가 0문자, 5-가 익힘책 22문자, 5-나 8문자, 5-나 익힘책 0문자의 사용 유형을 보임으로서 문제 풀기 전략은 사용하지만 일반화하거나 문자 □를 사용하지 않아 6학년에서 미지수 x와 간단한 방정식 풀기의 도입에 많은 어려움을 보일 것이다. 또한 기존의 문제 푸는 방법 찾기에서 다루어졌던 전략들과 간단한 방정식 풀기를 쉽게 연결 짓기 못함으로써 기존 교육과정과 같이 대수에 대한 형식적인 풀이가 되풀이될 수 있다.

따라서 이후 6학년에서 미지수 x의 도입에 앞서 5-가, 5-나 단계 단원에서 다양한 문자 사용 유형을 학습할 수 있도록 자료를 제작하는 것은 유의미한 연구가 될 것이다.

2. 자료 개발의 실제

dCollection @ jeju

가. 자료 개발 방향

개정 교육과정에서 초등으로 이동되는 방정식 단원에 대해서 알아보고, 초기 대수적 관점에서 제7차 교육과정 4-가 단계에서 6-나 단계에 이르는 교과서와 익힘책을 문자 사용 유형에 따라 분석해 보았다. 이에 따라서 유형1과 유형3에 지나치게 편중되어 있는 교과서의 문자 사용 유형을 분석해 보았다.

초등학교 교과서의 문자 사용 유형을 분석해 본 결과 학습자들이 다양한 문자 사용 유형에 의해 대수적 사고 요소를 경험해 보면서 추론 능력과 분석적 사고 및 관계 파악 능력 등의 다양한 사고 요소들을 습득할 수 있도록 다음과 같은 사항을 고려하여 문제를 개발할 필요가 있다.

1) 다양한 문자 사용 유형을 접해볼 수 있는 자료가 되어야 한다.

문제를 확장하고 큰 수에서 생각해 보는 과정을 통해 일반화시킬 수 있는 전략을 모색해 보고 나아가 규칙을 찾아 변수의 성질을 경험해 볼 수 있는 기회를 제공하는 자료가 되어야 한다.

2) 다양한 대수적 사고 요소를 제공해 줄 수 있어야 한다.

양적 추론이나 관계 파악 능력, 가역적 사고, 분석적 사고를 할 수 있도록 문제를 구성하여 학생들의 대수적 사고력을 길러줄 수 있는 자료가 되어야 한다.

3) 미지수의 개념과 □와 x를 연결시켜 줄 수 있는 자료가 되어야 한다.

방정식의 풀이와 별개로 자연수와 양의 유리수(분수 및 소수)의 값과 □의 값을 비교하면서 문자와 수를 서로 바꾸어 보는 활동을 통해 수를 일반화하고 나아가 미지수 x와의 관련성을 파악할 수 있다.

4) 초등의 규칙성과 문제해결 영역과 중등의 대수를 연결시켜 줄 수 있는 자료가 되어야 한다.

초등의 규칙성과 문제해결에서 그치는 것이 아니라 이를 심화하여 일반화하고 관계를 파악하게 하여 수의 변화를 체험할 수 있도록 한다.

5) 각 자료마다 자료번호, 관련단원, 5-가, 5-나 분석한 유형과 개발한 유형을 명시했다.

제작한 자료를 학교 현장의 학습활동에서 손쉽게 적용할 수 있도록 프로그램의 처음에 자료번호를 '학년-단계(학기)-단원-자료번호'의 단계로 자료번호를

dCollection @ jeju

두어 자료를 사용하는 교사가 찾기 쉽도록 정렬하였으며, 관련단원과 대수적 사고 요소를 두어 자료의 사용 시기와 사용 목적을 정리하였다.

또한 교과서에서 제시된 자료를 변형할 경우, 교과서 내에서 분석된 문자 사용 유형과 개발된 문자 사용 유형을 제시하여 문자 사용 유형을 고려하여 자료를 선택할 수 있도록 고안하였다.

자료번호	관련 단원	교과서의 문자 사용 유형	개발된 자료의 문자 사용 유형	관련된 대수적 사고 요소
5-1-6-1	6. 평면도형의 둘레와 넓이	유형1	유형1, 유형6	관계 추론
지도상의 유의점	.			

6) 해당 문제에 문자 사용 유형을 명시했다. 그러나 이것은 교사들이 자료를 쉽게 활용할 수 있도록 한 것으로 실제 수업에 활용할 때에는 문제와 함께 제시된 유형 지문을 제거하고 활용하기 바란다.

7) 개발된 자료는 교과서 활동을 바탕으로 아래와 같은 틀 안에 제시하였다.

	유형4

나. 자료 개발

본 연구에서 개발한 자료는 다음과 같다.

dCollection @ jeju

자료번호	관련 단원	교과서의 문자 사용 유형	개발된 자료의 문자 사용 유형	관련된 대수적 사고 요소
5-1-1-1	1. 배수와 약수	유형1	유형4	대수적인 원리, 양적 추론
지도상의 유의점	· 다양한 예를 들어주고 나서 식으로 바꿀 수 있도록 유도한다.			

◎ 배수를 알아봅시다.

◈ 활동1 ◈ 5를 1배, 2배, 3배, 4배, 5배, 6배 한 수를 알아보시오.

■ 5를 1배 한 수 → 5×1=□
■ 5를 2배 한 수 → 5×2=□
■ 5를 3배 한 수 → 5×3=□
■ 5를 4배 한 수 → 5×4=□
■ 5를 5배 한 수 → 5×5=□
■ 5를 6배 한 수 → 5×6=□

♠ 약속하기> 5를 1배, 2배, 3배, 4배, … 한 수 5, 10, 15, 20, …을 5의 배수라고 합니다.

◈ 활동2 ◈ 3의 배수를 알아보시오.

■ 3을 1배 한 수 → 3×1=□
■ 3을 2배 한 수 → 3×2=□
■ 3을 3배 한 수 → 3×3=□
■ 3을 10배 한 수 → 3×10=□
■ 3을 100배 한 수 → 3×100=□
■ 3을 1000배 한 수 → 3×1000=□

■ 3을 □배 한 수를 □를 사용한 식으로 나타내어 보시오.	유형4

dCollection @ jeju

자료번호	관련 단원	교과서의 문자 사용 유형	개발된 자료의 문자 사용 유형	관련된 대수적 사고 요소
5-1-1-2	1. 배수와 약수	유형1	유형4	대수적인 원리
지도상의 유의점	·□ 안에는 하나의 수가 아니라 여러 수가 들어갈 수 있음을 알도록 한다.			

◎ 약수를 알아봅시다.

◈ 활동1 ◈ 귤 6개를 각 접시에 똑같이 나누어 담아 보시오.

■ 한 접시에 귤을 1개씩 나누어 담아 보시오.
■ 한 접시에 귤을 2개씩 나누어 담아 보시오.
■ 한 접시에 귤을 3개씩 나누어 담아 보시오.
■ 한 접시에 귤을 4개씩 나누어 담아 보시오.
■ 한 접시에 귤을 5개씩 나누어 담아 보시오.
■ 한 접시에 귤을 6개씩 나누어 담아 보시오.

◈ 활동2 ◈ 6은 어떤 수로 나누어 떨어지는지 알아보시오.

$6\div\square=6$ $6\div\square=3$
$6\div\square=2$ $6\div\square=1\cdots 2$
$6\div\square=1\cdots 1$ $6\div\square=1$

◈ 활동3 ◈ 다음 식에서 ○는 나머지가 없는 어떤 수라고 한다면, □에 들어갈 수 있는 수를 모두 구하시오. $6\div\square=\bigcirc$	유형4

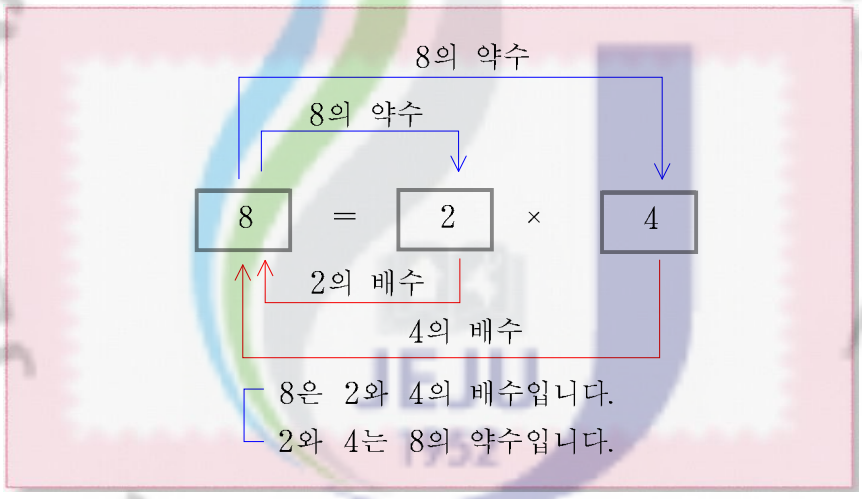
♠ 6을 1, 2, 3, 6으로 나누면 나누어 떨어집니다. 이 때, 1, 2, 3, 6을 6의 약수라고 합니다.

dCollection @ jeju

자료번호	관련 단원	교과서의 문자 사용 유형	개발된 자료의 문자 사용 유형	관련된 대수적 사고 요소
5-1-1-3	1. 배수와 약수	유형1	유형5	대수적인 원리, 양적 추론
지도상의 유의점	· 관계를 일반화한 후, 서로 약수와 배수 관계임을 문자식을 수식과 비교하여 설명한다.			

◈ 활동1 ◈ 배수와 약수의 관계를 알아보시오.

- 8은 1, 2, 4, 8의 배수입니까?
- 왜 그렇게 생각합니까?
- 1, 2, 4, 8은 8의 약수입니까?
- 왜 그렇게 생각합니까?



◈ 활동2 ◈ 다음 물음에 답하시오.

○와 △는 □의 약수이고 두 수의 곱은 □가 됩니다.
□를 △와 ○를 사용하여 식으로 나타내시오.

유형5

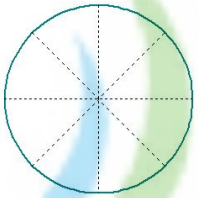
dCollection @ jeju

자료번호	관련 단원	교과서의 문자 사용 유형	개발된 자료의 문자 사용 유형	관련된 대수적 사고 요소
5-1-3-1	3. 약분과 통분	유형1	유형5	대수적인 원리, 양적 추론
지도상의 유의점	· 분모와 분자에 곱하거나 나누는 수는 0이 아니어야 함을 이해하도록 한다.			

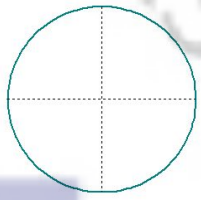
◎ 크기가 같은 분수를 알아봅시다.

◈ 활동1 ◈ $\frac{2}{8}$와 $\frac{1}{4}$의 크기를 비교하여 보시오.

■ 그림에 각각 분수만큼 색칠하여 보시오.



$\frac{2}{8}$



$\frac{1}{4}$

■ $\frac{2}{8}$와 $\frac{1}{4}$은 크기가 같습니까?

■ $\frac{1}{4}$의 분모와 분자를 2를 곱하여 보시오. $\frac{1\times2}{4\times2}=\frac{\square}{\square}$

■ $\frac{2}{8}$의 분모와 분자를 2로 나누어 보시오. $\frac{2\div2}{8\div2}=\frac{\square}{\square}$

■ 크기가 같은 분수를 만들려면 어떻게 하여야 한다고 생각합니까?

◈ 활동2 ◈ $\frac{1}{2}$과 크기가 같은 분수를 만들어 보시오.

■ $\frac{1}{2}$의 분모와 분자에 각각 2를 곱하여 보시오. $\frac{1\times2}{2\times2}=\frac{\square}{\square}$

dCollection @ jeju

■ $\frac{1}{2}$의 분모와 분자에 각각 3을 곱하여 보시오. $\frac{1\times3}{2\times3}=\frac{\square}{\square}$

■ $\frac{1}{2}$의 분모와 분자에 각각 4를 곱하여 보시오. $\frac{1\times4}{2\times4}=\frac{\square}{\square}$

■ $\frac{1}{2}$의 분모와 분자에 2, 3, 4를 각각 곱하여 얻은 분수만큼 색칠하여 보시오.

■ 이 분수는 각각 $\frac{1}{2}$과 크기가 같다고 할 수 있습니까?

◈ 크기가 같은 분수를 만드는 방법 ◈

분모와 분자에 0이 아닌 같은 수를 곱하면 크기가 같은 분수가 됩니다.

◈ 이런 방법도 있어요 ◈ 다음 물음에 답하시오.

분수 $\frac{\triangle}{\square}$의 분모와 분자에 0이 아닌 숫자 ☆을 곱하여 크기가 같은 분수로 나타내어 보시오.

㉮ $\frac{\triangle}{\square}=\frac{\triangle\times\☆}{\square\times\☆}$

유형5

dCollection @ jeju

◈ 활동2 ◈ $\frac{12}{24}$와 크기가 같은 분수를 만들어 보시오.

- $\frac{12}{24}$의 분모와 분자를 2로 나누어 보시오. $\frac{12\div2}{24\div2}=\frac{\square}{\square}$
- $\frac{12}{24}$의 분모와 분자를 3으로 나누어 보시오. $\frac{12\div3}{24\div3}=\frac{\square}{\square}$
- $\frac{12}{24}$의 분모와 분자를 4로 나누어 보시오. $\frac{12\div4}{24\div4}=\frac{\square}{\square}$
- $\frac{12}{24}$의 분모와 분자를 2, 3, 4로 각각 나누어 얻은 분수만큼 색칠하여 보시오.

- 이 분수는 각각 $\frac{12}{24}$와 크기가 같다고 할 수 있습니까?

◈ 크기가 같은 분수를 만드는 방법 ◈

분모와 분자에 0이 아닌 같은 수를 나누면 크기가 같은 분수가 됩니다.

◈ 이런 방법도 있어요 ◈ 다음 물음에 답하시오.

분수 $\frac{\triangle}{\square}$의 분모와 분자에 0이 아닌 숫자 ☆을 나누면 크기가 같은 분수로 나타내어 보시오.

예 $\frac{\triangle}{\square}=\frac{\triangle\div\☆}{\square\div\☆}$

유형5

dCollection @ jeju

자료번호	관련 단원	교과서의 문자 사용 유형	개발된 자료의 문자 사용 유형	관련된 대수적 사고 요소
5-1-4-1	4. 직육면체	유형1	유형4	대수적인 원리
지도상의 유의점	·. 직육면체와 정육면체의 관계를 알 수 있도록 한다.			

◎ 직육면체를 알아봅시다.

◈ 활동5 ◈ 직육면체와 정육면체의 특징을 알아보시오.

◈ 활동6 ◈ 상자를 보고 직육면체의 면, 모서리, 꼭짓점에 대하여 알아보시오.

	면 수	모서리 수	꼭짓점 수
직육면체	㉮ 6	㉮ 12	㉮ 8
정육면체	㉮ 6	㉮ 12	㉮ 8

■ 다음 ㉠, ㉡에 해당하는 것을 직사각형과 정사각형 가운데 어느 것인지 고르시오.
㉠은 ㉡이 될 수 있지만 ㉡은 ㉠이 될 수 없는 경우도 있다.
㉮ ㉠은 정사각형, ㉡은 직사각형

■ 다음 ㉠, ㉡에 해당하는 것을 직육면체와 정육면체 가운데 어느 것인지 고르시오.
㉠는 ㉡가 될 수 있지만 ㉡는 ㉠가 될 수 없는 경우도 있다.
㉮ ㉠은 정육면체, ㉡은 직육면체

유형3

dCollection @ jeju

자료번호	관련 단원	교과서의 문자 사용 유형	개발된 자료의 문자 사용 유형	관련된 대수적 사고 요소
5-1-5-1	5. 분수의 덧셈과 뺄셈	유형1	유형5	변환추론, 대수적인 원리
지도상의 유의점	·. 덧셈의 계산과정을 한 눈에 확인하여 이해할 수 있도록 도움을 준다.			

◎ 분수의 덧셈을 알아봅시다.

◈ 활동1 ◈ $\frac{1}{2}+\frac{2}{5}$를 계산하는 방법을 알아보시오.

- $\frac{1}{2}$과 $\frac{2}{5}$의 합을 어떻게 구할 수 있다고 생각합니까?
- 왜 그렇게 생각합니까?
- $\frac{1}{2}$과 $\frac{2}{5}$의 분모를 같은 수로 만들 수 있습니까?
- $\frac{1}{2}$과 $\frac{2}{5}$를 통분하여 보시오.
- $\frac{1}{2}+\frac{2}{5}$를 계산하여 보시오.

◈ 활동으로 알게 된 것 ◈ 분모가 다른 두 분수의 합을 구하는 방법을 말하여 보시오.

◈ 활동2 ◈ 두 분모에 공약수가 1 뿐이라면 두 분수의 덧셈을 하나의 식으로 나타내시오. $\frac{○}{△}+\frac{◎}{☆}=\frac{\square}{\square}$	유형5

- 다음을 계산하시오.

$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$ $\frac{2}{3}+\frac{1}{4}$ $\frac{1}{5}+\frac{3}{8}$

dCollection @ jeju

◈ 활동3 ◈ 다음 두 분수에 대하여 물음에 답하시오.

$\frac{○}{△}$와 $\frac{◎}{☆}$에서 ▽, 回, ◇ 는 모두 약수가 1과 자기자신뿐인 수로서 서로 배수 관계가 아닌 수라고 생각하자.

△ = ▽ × ◇ 이고

☆ = 回 × ◇ 인 관계가 있다고 한다. 다음 물음에 답하시오.

■ 공통분모를 △와 ☆의 곱인 분모로 하여 두 분수를 통분한 다음, 합을 하나의 식으로 나타내어 보시오.

$$\frac{○}{△}+\frac{◎}{☆}=\frac{○\times\square}{△\times\square}+\frac{◎\times\square}{☆\times\square}$$

$$=\frac{\square}{\square}$$

유형5

■ 공통분모를 △과 ☆의 최소공배수로 하여 두 분수를 통분한 다음, 합을 하나의 식으로 나타내어 보시오.

$$\frac{○}{△}+\frac{◎}{☆}=\frac{○}{△\times◇}+\frac{◎}{\square\times◇}$$

$$=\frac{\square}{\square}$$

dCollection @ jeju

자료번호	관련 단원	교과서의 문자 사용 유형	개발된 자료의 문자 사용 유형	관련된 대수적 사고 요소
5-1-5-2	5. 분수의 덧셈과 뺄셈	유형1	유형5	대수적인 원리, 변환추론
지도상의 유의점	·. 뺄셈의 계산과정을 한 눈에 확인하여 이해할 수 있도록 도움을 주고, 덧셈의 계산과정과 비교해 보도록 하여 관계를 알 수 있도록 한다.			

◎ 분수의 뺄셈을 알아봅시다.

◈ 활동1 ◈ $\frac{1}{4}-\frac{1}{6}$을 여러 가지 방법으로 계산하여 보시오.

■ 공통분모를 4와 6의 곱인 24로 하여 두 분수를 통분한 다음, 차를 구하여 보시오.

$$\frac{1}{4}-\frac{1}{6}=\frac{1\times 6}{4\times 6}-\frac{1\times 4}{6\times 4}$$
$$=\frac{\square}{24}-\frac{\square}{24}$$
$$=\frac{\square}{24}$$
$$=\frac{\square}{12}$$

■ 공통분모를 4와 6의 최소공배수인 12로 하여 두 분수를 통분한 다음, 차를 구하여 보시오.

$$\frac{1}{4}-\frac{1}{6}=\frac{1\times 3}{4\times 3}-\frac{1\times 2}{6\times 2}$$
$$=\frac{\square}{12}-\frac{\square}{12}$$
$$=\frac{\square}{12}$$

■ 위의 두 방법은 각각 어떤 점이 좋은지 말하여 보시오.

dCollection @ jeju

■ 다른 방법으로도 차를 구할 수 있는지 알아보시오.

