



저작자표시-비영리-변경금지 2.0 대한민국

이용자는 아래의 조건을 따르는 경우에 한하여 자유롭게

- 이 저작물을 복제, 배포, 전송, 전시, 공연 및 방송할 수 있습니다.

다음과 같은 조건을 따라야 합니다:



저작자표시. 귀하는 원저작자를 표시하여야 합니다.



비영리. 귀하는 이 저작물을 영리 목적으로 이용할 수 없습니다.



변경금지. 귀하는 이 저작물을 개작, 변형 또는 가공할 수 없습니다.

- 귀하는, 이 저작물의 재이용이나 배포의 경우, 이 저작물에 적용된 이용허락조건을 명확하게 나타내어야 합니다.
- 저작권자로부터 별도의 허가를 받으면 이러한 조건들은 적용되지 않습니다.

저작권법에 따른 이용자의 권리는 위의 내용에 의하여 영향을 받지 않습니다.

이것은 [이용허락규약\(Legal Code\)](#)을 이해하기 쉽게 요약한 것입니다.

[Disclaimer](#)

碩士學位論文

조작적 구성주의에 따른 초등 수학
수업에 관한 연구



濟州大學校 教育大學院

數學教育傳攻

金 廣 恩

2010年 8月

조작적 구성주의에 따른 초등 수학 수업에 관한 연구

指導教授 梁 永 五

金 廣 恩

이 論文을 教育學 碩士學位 論文으로 題出 함

2010 年 8 月

金廣恩의 教育學 碩士學位 論文을 認准함

審査委員長 印

委 員 印

委 員 印

濟州大學校 教育大學院

2010 年 8 月

국문초록

조작적 구성주의에 바탕을 둔 초등학교 수학 수업에 관한 연구

金 廣 恩

구성주의 수업은 학생들의 지식의 능동적인 구성을 이끌어 낸다는 점에서 학생중심의 교육에 효과적으로 적용이 될 수 있다. 7차 교육과정은 활동중심의 원리 발견학습을 권고 하고 있으며 교과 또한 활동 중심의 수업으로 구성이 되고 있다. 따라서 구성주의 중에서도 활동중심의 구성주의인 조작적 구성주의에 대해 알아보고 이해하며 직접 수업을 진행해보는 것은 이러한 활동중심의 수업을 제대로 수행할 수 있는 계기가 될 것이다.

이 논문에서는 이러한 점을 감안하여 활동을 중시하는 조작적 구성주의를 이해하고 실제 수업에 적용하여 각 단계에 사용된 교수법에 대해 분석을 함으로써 후에 보다 발전된 구성주의 수업을 적용할 수 있도록 다음과 같은 연구 목적을 설정하였다.

첫째, 구성주의의 이론을 살펴본 후 조작적 구성주의의 원리에 대해 살펴본다.

둘째, 조작적 구성주의 이론을 실제 수업에 적용하기 위한 방법을 찾아본다.

셋째, 조작적 구성주의 원리에 따라 수업에 적용한 후 학생들의 반응 등을 분석하여 보다 나은 활동 중심의 조작적 구성주의의 수업에 도움이 되도록 한다.

위와 같은 연구 목적을 염두에 두어 실제 수업에 적용된 원리를 다음과 같이 설정하였다.

① 수학적 지식의 조작적 해석 원리 ② 조작의 구조적 해석 원리 ③ 내면화의 원리 ④ 주제화의 원리 ⑤ 조정, 반성 및 통합의 원리 ⑥ 학습 수준의 비약의 원리 홍진곤(1999).

위의 여섯 가지 원리를 기본으로 하여 다음과 같은 방법을 정하였다. 첫째, 학습내용에 대한 학생들의 인지수준을 먼저 파악 한다. 둘째, 학생들에게 갈등을 조성할 수 있도록 과제나 문제를 학생들의 수준에 크게 벗어나지 않게 제시한다. 셋째, 교사의 기대와 다른 반응과 오 개념도 학생의 입장에서 생각하며 학생들이 스스로 문제점을 깨우

칠 수 있도록 분위기를 조성한다. 넷째, 학생들의 활동 강조되며, 활동을 의식할 수 있도록 한다. 다섯째, 교사의 설명보다 학생들의 의견이 많도록 하며 설명, 갈등, 반성의 기회를 갖게 한다. 여섯째, 수업의 활동내용을 학생들에게 설명하도록 하여 반성의 단계에 이르도록 한다.

본 연구의 수업사례는 4학년 나 단계의 나뉠셈 과정을 적용하였으며 교사의 교수 적용법에 따라 학생들의 반응을 살펴보기 위해 수업 전 에 학습지를 나누어 주고 활동한 결과를 학습지에 작성하도록 하였다. 최대한 반영적 추상화의 원리를 적용 하려고 노력하였고 본 논문에서는 그 결과에 대한 분석은 다음과 같다.

첫째, 학생들의 인지수준을 파악하려는 노력은 반드시 필요로 하며 인지수준의 파악을 위해서는 한 가지 방법만이 아닌 여러 방법으로 의 모색이 필요로 한다. 이러한 방법은 수업환경에 따라 달라질 수 있음을 염두 해 두어야 한다.

둘째, 소규모 협동학습의 구성주의에서의 유용성은 이론으로 입증되었으나 실제 현장에 적용하기에는 적용 방법 등에 있어서의 적용 방안이 필요로 할 것으로 보인다.

셋째, 학습목표와 학생들의 인지수준과의 비교를 통해 문제제기는 신중히 선택하여야 할 것이다. 학습목표가 학생들의 인지수준보다 지나치게 높을 경우 학생들은 쉽게 흥미를 잃어버리는 경향이 있으며 수업의 목표에 도달하지 못하는 경우가 많으므로 학생들의 인지수준의 파악과 함께 학습 목표를 설정 하여야 할 것이다.

목 차

I. 서론	
1. 연구의 필요성	1
2. 연구의 목적	2
3. 연구의 방법 및 절차	2
4. 연구의 제한점	3
II. 구성주의 교수 학습의 이론적 배경	
1. 구성주의의 의미	5
2. 구성주의의 유형	6
III. 조작적 구성주의	
1. 반영적 추상화	15
2. 반영적 추상화의 과정	17
3. 반영적 추상화에 따른 수학-학습 지도 원리	19
IV. 조작적 구성주의의 수학과 수업적용	
1. 조작적 구성주의에 따른 수학과 수업조직 원리	24
2. 조작적 구성주의에 따른 수학과 수업적용 실제	25
3. 조작적 구성주의에 따른 수학과 수업분석	29
V. 결론 및 제언	37
※ 참고 문헌	40
※ Abstract	43
※ 부록	45

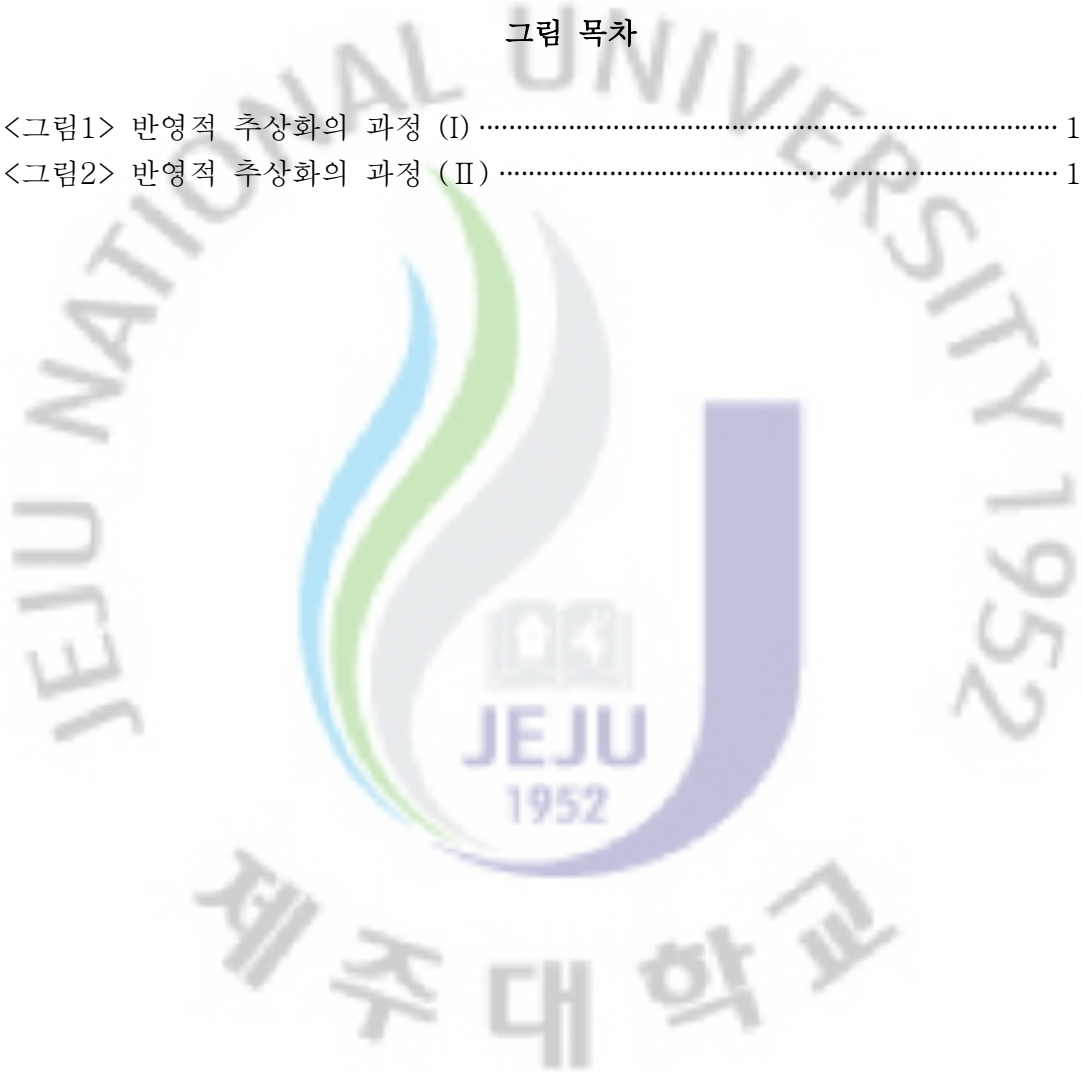
표 목차

<표1> 연구의 절차 및 방법	3
<표2> Piaget 가 분류한 세 가지의 추상화 종류 및 의미	16
<표3> “6÷3은 무엇이라고 생각 합니까?” 에 대한 반응 유형	29
<표4> “6÷3은 무엇이라고 생각 합니까?”	

에 대한 반응 에 따른 조작 활동유형	30
<표5> “ $\frac{3}{4}$ 는 무엇이라고 생각 합니까?” 에 따른 반응 유형	31
<표6> “ $2 \div 5$ 는 어떻게 표시해야 합니까?” 따른 반응 유형	33

그림 목차

<그림1> 반영적 추상화의 과정 (I)	17
<그림2> 반영적 추상화의 과정 (II)	19



I. 서론

1. 연구의 필요성

그리스 이래 전통적으로 수학교육의 배경에는 수학을 현상계의 정리수단이 되는 보편성을 갖는 형식체계로 보는 Platon 적인 수학관이 굳건하게 자리 잡고 있어 수학교육의 강력한 지주가 되어 왔음은 부정하기 어렵다. 그 결과 교육현장에서는 오랫동안 수학적 지식의 교육은 주로 학생의 앎을 깨우치기 위해 교사의 해설방식으로 이루어져 왔으면서도, 학습은 학습자 자신의 능동적인 활동을 통하지 않고는 진정으로 이루어지기 어렵다는 오래된 통찰이 또한 통념으로 받아들여져 왔다.

여기서 한걸음 더 나아가 근래 수학교육계에서 설득력 있게 논의 되어온 주제 하나가 ‘앎’과 의미의 주관성을 강력히 주장하고 학습자 스스로 지식을 ‘구성’할 수 있도록 안내하지 않으면 의미 있는 학습은 이루어지기 어렵다는 소위 구성주의 교육철학이다.

구성주의자들은 모든 지식은 주체에 의하여 자주적으로 구성되어지는 것이며 사회적인 상호작용을 거쳐 합의됨으로써 공적인 지식 이외는 없는 것으로 보고, 따라서 학습자의 자발적이고 능동적인 사고활동, 토론과 의사교환, 안내자로서의 교사의 역할을 보다 강조한다.

그러나 이러한 일반적인 주장이상으로, 구성의 의미와 구성의 메커니즘 및 그에 바탕을 둔 구성적 학습-지도 원리 와 방법, 적용에 대한 논의가 보다 중요한 의미를 갖는다고 생각된다(우정호, 2009). 이는 현재 제 7차 교육과정에서 제시하고 있는 학습자의 능동적인 조작 활동을 통한 탐구하는 학습을 학습에 반영이 되어 있으며 실제 교과에서도 이러한 활동을 중심으로 한 원리 발견 학습이 제시 되어 있다.

교과에 제시하고 있는 이러한 수업의 목적은 Piaget의 반영적 추상화의 원리를 적용한 수업으로서 인식 주체인 학생들의 능동적인 지식 구성을 도우는데 있으며 이러한 수업을 진행 하기 위해서는 교사가 반영적 추상화의 과정을 이해하고

있으며 학생의 개별성, 자율성을 중시한 학생에 의한 능동적인 지식 구성을 도와주어야 한다.

그러나 현재 학교 현장에서는 조작적 구성주의에 대한 이해가 부족하여 교과서에 나와 있는 학습지도안에 대해 수업을 진행하므로써 조작을 통한 활동중심의 수업에서의 핵심인 반성에 대한 부분이 시행이 부족하거나 또는 활동 및 조작의 시행이 충분하게 이루어지지 않고 있는 경우 또는 학생 개개인의 학습 수준을 제대로 고려하지 못한 활동 중심의 수업이 진행되는 경우가 존재 한다.