◈ 활동2 ◈ 두 분모에 공약수가 1 뿐이라면 두 분수의 뺄셈을 하나의 식으로 나타내시오. $\frac{○}{△} - \frac{◎}{☆} = \frac{\square}{\square}$	유형5

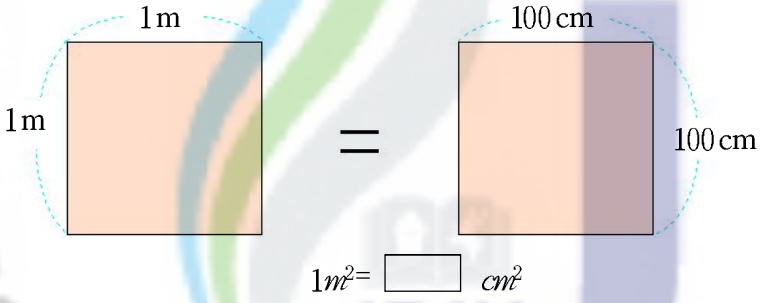
dCollection @ jeju

자료번호	관련 단원	교과서의 문자 사용 유형	개발된 자료의 문자 사용 유형	관련된 대수적 사고 요소
5-1-6-1	6. 평면도형의 둘레와 넓이	유형1	유형5	대수적인 원리, 관계파악능력
지도상의 유의점	· 계산과정을 이해하여, m^2와 cm^2의 관계를 쉽게 알 수 있도록 도움을 준다.			

◎ $1cm^2$와 $1m^2$의 관계를 알아봅시다.

◈ 활동1 ◈ $1\,m^2$는 몇 cm^2인지 알아보시오.

- 1m는 몇 cm입니까?
- 한 변이 1m인 정사각형의 넓이는 몇 cm^2입니까?



◈ 활동3 ◈ 넓이가 △ m^2인 정사각형의 넓이는 몇 cm^2인지 △를 사용하여 나타내어 보시오. $\triangle(m^2)=$ □ (cm^2)	유형5

JEJU NATIONAL UNIVERSITY 1952
dCollection @ jeju

자료번호	관련 단원	교과서의 문자 사용 유형	개발된 자료의 문자 사용 유형	관련된 대수적 사고 요소
5-1-6-2	6. 평면도형의 둘레와 넓이	-	유형6	대수적인 원리, 대수적인 해석
지도상의 유의점	· 평면도형의 둘레 사이의 관계, 넓이 사이의 관계를 알 수 있도록 하고, 둘레와 넓이 사이의 관계를 이해할 수 있다.			

◎ 배수를 알아봅시다.

◈ 활동1 ◈ 다음 식을 보고 문제를 해결하여 보시오.

직사각형의 둘레의 길이

(직사각형의 둘레) = {(가로) + (세로)} ×2

정사각형의 둘레의 길이

(정사각형의 둘레) = (한 변의 길이) ×4

직사각형의 넓이

(직사각형의 넓이) = (가로) × (세로)

정사각형의 넓이

(정사각형의 넓이) = (한 변의 길이) × (한 변의 길이)

평행사변형의 넓이

(평행사변형의 넓이) = (직사각형의 넓이)
= (가로) × (세로)
= (밑변) × (높이)

삼각형의 넓이

(삼각형의 넓이) = (평행사변형의 넓이) ÷2
= (밑변) × (높이) ÷2

dCollection @ jeju

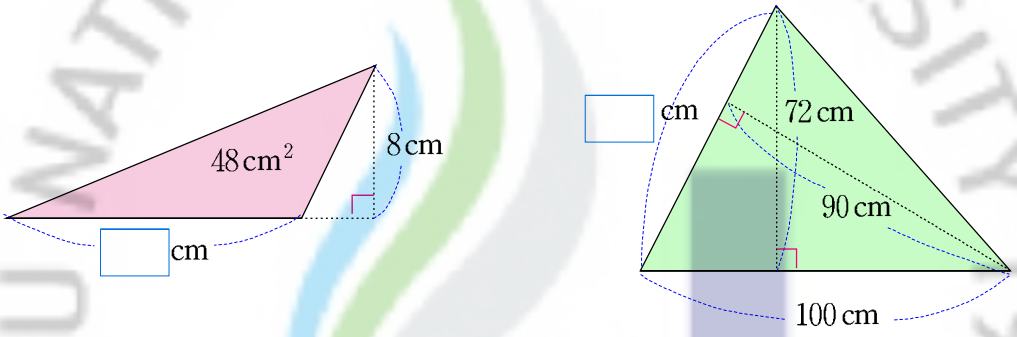
◈ 활동2 ◈ 위의 약속하기와 관련하여 다음 물음에 답하시오. 직사각형의 가로의 길이를 ㅁ, 세로의 길이를 ◇라고 하고, 정사각형의 한 변의 길이를 ◎라고 하자. 또한 평행사변형 혹은 삼각형의 밑변의 길이를 ○, 높이를 △라고 하였을 때, 다음의 물음에 답하시오. ■ 직사각형의 둘레의 길이를 구하는 식을 위의 기호를 써서 나타내시오. ■ 직사각형의 넓이를 구하는 식을 위의 기호를 써서 나타내시오. ■ 정사각형의 둘레의 길이를 구하는 식을 위의 기호를 써서 나타내시오. ■ 정사각형의 넓이를 구하는 식을 위의 기호를 써서 나타내시오. ■ 평행사변형의 넓이를 구하는 식을 위의 기호를 써서 나타내시오. ■ 삼각형의 넓이를 구하는 식을 위의 기호를 써서 나타내시오.	유형4, 유형6

dCollection @ jeju

자료번호	관련 단원	교과서의 문자 사용 유형	개발된 자료의 문자 사용 유형	관련된 대수적 사고 요소
5-1-6-3	6. 평면도형의 둘레와 넓이	유형1	유형4	대수적인 해석, 가역적 사고
지도상의 유의점	· 문제 풀이과정을 이해하지 못하는 학생에게는 힌트를 주어 문제를 해결할 수 있도록 도와준다.			

◎ 삼각형의 넓이를 이용하여 높이와 밑변의 길이를 구하여 봅시다.

◈ 활동1 ◈ □ 안에 알맞은 수를 써 넣으시오.



■ 넓이가 $48cm^2$인 사각형의 밑변의 길이 □를 구하는 식을 완성하시오. 예 $48=8\times box \times\frac{1}{2}$ ■ □를 구하시오.	유형1
■ 오른쪽 삼각형의 넓이를 구하시오. ■ 오른쪽 삼각형의 □를 구하는 식을 나타내어 보시오. ■ □를 구하시오.	유형4
■ 넓이가 $400\,cm^2$인 삼각형의 높이가 $50\,cm$라면, 이 삼각형의 밑변의 길이 □를 구하는 식을 나타내어 보시오.	유형4

dCollection @ jeju

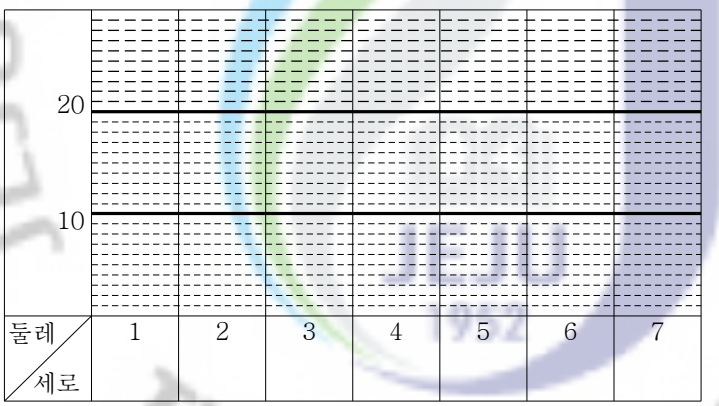
자료번호	관련 단원	교과서의 문자 사용 유형	개발된 자료의 문자 사용 유형	관련된 대수적 사고 요소
5-1-6-4	6. 평면도형의 둘레와 넓이	-	유형1, 유형6	관계 추론
지도상의 유의점	·직사각형의 세로의 길이와 둘레 사이의 관계를 눈으로 보고 방정식과 비교하여 관계를 알 수 있도록 도와준다.			

◎ 활동1 직사각형의 둘레의 길이가 커지면 넓이도 같이 넓어지는지 알아봅시다.

◈ 가로의 길이가 5cm인 직사각형을 알아봅시다.

왼편의 직사각형의 가로의 길이가 5cm이고 세로의 길이가 1cm이면 직사각형의 둘레의 길이는 얼마인가?

■ 세로의 길이가 1씩 증가할 때 직사각형의 둘레의 길이가 어떻게 변하는지 막대 그래프로 나타내어 보시오.



■ 세로의 길이가 1cm씩 길어질 때 직사각형 둘레의 길이는 □cm만큼 커진다.	(유형1)

■ 가로의 길이가 5cm이고 세로의 길이를 □라고 하면 둘레의 길이○를 □를 사용하여 나타내어 보시오.	(유형6)

dCollection @ jeju

자료번호	관련 단원	교과서의 문자 사용 유형	개발된 자료의 문자 사용 유형	관련된 대수적 사고 요소
5-1-6-5	6. 평면도형의 둘레와 넓이	-	유형4, 유형6	관계 추론
지도상의 유의점	・직사각형의 둘레의 길이가 일정할 때 넓이와의 관계를 눈으로 보고 방정식과 비교하여 관계를 알 수 있도록 도와준다.			

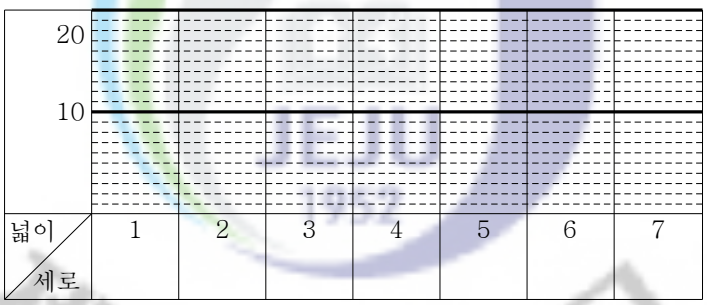
◎ 활동2 직사각형의 둘레가 16cm일 때 넓이는 어떻게 변하는지 알아봅시다.

왼편의 직사각형의 둘레의 길이가 16cm이고 가로의 길이가 1cm일 때 세로의 길이는 얼마입니까?

■ 가로의 길이가 1cm부터 1cm씩 커지면 세로의 길이는 어떻게 변하는지 표를 완성하여 보시오.

가로	1	2	3	4	5	6	7
세로	7						

■ 위의 표를 기준으로 가로의 길이가 1cm씩 커질 때 직사각형의 넓이가 어떻게 변하는지 막대 그래프에 나타내어 보시오.



■ 넓이가 가장 넓은 사각형은 가로와 세로의 길이가 얼마인지 말해 보시오.

■ 가로의 길이를 □cm라고 하면 세로의 길이를 □를 사용하여 나타내어 보시오.	(유형4)

■ 가로의 길이를 □cm라고 하면 직사각형의 넓이 ○를 □를 사용하여 나타내어 보시오.	(유형6)

dCollection @ jeju

자료번호	관련 단원	교과서의 문자 사용 유형	개발된 자료의 문자 사용 유형	관련된 대수적 사고 요소
5-1-7-1	7. 분수의 곱셈	유형1	유형5	대수적인 원리, 대수적인 해석
지도상의 유의점	· 수식에서 문자식을 유도하고, 문자식을 통해 계산하는 과정을 직접 보여주며 관계를 설명해 준다.			

◎ 진분수와 자연수의 곱셈을 알아봅시다.

◈ 활동1 ◈ $\frac{3}{8}\times5$를 계산하는 방법을 알아보시오.

■ $\frac{3}{8}$을 5번 더하여 보시오.

$$\frac{3}{8}\times5=\frac{3}{8}+\frac{3}{8}+\frac{3}{8}+\frac{3}{8}+\frac{3}{8}=\frac{\square}{8}=\square$$

■ $\frac{3}{8}\times5$와 $\frac{3\times5}{8}$는 같다고 생각합니까?

■ 왜 그렇게 생각합니까?

◈ 활동으로 알게 된 것 ◈	
■ 진분수를 $\frac{○}{△}$라 하고 자연수를 ◇라고 한다면, 진분수와 자연수의 곱을 하나의 식으로 나타내어 보시오.	유형5

◈ 활동으로 알게 된 것 ◈

진분수와 자연수의 곱을 구하는 방법을 말하여 보시오.

dCollection @ jeju

자료번호	관련 단원	교과서의 문자 사용 유형	개발된 자료의 문자 사용 유형	관련된 대수적 사고 요소
5-1-8-1	8. 문제 푸는 방법 찾기	-	유형4	양적 추론, 관계파악능력
지도상의 유의점	• 그림을 그려서 문제를 해결하는 방법과 문자식을 사용한 방법을 비교해 본다.			

◎ 여러 가지 방법으로 문제를 풀어 봅시다.

◈ 활동1 ◈ 그림을 그려서 문제를 풀어 보시오.

- ■ 무엇을 묻고 있습니까?
- ■ 물고기의 머리의 길이는 무엇과 같습니까?
- ■ 물고기 몸 전체의 길이를 그림으로 나타내시오.
- ■ 물고기 각 부분의 길이를 구하시오.

■ 머리의 길이를 □라고 할 때, 꼬리의 길이 ○를 □를 사용하여 나타내어 보시오. $□=(48-□)\times\frac{1}{3}$, $○=□$	유형4

dCollection @ jeju

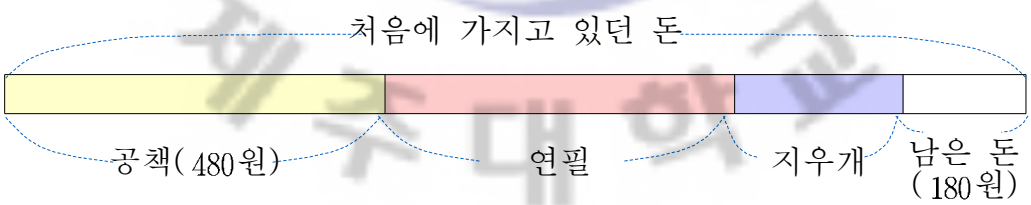
자료번호	관련 단원	교과서의 문자 사용 유형	개발된 자료의 문자 사용 유형	관련된 대수적 사고 요소
5-1-8-2	8. 문제 푸는 방법 찾기	-	유형4	양적 추론, 관계파악능력
지도상의 유의점	· 막대와 식을 비교하면서 식을 세우는 방법을 이해하도록 한다.			

◎ 여러 가지 방법으로 문제를 풀어 봅시다.

◈ 활동1 ◈ 거꾸로 생각하여 문제를 풀어 보시오.

■ 무엇을 묻고 있습니까?

■ 처음에 가지고 있던 돈과 공책, 연필, 지우개의 값을 그림을 보고 생각하여 보시오.



■ 거꾸로 생각하여 처음에 가지고 있던 돈이 얼마인지 알아보시오.

dCollection @ jeju

■ 지우개값과 연필값은 각각 얼마입니까?

■ 처음에 가지고 있던 돈은 얼마입니까?

■ 위의 이야기를 잘 보고 처음에 가진 돈을 □라고 할 때, 처음에 가진 돈을 □를 사용하여 나타내어 보시오. ㉮ 처음에 가지고 있던 돈을 □라고 놓으면, □=480+(□-480)÷2+(□-480)÷2÷2+180…① 이라 놓을 수 있는데 이 식에서 (□-480)÷2÷2=180…② 과 같으므로 □=1200(원) 이라는 것을 알 수 있다.	유형4

dCollection @ jeju

자료번호	관련 단원	교과서의 문자 사용 유형	개발된 자료의 문자 사용 유형	관련된 대수적 사고 요소
5-1-8-3	8. 문제 푸는 방법 찾기	-	유형1	양적 추론, 관계파악능력
지도상의 유의점	·□를 사용하여 식을 만드는 과정을 학생들에게 보이고, 기준과 방향에 따라서 부호가 달라지는 점에 주의하여 계산식을 만든다.			

◈ **활동1** ◈병지는 계단놀이를 하였습니다. 처음 서 있던 계단에서 여섯 계단을 올라간 후, 아홉 계단을 내려오고, 다시 다섯 계단을 올라간 후에 세 계단을 내려왔습니다. 지금 서 있는 계단 번호가 4라면, 처음에 병지가 서 있던 계단 번호는 몇입니까?

■ □를 사용하여 나타내어 보시오. 처음에 서 있던 계단 번호를 □번이라고 놓고 식을 써 보시오. ㉮ □+6-9+5-3=4…① 이라 놓을 수 있고 이 식을 거꾸로 풀기의 방법으로 계산하면 □=5번 계단 이라는 것을 알 수 있다.	유형1

dCollection @ jeju

자료번호	관련 단원	교과서의 문자 사용 유형	개발된 자료의 문자 사용 유형	관련된 대수적 사고 요소
5-1-8-4	8. 문제 푸는 방법 찾기	-	유형4	대수적인 원리, 관계파악능력
지도상의 유의점	· 규칙을 찾는 과정을 단계에 따라 설명하여 이해를 돕는다.			

◎ 여러 가지 방법으로 문제를 풀어 봅시다.

◈ 활동1 ◈ 규칙을 찾아 문제를 풀어 보시오.

■ 무엇을 묻고 있습니까?

■ 짝을 지어 합을 구하여 보시오.

$$1+2+3+4+\cdots+28+29+30$$

■ 어떤 규칙이 있습니까?

■ 위와 같은 방법으로 짝을 지으면 모두 몇 쌍입니까?

■ 한 달 동안에 수연이는 몇 쪽을 읽을 수 있습니까?

■ 다른 방법으로도 계산할 수 있는지 생각하여 보시오.

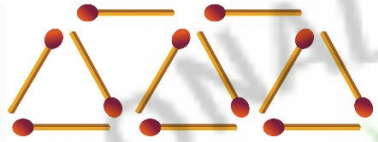
dCollection @ jeju

■ 위의 문제에서 짝을 지었을 때 □×△에 알맞은 수를 넣어 보시오. ㉮ 위식의 양 끝에서 같은 위치에 있는 두 수의 합이 서로 같으므로 $\square \times \triangle = 31 \times 15$과 같이 쓸 수 있다.	유형1

■ 위와 같은 식에서 두 양 끝수의 합이 □인 짝이 △쌍이 있다고 하면 이것을 □, △를 사용하여 나타내어 보시오. ㉮ □×△	유형4

dCollection @ jeju

자료번호	관련 단원	교과서의 문자 사용 유형	개발된 자료의 문자 사용 유형	관련된 대수적 사고 요소
5-1-8-5	8. 문제 푸는 방법 찾기	-	유형1, 유형5	대수적인 원리, 관계파악능력
지도상의 유의점	· 학생들에게 규칙성을 찾아보게 한 뒤에 식으로 만들어 보고, 삼각형의 수와 성냥개비의 수가 같은지 비교해 보도록 한다.			



…

성냥개비를 늘어놓아 정삼각형 17개를 만들려고 합니다. 성냥개비는 모두 몇 개가 필요합니까?

■ 필요한 성냥개비의 개수를 알아보시오. ㉮ 처음 삼각형을 만드는데 3개의 성냥개비가 필요하고 이후부터는 2개의 성냥개비를 가지고 정삼각형을 만들 수 있으므로 17개의 정삼각형을 만드는데 $3+2\times(17-1)=35$(개)의 성냥개비가 필요하다.	유형1

■ 표를 만들어 해결하여 보시오.