이는 교사가 구성주의 수업에 대한 이해가 부족해서 일수도 있고 또는 그러한 경험을 많이 해보지 않아서 일수도 있다 어떤 경우에서이더라도 반영적 추상화에 기초한 조작적 구성주의 수업을 한다는 것은 단순히 이론을 습득하고 이해한다고 해서 교사가 구성주의 수업을 할 수 있는 것은 아닐 것이다.

따라서 본 연구에서는 구성주의 수업에서도 특히 조작을 강조한 활동 중심의 수업의 기본이 되는 반영적 추상화를 적용한 조작적 구성주의에 대해 이해하며 이러한 이해를 바탕으로 실제 수업에 적용하였을 때 학생들의 반응 등을 분석하여 보다 나은 활동 중심의 조작적 구성주의의 수업이 되는데 도움이 되도록 하고자 한다.

2. 연구의 목적

조작적 구성주의를 수학과 교수-학습 현장에 적용하기 위한 본 연구의 목적은 다음과 같다.

첫째, 구성주의의 이론을 살펴본 후 조작적 구성주의의 원리에 대해 살펴본다.

둘째, 조작적 구성주의 이론을 실제 수업 특별히 4학년 나 단계에서의 나뉜셈 과목에 적용하기 위한 방법을 찾아본다.

셋째, 조작적 구성주의 원리에 따라 수업에 적용한 후 학생들의 반응 등을 분석하여 보다 발전된 활동 중심의 조작적 구성주의의 수업이 되도록 한다.

3. 연구의 방법 및 절차

본 연구에서는 조작적 구성주의의 이해를 위하여 구성주의의 의미, 종류 등에 대하여 살펴보며 조작적 구성주의의 핵심이라고 할 수 있는 Piaget의 반영적 추

상화의 원리를 살펴보며 반영적 추상화에 기초한 수업 원리는 무엇이 있는지 살펴보기로 한다.

이러한 이론적인 이해를 바탕으로 하여 실제 수업에서의 학습목표를 달성하기 위해 조작적 구성주의 원리에 의하여 수업을 진행하기로 하며 학생들의 반응을 분석하여 반영적 추상화에 기초한 활동중심의 조작적 구성주의 수업에 도움이 되고자 한다.

본 연구는 구성주의 주업을 적용하고 학생들의 반응을 살펴보고 적용한 교수법에 대해 분석하는데 있으므로 적용한 교수법에 따라 학생들의 반응을 분석하기 위해 수업시작 전에 학습지를 나누어 주어 수업과정 마다 학생들에게 수업내용에 따른 결과를 작성하게 하여 후에 결과를 분석하는 방법을 택하였다.

<표 1> 연구의 절차 및 방법

연구 절차	연구 방법
1. 연구 계획 수립	문헌 연구
2. 자료 수집	조사 연구
3. 조작적 구성주의를 수업에 적용시키기 위한 이론 탐색	문헌 연구
4. 조작적 구성주의의 수학과 수업 적용	수업 연구
5. 조작적 구성주의의 수학과 수업 적용 결과 분석	수업 학습 자료 분석 연구

4. 연구의 제한점

본 연구는 다음과 같은 제한점을 가지고 있음을 밝혀둔다.

첫째, 연구대상은 초등학교 4학년 14명을 대상으로 한 수업이므로 그 결과를 모든 초등학교 학생들 전체로 일반화하기에 어려움이 있다.

둘째, 본연구자는 기간제 강사로 1주일에 한번 연구 대상인 학급과 수업을 하였다. 따라서 본연구의 결과를 담임학급에의 수학 수업으로의 적용시키기에는 한계가 있다.

II. 구성주의 교수 학습의 이론적 배경

구성주의가 무엇인가에 대한 해답은 구성주의 자체가 상대적 지식 구성이라는 전제에서 볼 수 있듯이 다양하게 제시 될 수 있다. 구성주의는 구성주의 철학적 토대인 상대주의적 인식론으로서, Piaget 와 Vygotsky 등의 이론을 중심으로 한 심리학적 이론으로서, 또는 심리학과 철학의 영역을 벗어난 사회학적 영역에서 세계를 위한 새로운 대안적 담론으로서 이해되고 있다(Boudourides, 1998). 이러한 구성주의의 원천은 철학, 심리학, 사회학 및 교육학 등에 다양하게 펼쳐져 있으며, 이에 관련된 학문의 영역은 아주 다양하고 방대하다. 그러나 구성주의를 무엇이라고 정의 내리던지 구성주의란 결국 인식의 대상은 무엇이며, 그러한 인식은 어떻게 이루어지는가에 대한 새로운 존재론적, 인식론적 가정을 제시하는 하나의 패러다임으로 볼 수 있다(Fineman & Bootz, 1997).

구성주의란 전통적으로 지식은 객관적 진리이며 검증 할 수 없는 존재이며 학습자는 이러한 지식을 수동으로 수용한다는 실증주의와 과학주의로 대표되는 인식론에서 벗어나 학습주체가 능동적으로 지식을 구성해 나간다는 것에 초점을 두고 있다. 그러므로 구성주의적 교육에서는 개인이 능동적으로 구성한다는 것에 대해 중심을 두고 학교는 학습주체의 지식을 구성하는 곳이며 교사는 학생이 지식을 구성 할 수 있도록 기존의 전통적 수업방식에서 벗어나 학생들이 지식을 구성 할 수 있도록 다양한 환경제공을 하는 안내자 역할을 하는 것을 강조하고 있다. 즉, 구성주의적 교육은 기존의 정보제공자로서의 교사의 역할과 교재중심의 교육에 대조되는 학습자 중심교육의 실천을 위한 새로운 인식전환의 틀로서 제공되고 있다.

구성주의적 교육의 의미를 탐구하기 위해서는 다양한 측면에서의 구성주의 이론의 탐구가 필요하다고 본다. 따라서 구성주의 의미란 무엇이며 구성주의의 유형, 각 구성주의 들이 취하고 있는 교육학적 의미에 대해 살펴보도록 한다.

1. 구성주의의 의미

구성주의란 인간이 지식이 형성되고 습득되는 과정에 대한 인식론적 이론이다, 구성주의 에서는 지식의 형이상학적인 실재론을 부정하며 모든 지식은 인식주체가 적응하는 과정에서 능동적으로 구성된 구성물이라 보고 이러한 지식의 구성의 수단은 본유적인 것이며 구성의 산물인 인지구조라고 간주한다.

인식주체의 능동적 지식구성이라는 구성주의의 입장은 산업화 시대를 지배했던 실증주의와 과학적 주의로 대표되는 객관적 인식론에 대한 대안적 인식론으로 등장하였다. 즉, 구성주의는 행동주의와 인지주의 등의 객관적 패러다임에 근거한 이론들이 지닌 한계와 문제점에 대한 새로운 대안으로서 최근 그 관심이 증대되고 있다.