삼각형의 개수	1	2	3	4	5	17
성냥개비의 수						
개수의 차이						

■ 어떤 규칙이 있는지 말로 설명하여 보시오. ■ □개의 정삼각형을 만든다고 하면 몇 개의 성냥개비가 필요한지 □를 사용하여 나타내어 보시오. ㉮ $3+2\times(\square-1)$ 개의 성냥개비가 필요하다.	유형5

dCollection @ jeju

자료번호	관련 단원	교과서의 문자 사용 유형	개발된 자료의 문자 사용 유형	관련된 대수적 사고 요소
5-1-8-6	8. 문제 푸는 방법 찾기	-	유형1, 유형5	대수적인 원리, 관계파악능력
지도상의 유의점	· 주어진 조건의 관계를 파악하여 식을 만드는 과정을 이해하도록 한다.			

◎ 여러 가지 방법으로 문제를 풀어 봅시다.

◈ **활동1** ◈ 예상하고 확인하면서 문제를 풀어 보시오.

■ 무엇을 묻고 있습니까?

■ 7점짜리 과녁을 10번 맞혔다면, 3점짜리 과녁은 몇 번 맞혔습니까?

■ 위의 경우 몇 점을 얻습니까?

■ 7점짜리 과녁을 맞힌 횟수를 늘려야 합니다. 그 이유를 말하여 보시오.

■ 문제의 조건에 맞을 때까지 다른 예상을 하면서 결과를 확인하여 보시오.

dCollection @ jeju

■ 민수가 7점짜리 과녁을 맞힌 횟수는 몇 번입니까?

■ 민수가 빨간색 과녁을 맞힌 횟수를 □, 노란색 과녁을 맞힌 횟수를 ○로 하여 얻은 점수를 □와 ○로 나타내어 보시오. 예 $7\times\square+3\times\circ=105$ $\square+\circ=19$	유형1

■ 어떤 사람이 와서 다트핀을 19번 던졌을 때 얻을 수 있는 점수를 □를 사용하여 나타내어 보시오. 예 $7\times\square+3\times\circ$ …① $\square+\circ=19$ …② 와 같이 쓸 수 있다, 이 때, 거꾸로 생각하면 ○는 19에서 □를 뺀 값과 같다. 따라서, 얻은 점수는 $7\times\square+3\times(19-\square)$ 점을 얻을 수 있다.	유형5

dCollection @ jeju

자료번호	관련 단원	교과서의 문자 사용 유형	개발된 자료의 문자 사용 유형	관련된 대수적 사고 요소
5-1-8-7	8. 문제 푸는 방법 찾기	-	유형1, 유형5	관계파악능력, 양적 추론
지도상의 유의점	·두 쪽의 곱을 □로 나타내고, □에 들어갈 수 있는 수를 예상하고, 확인하기의 방법을 통해 확인한다.			

◈ 활동1 ◈ 은정이는 수학 공부를 하기 위해 책을 펼쳤습니다. 책을 펼친 두 면의 쪽수의 곱이 600이라면, 은정이가 펼친 두 면의 쪽수는 각각 얼마입니까?

■ □를 사용하여 두 쪽의 곱을 나타내어 보시오. 예 □×(□+1) 되어 곱이 600이 되는 수를 찾으면 24×25=600 이므로 □=24	유형1

■ 두 면의 쪽수의 곱이 △라면, 펼친 두 면의 쪽수는 각각 얼마인지 □를 사용하여 나타내어 보시오. 예 □×(□+1)=△	유형5

dCollection @ jeju

자료번호	관련 단원	교과서의 문자 사용 유형	개발된 자료의 문자 사용 유형	관련된 대수적 사고 요소
5-1-8-8	8. 문제 푸는 방법 찾기	-	유형5, 유형6	대수적인 원리, 관계파악능력
지도상의 유의점	· 한 명씩 늘려가며 일정한 규칙을 발견하게 한 후 규칙을 통해 식을 얻어낼 수 있도록 한다.			

◎ 여러 가지 방법으로 문제를 풀어 봅시다.

◈ **활동1** ◈ 문제를 간단히 하여 풀어 보시오.

■ 무엇을 묻고 있습니까?

■ 학생이 2명이면, 경기를 몇 번 해야 합니까?

■ 학생이 3명이면, 경기를 몇 번 해야 합니까?

■ 학생이 4명이면, 경기를 몇 번 해야 합니까?

■ 학생이 5명이면, 경기를 몇 번 해야 합니까?

■ 어떤 규칙이 있습니까?

■ 오목 대회 경기는 모두 몇 번 해야 합니까?

dCollection @ jeju

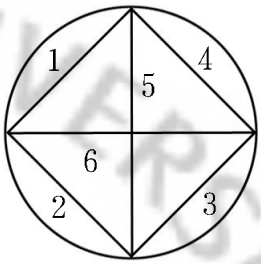
■ 어떤 규칙이 있습니까? 예 1부터 총 인원수보다 하나 적은 수까지의 수를 모두 더한 값과 같습니다.	유형5

■ 어떤 반의 학생 수가 □라면 오목 대회 경기 횟수를 □를 사용하여 나타내어 보시오. (짝수일 경우와 홀수일 경우를 나누어 생각해 봅시다.) 예 □가 홀수일 때, $(\square-1)\times\frac{\square}{2}=\frac{\square\times(\square-1)}{2}$ 예 □가 짝수일 때, $\square\times\frac{\square-2}{2}+\frac{\square}{2}=\frac{\square\times(\square-1)}{2}$	유형6

dCollection @ jeju

자료번호	관련 단원	교과서의 문자 사용 유형	개발된 자료의 문자 사용 유형	관련된 대수적 사고 요소
5-1-8-9	8. 문제 푸는 방법 찾기	-	유형5	대수적인 원리, 관계파악능력
지도상의 유의점	·한 명씩 늘려가며 일정한 규칙을 발견하게 한 후 규칙을 통해 식을 얻어낼 수 있도록 한다.			

◈ 활동1 ◈ 원 위에 똑같은 간격으로 점을 4개 찍어 각 점을 서로 이었더니 선분이 6개 생겼습니다. 원 위에 점을 똑같은 간격으로 8개 찍는다면, 선분을 모두 몇 개 그을 수 있습니까?



■ 어떤 규칙이 있습니까? 예 점을 4개 찍으면 6개의 선을 그을 수 있습니다. 점을 5개 찍으면 10개의 선을 그을 수 있습니다. 점을 6개 찍으면 15개의 선을 그을 수 있습니다. 1부터 점의 개수보다 1 작은 수까지의 합과 같습니다. 점을 8개 찍으면 1+2+3+…+7과 같습니다.	-
■ 점을 □개 찍는다면 몇 개의 선분을 그을 수 있는지 □를 사용하여 나타내어 보시오. 예 $1+2+3+\cdots(\square-1)=\frac{\square\times(\square-1)}{2}$	유형5

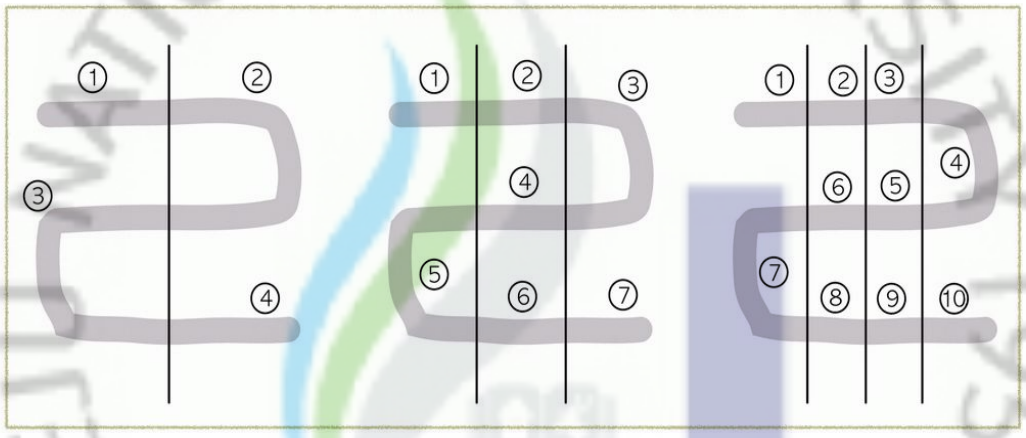
dCollection @ jeju

자료번호	관련 단원	교과서의 문자 사용 유형	개발된 자료의 문자 사용 유형	관련된 대수적 사고 요소
5-1-8-10	8. 문제 푸는 방법 찾기	-	유형5	양적 추론, 관계파악능력
지도상의 유의점	· 학생들이 차근차근 풀이과정을 이해할 수 있도록 단계를 나누어서 지도하고			

◎ 여러 가지 방법으로 문제를 풀어 봅시다.

◈ 활동1 ◈ 문제를 해결하여 보고, 그와 비슷한 문제를 만들어 보싱오.

■ 그림과 같이 실을 가위로 잘라 여러 도막으로 나누려고 합니다. 실을 9번 자르면 몇 도막으로 나누어지겠습니까?



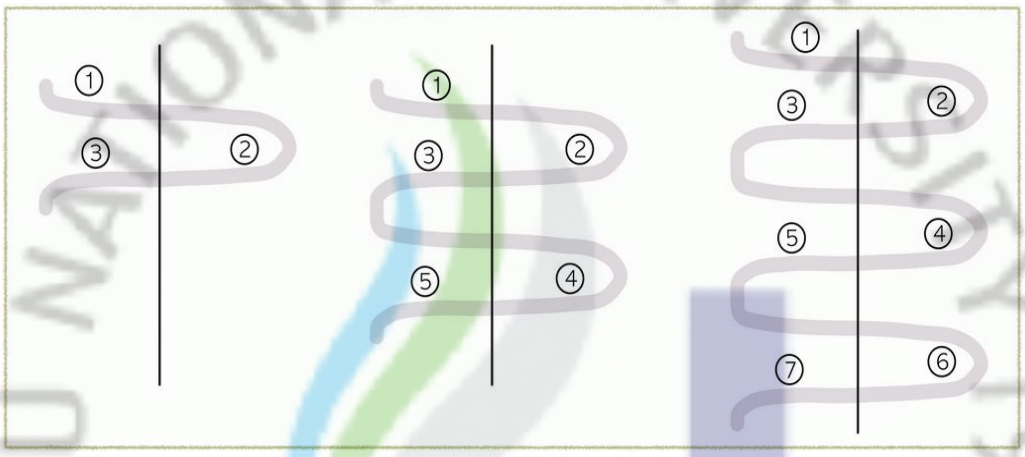
(1번) (2번) (3번)

■ □번 자르면 몇 도막으로 나누어지는지 식으로 나타내어 보시오. 1번 자르면 4도막 2번 자르면 7도막(4+3) 3번 자르면 10도막(4+3+3) 따라서 9번 자르면 4+3×8=28(도막) 따라서 □번 자르면 $4+3\times(\square-1)$(도막)이 된다.	유형5

dCollection @ jeju

자료번호	관련 단원	교과서의 문자 사용 유형	개발된 자료의 문자 사용 유형	관련된 대수적 사고 요소
5-1-8-11	8. 문제 푸는 방법 찾기	-	유형5	양적 추론, 관계파악능력
지도상의 유의점	· 학생들이 차근차근 풀이과정을 이해할 수 있도록 단계를 나누어서 지도하고			

■ 이번에는 그림과 같이 실을 이어 가위로 자르려고 합니다. 실 10개를 이으면 몇 도막으로 나누어지겠습니까?



■ 이와 비슷한 문제를 만들어 풀어보시오.

■ □번 자르면 몇 도막으로 나누어지는지 식으로 나타내어 보시오. 예) 1개일 때 3도막 2개일 때 5도막(3+2) 3개일 때 7도막(3+2+2) 10개일 때는 3+2×9=21도막 □개일 때는 $3+2\times(\square-1)$ (도막)이 된다.	유형5

dCollection @ jeju

자료번호	관련 단원	교과서의 문자 사용 유형	개발된 자료의 문자 사용 유형	관련된 대수적 사고 요소
5-1-8-12	8. 문제 푸는 방법 찾기	-	유형4	대수적인 원리, 관계파악능력
지도상의 유의점	·무엇을 미지수로 놓고 문제를 해결하여야 하는지 생각해 보도록 하고, 주어진 조건에 맞게 식을 구성하는 연습을 해보도록 한다.			

형과 삼촌의
나이 차는 7이고
두 사람의 나이를 곱하면
228이 됩니다. 두 사람의 나이를
각각 구하시오.

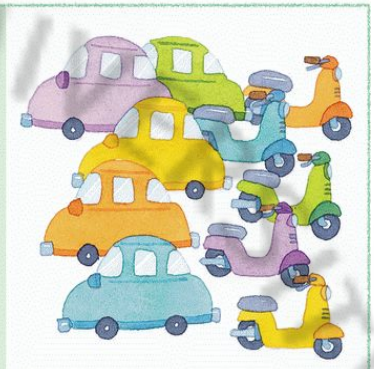
■ 어떤 방법으로 풀었습니까?
■ 짝에게 풀이 방법을 설명하여 보시오.
■ 짝의 풀이 방법을 들어 보고, 나의 방법과 비교하여 보시오.
■ 어떤 점이 같고, 어떤 점이 다릅니까?

■ 형의 나이를 △, 삼촌의 나이를 □를 사용하여 나타내어 보시오. 예 □－△＝7 □×△＝228	유형4

dCollection @ jeju

자료번호	관련 단원	교과서의 문자 사용 유형	개발된 자료의 문자 사용 유형	관련된 대수적 사고 요소
5-1-8-13	8. 문제 푸는 방법 찾기	-	유형4	관계파악능력
지도상의 유의점	• 주어진 조건에 따라 문자식을 이해하여 구성하는 연습을 한다.			

승용차와 오토바이 수의
합이 50이고,
바퀴 수의 합은 184입니다.
승용차와 오토바이는
각각 몇 대씩 있습니까?



■ 어떤 방법으로 풀었습니까?
■ 짝에게 풀이 방법을 설명하여 보시오.
■ 짝의 풀이 방법을 들어 보고, 나의 방법과 비교하여 보시오.
■ 어떤 점이 같고, 어떤 점이 다릅니까?

■ 승용차 수에 △, 오토바이 수에 □를 사용하여 나타내어 보시오. 예 □+△=50 □×4 + △×2 = 184	유형4

dCollection @ jeju

자료번호	관련 단원	교과서의 문자 사용 유형	개발된 자료의 문자 사용 유형	관련된 대수적 사고 요소
5-2-1-1	1. 소수의 곱셈	-	유형5, 유형6	관계파악능력
지도상의 유의점	· 빠르기와 시간, 거리 사이의 관계를 설명해 주면서 문자식을 만들어 볼 수 있다.			

◎ 문제를 해결하여 봅시다.

◈ 문제1 ◈ 1km를 달리는 데 휘발유가 0.08L드는 자동차가 있습니다. 이 자동차로 한 시간에 60km의 빠르기로 2시간 30분 동안 달렸습니다. 사용된 휘발유는 몇 L입니까?

■ 1km를 달리는 데 휘발유가 몇 L 듭니까?
■ 한 시간에 몇 km의 빠르기로 달렸습니까?
■ 몇 시간 몇 분 동안 달렸습니까?
■ 2시간 30분 동안 몇 km를 달렸습니까?
■ 사용된 휘발유는 모두 몇 L입니까?
■ 답이 맞는지 검산하여 보시오.

■ 빠르기를 △, 거리를 ☆, 시간을 □ 라고 하면 달린 거리 ☆를 △와 □를 사용한 식으로 나타내어 보시오. ■ 1km를 달리는데 0.08L의 휘발유가 필요하다면 ☆km를 달리는데 필요한 휘발유의 양을 ☆을 사용한 식으로 나타내어 보시오.	유형5
■ 빠르기를 v, 거리를 s, 시간을 t 라고 하면 달린 거리 s를 v와 t를 사용한 식으로 나타내어 보시오.	유형6

dCollection @ jeju

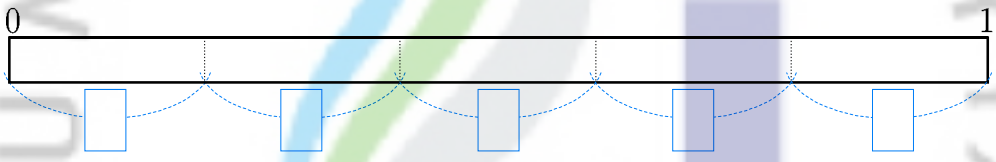
자료번호	관련 단원	교과서의 문자 사용 유형	개발된 자료의 문자 사용 유형	관련된 대수적 사고 요소
5-2-2-1	2. 분수의 나눗셈	유형1	유형4	관계파악능력, 대수적인 원리
지도상의 유의점	· 수식으로 문제 해결하는데 익숙해진 후 문자식으로 고쳐보게 유도한다.			

◎ 나눗셈을 곱셈으로 나타내어 봅시다.

◈ 생활에서 알아보기 ◈ 혜선이는 1m의 색 테이프를 똑같이 5도막으로 나누어 꽃 5송이를 만들려고 합니다. 꽃 한 송이를 만드는 데 쓰이는 색 테이프의 길이를 알아보시오.

◈ 활동1 ◈ $1\div5$를 어떻게 곱셈으로 나타낼 수 있는지 알아보시오.

■ $1\div5$는 분수로 얼마입니까?



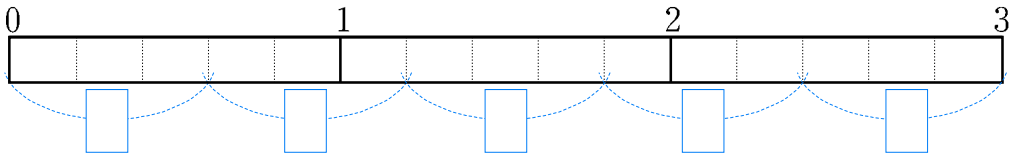
■ 1의 $\frac{1}{5}$ 배는 얼마입니까?

■ $1\div5$를 곱셈으로 나타내어 보시오.

$$1\div5=1\times\frac{\square}{\square}$$

◈ 활동2 ◈ $3\div5$를 어떻게 곱셈으로 나타낼 수 있는지 알아보시오.

■ $3\div5$는 분수로 얼마입니까?



dCollection @ jeju

■ 3의 $\frac{1}{5}$ 배는 얼마입니까?

■ $3 \div 5$를 곱셈으로 나타내어 보시오.

$$3 \div 5 = 3 \times \frac{\square}{\square}$$

◈ 활동으로 알게 된 것 ◈

나눗셈을 곱셈으로 나타내는 방법을 말하여 보시오.

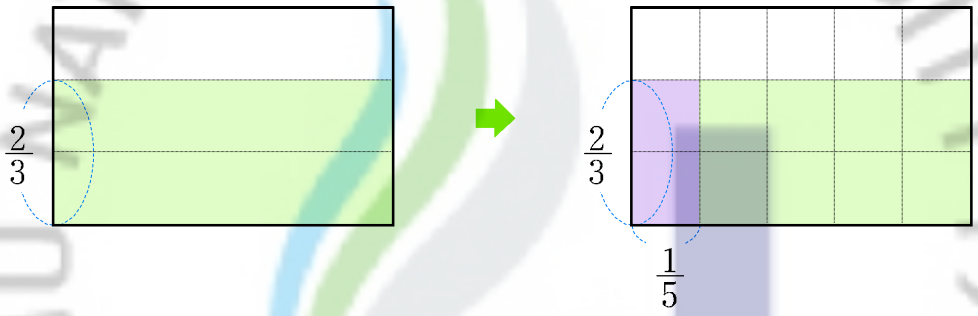
◈ 활동3 ◈ □÷△를 □와 △를 사용한 곱셈식으로 나타내어 보시오. □÷△ =	유형4

dCollection @ jeju

자료번호	관련 단원	교과서의 문자 사용 유형	개발된 자료의 문자 사용 유형	관련된 대수적 사고 요소
5-2-2-2	2. 분수의 나눗셈	유형1	유형4	관계파악능력, 대수적인 원리
지도상의 유의점	· 문제를 해결할 경우, 약분은 추가적으로 설명이 되어야 할 부분이다. 학생들에게 약분과 대분수로 변환시키는 것을 잊지 않도록 해야한다.			