시대적으로 본다면 1960년대와 1970년대에 행동주의로부터 여러 가지 형태의 구조주의로 철학적 전환이 있었고, 이러한 전환기에 생긴 인지론의 한 형태를 구성주의로 볼 수 있다(Noddings, 1990). 구성주의의 인식론의 근간은 현상에 대한 설명의 진위 판단을 의심, 유보하는 그리스 시대의 회의론자에서부터, 인식의 근원을 이성에서 찾고 이성에 의한 진리탐구를 중시했던 Descartes 와 실제적 대상으로부터 모사된 표상을 인식의 원천으로 본 경험론을 비판하고 주체에 내재한 선형적 행위, 곧 공간, 시간, 범주 에 대한 직관에 의한 경험적 대상의 구성을 주장함으로써 대상에 대한 모사론에서 인식주체에 의한 구성론 으로서의 전환을 가져온 Kant, 그리고 지식을 생활문제의 해결을 위하여 주체가 능동적으로 구성된 도구로 본 Dewey 역시 구성주의의 기원이 된다.

이러한 구성주의의 인식론의 근간에 따라서 구성주의는 17세기 이후의 서구의 표상주의, 객관주의적 인식론에 대한 비판으로 제기되었으며 교육에 본격적으로 도입이 된 것은 Piaget 및 Vygotsky 의 인지심리학에 기초를 두어 이루어졌다.

구성주의 이론은 구성주의 연구자에 따라 그 개념 및 해석에 있어서 몇 가지 서로 다른 점을 취하고 있으나 , 여기에서는 기존의 객관주의 인식론과 대비될 수 있는 구성주의의 인식론의 특성을 몇 가지로 종합해본다(Von Glaserfeld, 1995a ; Wood,1995; Fineman & Bootz, 1997).

첫째, 지식의 자주적 구성이다. 지식이란 인간의 적극적인 행동에 의하여 발생하며, 이러한 활동은 지식을 조직화하기 위한 목표지향적인 것이다. 즉, 어떤 대상이나 사상을 안다는 것은 유기체가 적극적인 활동을 통하여 만드는 것이며, 유기체 자신이 그의 경험을 형성하고 협응시켜 나감으로서 자신에게 의미 있고 타당한 지식을 구성해 나가는 것이 구성의 최종 목표이다.

둘째, 지식의 상대성이다. 인간의 지식은 자신의 경험세계 속에서 존재하며, 개인은 자신의 경험에 바탕을 두고 지식을 구성한다. 즉 인간의 지식이란 경험적 실재의 재구성이다. 그러므로 각개인의 경험이 서로 다르듯이 개인이 구성하는 실재의 모습이나 의미도 달라질 수 있다. 이런 관점에 따라 구성주의에서는 지식의 상대성이 강조되고 다양한 관점이 인정된다. 안다는 것은 학습자의 경험세계에 기초를 두며, 끊임없이 수정되어 나가는 적응의 한 과정이다. 그러므로 지식이란 절대적 가치와 의미를 지니는 것이 아니라 개별성 다양성과 상대성을 지닌 것으로 본다.

셋째, 지식의 성장 지향성이다. 인간의 지식은 반영적 추상화(reflective abstraction)의 과정을 거쳐서 계속적으로 발달해 나가며, 보다 정교해지고 복잡해진다. 즉 인간의 활동의 협응 과정에서 이러한 반성적 추상화가 주요한 역할을 한다.

넷째, 지식의 사회적 구성이다. 구성주의에서는 지식의 맥락성을 인정한다. 즉 지식이란 사회 구성원으로서의 개인의 경험한 현실에 대하여 인지적으로 개별적인 해석과 의미를 부여하는 것이라고 본다. 우리가 진리라고 알고 있는 것은 결국 사회적 협상의 산물이며, 개개인이 가지고 있는 각각 다른 진리가 서로간의 대화의 결과로 공유되는 것이다. 개인은 세계에 대한 독특한 이해를 하는 주체지만 이 이해는 사회적 협상을 통해서 의미를 갖는다. 왜냐하면 사회적 협상을 통해서만 지식을 공유 할 수 있기 때문이다.

2. 구성주의의 유형

구성주의에서 지식의 형성과 습득은 개인의 인지 작용과 개인이 속한 사회 구성원들 간의 사회적 상호작용에 비추어 설명하는 상대주의적 인식론에 기반을

두고 있다. 따라서 구성주의자들이 지식의 인식 과정에 대하여 어떻게 접근하느냐에 따라서 구성주의 이론은 서로 다르게 분류된다.

개인과 사회에 따른 지식의 자주적 구성이라는 관점에 따라서 구성주의의 이론이 다양한 유형으로 분류가 되며 대표적으로 Piaget 중심의 조작적 구성주의 (Operational Constructivism) Von Glaserfeld 중심의 급진적 구성주의(Radical Constructivism), Vygotsky 의 이론을 근간으로 하여 Toma와 Wertch, Gergen 등에 의해 발전이 되고 있는 사회적 구성주의 등이 있는데 여기에서는 Piaget 이론을 근간으로 하여 Von Glaserfeld를 중심으로 발전된 개인적 구성주의와 Vygotsky 중심의 사회적 구성주의 두 이론으로 분류하여 살펴보도록 하며 각 구성주의에 관련된 이론적 모형 및 학습 관에 대해 살펴본다.

1) 개인적 구성주의

개인적 구성주의는 Von Glaserfeld를 중심으로 한 일련의 구성주의자들이 Piaget의 지식에 대한 인식론적 가정, 특히 인간의 지식구성에 대하여 동화와 조절의 과정을 기초로 하여 제시한 이론이다(Steffe.1995).

Piaget에서의 발생론적 인식론의 핵심은 지식이란 학습자의 외부에 존재하며 외적세계를 지각하고 표상하는 과정을 통하여 발견이 된다는 이전의 지식 관에 반하여, 지식이란 인식주체가 환경과의 상호작용을 통하여 스스로 구성한다고 본다. Piaget는 이러한 능동적인 지식의 구성과정을 인간의 적응과정이라고 보고 그 적응의 과정을 동화, 조절, 평형화를 통한 반영적 추상화 과정을 거치며 구성된다고 보았다.

Piaget 의 발생론적 인식론을 이론적 기초로 한 개인적 구성주의는 지식의 본질과 형성과정을 기존과 다른 개념을 형성하였는데 지식의 본질에 대한 개인적 구성주의 입장을 살펴보면 다음과 같이 세 가지로 말할 수 있다.

첫째, 지식은 감각을 통하거나 의사교환방법에 의하여 수동적으로 받아들여지지 않는다.

둘째, 지적 유기체는 경험을 통하여 자신의 태도를 변화시킨다. 즉 인간의 행위는 좋아하는 경험을 반복하여 하고, 싫어하는 경험을 피하려는 경향이 있다는 점에서 목적 지향적이다.

셋째, 인간의 지식은 객관적인 실재를 구성하지 않는다. 즉 인간의 인식이란 세계를 표상하는 것이 아니라 주체가 경험적 세계를 조직하는데 공헌하는 것이며, 실재의 개념에 대한 진보적 재구성을 요구하고 있다(Von Glaserfels, 1995b). 위 세 가지의 지식의 본질을 기본 전제에 따라서 개인적 구성주의에서의 지식의 형성과정의 전제는 다음과 같다.