◎(분수)÷(자연수)를 알아봅시다.

◈ 활동1 ◈ $\frac{2}{3}\div 5$를 어떻게 곱셈으로 나타낼 수 있는지 알아보시오.



■ □ 안에 알맞은 수를 써 넣으시오.

$$\frac{2}{3}\div 5=\frac{2}{3}\times\frac{\square}{\square}$$

◈ 활동2 ◈ $\frac{3}{4}\div 6$을 어떻게 계산하는지 알아보시오.

■ $\frac{3}{4}\div 6$을 곱셈식으로 나타내시오.

■ 곱셈식을 계산하고, 기약분수로 나타내어 보시오.

dCollection @ jeju

■두 방법을 비교하여 보시오.

$$\frac{3}{4}\div 6=\frac{3}{4}\times\frac{1}{6}=\frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{8}{\cancel{24}}}=\frac{1}{8}$$

$$\frac{3}{4}\div 6=\frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{4}\times\frac{1}{\underset{2}{\cancel{6}}}=\frac{1}{8}$$

◈ 활동으로 알게 된 것 ◈

(분수)÷(자연수)를 계산하는 방법을 말하여 보시오.

◈ 활동3 ◈ $\frac{☆}{□}\div△$를 □, ☆, △를 사용한 곱셈식으로 나타내어 보시오. (□, ☆, △는 서로 공약수가 없는 수이다.) $\frac{☆}{□}\div△=$	유형4

dCollection @ jeju

자료번호	관련 단원	교과서의 문자 사용 유형	개발된 자료의 문자 사용 유형	관련된 대수적 사고 요소
5-2-2-3	2. 분수의 나눗셈	유형1	유형4	대수적인 원리, 관계파악능력
지도상의 유의점	· 약분과 대분수로 고치는 것은 별도로 강조하고, 유형4에서는 각 수들의 분자와 분모의 곱셈식이 어떻게 변환되는지에 유의한다.			

◎(대분수)÷(자연수)의 계산을 알아봅시다.

◈ 활동1 ◈ $1\frac{1}{2}\div 2$를 어떻게 계산하는지 알아보시오.

■ $1\frac{1}{2}\div 2$에서 $1\frac{1}{2}$을 가분수로 나타내시오.

■ $1\frac{1}{2}\div 2$를 곱셈식으로 나타내시오.

$$1\frac{1}{2}\div 2=\frac{\square}{\square}\div 2=\frac{\square}{\square}\times\frac{\square}{\square}$$

■ $1\frac{1}{2}\div 2$의 계산을 어떻게 하면 된다고 생각합니까?

◈ 활동2 ◈ $2\frac{2}{5}\div 4$를 어떻게 계산하는지 알아보시오.

■ $2\frac{2}{5}\div 4$를 곱셈식으로 나타내시오.

■두 방법을 비교하여 보시오.

$$2\frac{2}{5}\div 4=\frac{12}{5}\times\frac{1}{4}=\frac{\overset{3}{\cancel{12}}}{\underset{5}{\cancel{20}}}=\frac{\square}{\square}$$

$$2\frac{2}{5}\div 4=\frac{\overset{3}{\cancel{12}}}{5}\times\frac{1}{\underset{1}{\cancel{4}}}=\frac{\square}{\square}$$

dCollection @ jeju

◈ 활동으로 알게 된 것 ◈

(대분수)÷(자연수)의 계산하는 방법을 말하여 보시오.

◈ 활동3 ◈ ◇$\frac{☆}{□}$÷△를 $\frac{a\times b}{c\times d}$처럼 하나의 식으로 나타내어 보시오. (△, □, ☆, ◇는 서로 공약수가 없는 수이다.) ◇$\frac{☆}{□}$÷△ =	**유형4**

dCollection @ jeju

자료번호	관련 단원	교과서의 문자 사용 유형	개발된 자료의 문자 사용 유형	관련된 대수적 사고 요소
5-2-2-4	2. 분수의 나눗셈	유형1	유형4	관계파악능력, 대수적인 원리
지도상의 유의점	· 네 가지 서로 다른 식들을 비교해 봄으로 해서 일정한 규칙을 찾기가 쉽고 대분수 연산을 하나의 곱으로 나타내어 봄으로써 대수 연산을 통해 계산과정을 알 수 있다.			

◎분수와 자연수의 혼합 계산을 알아봅시다.

◈ 활동1 ◈ $\frac{4}{5}\times3\div6$을 어떻게 계산하는지 알아보시오.

■ 먼저, $\frac{4}{5}\times3$을 계산하고, 그 결과를 6으로 나누시오.

$$\frac{4}{5}\times3\div6=\frac{\square}{5}\div6=\frac{\square}{5}\times\frac{\square}{\square}=\frac{\square}{\square}$$

■ 곱셈식으로 고친 후, 계산하시오.

$$\frac{4}{5}\times3\div6=\frac{4}{5}\times3\times\frac{1}{6}=\frac{4\times\overset{2}{\cancel{3}}\times1}{5\times\underset{1}{\cancel{6}}}=\frac{2}{5}$$

$$\frac{4}{5}\times3\div6=\frac{\overset{2}{\cancel{4}}}{5}\times\overset{1}{\cancel{3}}\times\frac{1}{\underset{1}{\cancel{6}}}=\frac{2}{5}$$

■ 위의 두 방법을 비교하여 보시오.

◈ 활동2 ◈ $1\frac{2}{3}\div5\times8$을 어떻게 계산하는지 알아보시오.

■ 먼저, $1\frac{2}{3}\div5$를 계산하고, 그 결과를 8을 곱하시오.

$$1\frac{2}{3}\div5\times8=\frac{\square}{\square}\times\frac{\square}{\square}\times8=\frac{\square}{\square}=\square$$

dCollection @ jeju

■ 곱셈식으로 고친 후, 계산하시오.

$$1\frac{2}{3}\div5\times8=\frac{5}{3}\times\frac{1}{5}\times8=\frac{\overset{1}{\cancel{5}}\times1\times8}{3\times\underset{1}{\cancel{5}}}=\frac{8}{3}=2\frac{2}{3}$$

$$1\frac{2}{3}\div5\times8=\frac{\overset{1}{\cancel{5}}}{3}\times\frac{1}{\underset{1}{\cancel{5}}}\times8=\frac{8}{3}=2\frac{2}{3}$$

■ 위의 두 방법을 비교하여 보시오.

◈ 활동3 ◈ $4\frac{4}{5}\div3\div4$를 어떻게 계산하는지 알아보시오.

■ 먼저, $4\frac{4}{5}\div3$을 계산하고, 그 결과를 4로 나누시오.

$$4\frac{4}{5}\div3\div4=\frac{\square}{\square}\times\frac{\square}{\square}\div4=\frac{\square}{\square}\times\frac{\square}{\square}=\frac{\square}{\square}$$

■ 곱셈식으로 고친 후, 계산하시오.

$$4\frac{4}{5}\div3\div4=\frac{24}{5}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}=\frac{24\times1\times1}{5\times3\times4}=\frac{\overset{2}{\cancel{24}}}{\underset{5}{\cancel{60}}}=\frac{2}{5}$$

$$4\frac{4}{5}\div3\div4=\frac{\overset{2}{\cancel{24}}}{5}\times\frac{1}{\underset{1}{\cancel{3}}}\times\frac{1}{\underset{1}{\cancel{4}}}=\frac{2}{5}$$

■ 위의 두 방법을 비교하여 보시오.

dCollection @ jeju

곱셈과 나눗셈이 섞여 있는 식의 계산 방법
■ 나눗셈을 곱셈식으로 나타냅니다. ■ 대분수는 가분수로 고쳐서 계산합니다. ■ 계산하는 도중에 미리 약분할 수도 있습니다.

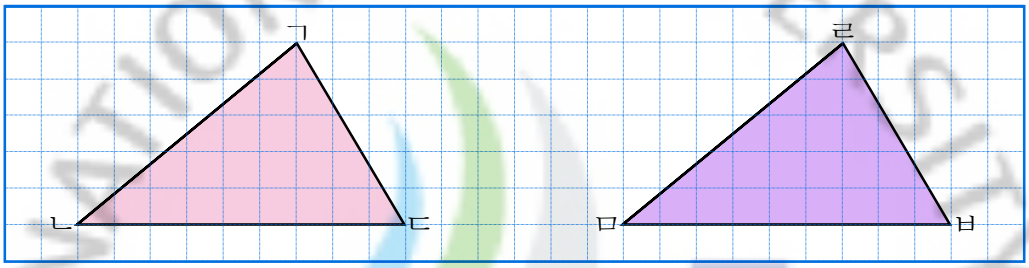
◈ 활동4 ◈ 다음 식을 $\frac{a\times b}{c\times d}$ 처럼 하나의 식으로 나타내어 보시오. ■ $\frac{☆}{□}\times\triangle\div◎$ ■ $\frac{☆}{□}\div\triangle\times◎$ ■ $\frac{☆}{□}\div\triangle\div◎$ ■ $\frac{☆}{□}\times\triangle\times◎$ ■ $◇\frac{☆}{□}\div\triangle\times◎$	**유형4**

dCollection @ jeju

자료번호	관련 단원	교과서의 문자 사용 유형	개발된 자료의 문자 사용 유형	관련된 대수적 사고 요소
5-2-3-1	3. 도형의 합동	유형3	유형4	관계파악능력
지도상의 유의점	· 도형의 성질을 문자로 비교해 봄으로 해서 두 도형 사이의 관계에 대해 이해하는데 도움이 될 수 있도록 연관지어 지도한다.			

◎ 합동인 도형의 성질을 알아봅시다.

◈ 활동1 ◈ 합동인 삼각형을 포개었을 때, 겹쳐지는 곳을 찾아보시오.



■ 꼭짓점 ㄱ에 겹쳐지는 꼭짓점은 어느 것입니까?

■ 변 ㄱㄴ에 겹쳐지는 변은 어느 변입니까?

■ 각 ㄱㄴㄷ에 겹쳐지는 각은 어느 각입니까?

♠ 약속하기

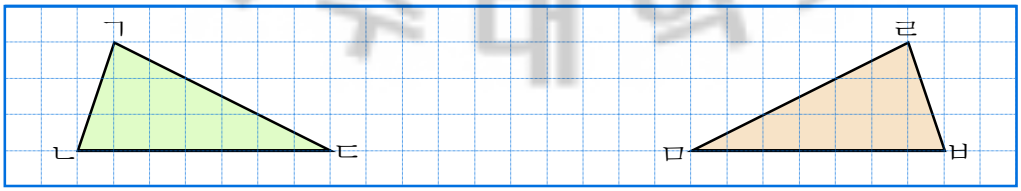
합동인 두 도형을 완전히 포개었을 때, 겹쳐지는 꼭짓점을 **대응점**, 겹쳐지는 변을 **대응변**, 겹쳐지는 각을 **대응각**이라고 합니다.

♠ 약속한 것을 다시 생각하기

■ 합동인 도형에서 대응변의 길이는 어떠합니까?

■ 합동인 도형에서 대응각의 크기는 어떠합니까?

◈ 활동2 ◈ 합동인 두 삼각형에서 대응변의 길이를 말하여 보시오.



■ 변 ㄱㄴ과 변 ㄹㅂ의 길이를 비교하시오.

■ 변 ㄴㄷ과 변 ㅂㅁ의 길이를 비교하시오.

dCollection @ jeju

■ 변 ㄱㄷ과 변 ㄹㅁ의 길이를 비교하시오.

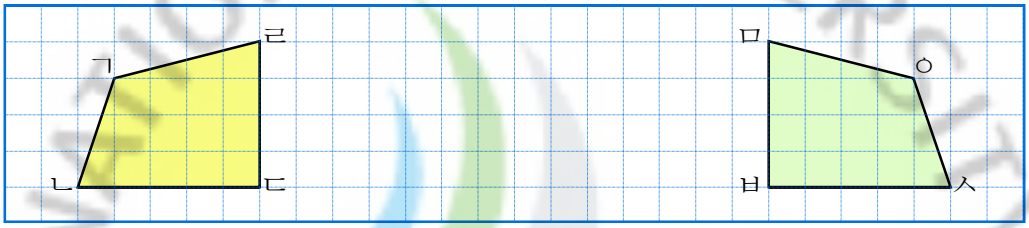
◈ 활동으로 알게 된 것 ◈

합동인 도형에서 대응변의 길이에 대해 말하여 보시오.

♠ 성질1

♠ 준비물 각도기

◈ 활동3 ◈ 합동인 두 사각형에서 대응각의 크기를 말하여 보시오.



■ 각 ㄱㄴㄷ과 각 ㅇㅅㅂ의 크기를 비교하시오.

■ 각 ㄴㄷㄹ과 각 ㅅㅂㅁ의 크기를 비교하시오.

■ 각 ㄷㄹㄱ과 각 ㅂㅁㅇ의 크기를 비교하시오.

■ 각 ㄹㄱㄴ과 각 ㅁㅇㅅ의 크기를 비교하시오.

◈ 활동으로 알게 된 것 ◈

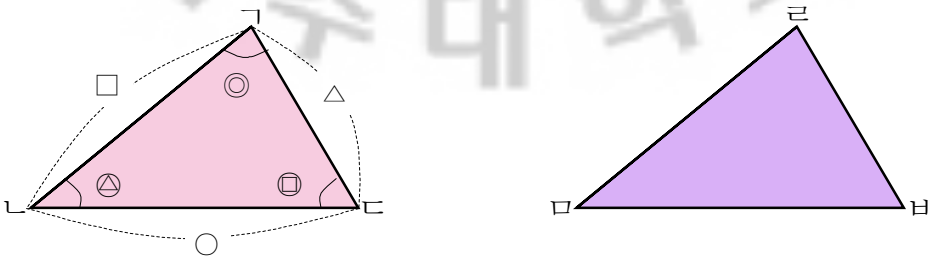
합동인 도형에서 대응각의 크기에 대해 말하여 보시오.

♠ 성질2

◈ 활동4 ◈ 다음 두 도형에서 □, △의 대응변과 ▣, ◬, ◎의 대응각을 아래와 같이 각각 나타내어 보시오.

○ : 선분 ㅁㅂ

유형4



dCollection @ jeju

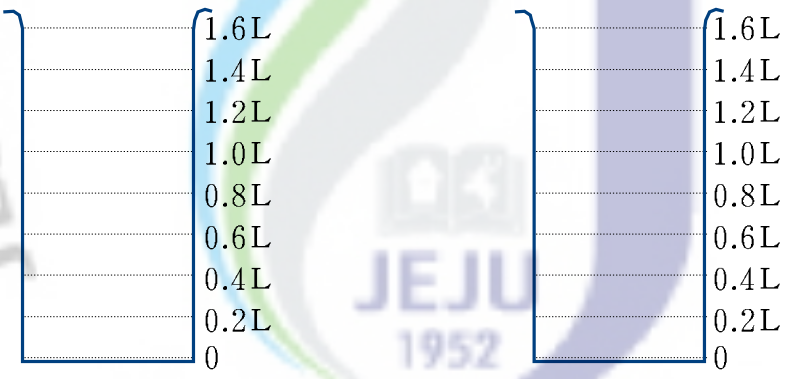
자료번호	관련 단원	교과서의 문자 사용 유형	개발된 자료의 문자 사용 유형	관련된 대수적 사고 요소
5-2-4-1	4. 소수의 나눗셈	유형1	유형4	양적 추론, 대수적인 원리
지도상의 유의점	· 소수의 나눗셈식이 곱셈식으로 고쳐져서 문제풀이가 되는 과정을 학생들이 알 수 있도록 한다.			

◎ (소수)÷(자연수)를 알아봅시다.

◈ **생활에서 알아보기** ◈ 물 2.4L를 크기가 같은 비커 2개에 똑같이 나누어 담으려고 합니다. 비커 한 개에 물을 몇 L씩 담으면 되는지 알아보시오.

◈ **활동1** ◈ **2.4÷2는 얼마인지 알아보시오.**

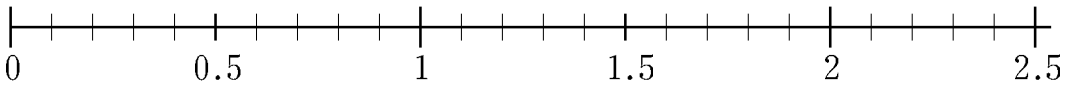
■ 2.4L를 2개의 비커 그림에 나누어 색칠하여 보시오.



■ 2.4÷2는 얼마라고 생각합니까?

■ 왜 그렇게 생각합니까?

■ 2.4÷2를 수직선에 나타내어 보시오.



dCollection @ jeju

■ 2.4÷2는 얼마라고 생각합니까?

■ 왜 그렇게 생각합니까?

◈ 활동2 ◈ 2.4÷2를 어떻게 계산하는지 알아보시오.

■ 2.4÷2를 분수로 나타내어 보시오.

$$2.4\div2=\frac{\square}{10}\div2=\frac{\square}{10}\times\frac{1}{2}$$

■ 2.4÷2를 얼마라고 생각합니까?

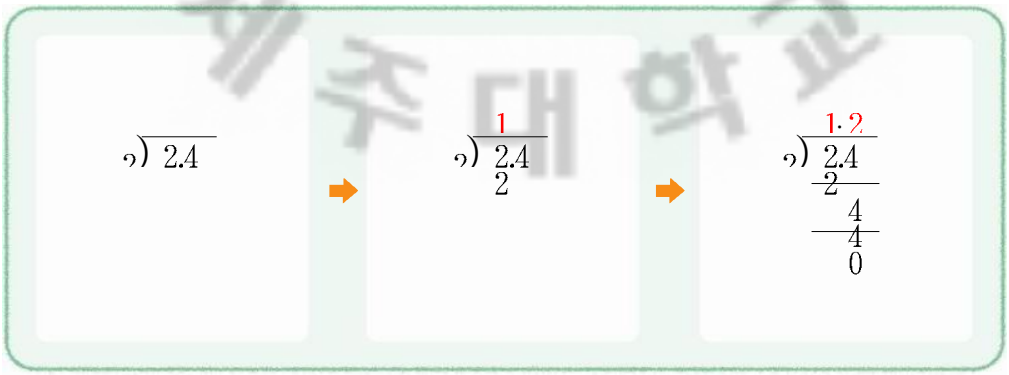
■ 24÷2와 2.4÷2를 비교하여 보시오.

24÷2 2.4÷2

■ 2.4÷2의 계산을 어떻게 하면 된다고 생각합니까?

■ 왜 그렇게 생각합니까?

♠ 2.4÷2를 세로셈으로 계산하는 방법



dCollection @ jeju

◈ 활동3 ◈ $28.8 \div 12$를 어떻게 계산하는지 알아보시오.

- $28.8 \div 12$를 분수로 나타내어 보시오.

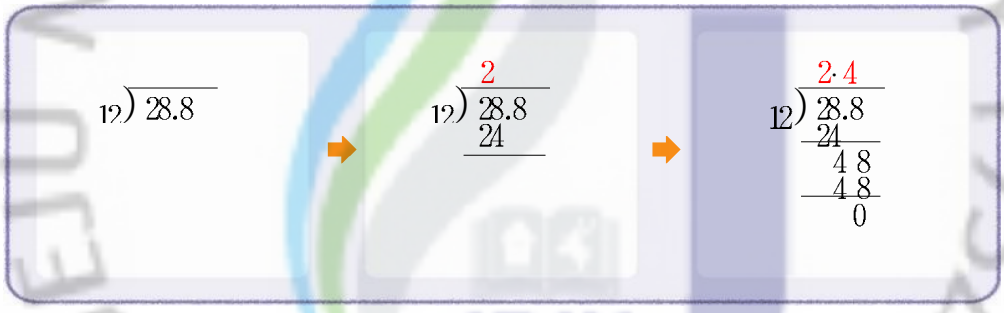
$$28.8 \div 12 = \frac{\square}{10} \div 12 = \frac{\square}{10} \times \frac{1}{12}$$

- $28.8 \div 12$를 얼마라고 생각합니까?
- $288 \div 12$와 $28.8 \div 12$를 비교하여 보시오.

$288 \div 12$ $28.8 \div 12$

- $28.8 \div 12$의 계산을 어떻게 하면 된다고 생각합니까?
- 왜 그렇게 생각합니까?

♠ $28.8 \div 12$를 세로셈으로 계산하는 방법



◈ 활동4 ◈ □가 소수일 때 □÷△의 식을 살펴보자.

- □가 10.5처럼 소수점 아래 한자리 소수일 때, □를 분모가 10인 분수로 고쳐 보시오.
- □÷△를 하나의 분수식으로 나타내어 보시오.

예 $\square \div \triangle = \frac{\square \times 10}{10} \div \triangle = \frac{\square \times 10}{10} \times \frac{1}{\triangle}$

$= \frac{\square \times 10}{10 \times \triangle}$

유형4

dCollection @ jeju

자료번호	관련 단원	교과서의 문자 사용 유형	개발된 자료의 문자 사용 유형	관련된 대수적 사고 요소
5-2-4-2	4. 소수의 나눗셈	유형1	유형4	대수적인 원리, 관계파악능력
지도상의 유의점	· 문자식을 통하여 문제풀이 과정을 눈으로 확인할 수 있도록 하는데 중점을 둔다.			

◎ (소수)÷(자연수)를 알아봅시다. (4)

◈ 활동1 ◈ 13.2÷8을 어떻게 계산하는지 알아보시오.

■ 13.2÷8를 분수로 나타내어 보시오.

$$13.2\div 8=\frac{\square}{10}\div 8=\frac{\square}{10}\times\frac{1}{8}$$

$$13.2\div 8=\frac{\square}{100}\div 8=\frac{\square}{100}\times\frac{1}{8}$$

■ 132는 8로 나누어 떨어집니까?

■ 1320은 8로 나누어 떨어집니까?

■ 13.2÷8은 얼마라고 생각합니까?

■ 1320÷8과 13.2÷8을 비교하여 보시오.

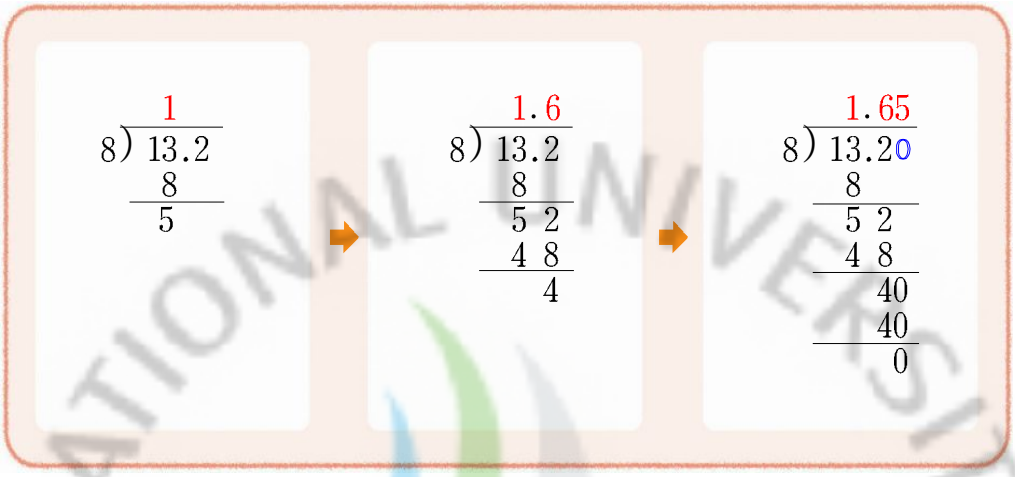
1320÷8 13.2÷8

■ 13.2÷8의 계산을 어떻게 하면 된다고 생각합니까?

■ 왜 그렇게 생각합니까?

dCollection @ jeju

13.2÷8을 세로셈으로 계산하는 방법



◈ 활동4 ◈ □가 소수일 때 □÷△의 식을 살펴보자.

■ □에 100을 곱해야 분수식에서 나누어 떨어질 때, □를 분모가 10인 분수로 고쳐 보시오.

■ □÷△를 하나의 분수식으로 나타내어 보시오.

예) $\square \div \triangle = \frac{\square \times 100}{100} \div \triangle = \frac{\square \times 100}{100} \times \frac{1}{\triangle}$

$= \frac{\square \times 100}{100 \times \triangle}$

유형4

dCollection @ jeju

자료번호	관련 단원	교과서의 문자 사용 유형	개발된 자료의 문자 사용 유형	관련된 대수적 사고 요소
5-2-6-1	6. 넓이와 무게	유형3	유형3, 유형5	관계파악능력, 대수적인 원리
지도상의 유의점	· 사다리꼴의 넓이를 삼각형과 평행사변형을 이용하여 구하는 과정에 문자식을 넣음으로 해서 두 풀이과정이 공통적인 특징을 가지고 있음을 알 수 있도록 한다.			

◎ 사다리꼴의 넓이를 알아봅시다.

◈ **생활에서 알아보기** ◈ 보영이네 반에서는 교실 옆에 사다리꼴 모양의 꽃밭을 만들었습니다. 꽃밭의 넓이는 얼마인지 알아보시오.

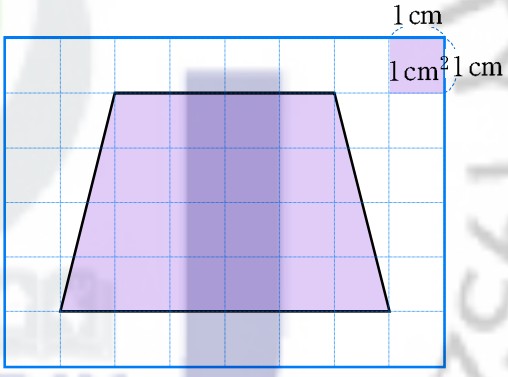
◈ **활동1** ◈ **사다리꼴의 넓이 구하는 방법을 모눈종이로 알아보시오.**

■ 모눈종이에 오른쪽과 같은 사다리꼴을 그려 보시오.

■ 모양은 몇 개 있습니까?

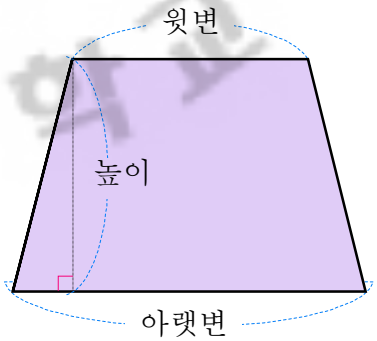
■ 모양이 아닌 것끼리 모아 모양을 만들면 몇 개가 됩니까?

■ 이 사다리꼴의 넓이는 얼마라고 생각합니까?



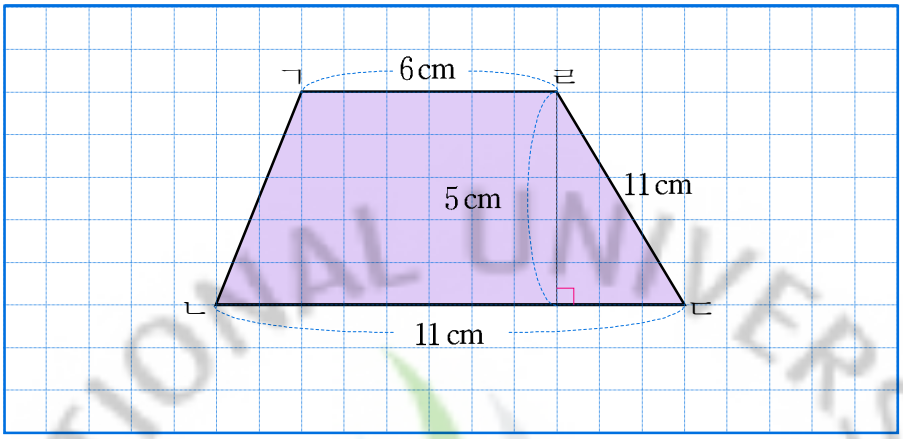
♠ **약속하기**

사다리꼴에서 평행인 두 변을 **밑변**이라 하고, 밑변을 위치에 따라 **윗변**, **아랫변**이라고 합니다. 그리고 두 밑변 사이의 거리를 **높이**라고 합니다.



dCollection @ jeju

◈ 활동2 ◈ 사다리꼴을 삼각형으로 나누어 넓이를 구하여 보시오.



■ 사다리꼴 ㄱㄴㄷㄹ에서 꼭짓점 ㄴ과 꼭짓점 ㄹ을 이어 2개의 삼각형을 만들어 보시오.

■ 삼각형 ㄱㄴㄹ의 넓이를 구하여 보시오.

■ 삼각형 ㄴㄷㄹ의 넓이를 구하여 보시오.

■ 사다리꼴 ㄱㄴㄷㄹ의 넓이를 어떻게 구하면 좋을지 말하여 보시오.

■ 왜 그렇게 생각합니까?

■ 윗변을 ▽, 아랫변을 △, 높이를 ☆이라고 하면 사다리꼴 ㄱㄴㄷㄹ의 넓이를 문자를 사용하여 나타내어 보시오. ㉮ 삼각형ㄱㄹㄴ의 넓이는 $▽ \times ☆ \times \frac{1}{2}$ 이고 삼각형ㄹㄴㄷ의 넓이는 $△ \times ☆ \times \frac{1}{2}$ 이므로 평행사변형의 넓이는 $\{(△ \times ☆ \times \frac{1}{2}) + (▽ \times ☆ \times \frac{1}{2})\} =$	유형5

◈ 활동3 ◈ 사다리꼴을 2개 붙여서 넓이를 알아보시오.

■ 합동인 사다리꼴 2개를 본떠 보시오.

■ 본뜬 2개의 사다리꼴을 오려 각각의 윗변과 아랫변이 붙도록 돌려 붙여 보시오.

dCollection @ jeju

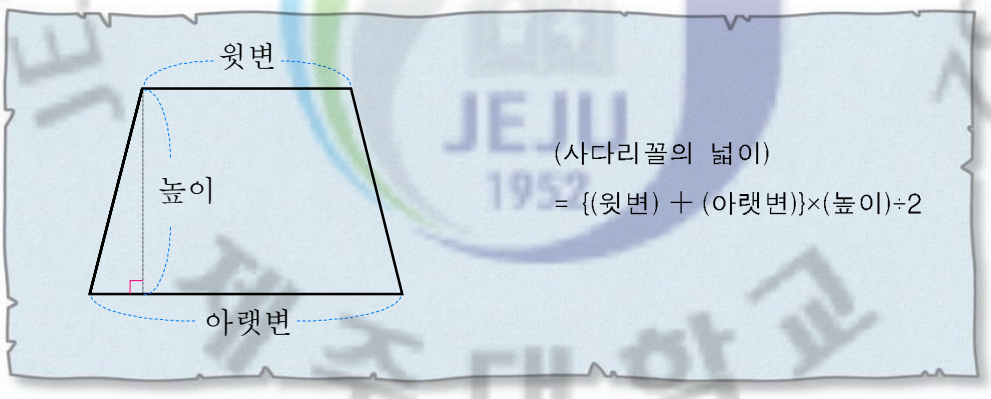
■ 어떤 도형이 되었습니까?
■ 이 도형의 넓이는 어떻게 구합니까?
■ 사다리꼴의 넓이를 어떻게 구하면 좋을지 말하여 보시오.
■ 왜 그렇게 생각합니까?

◈ 활동으로 알게 된 것 ◈

사다리꼴의 넓이를 구하는 방법을 말하여 보시오.

■ 윗변을 ▽, 아랫변을 △, 높이를 ☆이라고 하면 사다리꼴 ㄱㄴㄷㄹ의 넓이를 평행사변형을 사용하여 구할 때, 문자를 사용하여 나타내어 보시오. ㉮ 밑변의 길이는 (△+▽) 높이는 ☆이므로, 평행사변형의 넓이의 반인 사다리꼴의 넓이는 (△+▽)×☆÷2=	유형5

♠ 사다리꼴의 넓이 구하는 방법



■ 윗변을 ▽, 아랫변을 △, 높이를 ☆이라고 하여 사다리꼴 ㄱㄴㄷㄹ의 넓이를 문자를 사용하여 나타내어 보시오. ㉮ (△+▽)×☆÷2=	유형5

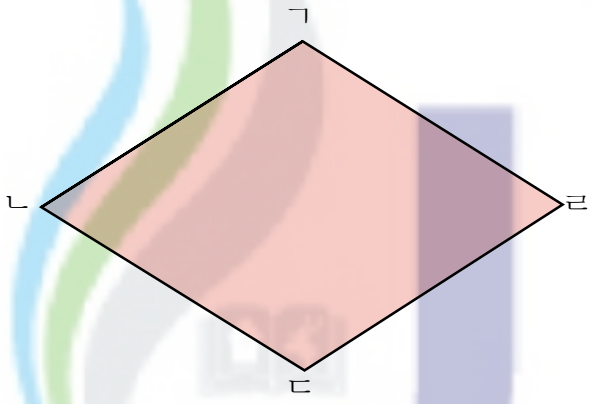
dCollection @ jeju

자료번호	관련 단원	교과서의 문자 사용 유형	개발된 자료의 문자 사용 유형	관련된 대수적 사고 요소
5-2-6-2	6. 넓이와 무게	유형3	유형5	관계파악능력, 대수적인 원리
지도상의 유의점	· 마름모의 넓이를 직사각형과 삼각형의 합으로 구해보는 활동 속에 문자식을 활용함으로써 학생들이 풀이과정을 논리적으로 나타내 볼 수 있도록 한다.			

◎마름모의 넓이를 알아봅시다.

◈ 생활에서 알아보기 ◈ 그림과 같은 전통 오색 상자를 꾸미려고 합니다. 마름모 부분의 색지가 얼마나 필요한지 알아보시오.

◈ 활동1 ◈ 직사각형을 이용하여 마름모의 넓이를 알아보시오.

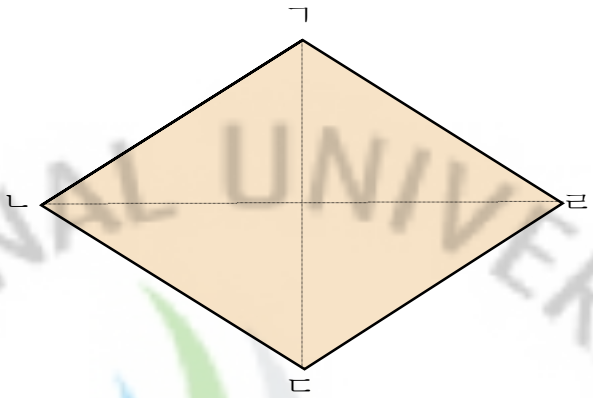


■ 마름모 ㄱㄴㄷㄹ에 대각선을 그어 보시오.
■ 대각선과 평행한 선을 그어 마름모를 둘러싸는 직사각형을 그려 보시오.
■ 직사각형의 넓이는 마름모의 넓이의 몇 배라고 생각합니까?
■ 마름모의 넓이를 어떻게 구하면 좋을지 말하여 보시오.
■ 왜 그렇게 생각합니까?

■ 대각선ㄱㄷ을 ☆, 대각선 ㄴㄹ을 □이라고 하면 마름모 ㄱㄴㄷㄹ의 넓이를 문자를 사용하여 나타내어 보시오. ㉮ ☆×□÷2＝	유형5

dCollection @ jeju

◈ 활동2 ◈ 마름모를 삼각형으로 나누어 넓이를 알아보시오.

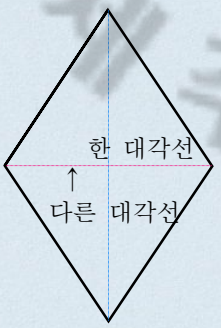


- 위의 마름모 ㄱㄴㄷㄹ의 본을 떠서 오려 보시오.
- 오린 마름모 ㄱㄴㄷㄹ을 두 대각선으로 각각 접어 보시오.
- 완전히 겹쳐집니까?
- 마름모의 넓이를 어떻게 구하면 좋을지 말하여 보시오.
- 왜 그렇게 생각합니까?

◈ 활동으로 알게 된 것 ◈

마름모의 넓이를 구하는 방법을 말하여 보시오.

♠ 마름모의 넓이 구하는 방법



(마름모의 넓이)
= (한 대각선)×(다른 대각선)÷2

dCollection @ jeju

■ 대각선ㄱㄷ을 ☆, 대각선 ㄴㄹ을 □이라고 하면 마름모 ㄱㄴㄷㄹ의 넓이를 문자를 사용하여 나타내어 보시오. ㉮ ☆×□÷2=	유형5

JEJU NATIONAL UNIVERSITY 1952
제주대학교
JEJU 1952

dCollection @ jeju

자료번호	관련 단원	교과서의 문자 사용 유형	개발된 자료의 문자 사용 유형	관련된 대수적 사고 요소
5-2-6-3	6. 넓이와 무게	-	유형4	관계파악능력, 대수적인 원리
지도상의 유의점	· 단위 사이의 관계를 문자식으로 알아봄으로써 단위 사이의 관계를 알 수 있도록 지도한다.			

◎넓이의 단위를 알아봅시다.

◈ 생활에서 알아보기 ◈

상연이네 가족은 등산을 하였습니다. 산 아래에는 넓은 논과 밭, 과수원이 있습니다. 넓이를 어떻게 나타내는지 알아보시오.

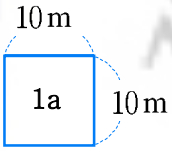
◈ 활동1 ◈ 운동장에서 여러 가지 넓이의 단위를 알아보시오.

- 한 변의 10 m인 정사각형을 그려 보시오.
- 한 변이 100 m인 정사각형을 그려 보시오.
- 그린 정사각형의 넓이는 각각 몇 m^2입니까?

♠ 약속하기

한 변이 10 m인 정사각형의 넓이를 1 a라 하고, **일 아르**라고 읽습니다.

$1a = 100m^2$

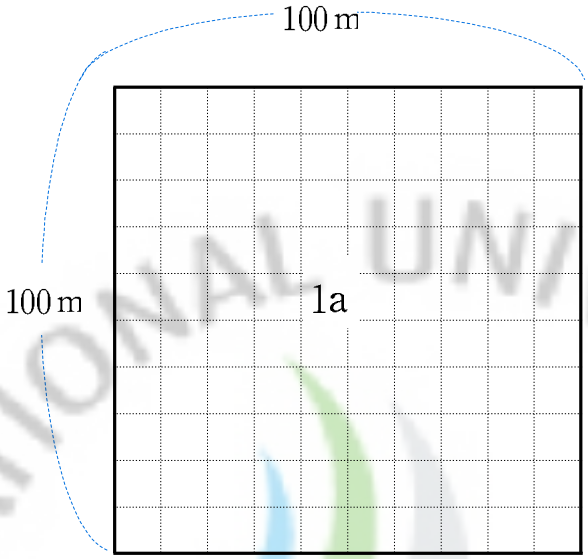


또, 한 변이 100 m인 정사각형의 넓이를 1 ha라 하고, **일 헥타르**라고 읽습니다.