첫째, 지식은 감각을 통하거나 의사소통에 의해 수동적으로 받아들여지지 않는다.

둘째, 지식은 인식하는 주체가 능동적으로 구성한다.

셋째, 인간의 지식은 적응적이며, 생물학적 용어로 적응 또는 존속가능성을 지향한다.

넷째, 인간의 인식은 경험세계에 대한 주체자의 조직에 따라 만들어 지는 것이며 객관적인 존재론적 실재를 발견하는 것이 아니다.

개인적 구성주의 에서는 지식의 본질을 인식주체의 적극적 구성, 경험적 실재의 구성으로 생각하며, 개인의 지식 형성과정을 동화, 조절, 평형화를 통한 반성적 사고의 과정으로 설명한다. 이때 지식형성과정으로 설명한 동화, 조절, 평형화를 통한 반영적 추상화 과정에 대한 개념은 다음과 같다.

① 동화 : 환경속의 변화하는 요소들이 유기체의 구조 속으로 통합하는 과정을 동화라고 한다. 즉 기존의 어떠한 인지구조를 유지 하면서 가능한 많은 상황을 기존의 인지구조 속으로 통합시키려고 하는 기능이다

② 조절 : 동화의 과정에서 어떤 목표가 성취되지 않았을 경우 새로운 인지구조를 만들거나 기존의 인지구조를 을 수정하여 갈등을 해소하는 과정을 조절이라 한다.

③ 평형화 : 동화와 조절의 과정에서 생길 수 있는 불균형을 해결하려는 자기-조절의 과정

④ 반영적 추상화 : 학습자가 자신의 조작적 행동을 반성하여 새로운 표상을 형성하는 과정

그러므로 환경에 적응 하는 과정에서 끊임없이 일어나는 인지적 구조의 파괴와 동화 및 조절에 의해 일어나는 평형화단계가 반복되어 나타나는 과정이 인지구조 발달의 과정이라 할 수 있겠다.

이상에서 개인적 구성주의의 지식에 대한 기본전제를 살펴보았으며 이러한 기본전제는 Piaget의 발생론적 인식론을 근간으로 하여 발전이 되어 왔으나 지식의 객관성에 관한 관점 등에 있어서 Von Glaserfeld 를 중심으로 한 급진적 구성주의와는 몇 가지 다른 점을 취하고 있다. 이것을 간단히 요약하면 다음과 같다.

첫째, Piaget의 발달단계 설에는 학습은 보편적인 현상으로서 학생이 성숙하는데 따라 어떤 예정된 방향으로 발달하는 것으로 본다. 그러나 급진적 구성주의자들은 학습은 작은 영역에 한정된 현상이며 어떤 예정된 방향으로 발달하는 것이 아니고, 연령과도 별로 관계가 없는 것으로 본다. 둘째, Piaget에 있어서 발달 단계라는 것은 일반적인 논리적 능력의 발달을 중심으로 생각 한다. 그러나 급진적 구성주의자들의 입장에서 볼 때 발달단계라는 것은 어떤 현상에 대한 개인의 개념 발달을 의미하는 것이다. 셋째, Piaget는 인식의 주체와 주위의 대상과의 상호작용에 의한 지식의 주관적인 구성을 강조한다. 그러나 급진적 구성주의자들은 개인의 지식구성에 있어서 사회적 과정을 지식의 간주관성 주목하여 설명한다. 즉, 사회적 상호 작용이란 개인의 지식의 안정성이 확증되는 과정이지, 그 자체에 의하여 인간이 지식이 구성이 되는 것은 아니라고 보았다. 넷째, Piaget의 구성주의는 합리주의적인 철학관에 보다 가까우며 지식의 객관성을 완전히 배제하고 있지는 않다. 그러나 급진적 구성주의자들은 상대주의 철학관에 입각하여 독립적 의미에서의 객관성을 배제한다(Woo, 1994).

2) 개인적 구성주의의 교육학적 의미

Piaget는 학습이란 경험에 의해 이루어지는 인지 발달의 한 부분으로 생각을 했으므로 학습은 인지구조의 발달이며 인지구조의 발달은 동화와, 조절, 평형화의 반복에 의해 이루어진다. 인지구조의 발달이라는 학습 관에 의해 개인적 구성주의에서의 인지구조 발달에 따른 학습의 원리는 다음과 같이 생각할 수 있다.

첫째, 학습가능성과 학습효과는 학습에 선행하는 학습자의 기존인지 구조가 결정된다.

둘째, 학습은 학습자의 적극적인 활동으로 이루어지며 반성적 추상에 의한 논리수학적 지식은 학습자가 내면에서 스스로 구성해야 한다.

셋째, 학습은 적정수준의 인지 갈등에 의하여 유발되고 지속될 수 있다. 따라서 학습내용은 학습자의 기존인지구조와 적정량의 상위를 유지하여 인지 갈등을 유발시키도록 학습자의 수준에 따라 선택되고 변화 있게 제시 되어야 한다.

넷째, 진정한 학습은 학습자의 자발적인 발견 관정으로 이루어져야 한다. 즉, 학습자가 발견하는 것은 물리적 지식이며, 인지 갈등의 각성을 통한 자발적인 학습이 필요하다고 본다.

다섯째, 충분한 하위단계 학습에 선행되어야 한다. 즉 일단 형성된 인지구조가 같은 수준의 다른 인지구조와 결합 될 수 있도록 다양한 장면에서 이들 구조를 적용시켜볼 기회가 주어져야 한다(송명자, 1979).

요약하면 학습이란 학습자의 마음속에 있는 기존의 인지구조에 대한 동요가 일어나고 이를 극복하려는 조절 및 평형화 과정을 통하여 이전과는 발전된 인지구조의 발달이 학습이라고 보며 학습자의 지식의 형성을 돕기 위해서는 구체적인 경험을 통하여 자신들의 생각을 실험하고 점검하는 반성적 사고가 필요하다는 것이다. 즉 교사는 최대한 학생들의 인지적 구조를 파악하고 동요를 일으키게 하면서 학생들의 지식형성에 도움이 되게 하는 안내자 역할이 필요하다고 본다.

3) 사회적 구성주의

사회적 구성주의는 개인적 구성주의가 주장한 지식의 비 객관성에 대한 대안으로 Vygotsky의 지식에 대한 사회, 문화적 접근을 가져옴으로서 시작된 이론이다.

Vygotsky는 인간의 사회적 경험이 인간의 사고방식을 형성, 개인의 인지는 사회적 상황 속에서 발생된다고 생각했는데 여기서 사회적 구성주의에서의 사회란 아동을 이해하고 가르치는데 도구적인 의미로 사용한다는 말이다. 즉, 사회적이란 말은 학습자의 지식구성에 있어서 관련된 사회적 맥락을 말한다, 특히 성인과 보다 유능한 학습자를 조련하는 일련의 사회 규칙과 기준을 의미하기도 한다 (Jaramillo, 1996).

사회적 구성주의 에서도 객관적 실체는 학습자의 인지과정에서 이루어지지만 지식의 형성은 집단의 상호작용에 의해서 지식의 형성이 가능하다고 본다. 이는 교육학적으로 개인적 구성주의에서의 객관적 지식을 부정에 의해 생긴 학교와

교사들의 역할문제 즉, 무엇을 어떻게 가르쳐야 할 것인지에 대한 상황을 해결하려는 보완적 이론으로 사회적 구성주의가 생긴 것으로 생각 할 수 있다.

사회적 구성주의는 비 객관적인 지식의 존재를 부정하는 개인적 구성주의에 대한 보완적 이론이라고 생각할 수 있으므로 기본적인 학습자들이 지식을 능동적으로 구성한다는 면에서 일치하며, 이러한 지식은 상대적이라는 점에서도 일치한다. 즉, 사회적 구성주의에서도 외부에 존재하는 의미의 객관적 의미의 지식을 인정하지 않는다. 그럼에도 불구하고 지식에 대한 사회적 구성주의의 입장은 개인적 구성주의와 몇 가지 차이점이 존재 한다. 이는 기존의 개인적 구성주에서의 객관성에 대한 새로운 수정이며 그 개념은 다음과 같다.

첫째, 객관성이란 한 개인을 넘어선 사회 공동체가 옳다고 인정하는 또는 역사의 문화를 통하여 인정 된다는 말과 같은 의미 이다.

둘째, 객관성이 확보되는 과정은 개인의 주관적 지식이 사회 속에서 협의의 과정이라는 상호작용을 통해 이루어진다.

이러한 사회주의 구성주의에서의 객관성의 수정은 교육의 구체적 모델을 제시하게 되는 계기가 되며 이에 따라 개인적 구성주의와는 다른 지식의 의미와 형성과정을 제시한다.

4) 사회적 구성주의의 지식의 의미와 형성과정

사회적 구성주의 에서는 인식주체가 생성한 주관적 지식을 사회화의 상호작용을 통하여 객관적 지식으로 수정해 나간다고 본다. 이는 개인적 구성주의에서처럼 인간의 인식과 경험으로부터의 구성된 지식을 인정하고 강조 하면서 개인적 구성주의에서의 지식에 대한 비 객관성을 사회와의 상호작용을 통한 상호주관적 의미의 지식의 객관성으로 바꾸어 설명한다. 즉, 지식이란 서로 다른 주관적 의미를 가진 여러 사람의 합의에 의해 객관성을 인정받음으로서 지식이 형성 된다는 것이다, 이러한 과정에서 지식이 형성됨을 강조하면서 사회적 구성주의는 대체로 주관적지식의 심리적 발생에 대해 중점을 두었던 개인적 구성주의와는 달리 주관적 지식에서의 객관적 지식으로의 이행과정에 중점을 둔다. 따라서 이러한 과정에서의 협의(negotiation)의 개념을 강조하며 개인적 구성주의에서의 학습에 대한 문제점을 보완한다.

5) 사회적 구성주의의 교육학적 의미

사회적 구성주의에서는 인간의 활동은 선천적으로 사회적 본질을 가지고 있다고 본다. 따라서 인간은 주체적으로 지식을 구성하지만 학습은 그것이 발생하는 사회적 환경에 의해 문화적으로 형성된다고 본다. 즉, 사회적 구성주의에서는 학습이란 인간이 사회적 행동들을 확인하고 교실 활동들을 설계하는 활동의 공동체로서 통합되는 과정으로 보았다. 교실에서의 의사소통을 통한 사회적 상호작용은 보다 고차원적인 사고를 불러일으키기 위한 중요한 기제가 되며, 따라서 학습 과정에서의 담론의 형성을 인지 발달을 촉진시킬 수 있는 중재 도구로 보았다(Palinscar,1998). 이에 따른 사회적 구성주의에서의 학습에 대한 기본 가정은 다음과 같이 설명할 수 있다.

첫째, 안다는 것은 학습자가 직접 참여하는 활동을 통하여 이루어진다. 즉, 안다는 것은 외적자극에 의하여 수용되는 것이 아니라 학습자 자신이 내용을 이해하고 그것을 스스로 구성하는 과정을 통하여 이루어진다.

둘째 학습이란 이전의 경험에서 구성된 지식들과 새로운 경험이 비교되는 한 과정이다.

셋째, 학습 환경에서 사회적 상호 작용은 그 지식이 적응되거나 강화되는 과정의 필수적인 요소이며, 개인의 지식구성에 있어서 토대를 형성한다.

넷째, 학습 환경에서 협의를 통해 이루어진 공유된 의미들은 공통의 지식 또는 공유된 지식으로 발달되어 간다.

다섯째, 학습은 사회적 활동들과 상호 작용들이 이루어지는 사회 문화적 인 공동체의 활동을 통하여 이루어진다.

이러한 학습의 과정이 이루어지기 위한 조건으로서 첫째, 학습자는 지식을 구성하는데 있어서 지역사회와 학습자 주위의 인적자원들이 주요한 역할을 한다. 둘째, 학습자의 적절한 인지 발달을 위해서는 인지 발달을 중재하는 수단들이 필요하며, 거기에는 학습자에게 의미 있는 성인, 문화 및 언어 등이 포함되며 이런 요인들이 발달이 형태와 속도를 결정한다. 셋째, 유능한 중재자의 역할이 필요하다. Vygotsky에 따르면 학습자의 문제 해결기술은 독립적으로 해결하는 경우, 조력을 제공해도 성취 못하는 경우 및 위 두 극단 사이에서 타인의 조력 받으면 과제가 성취될 수 있는 경우 등으로 나눌 수 있다고 본다. 따라서 학습자의 현재

발달 영역과 잠재적 발달영역 간의 이러한 거리를 학습자의 최근접 발달 영역 (zone of proximal development) 이라고 규정하여 학습에서 부모나 교사 등의 성인들의 적절한 중재에 의한 인지구조 변화의 가능성을 제시해 주고 있다(전윤식외 1992).

따라서 이러한 기본가정들을 통한 학습의 과정들이 효과적으로 진행되기 위해 교사의 역할은 다음과 같이 제시 된다.

첫째, 학습의 성패는 학습자 자신이 내용을 이해하고 그것을 스스로 구성해야 하며, 이때 교사는 촉진자의 역할을 한다.

둘째, 학습자의 최적의 학습과 그에 대한 적절한 조력을 위해서는 학습자의 최근접 발달 영역의 가능성을 활용해야한다.

셋째, 학습 환경의 구성에서 가장 중요한 것은 학습자에게 의미 있는 맥락을 제공하는 것이며, 이러한 맥락을 통해 지식은 적용 가능 하다,

넷째, 학교에서의 학습경험은 학교 밖의 경험과 관련이 되어야 한다. 교실에서 뉴스, 개인적 이야기들 및 학습과 관련된 사회적 경험들이 통합되어 하나의 활동으로 이루어질 때, 학습자들은 자신의 상황과 학습과의 일체감을 느낄 수 있다 (김관수외 p.38, p.39).