$1ha = 10000m^2 = 100a$

$1ha = 100a = 10000m^2$

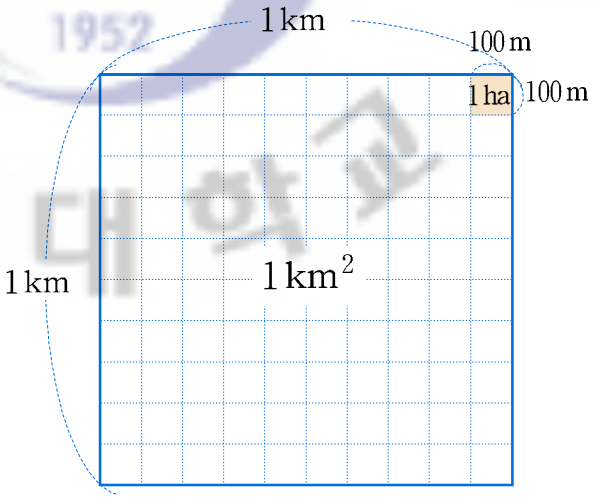
dCollection @ jeju



◈ **생활에서 알아보기** ◈ 기철이는 서울이 얼마나 넓은지 알아보려고 사회과 부도에서 서울을 찾아보았습니다. 서울의 넓이는 약 606km^2였습니다. km^2에 대해 알아보시오.

◈ **활동2** ◈ 1km^2**를 알아보시오.**

- 한 변이 1 cm인 정사각형의 넓이는 얼마입니까?
- 한 변이 1 m인 정사각형의 넓이는 얼마입니까?
- 한 변이 1 km인 정사각형의 넓이는 얼마라고 생각합니까?



♠ **약속하기**

한 변이 1 km인 정사각형의 넓이를 1km^2라 하고, **일제곱킬로미터**라고 읽습니다.

dCollection @ jeju

$1\,\mathrm{km}^2 = 1000000\mathrm{m}^2$

$1\,\mathrm{km}^2 = 100\mathrm{ha} = 10\,000\mathrm{a}$

◈ 활동3 ◈ 다음 문제를 해결하여 보시오.	
■ □ a를 □를 사용하여 m^2로 나타내어 보시오. ■ □ ha를 □를 사용하여 m^2로 나타내어 보시오. ■ □ km^2를 □를 사용하여 m^2로 나타내어 보시오. ■ □ ha를 □를 사용하여 a로 나타내어 보시오. ■ □ km^2를 □를 사용하여 a로 나타내어 보시오. ■ □ km^2를 □를 사용하여 ha로 나타내어 보시오.	유형4

dCollection @ jeju

자료번호	관련 단원	교과서의 문자 사용 유형	개발된 자료의 문자 사용 유형	관련된 대수적 사고 요소
5-2-6-4	6. 넓이와 무게	-	유형4	관계파악능력, 양적 추론
지도상의 유의점	· 문자를 사용하여 관계를 알아볼 수 있도록 지도한다.			

◎무게의 단위를 알아봅시다.

◈ 생활에서 알아보기 ◈

지수네 과수원에서 사과를 수확하였습니다. 사과를 한 상자에 10 kg씩 담아 시장에 내다 팔려고 합니다. 사과 100상자의 무게가 얼마나 되는지 알아보시오.

◈ 활동1 ◈ 사과 100상자의 무게는 얼마인지 알아보시오.

■ 사과 한 상자의 무게는 몇 kg입니까? 또, 몇 g입니까?

■ 사과 100상자의 무게는 몇 kg입니까?

■ 사과 100상자의 무게를 편리하게 나타내려면 어떻게 하면 좋은지 말하여 보시오.

♠ 약속하기

1000 kg의 무게를 1 t이라 쓰고, **일 톤**이라고 읽습니다.

$$1\,t = 1000kg$$

◈ 활동2 ◈ 무게를 톤(t)으로 나타내면 좋은 경우를 찾아보시오.

	무게	
	kg	t
트럭에 실을 수 있는 화물	2500	2.5
엘리베이터에 탈 수 있는 사람	1300	

◈ 활동3 ◈ 다음 문제를 해결하여 보시오.

■ □t을 □를 사용하여 kg으로 나타내어 보시오.

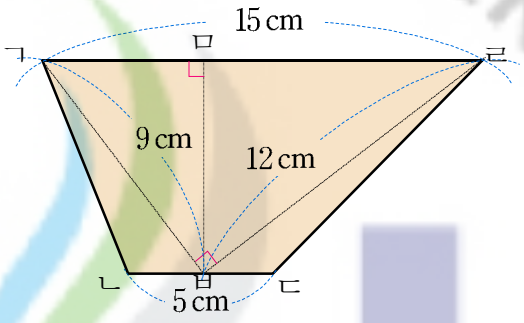
유형4

dCollection @ jeju

자료번호	관련 단원	교과서의 문자 사용 유형	개발된 자료의 문자 사용 유형	관련된 대수적 사고 요소
5-2-6-5	6. 넓이와 무게	-	유형4	관계파악능력, 대수적인 원리
지도상의 유의점	· 사다리꼴의 면적과 두 삼각형의 관계를 이해한 후에 문자식으로 고쳐보는 활동을 하도록 지도한다.			

◎문제를 해결하여 봅시다.

◈ 문제1 ◈사다리꼴 ㄱㄴㄷㄹ의 넓이를 구하여 보시오.



■ 사다리꼴의 넓이를 구하는 공식을 써 보시오.

■ 사다리꼴 ㄱㄴㄷㄹ의 넓이를 구하려는 데 알 수 없는 것은 무엇입니까?

■ 삼각형 ㄱㅂㄹ의 넓이를 구하여 보시오.

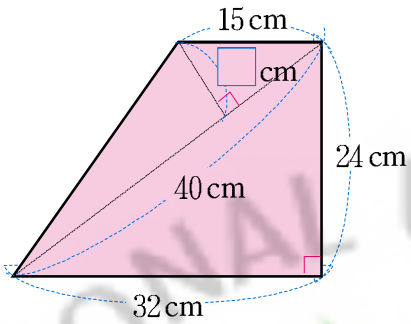
■ 사다리꼴의 높이 ㅁㅂ를 □라 하고, □를 사용하여 식으로 나타내어 보시오.	**유형4**

■ 삼각형 ㄱㅂㄹ의 넓이를 이용하여 선분 ㅁㅂ의 길이를 구하여 보시오.

■ 사다리꼴 ㄱㄴㄷㄹ의 넓이를 구하여 보시오.

dCollection @ jeju

◈ **문제2** ◈ □ 안에 알맞은 수를 써 넣으시오.



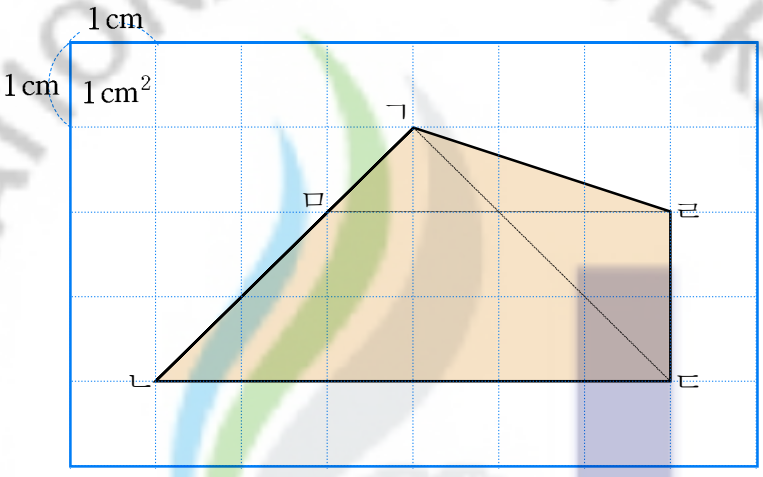
■ 사다리꼴의 넓이를 구하시오. ■ 사다리꼴을 삼각형 두 개로 나누어 넓이를 구하여 봅시다. 모르는 것은 무엇입니까? ■ 모르는 것을 □라 하여 사다리꼴의 넓이를 구하는 식을 만들어 봅시다. ■ 사다리꼴의 넓이와 두 삼각형의 넓이의 관계를 □를 사용한 식으로 나타내어 보시오.	**유형4**

dCollection @ jeju

자료번호	관련 단원	교과서의 문자 사용 유형	개발된 자료의 문자 사용 유형	관련된 대수적 사고 요소
5-2-6-6	6. 넓이와 무게	-	유형1	관계파악능력, 대수적인 원리
지도상의 유의점	· 숫자와 문자를 바꾸어 사용해보는 활동을 통하여 문자의 사용을 익힌다.			

◎실생활에 적용하여 봅시다.

◈ 활동1 ◈ 도형의 넓이를 여러 가지 방법으로 구하여 보시오.

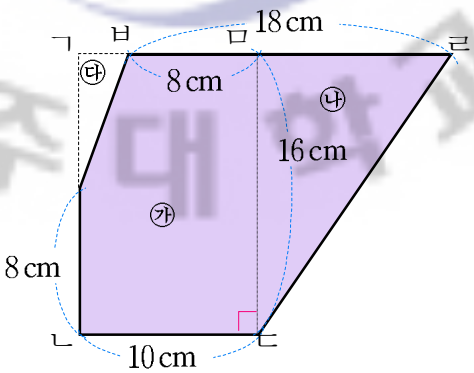


■ 삼각형 ㄱㄴㄷ과 삼각형 ㄱㄷㄹ로 나누어 넓이를 구하여 보시오.

■ 삼각형 ㄱㅁㄹ과 사다리꼴 ㅁㄴㄷㄹ로 나누어 넓이를 구하여 보시오.

■ 다른 방법으로 도형의 넓이를 구하여 보시오.

◈ 활동2 ◈ 도형을 나누어 넓이를 구하여 보시오.



dCollection @ jeju

■ 전체 도형을 도형 ㉮와 도형 ㉯로 나누시오.

■ 도형 ㉰가 포함된 직사각형 ㄱㄴㄷㅁ의 넓이를 이용하여 도형 ㉮의 넓이를 구하시오.

■ 선분 ㄱㅂ을 □, 선분 ㄱㅅ을 △라고 했을 때, 도형 ㉮의 넓이를 구하는 식을 □와 △를 사용하여 나타내어 보시오.	유형1

■ 도형 ㉯의 넓이를 구하여 보시오.

■ 전체 도형의 넓이는 얼마입니까?

■ 다른 방법으로 전체 도형의 넓이를 구하여 보시오.

■ 다른 방법을 사용하여 전체 도형의 넓이를 구하는 식을 2가지 이상으로 나타내어 보시오.	유형1

dCollection @ jeju

자료번호	관련 단원	교과서의 문자 사용 유형	개발된 자료의 문자 사용 유형	관련된 대수적 사고 요소
5-2-8-1	8. 문제 푸는 방법 찾기	-	유형4	양적 추론, 대수적인 원리
지도상의 유의점	·.다양한 방법으로 문제를 해결할 수 있도록 한다. 문자를 사용한 방법도 안내해 준다.			

◎ 문제 푸는 방법을 비교하여 봅시다.

◈ 생활에서 알아보기 ◈

◈ 활동1 ◈ 식을 세워 문제를 풀어 보시오.

■ 처음 헝겊의 넓이를 구하시오.

■ 정희가 사용한 헝겊의 넓이를 식을 세워 구하시오.

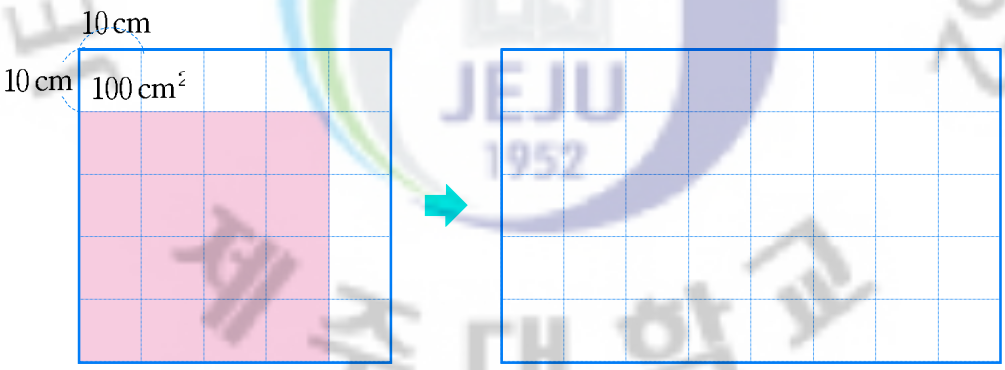
dCollection @ jeju

■ 정희가 사용한 헝겊의 넓이는 처음 헝겊의 넓이의 몇 배입니까?

■ 정희가 사용한 헝겊의 넓이를 □라고 하여 식으로 나타내어 보시오. ■ 정희가 사용한 헝겊의 넓이 □는 처음 헝겊의 넓이의 몇 배입니까?	유형4
■ 진수가 사용한 헝겊의 넓이를 △라고 하여 식으로 나타내어 보시오. ■ 진수가 사용한 헝겊의 넓이 △는 처음 헝겊의 넓이의 몇 배입니까?	

◈ 활동2 ◈ 그림을 그려 문제를 풀어 보시오.

정희가 사용한 헝겊의 모양을 그림으로 나타내시오.



■ 정희가 사용한 헝겊의 넓이는 처음 헝겊의 넓이의 몇 배입니까?

■ 활동 1의 방법과 활동 2의 방법은 각각 어떤 점이 좋은지 말하여 보시오.

dCollection @ jeju

■ 왜 그렇게 생각합니까?

♠ 익히기

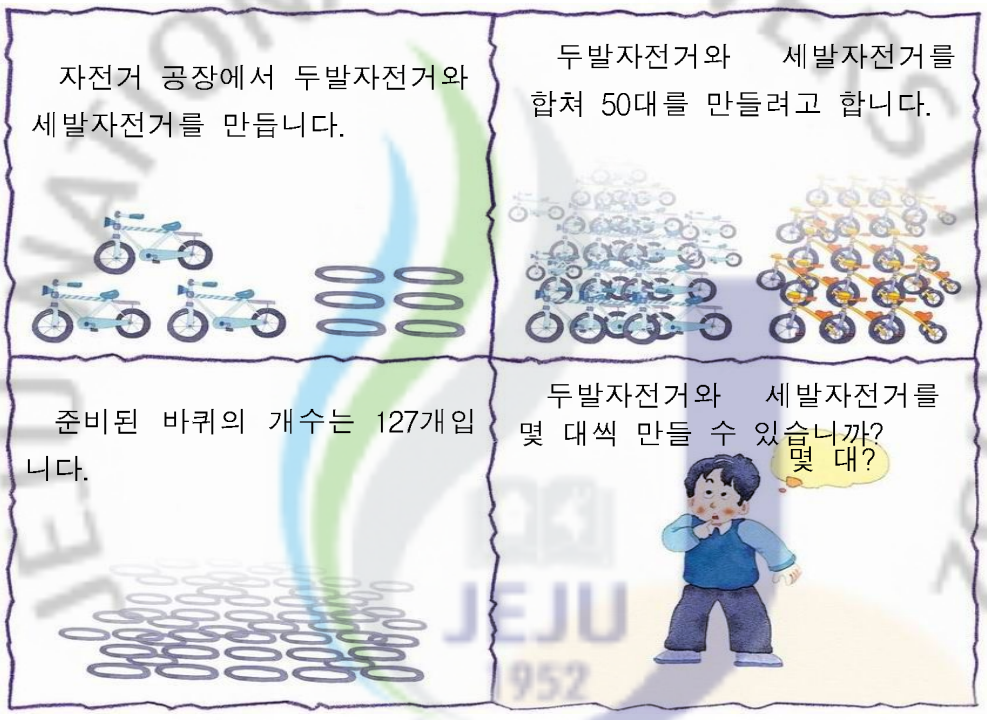
2.6 m의 철사가 있습니다. 이 철사를 네 도막으로 나누려고 합니다. 철사 두 도막의 길이는 같고, 한 도막은 이것들보다 23 cm 길고, 한 도막은 15 cm 짧습니다. 각각의 도막은 몇 cm입니까?

■ 길이가 같은 철사 도막의 길이를 □cm라고 하여 철사 네 도막의 길이를 각각 □를 사용하여 나타내어 보시오. 예 ①=②=□ ③=□+23 ④=□−15 ■ □를 사용하여 주어진 조건을 식으로 나타내어 보시오.	유형4

dCollection @ jeju

자료번호	관련 단원	교과서의 문자 사용 유형	개발된 자료의 문자 사용 유형	관련된 대수적 사고 요소
5-2-8-2	8. 문제 푸는 방법 찾기	-	유형4	관계파악능력, 양적추론
지도상의 유의점	• 주어진 조건을 식으로 만들어 본 후, 연립방정식을 논리적으로 해결하도록 지도한다.			

◈ 생활에서 알아보기 ◈



◈ 활동3 ◈ 예상하고 확인하여 문제를 풀어 보시오.

■ 두발자전거의 대수를 20대라고 예상하면, 세발자전거는 몇 대입니까?

■ 이 때, 바퀴는 몇 개가 필요합니까?

■ 두발자전거의 대수를 다르게 예상하여 풀어 보시오.

dCollection @ jeju

◈ **활동4** ◈ 표를 만들어 문제를 풀어 보시오.

■ 표를 완성하시오.

두발자전거의 대수	25	24	23	22	21	20
두발자전거의 바퀴 수	50					
세발자전거의 대수	25					
세발자전거의 바퀴 수	75					
총 바퀴 수의 합	125					

■ 두발자전거와 세발자전거는 각각 몇 대입니까?

■ 활동 3의 방법과 활동 4의 방법은 각각 어떤 점이 좋은지 말하여 보시오.

■ 왜 그렇게 생각합니까?

■ 우리가 알지 못하는 것은 무엇입니까?

■ 식을 만들어 문제를 해결하여 봅시다. 식을 만드는데 어떠한 문제가 있습니까?

■ 두발자전거의 대수를 □, 세발자전거의 대수를 △라고 생각하여 식으로 나타내어 봅시다.

㉮ □+△=50, □×2+△×3=127

■ 두 식을 하나의 식으로 만들려고 합니다. 어떻게 하면 되는지 알아봅시다.

■ 두 식을 해결하는 방법을 생각하여 봅시다.

■ 두 식에서 □는 서로 같습니까?

■ 두 식에서 같은 값으로 만들 수 있는 것이 있습니까?

■ 두 식을 다양한 방법으로 해결하여 봅시다.

유형4

dCollection @ jeju

♠ 익히기

보경이와 나리는 계단에서 가위바위보를 하여 이기면 세 계단 올라가고, 지면 두 계단 내려가기로 하였습니다. 같은 곳에서 시작하여 가위바위보를 20번 하였더니, 보경이가 나리보다 스무 계단 위에 있었습니다. 보경이는 몇 번 이겼습니까? (단, 20번 중에 비기는 경우는 없습니다.)

■ 우리가 알지 못하는 것은 무엇입니까? ■ 식을 만들어 문제를 해결하여 봅시다. 식을 만드는데 어떠한 문제가 있습니까? ■ 보경이가 이긴 수를 □라고 생각하여 식으로 나타내어 봅시다. 진 수를 □를 사용하여 나타낼 수 있습니까? ■ 보경이가 이긴 수를 □라고 생각하면 나리가 이긴 수는 얼마입니까? ■ 보경이가 10번을 이기면 보경이와 나리의 위치는 어떻게 되나요? ■ 보경이가 11번을 이기면 보경이와 나리의 위치는 어떻게 되나요? ■ 보경이가 20번 가위바위보를 했을 때 보경이가 이긴 수를 □를 사용하여 식으로 나타내어 보시오. ㉮ $\square\times3-(20-\square)\times2=20$ ■ 나리가 20번 가위바위보를 했을 때 나리가 이긴 수를 (20-□)를 사용하여 식으로 나타내어 보시오. ㉮ $(20-\square)\times3-\square\times2=20$ ■ 두 식을 다양한 방법으로 해결하여 봅시다.	유형4

dCollection @ jeju

자료번호	관련 단원	교과서의 문자 사용 유형	개발된 자료의 문자 사용 유형	관련된 대수적 사고 요소
5-2-8-3	8. 문제 푸는 방법 찾기	유형4	유형4	관계파악능력, 대수적인 원리
지도상의 유의점	· 문제해결과정을 어려워하면 단계를 나누어 제시하고, 식을 세워보도록 지도한다.			