Ⅲ. 조작적 구성주의

구성주의 이론은 인식주체가 지식을 능동적으로 구성한다는 것에 초점을 둔 인식론 이므로 구성주의 교육이란 학습자의 지식을 능동적으로 구성 한다는 사실에서 시작하는 교육이라고 할 수 있다. 그러므로 수학교육에 대한 구성주의 수학교육이라고 함은 학습자에게 수학적 지식을 능동적으로 구성 할 수 있게 하는 것이 목적인다고 할 수 있다.

우정호(1994)는 수학교육에서 가장 근본적인 원칙중 하나는 능동적인 학습을 유발시키는 것으로 보고, 르네상스 정신과 더불어 일기 시작한 이러한 생각은 20세기의 Dewey와 연결이 되어 있으며, 오늘날 까지 초등학교 수학에 커다란 영향을 미치고 있는 Dewey와 Mclellan 에 의해 쓰인 '수의 심리학과 산술교육에 있어서 그 적용(The psychology of number and its application to method of teaching arithmetic)'을 현대 구성주의의 기원으로 생각하고 있다.

그는 수학교육에 있어서 Platon식 객관주의 교육을 거부한 Dewey의 실용주의에 이어 수학적 개념을 형성하는 과정에 인식론적이고, 심리적인 이론을 과학적으로 체계화한 Piaget의 조작적 구성주의 에 의해 확고한 이론적 토대가 구성되었다고 보고 있다.

Piaget는 수학인식론에서 수학적 개념이 발생하는 과정을 반영적 추상화를 통하여 설명을 하는데 Piaget에 의하면 반영적 추상화는 동화-조절 과 함께, 감각운동적 행동의 단계로부터 구체적조작의 단계, 가설 연역적 조작의 단계로의 이행이 수반되는 인지구조를 구성하는 원동력이다(Beth&Piaget, 1966,p245). 즉, Piaget는 반영적 추상화과정을 통하여 모든 수학-논리적 구조가 구성되었음을 주장한다.

따라서 이장에서는 조작적 구성주의라고 불리는 Piaget의 구성주의를 반영적 추상화를 중심으로 살펴보도록 한다, 1절에서는 Piaget가 구분한 세 가지 추상화에 대해 살펴보고 2절에서는 논리-수학적 개념의 핵심인 반영적 추상화의 원

리를 생각하며 3절에서는 반영적 추상화에 따른 수학학습-지도 원리에 대해 생각 한다.

1. 반영적 추상화

추상화의 과정에 대한 인식론적인 관점에서 플라톤 이래로 여러 가지 해석이 있었으나, Kant 에 이르러서 인식주체가 구성이라는 활동에 주목하게 되면서 많은 발전이 있었다.

Kant에 의하면 형식의 추상화는 형식이 구성이 터하고 있는 주체의 활동에 대한 정신의 반영화의 결과라고 보는데 이러한 Kant의 인식론을 근거로 하여 Piaget의 수학적 개념의 추상화의 원리인 반영적 추상화가 탄생하게 된다.

Piaget가 주장한 반영적 추상화라는 수학적 개념의 추상화는 물리적 개념의 추상화와는 구별이 되며 이러한 반영적 추상화는 모든 수학적 사고 발생 원리임을 주장한다. Piaget는 추상화의 개념을 세 가지로 분류하였으며 이를 경험적 추상화(abstraction empirique), 반영적 추상화(abstraction reflechissante), 의사 경험적 추상화(abstraction pseudo-empirique)이라 부른다.

경험적 추상화는 인식주체가 외부대상이 갖는 성질을 추상화 하는 과정을 경험적 추상화라고 하는데 예를 들어 학생들에게 과일을 보여주며 특징들은 무엇인가라고 물어볼 때 과일의 색, 모양, 단단한 정도 등을 말한다면 이는 과일의 물리적 특성을 말한 것이므로 이는 경험적 추상화 의 한 예라고 볼 수 있다.

반영적 추상화는 인식주체의 활동에 대한 일반적인 조정으로부터 이루어지는 추상화이다. 예를 들어 물건을 일렬로 늘어놓고 오른쪽에서 왼쪽으로 세든 왼쪽에서 오른쪽으로 세든 숫자가 같다는 사실을 안다는 것은 물건의 종류가 무엇이든, 세어보는 사람이 누구든 간에 상관없이 세어보는 행동에만 관련 있는 활동은 물건의 개수에 대한 개념을 추상화 한 것이다. 이를 '반영적 추상화' 라 한다.

의사 경험적 추상화는 인식주체의 활동으로부터 구성이 이루어지지만 구성결과의 확인은 외부대상에 이루어지는 추상화이다. 예를 들어 전 조작적 수준의 아동이나 구체적 조작 수준의 아동은 자신이 확인 할 수 있는 구성 결과의 확인이 구체적인 대상에 대해서 행하여 간다는 점에서 보면 경험적 추상화와 관련된 것

처럼 보이지만, 확인되는 성질이 주체의 활동에 의한 내적 구성의 결과로 도입된 것이므로 이를 의사 경험적 추상화라 한다(홍진곤 1999). 특히 의사 경험적 추상화는 Piaget의 이론을 수학 교육적으로 적용할 때 가장 좋은 원리로 활동성을 설명하는데 근거가 된다고 우정호(1998)는 설명한다.

<표2> Piaget 가 분류한 세 가지의 추상화 종류 및 의미

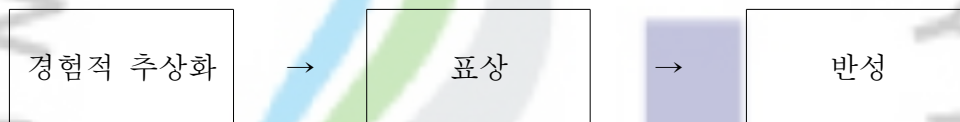
추상화 종류	의미
경험적 추상화	감각 운동적 자료에 입각한 추상화
반영적 추상화	인식주체의 활동에 대한 일반적인 조정으로부터 이루어지는 추상화
의사 경험적 추상화	인식주체의 활동으로부터 구성이 이루어지지만 구성결과의 확인은 외부대상에 이루어지는 추상화.

여기에서 주목해야 할 사실은 경험적 추상화는 반영적 추상화에 포함되어 있다는 사실이다. 예를 들어 사과 맛의 비교를 위하여 반영적 추상화의 과정을 설명을 한다면, 누군가가 지금 막 사과 한 개를 먹고 나서, 둘째 사과를 한입 먹고 난 다음, 두 사과 중 어느 것이 더 단가 하는 질문을 받았을 때, 그 사람이 어떤 대답을 할 수 있는 것은 전혀 놀라운 일이 아니라고 할 수 있다. 사실상, 우리는 정상인이라면 누구나 이러한 상황에서 적절한 판단을 할 수 있을 것이라는 것을 의심 없이 받아들일 수 있을 것이다. 물론 우리가 어떻게 그러한 판단이 이루어졌는지 관찰할 수는 없다. 그러나 우리는 그러한 결정을 하기 위해 필요해 보이는 몇 단계를 가정하여 다음과 같이 가설을 세워 볼 수 있다.