◈ 생활에서 알아보기 ◈

♠ 준비물 주머니, 10원짜리, 50원짜리, 100원짜리 동전 2개씩

◈ 활동5 ◈ 직접 해 보며, 문제를 풀어 보시오.

■ 동전을 주머니에 넣고, 그 중에서 4개를 꺼내어 금액의 합을 구하여 보시오.

■ 꺼낸 동전의 금액의 합이 210원입니까? 만일, 210원이 아니라면 꺼낸

dCollection @ jeju

동전을 주머니에 넣고, 다시 4개를 꺼내어 보시오.

■ 위와 같은 방법으로 동전의 금액의 합이 210원이 될 때까지 계속해 보시오.

■ 동전의 금액의 합이 210원이 되려면 어느 동전들이 몇 개씩 있어야 합니까?

◈ 활동6 ◈ 식을 세워서 예상하고 확인하며 풀어 보시오.

■ 100원짜리 동전이 □개, 50원짜리 동전이 △개, 10원짜리 동전이 ○개 있는데 동전은 모두 4개이고, 금액의 합은 210원입니다. 어느 동전들이 몇 개씩 있습니까?

■ 동전 개수의 합이 4가 되는 식을 써 보시오.

■ 동전의 금액의 합이 210원이 되는 식을 써 보시오.

■ □와 △, ○에 알맞은 수를 예상하여 써 넣고, 합이 210이 되는지 확인하시오.

■ 만일 예상이 틀렸으면, □와 △, ○에 다른 수를 예상하여 써 넣고, 합이 210이 되는지 확인하시오.

■ 답이 맞을 때까지 되풀이하면서 예상하고 확인하시오

■ 어느 동전들이 몇 개씩 있습니까?

dCollection @ jeju

♠ 익히기

주머니 속에 10, 20, 30, 40의 숫자 카드가 각각 2장씩 있습니다. 주머니에서 3개의 카드를 꺼내어 합이 100이 되도록 하려면 어느 카드를 꺼내야 합니까?

■ 10카드를 △개, 20카드를 □개, 30카드를 ○개, 40카드를 ☆개 꺼낸다고 생각해 보자. ■ 카드를 꺼내는 횟수의 합이 3이 되도록 식으로 나타내어 보시오. ■ 숫자카드의 합이 100이 되도록 식으로 나타내어 보시오. ■ □와 △, ○에 알맞은 수를 예상하여 써 넣고, 합이 100이 되는지 확인하시오. ■ 만일 예상이 틀렸으면, □와 △, ○에 다른 수를 예상하여 써 넣고, 합이 100이 되는지 확인하시오. ■ 답이 맞을 때까지 되풀이하면서 예상하고 확인하시오 ■ 어느 카드들이 몇 개씩 있습니까?	유형4

dCollection @ jeju

◈ 활동7 ◈ 문제를 풀고, 짝과 비교하여 보시오.

창수 아버지의 나이는 43살이고, 창수는 10살, 형은 13살, 동생은 6살입니다. 창수네 3형제 나이의 합과 아버지의 나이가 같아지는 때는 지금부터 몇 년 후입니까?

■ 알맞은 방법으로 문제를 풀어 보시오.

■ 푼 방법을 짝과 비교하여 보시오.

■ 식을 사용하여 문제를 해결하여 봅시다. 3형제의 나이는 얼마입니까? ■ 1년 후 창수 아버지의 나이는 얼마입니까? ■ 1년 후 창수네 3형제의 나이는 얼마입니까? ■ □년 후 창수 아버지와 창수네 3형제의 나이가 같아지는 때를 식으로 나타내어 보시오. ■ □에 알맞은 수를 예상하여 써 넣고, 합이 같아지는지 확인하시오. ■ 만일 예상이 틀렸으면, □에 다른 수를 예상하여 써 넣고, 합이 같은지 확인하시오. ■ 답이 맞을 때까지 되풀이하면서 예상하고 확인하시오. ■ 창수 아버지와 창수네 3형제의 나이의 합이 같아지는 것은 몇 년 후 입니까?	유형4

dCollection @ jeju

자료번호	관련 단원	교과서의 문자 사용 유형	개발된 자료의 문자 사용 유형	관련된 대수적 사고 요소
5-2-8-4	8. 문제 푸는 방법 찾기	-	유형4	관계파악능력, 대수적인 원리, 양적 추론
지도상의 유의점	· 규칙에 따라서 단계적으로 문자식을 세우며, 덧셈식까지 추론해 내는 것에서 곱셈식으로 나타낼 수 있다는 것을 보여주고, 식에 숫자를 바꿔 써 보고, 식이 다른 경우에도 성공하는지 확인하며 지도한다.			

◎ 문제를 해결하여 봅시다.

◈ **문제1** ◈ 그림에서 같은 번호의 점끼리 직선으로 이어 보시오.

직선들이 서로 만나면서 멋진 그림을 만들어 냅니다. 이 때, 직선들이 서로 만나 생기는 점은 모두 몇 개입니까?

■ 직선의 개수에 따라 서로 만나 생기는 점은 몇 개입니까?

직선의 수(개)	1	2	3	4
점의 수(개)	0			

■ 어떤 규칙이 있습니까?

■ 직선이 10개일 때, 직선끼리 만나 생기는 점은 몇 개입니까?

■ 직선이 20개일 때, 직선끼리 만나 생기는 점은 몇 개입니까?

■ 직선이 □에서 1씩 증가할 때, 점의 수 △는 어떻게 커지는지 알아보시오. ㉮ 직선의 수가 □에서 1 증가하면 △는 (□-1) 증가 ■ 직선의 개수를 □라고 하면, 점의 수 △를 어떻게 나타낼 수 있습니까? ㉮ $\triangle = 1 + \cdots + (\square - 1) = \frac{\square \times (\square - 1)}{2}$ 라고 할 수 있다.	**유형4**

dCollection @ jeju

Ⅳ. 결론 및 제언

본 연구는 제7차 교육과정상에서 제시된 문자 사용 유형을 살펴봄으로써 개정 교육과정에서 초등으로 이동되는 대수 단원과 초기대수 간의 연결성을 분석해 보고, 이를 바탕으로 5-가와 5-나 단계에서 활용할 수 있는 대수적 사고 요소를 포함하고 있는 다양한 문자 사용 유형의 자료를 제작하는데 그 목적을 두었다.

제7차 교육과정의 4-가 단계에서 6-나 단계의 교과서를 초기대수적 관점에서 문자 사용 유형에 따라 분석한 결과 유형1의 비중이 81%를 넘어서고 그 뒤로 유형3의 비중이 16%를 넘어서는 것으로 보여 유형1과 유형3에 지나치게 편중되어 있어 초등 수학 교과서의 개선이 시급한 것으로 나타났다.

따라서 본 연구에서는 대수적 사고 요소를 분석하고 5-가, 5-나 단계 수학 교과서를 바탕으로 초등학교 5학년 초기대수 교육을 위한 자료를 개발했으며, 개발된 자료는 실제 학교 현장에서 교과서를 보충 및 확장하여 활용할 수 있다.

초등학교 수학 5학년 단계에서 다룰 수 있는 자료로 만들었고 제7차 교육과정 5학년의 단원 구성에 따라 정리하였다. 이것은 학교 현장에서 교사가 수학 교육과정을 운영하면서 교과서 진도와 함께 자료를 활용할 수 있도록 한 것이다.

그러나, 본 연구에서 개발한 초기대수 지도를 위한 문자 사용 유형에 따른 학습 자료가 현장에서 효과를 거둘 수 있을 것인가에 대해서는 아직 검증이 되지 않았다. 따라서, 본 연구에서 개발한 지도 자료를 학생들에게 투입해보고 신뢰도와 타당도가 검증된 검사지를 투입하여 사전 사후 검사 결과를 비교해 보고 그 효과를 검증하는 사후 연구가 뒤따라야 할 것이다. 이러한 일련의 활동들은 새로이 이동되는 방정식에 대한 이해를 돕고 초기대수 개념의 확장을 가져올 것이며 수학수업의 개선에도 도움이 될 수 있을 것이다.

dCollection @ jeju

참 고 문 헌

강소희, 방정숙. (2008). 초등학교 6학년 학생들의 문자 이해에 대한 연구. 대한수학교육학회지; 학교수학 10(2),

교육과학기술부. (2008). 초등학교 교육과정 해설(Ⅳ) -수학, 과학, 실과-. 서울: 교육과학기술부.

교육인적자원부. (1998). 초등학교 교육과정 해설(Ⅳ) -수학, 과학, 실과-. 서울: 교육인적자원부.

교육과학기술부. (2009). 수학 6-가. 서울: 교육과학기술부.

교육과학기술부. (2009). 수학 익힘책 6-가. 서울: 교육과학기술부.

교육과학기술부. (2009). 수학 6-나. 서울: 교육과학기술부.

교육과학기술부. (2009). 수학 익힘책 6-나. 서울: 교육과학기술부.

교육과학기술부. (2009). 수학 5-가. 서울: 교육과학기술부.

교육과학기술부. (2009). 수학 익힘책 5-가. 서울: 교육과학기술부.

교육과학기술부. (2009). 수학 5-나. 서울: 교육과학기술부.

교육과학기술부. (2009). 수학 익힘책 5-나. 서울: 교육과학기술부.

교육과학기술부. (2009). 수학 4-가. 서울: 교육과학기술부.

교육과학기술부. (2009). 수학 익힘책 4-가. 서울: 교육과학기술부.

교육과학기술부. (2009). 수학 4-나. 서울: 교육과학기술부.

교육과학기술부. (2009). 수학 익힘책 4-가. 서울: 교육과학기술부.

교육과학기술부. (2009). 초등학교 교사용 지도서 수학 6-가. 서울: 교육과학기술부.

교육인적자원부. (1998). 초등학교 교육과정 해설(Ⅳ) -수학, 과학, 실과-. 서울: 교육부.

김남균, 김은숙. (2009). 초등학교 6학년의 패턴의 일반화를 통한 대수 학습에 관한 연구. 한국수학교육학회지;수학교육 논문집. 23(2), 399-428.

김남희. (1997) 변수 개념의 교수학적 분석 및 학습-지도 방향 탐색. 미출판 박사학위논문. 서울대학교. 서울.

김동인. (2009). 비와 비율 지도를 위한 초기대수 학습 자료 개발. 미출판 석사

dCollection @ jeju

학위논문. 제주대학교. 제주.

김성준. (2002) 수학학습에서 이행에 관한 고찰, 대한수학교육학회;수학교육학연구. 12(1), 29-48.

김성준. (2003a). '초기대수'를 중심으로 한 초등대수 고찰. 대한수학교육학회지: 수학교육학연구. 13(3), 309-327.

김성준. (2003b). 패턴과 일반화를 강조한 대수 접근법 고찰. 대한수학교육학회지: 수학교육학연구. 5(3), 343-360.

김은혜. (2008). 초등학교 6학년 학생들의 산술적 사고에서 대수적 사고로의 이행과정에서 나타나는 현상 분석, 석사학위논문, 한국교원대학교 대학원.

우정호, 김성준. (2007). 대수의 사고 요수 분석 및 학습-지도 방안의 탐색. 대한수학교육 학회지: 수학교육학연구. 17(4), 453-475.

Küchemann, D. E. (1981). Algebra. In K. Hart. (Ed.), Children''s *Understanding of Mathematics.*(pp. 102-119). London: Murray.

Kaput, J., Blanton, M. (2001). Algebrafying the elementary mathematicss experience Part Ⅰ: Transforming task structures. In H. Chick, K. Stacey, J. Vincent & J. Vincent(Eds.), *Proceedings of the 12th ICMI Study Conference: The future of the teaching and learning of algebra*(pp. 344-351). The University of Melbourne, Australia.

dCollection @ jeju

ABSTRACT

Development about Early Algebra Learning Materials

Kang, Dong Seok

Major in Elementary Mathematics Education
Graduate School of Education
Jeju National University

Supervised by Professor Kim, Hae Gyu Ph. D

An equation, which was introduced in 1st grade of middle school for the first time in the 7th curriculum, will be introduced in 6th grade of elementary school in the 2007 reformed curriculum. Accordingly, It is necessary to study the 'early algebra'.

Therefore, this study investigated the actual use condition between 4th grade and 6th grade according to the types of letters use of Küchemann and checked the statement of textbook activities in the view of early algebra. In this result, the types of 1 and 3 of lower level of understanding letters were mostly used types contrary to higher level of understanding letters.

Moreover, before studying the letter x moved to 6th grade, the purpose of this study is to develop the materials utilizing 'early algebra' to contact with the various problems and to provide an opportunity to experience the thinking process to solve the problems. Accordingly, this study developed the teaching materials to analyze the algebraic thinking factors and to study early algebraic thinking.

dCollection @ jeju

These materials can teach the concept of an equation more clearly and make basics which can easily relate to algebra learning by the inference activity through the pattern and generalization.

key word : Early Algebra(초기 대수), the types of letters use(문자 사용 유형), the levels of understanding letters(문자 이해 수준), the algebraic thinking factors(대수적 사고 요소)

dCollection @ jeju

<부록 1>

<4-가 단계 수학> 문자 사용 유형 분석

단원	쪽	문제 번호	유 형						비고
			1	2	3	4	5	6	
1. 큰 수	6	약속한 것으로 생각하기	4						
	7	익히기	2						
	8	익히기	6						
	9	활동3	5						
	11	익히기	5						
	13	자릿값 알아보기	3						
		익히기	2						
	15	익히기	3						
	16	익히기	3						
2. 곱셈과 나눗셈	22	활동1	2						
		익히기	6						
	30	활동1	5						
	31	활동1	4						
	32	활동2	11						
	33	활동1	9						
	34	활동2	10						
	35	활동3	8						
3. 각도	43	활동1	2						
		익히기	2						
	45	활동1	4						
	46	활동1	5						
		활동으로 알게된 것	1						
	47	활동1	6						
	48	활동3	2						
		활동으로 알게된 것	1						
		익히기	4						
	49				6				

dCollection @ jeju

단원	쪽	문제 번호	유 형						비고
			1	2	3	4	5	6	
4. 삼각형	62	활동1			12				
		익히기	3						
5. 시간과 무게	65	익히기	4						
	67	활동2	3						
	69	활동2	3						
	72	약속하기	3						
6. 혼합계산	80	활동1	3						
	81	활동2	3						
	82	활동1	3						
	83	활동2	3						
	84	활동1	3						
	85	활동2	3						
7. 분수	92	활동1	5						
	93	활동2	4						
		활동3	4						
		익히기	4						
	94	활동4	3						
		익히기	4						
	95	활동5	2						
		활동6	2						
	96	활동1	8						
	98	활동1	2						
		활동2	2						
	99	활동3	3						
	100	활동4	3						
	103	활동1	2						
	104	활동2	3						
	105	활동1	2						
	106	활동2	3						
8. 문제 푸는 방법 찾기	112	활동1	3						
합계			208	0	18	0	0	0	

dCollection @ jeju

<부록 2>

<4-가 단계 수학익힘책> 문자 사용 유형 분석

단원	쪽	문제 번호	유형						비고
			1	2	3	4	5	6	
1. 큰 수	5		9						
	6		6						
	7		2						
	8		28						
	10		15						
	11		10						
	12		14						
	13		7						
	14		8						
	15		20						
	16		13						
	17						12		
	18		5						
	19		11						
	20		10						
	21		9						
2. 곱셈과 나눗셈	23		8						
	24		4						
	25		4						
	26		2						
	27		4						
	28		12						
	31		10						
	33		24						
	34		10						
	35		21						
	36		8						
	37		3						
	39		3						
	40		1						
	42		10						

dCollection @ jeju

단원	쪽	문제 번호	유형						비고
			1	2	3	4	5	6	
3. 각도	45		6						
	47		12						
	48		10						
	49		3						
	50		2						
	51		4						
	52		5						
	53		3						
	54		6						
4. 삼각형	58				6				
	59		4						
	61		6						
	66		2						
	67				5				
5. 시간과 무게	71		15						
	72		18						
	73		9						
	75		3						
	76		12						
	78		4						
	79		10						
	83		9						
	84		5						
	85		4						
	86		7						
6. 혼합 계산	97		10						
	100		15						
	101		22						
	102		1						

dCollection @ jeju

단원	쪽	문제 번호	유형						비고
			1	2	3	4	5	6	
7. 분수	104		16						
	105		8						
	106		12						
	109		24						
	110		27						
	113		4						
	114		6						
	116		4						
	117		6						
	119		7						
	121		6						
	122		6						
	123		4						
8. 문제 푸는 방법 찾기	128		37						
	135		17						
	합 계		682	0	11	0	12	0	

<부록 3>

<4-나 단계 수학> 문자 사용 유형 분석

단원	쪽	문제 번호	유형						비고
			1	2	3	4	5	6	
1. 분수	9	활동1	1						
		익히기	2						
	12	활동1	5						
	13	활동2	3						
	14	활동1	2						
2. 소수	27	익히기	4						
	30	활동4	9						
	32	문제3			4				

dCollection @ jeju

단원	쪽	문제 번호	유형						비고
			1	2	3	4	5	6	
4. 수직과 평행	53	활동3			9				
	59	활동2			4				
		활동3			4				
	60	익히기			5				
	62	문제1	1		8				
		문제2	1		2				
5. 사각형과 도형 만들기	67	익히기	5						
	69	활동3			6				
		익히기			6				
	70	활동1			4				
	79	문제1			1				
8. 문제 푸는 방법 찾기	111	익히기						4	
	112	활동3						2	
		활동4						2	
		익히기						4	
	118	문제1	3	12					
		문제2	4	12					
합계			**40**	**24**	**53**	**0**	**0**	**12**	

<부록 4>

<4-나 단계 수학익힘책> 문자 사용 유형 분석

단원	쪽	문제 번호	유형						비고
			1	2	3	4	5	6	
1. 분수	5		8						
	6		8						
	7		9						
	9		14						
	11		5						
	12		2						
	14		4						
	16		2						
	18	문제1	3						
		문제2	1						
		문제3	1						

dCollection @ jeju

단원	쪽	문제 번호	유형						비고
			1	2	3	4	5	6	
2. 소수	22		12						
	23		8						
	24		12						
	25		12						
	26		10						
	27		9						
	28		12						
	30		16						
	32	문제9	1						
		문제10	4						
		문제11	1						
		문제12	1						
		문제13	1						
		문제14	1						
	33	문제15	1						
		문제16	1						
		문제17	1						
		문제18	1						
		문제21	1						
		문제22	1						
		문제23	1						
		문제24	1						
	35	문제5	8						
	36	문제2	3						
3. 소수의 덧셈과 뺄셈	37		9						
	38		4						
	39		2						
	43		12						
	44		4						
	45		4						
	51		3						
	53		12						

dCollection @ jeju

단원	쪽	문제 번호	유형 1	2	3	4	5	6	비고
4. 수직과 평행	55				4				
	56		2		5				
	58				10				
	59		4						
	60				6				
	61				2				
	62				2				
	63		4						
	65		8						
	66	문제1			2				
		문제2			2				
		문제3			2				
		문제5			2				
	67	문제7	1						
		문제8	1						
	68	문제1			1				
		문제2			3				
	69	문제5			1				
	70	문제1			2				
		문제2	1		2				
5. 사각형과 도형 만들기	71				8				
	73				4				
	74		4		8				
	75		4						
	76		5						
	84	문제10	3						
		문제11	3						
		문제12	2						
6. 어림하기	101	문제3	6						
	102	문제1	1						
		문제2	2						
8. 문제 푸는 방법 찾기	121							4	
	129	문제1						2	
		문제2						2	
		문제3						2	
	130	문제8	5						
	133	문제1						6	
		문제2						4	
		문제3						2	
합 계			282	0	66	0	0	22	

dCollection @ jeju

<부록 5>

<5-가 단계 수학> 문자 사용 유형 분석

단원	쪽	문제 번호	유형						비고
			1	2	3	4	5	6	
1. 배수와 약수	6	활동1	6						
	7	활동2	8						
	8	활동2	6						
	10	익히기	12						
	21	문제1		2					
		문제2		2					
3. 약분과 통분	38	활동1	4						
	39	활동2	6						
	40	활동3	6						
	44	활동1	39						
	45	익히기	6						
4. 직육면체	56	활동1			2				
	57	활동2			8				
	58	활동3			2				
	61	활동1			7				
	66	문제1			2				
	68	활동1			3				
5. 분수의 덧셈과 뺄셈	70	다시	2						
	72	활동3	7						
	74	다시	1						
	75	다시	1						
	76	다시	1						
	78	활동3	7						
	81	활동3	1						
	82	다시	1						
		활동1	2						

dCollection @ jeju

단원	쪽	문제 번호	유형						비고
			1	2	3	4	5	6	
6. 평면도형의 둘레와 넓이	94	활동1	1						
		익히기	4						
	103	익히기	4						
	105	익히기	1		1				
	106	활동2	2		2		1		
		활동3	2						
	109	문제3			4				
	110	활동1			6				
		익히기			1				
7. 분수의 곱셈	112	활동2	2						
	114	활동1	5						
	115	활동1	1						
		활동2	4						
	116	활동4	2						
	117	활동2	3						
	119	활동2	2						
	121	활동1	6						
	122	활동2	3						
	123	활동1	6						
	124	활동2	5						
	125	다시	1						
		활동1	2						
합계			**172**	**4**	**38**	**0**	**1**	**0**	

<부록 6>

<5-가 단계 수학익힘책> 문자 사용 유형 분석

단원	쪽	문제 번호	유형						비고
			1	2	3	4	5	6	
1. 배수와 약수	7		48						
	11						4		
	12		13						
	14		14						
	17		1						
	19		1						
	22		7						

dCollection @ jeju

단원	쪽	문제 번호	유형						비고
			1	2	3	4	5	6	
3. 약분과 통분	39		19						
	40		11						
	41		18						
	42		11						
	43		22						
	44		72						
	46		24						
	47		24						
	48		16						
	50		18						
	52		18						
	53		4						
	54		10						
4. 직육면체	56		3						
	57		4						
	60		5		5				
	67				3				
	69		2						
5. 분수의 덧셈과 뺄셈	73		3						
	74		1						
	75		15						
	77		1		1				
	78		3						
	79		13						
	80		18						
	87		8						
	88		14						
6. 평면도형의 둘레와 넓이	95		1						
	96		6						
	97		6						
	98		14						
	107		3		4				
	108				3				
	111		3		1				
	113		1		1				
	114		11						
	115		7						

dCollection @ jeju

단원	쪽	문제 번호	유형						비고
			1	2	3	4	5	6	
7.분수의 곱셈	117		10						
	119		20						
	120		18						
	122		19						
	124		6						
	125		2						
	126		20						
	128		18						
	130		6						
	134		14						
	135		20						
8. 문제 푸는 방법 찾기	144		4		4				
	148		14						
합계			664	0	22	0	4	0	

<부록 7>

<5-나 단계 수학> 문자 사용 유형 분석

단원	쪽	문제 번호	유형						비고
			1	2	3	4	5	6	
1. 소수의 곱셈	7	활동2	3						
	9	활동2	3						
	11	활동2	3						
	12	활동1	9						
	14	활동1	9						
	15	활동2	9						
	16	활동2	3						
	17	활동3	3						
	18	활동1	3						
	20	다시	6						
	21	놀이			1				

dCollection @ jeju

단원	쪽	문제 번호	유형						비고
			1	2	3	4	5	6	
2. 분수의 나눗셈	24	활동1	7						
		익히기	4						
	25	활동2	7						
	26	활동1	2						
		익히기	6						
	28	활동1	6						
		익히기	14						
	29	활동2	4						
	30	활동1	6						
		익히기	15						
	31	활동2	7						
		익히기	12						
	32	활동3	10						
		익히기	6						
3. 도형의 합동	41	활동1			6				
		익히기			6				
	42	활동2			6				
		익히기			2				
	43	활동3			8				
		익히기			4				
	44	활동1			4				
	45	활동2			12				
	46	활동3			5				
	48	활동4			2				
		활동5			2				
		익히기			2				
	50	문제1			5				
4. 소수의 나눗셈	53	활동2	2						
	54	활동3	2						
	55	활동1	2						
	57	활동2	2						
	59	활동1	4						
	61	활동1	4						
	63	활동1	4						
	66	놀이			3				
	67		1		1				
	68	문제	1		1				

dCollection @ jeju

단원	쪽	문제 번호	유형						비고
			1	2	3	4	5	6	
5. 도형의 대칭	72	활동1			18				
	73	활동2			10				
	74	활동1			2				
	75	활동2			9				
	77	활동2			1				
	78	활동1			4				
	79	활동2			3				
	80	활동1			1				
	82	활동1			12				
	83	활동2			10				
	84	활동1			3				
	85	활동2			8				
	86	활동1			3				
	87	활동2			16				
	88	활동1			3				
	89	활동2			10				
6. 넓이와 무게	95	활동2			6				
	98	활동1			1				
	99	활동2			2				
	102	익히기	6						
	103	익히기	4						
	105	익히기	4						
	107	문제1			5				
		문제2	1		1				
	109	활동1			4				
	110	활동2			1				
7. 자료의 표현	116	익히기	4						
8. 문제 푸는 방법 찾기	128	활동1	1		1				
	129	익히기	1		1				
	133	활동6			2				
	138	활동7	1		1				
합계			201	0	208	0	0	0	

dCollection @ jeju

<부록 8>

<5-나 단계 수학익힘책> 문자 사용 유형 분석

단원	쪽	문제 번호	유형						비고
			1	2	3	4	5	6	
1. 소수의 곱셈	5		6						
	7		7						
	8		10						
	9		11						
	10		2						
	11		10						
	12		16						
	13		3						
	14		4						
	15		6						
	16		6						
	17		12						
	18		6						
	19		18						
	20		9						
	21		2						
	22		14						
	23		6						
	24		4						
2. 분수의 나눗셈	25		3						
	26		10						
	27		12						
	28		3						
	29		2						
	30		18						
	31		15						
	32		30						
	33		18						
	34		10						
	36		10						
	37		12						
	38						4		

dCollection @ jeju

단원	쪽	문제 번호	유형						비고
			1	2	3	4	5	6	
3. 도형의 합동	43				18				
	44				24				
	45				10				
	49				11				
	53				6				
	54				4				
	55				6				
4. 소수의 나눗셈	59		2						
	60		14						
	61		15						
	63		11						
	64		4						
	66		1		1				
	67		12						
	70				9				
	73		1						
	74		11						
	76		7						
	77		5						
5. 도형의 대칭	81				10				
	82		7		3				
	83				12				
	86				18				
	88				20				
	89				2				
	92				20				
	93				12				
	96				27				
	100				11				
	101				4				
	102				2				
	103				4				
	104				7				

dCollection @ jeju

단원	쪽	문제 번호	유형						비고
			1	2	3	4	5	6	
6. 넓이와 무게	109		2						
	112		3						
	113		11						
	114		5						
	115		6						
	116		10						
	119		2						
	120		13						
	121				4				
	122		8						
	123		1						
7. 자료의 표현	129		4						
	140		5						
	합계		**455**	**0**	**245**	**0**	**4**	**0**	

<부록 9>

<6-가 단계 수학> 문자 사용 유형 분석

단원	쪽	문제 번호	유형						비고
			1	2	3	4	5	6	
1. 분수와 소수	6	활동1	6						
	7	활동2	9						
		활동3	8						
	8	공부다시생각	2						
		활동1	1						
		활동2	6						
	9	활동3	6						
		활동4	4						
	10	활동1	30						
		활동2	16						
	11	활동3	17						
		익히기	21						
	16	활동1	8						
		익히기	4						

dCollection @ jeju

단원	쪽	문제 번호	유형						비고
			1	2	3	4	5	6	
2. 각기둥과 각뿔	20	활동1			2				
		익히기			0				
	21	활동2			3				
		익히기			11				
	22	활동3			1				
		익히기			2				
	23	활동4			0				
	25	활동2			1				
	26	활동3			4				
		익히기			11				
5. 겉넓이와 부피	73	익히기	6						
	74	익히기	2						
	79	활동3	1						
		익히기	4						
	81	익히기	2						
		활동2	1						
		익히기	2						
6. 비와 비율	87	익히기	6						
	88	활동1	3						
	91	방법	1						
7. 비례식	100	활동1	4						
	102	활동1	10						
	103	활동2	10						
	104	활동1	2				2		
		활동2	2				2		
	105	활동3	2				2		
		활동4	2				2		
	107	활동1	1			1			
		익히기	4						
	108	활동1	1						
		익히기	2						
	110	문제 해결	1		2				
8. 비율그래프	114	활동1	3						
	115	익히기	3						
	118	활동1	1						

dCollection @ jeju

단원	쪽	문제 번호	유형						비고
			1	2	3	4	5	6	
9. 문제 푸는 방법 찾기	128	활동3	1						
	131	활동6	1						
		익히기	1						
	136	2	1			1			
합 계			**218**	**0**	**37**	**2**	**8**	**0**	

<부록 10>

<6-가 단계 수학익힘책> 문자 사용 유형 분석

단원	쪽	문제 번호	유형						비고
			1	2	3	4	5	6	
1. 분수와 소수	5		22						
	6		22						
	7		45						
	8		36						
	9		24						
	10		38						
	11		68						
	13		20						
	14		20						
	15		15						
	16		15						
	17		8						
2. 각기둥과 각뿔	21				21				
	22				48				
	26				20				
	33	문제5			2				
		문제6			3				
	34	문제7			9				
		문제8			6				
	36				26				
	37				23				

dCollection @ jeju

단원	쪽	문제 번호	유형						비고
			1	2	3	4	5	6	
5. 겉넓이와 부피	73		4						
	74		12						
	75		2						
	76		8						
	77		2						
	78		2						
	79		9						
	80		8						
	81		5						
	82		13						
	83		4						
	84		6						
	86		15						
6. 비와 비율	89		12						
	90		4						
	92		1						
	97		3						
	99		12						
	100		11						
7. 비례식	103		4						
	104		9						
	105		16						
	106		14						
	107		9						
	108		11						
	109		8						
	110		18						
	111		17						
	112		4						
	113	문제2	2						
		문제3	4						
	114	문제9	1						
		문제10	1						
		문제11	1						
		문제12	1						
		문제13	1						
		문제14	1						
		문제15	1						
	115		10						
	116		14						
	117		2						
	118		1		4				

dCollection @ jeju

단원	쪽	문제 번호	유형						비고
			1	2	3	4	5	6	
8. 비율 그래프	133		4						
	134		4						
9. 문제 푸는 방법 찾기	139		1						
	140		1						
	147		2						
	150		1						
	합 계		629	0	162	0	0	0	

<부록 11>

<6-나 단계 수학> 문자 사용 유형 분석

단원	쪽	문제 번호	유형						비고
			1	2	3	4	5	6	
1. 분수의 나눗셈	6	활동1	6						
	7	활동2	13						
	8	활동1	7						
		활동2	7						
	9	익히기	11						
	10	익히기	12						
	11	익히기	12						
	12	익히기	8						
	13	익히기	6						
	14	익히기	8						
	15	익히기	9						
	16	활동1	1						
		활동2	1						
	17	익히기	4						
	21	문제1	1		1				
	22	문제2	1		1				
2. 입체도형	29	익히기			2				

dCollection @ jeju

단원	쪽	문제 번호	유형						비고
			1	2	3	4	5	6	
3. 소수의 나눗셈	44	활동1	4						
	45	활동2	4						
		활동3	4						
	46	익히기	11						
	47	활동1	4						
	48	익히기	10						
	49	활동1	4						
	50	익히기	12						
	51	활동1	4						
	52	활동1	4						
	53	익히기	11						
	54	활동1	2						
	55	방법	4						
	58	익히기	2						
4. 원과 원기둥	64	활동1	2						
	66	활동2	2						
	76	활동1	2						
5. 분수와 소수의 계산	78	공부다시생각	3						
	79	활동2	4						
	80	활동3	2						
	81	공부다시생각	1						
	82	활동2	4						
	83	활동3	2						
	84	활동1	2						
	85	활동2	4						
	86	활동3	4						
	87	활동1	6						
	88	활동2	7						
	89	활동3	7						

dCollection @ jeju

단원	쪽	문제 번호	유형						비고
			1	2	3	4	5	6	
6. 경우의 수	95	익히기	3						
	97	익히기	1						
	98	활동1	1						
	99	익히기	2						
	101	활동2	1						
	102	활동1	1						
	108	익히기	2						
7. 연비	110	활동1						1	
	111	익히기						2	
	112	활동1	5						
	113	익히기	6						
	114	활동1	8						
	115	활동2	10						
	116	활동3	10						
	117	활동1	12						
	118	활동2	12						
	119	활동2	10						
	121	활동1	13						
	122	익히기	4						
	123	익히기	1						
	124	문제1	1						
		문제2			1				
		문제3	1						
	125	문제1	30						
	126	활동1	29						
8. 문제 푸는 방법 찾기	133	활동2	1		1				
		익히기	1		1				
	136				1				
합 계			**404**	**0**	**8**	**0**	**0**	**3**	

dCollection @ jeju

<부록 12>

<6-나 단계 수학익힘책> 문자 사용 유형 분석

단원	쪽	문제 번호	유형						비고
			1	2	3	4	5	6	
1. 분수의 나눗셈	5		18						
	6		20						
	7		20						
	9		18						
	11		30						
	13		22						
	15		5						
	16		6						
	19		9						
	20		7						
	21		16						
	22		15						
	24		2		1				
2. 입체도형	30		3		3				
	39	문제3			1				
3. 소수의 나눗셈	45		19						
	47		22						
	48				9				
	49		21						
	50		1		1				
	51		27						
	52		6						
	53		7						
	54		12						
	55		2						
	59		17						
	60		16						
	62		1		1				

dCollection @ jeju

단원	쪽	문제 번호	유형						비고
			1	2	3	4	5	6	
4. 원과 원기둥	75		5						
	76		3						
	77		3						
5. 분수와 소수의 계산	79		5						
	80		7						
	81		7						
	82		7						
	83		5						
	84		10						
	85		19						
	86		1		1				
	90		9						
	91		14						
	92		18						
	93		1						
	94		3		3				
6. 경우의 수	98		1						
	100		2						
	101		2						
	103		1						
	106		4						
	108		2						
	109		4						
	110		6						

dCollection @ jeju

단원	쪽	문제 번호	유형						비고
			1	2	3	4	5	6	
7. 연비	113							2	
	114							3	
	115		9						
	116		11						
	117		14						
	118		14						
	119		14						
	120		8						
	121		12		1				
	122		14						
	124		6						
	126		4						
	127	문제1						1	
		문제2						1	
	129		2					1	
	130		12						
	131							2	
8. 문제 푸는 방법 찾기	133		1		1				
	135		2		2				
	138		1		1				
	139		2		2				
	141		1					1	
	143		1		1				
	144		1		1				
	145		1						
	146		1		1				
합 계			612	0	30	0	0	11	

dCollection @ jeju

<부록 13> 문자 사용 유형 분류에 대한 논의점

단계	단원	차시	쪽수	논의 내용
4-가	8. 문제 푸는 방법 찾기	익힘책	130	송희와 석영이의 규칙 찾기 문제는 규칙을 말한 후에 식으로 나타내는 과정이 명확히 구분되어 있지 않으므로 문자를 사용한 식으로 표현하지 않을 것으로 해석함.
4-나		익힘책	53	□의 경우는 문자의 모양이 같음에도 불구하고 숫자가 달라서 문자 유형으로 분류하지 않았다.
	8. 문제 푸는 방법 찾기		111	동그라미는 ÷2를 나타내므로 제외함.
5-가	6.평면도형의 둘레와 넓이		106	활동2에서 높이와 넓이가 주어진 삼각형의 밑변의 길이를 구하는 방법을 설명하는 활동으로부터 "(밑변의 길이)=(넓이)÷(높이)×2"가 주어지므로 익히기 문제에서는 일반화된 방법을 적용하여 문제를 해결할 것으로 여겨짐. 따라서, 활동2는 유형1과 유형3이 동시에 있지만 익히기 문제에서는 유형1로만 분류함.
	6.평면도형의 둘레와 넓이	익힘책	95 104 107	104쪽 □는 글자가 들어가므로 문자가 아니고 107쪽 □는 식은 아니지만 숫자가 들어가서 유형1로 분류함.
		익힘책	107	삼각형 ㄴㄷㄹ과 평행사변형 ㄱㄴㄷㄹ이 중복되지만 각각 다른 문제로 간주하여 모두 유형3으로 분류함.
	8.문제 푸는 방법 찾기	익힘책	148	알파벳은 서로 다른 숫자이므로 중복되지 않는 알파벳을 하나의 문자로 보고, 답이 1가 아니라 다수의 정답을 가지고 있으므로 유형3으로 분류함.
5-나		익힘책	38	"$\frac{☆}{○}$÷□×△를 하나의 분수로 나타내시오." 라는 문제에서 각 문자들은 일반화된 숫자들을 대표하고 있으므로 유형5로 분류하고 문자 4개로 정리하였다.

dCollection @ jeju

			66	"124.6을 어떤 수로 나누었더니 몫이 4가 되었습니다. 어떤 수는 얼마입니까?"라는 문제에서 식을 세우라는 말은 없지만 대다수의 일반 학생들은 문제를 푸는 과정에서 식을 세우고 문제를 해결하였다. 따라서 유형1과 유형3으로 분류하였다.
			70	"우리 학교 교목, 교화는?" 이라는 질문을 완성하는 문제에서 각 문자는 특정한 수를 대신하는 문자이므로 유형3으로 분류하였다.
6-가		익힘책	94	괄호는 식 가운데 있어 답을 구하는 과정이기는 하지만 문제해결 과정이 대수적인 측면으로 볼 수 없어서 유형에서 제외한다.
6-나	7. 연비	재미있는 놀이	124	○:□:△=3:6:4로 비례배분에서 문자는 어떤 대상으로 사용함으로써 유형1으로 볼 수 있을 것이다.
				□:△=2:4이고 ○:□=3:5일 때 연비를 간단한 자연수의 연비로 나타내는 문제는 문자 사이의 관계를 나타내는 문제로 유형3으로 볼 수 있을 것이다.
				○,□,△ 각각에 15:18:12로 비례배분하라는 문제는 처음부터 수치가 할당되어진 문자를 사용했으므로 유형1로 볼 수 있다.
	3. 소수의 나눗셈	재미있는 놀이	59	□를 알 수 없지만 특정한 미지수로 보기 어려워서 숫자카드 값에 의해 수가 결정되므로 문자를 어떤 대상으로 사용한 것으로 볼 수 있다.
	8. 문제푸는 방법 찾기	재미있는 놀이	136	□를 알 수 없지만 특정한 미지수로 보기 어려워서 숫자카드 값에 의해 수가 결정되므로 문자를 어떤 대상으로 사용한 것으로 볼 수 있다.
6-나	2. 입체도형		25	문자 안에 수가 아닌 이름이 들어가는 것은 대수와 관련지어 생각할 수 없으므로 유형에서 제외한다.
			30	괄호와 밑줄은 문자에서 제외한다.
				점 ㄱ, 선분 ㄱㄴ, 선분 ㄱㄷ 은 다가이름으로 유형3

dCollection @ jeju

				으로 분류하고 면 가, 면 나는 제외한다.
	3. 분수의 나눗셈		48	문자를 어떤 대상에 대한 약호로써 인식하는 것으로 유형3으로 분류한다.
	7. 연비		129	여기서 괄호는 □를 어떤 대상으로 인식할 우려가 있어서 식에 문자를 대신하여 괄호를 사용한 것으로 볼 수 있어 유형1로 분류한다.

JEJU NATIONAL UNIVERSITY 1952
JEJU 1952
제주대학교

dCollection @ jeju