첫째 사과를 먹었을 때 수반되었던 감각은 적어도 그 질문을 들었을 때까지는 기억 되었을 것이다. 그리고 나서, 그러한 감각이 표상되고 그리고 둘째 사과를 마지막으로 먹었을 때에 동반되는 감각이 비교 되었을 것이다. 이러한 표상하기와 비교하기는, 비교하기 위한 자료를 제공해주는 감각의 과정과는 다른 방법이라 할 수 있다. 결국 이와 같이 생각해보면, ‘경험을 반성해보는 것’은 ‘경험하는 것’

과는 명백히 다르다는 것을 알 수 있다(Von Glaserfeld, 1991b, p46).

위와 같은 예를 통하여 박영배(1996)는 다음과 같이 반영적 추상화의 과정을 설명한다. 반영적 추상화에 이르는 과정을 세단계로 요약하여 제시하면 첫째단계는 경험적 추상화의 단계이다. 사과를 맛보고 느낀다는 것은 사과 맛을 감각적 경험으로 추상화 했다는 뜻이며 둘째 단계는 표상의 단계 이다. 사과 맛의 비교를 위해서는 앞에서 얻은 결과를 , 다시 말하여 경험적 추상화를 떠올려, 그것을 정신 활동 대상으로 삼는 것이 필요한데, 이것이 표상이다. 마지막 단계가 반영의 단계이다. 여기에서는 표상된 맛의 강도를 비교하는 활동이 따르게 된다. Piaget는 바로 이러한 일련의 과정을 거쳐 일어나는 최종적인 추상화를 반영적 추상화로 파악하고 있다.



[그림1] 반영적 추상화의 과정(I)

따라서 반영적 추상화의 가장 처음 단계는 경험적 추상화로부터 발생된다고 볼 수 있으며 '경험적 추상화'는 반영적 추상화의 단계에 속하게 된다. 이러한 반영적 추상화 단계에 대하여 홍진곤(1999)은 경험적 추상화 이후의 반영적 추상화의 단계를 반사와 반성이라는 과정을 통하여 설명을 한다.

2. 반영적 추상화의 과정

1) 내용과 형식

여기서는 반영적 추상화의 과정을 홍진곤(1999) 이 설명한 반사, 반성의 과정을 이용하여 설명하고자 한다. Piaget는 반영적 추상화에 대하여 다음과 같이 설명한다.

반영적 추상화는 항상 분리 될 수 없는 두 가지 특성을 포함한다. 선행하는 수준으로 부터 빌려온 무엇인가를 더 높은 수준으로 투사(projection) 한다는 의미에서의 ‘반사’(reflechissement)와 전이되어진 것에 대한 (다소 의식적인) 인식적 재구성 또는 재조직 이라는 의미에서의 ‘반성’(reflexion)이 그것이다(Piaget, 1975,p41).

내용 (관찰 가능 한 것) 의 모든 반사는 형식의 개입을 전제로 하고, 그렇게 전이된 내용은, 반성에 의한 새로운 형식의 구성을 요구한다. 따라서 반사→반성→반사, 또는 내용→형식→보다 정교해진 내용→새로운 형식→... 와 같은, 절대적인 시작이나 끝이 없이 보다 넓은 영역을 향한 끊임없는 교대가 있게 된다(Piaget et al. 1977. p.306).

이때 Piaget는 반사와 반성을 반영적 추상화의 과정에 포함시켜서 설명하면서 내용과 형식이라는 용어를 사용하였는데 여기서 내용이란 인식의 재료가 되는 것이라고 할 수 있고 형식은 그 내용에 질서를 부여하는 능동적인 기능이라고 할 수 있다.

장상호(1991, p28) 에 따르면 Piaget 이론에서 지능의 구성 요소는 내용, 구조, 기능으로 나눌 수 있는데, 여기서 내용은 환경에서 얻어지는 경험을 의미하고 기능은 적응과 조직화를 의미한다. 이렇게 본다면, 피아제가 말하는 형식이란 구조적 요소와 기능적 요소 모두를 포괄하는 scheme으로 볼 수 있는 것이다. 경험적 추상화의 경우에 내용은 관찰 가능한 것으로 이루어지지만 반영적 추상화의 경우에는 주체의 행동이나 조작의 내용의 역할을 하게 된다(홍진곤 1999, p60).

2) 반사와 반성

반영적 추상화는 ‘반사’와 ‘반성’이라는 과정으로 이루어진다. ‘반사’단계에서 하는 일은 행동의 내면화 와 ‘주제화’(thematization) 이다. ‘반사’란 인식주체가 수행한 행동, 조작을 거울로 빛을 반사해 보내듯, 머릿속으로 입력하여 그것을 사고의 대상으로 삼는 것이다.

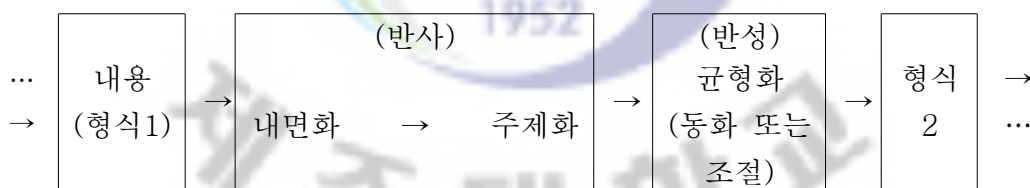
‘반사’가 이루어진 단계에서 ‘반성’이 일어나기 위해서는 하위단계에서 사고의 도구였던 것이 사고의 대상이 되어야 하는데 Piaget는 이를 ‘주제화’ 라고 설명한다. ‘반사’는 이전단계에서의 행동이나 조작을 사고의 대상으로 이끌어내는 주제화로 이어

저서 반성을 이끌어내며 이러한 과정에 의해 이전과는 다른 형식을 이끌어내는데 이렇게 만들어진 형식 또한 반사를 통하여 사고의 대상으로 만들 수 있으므로 내면화와 주제화의 과정은 순환하며 반복할 수 있다. 이러한 반사의 과정에 의해 수학학습이 종종 이루어지게 되며 수학 교육학적으로도 의미를 가질 수 있다.

결국 반사의 과정은 ‘내용’을 내면화 하여 주제화까지의 단계를 말하며 주제화까지 이르게 되면 주제화된 내용을 새로운 형식으로 만들게 하는 반성의 단계에 이르게 된다. 이때 새로운 형식을 만들게 하는 반성의 과정은 동화와 조절사이의 균형화라는 과정으로 설명이 가능하다.

반성이 이루어지기 위해서는 반사가 이루어지고 난 다음에 기존의 인지구조와 반사되어 들어온 새로운 지구조사이에 인지적 불균형이 야기 되면 이러한 불균형상태에서 벗어나서 인지적 균형 상태로 가기 위해서는 반사되어 들어온 내용을 기존의 인지구조에 동화 하거나 기존의 인지구조와 반사되어 들어온 새로운 내용에 맞추어 조절하게 된다.

이러한 동화, 조절이라는 균형화 과정이 반성과정이며 반성에 의해 구성적으로 창조된 새로운 형식은 다음단계에의 반사 과정에서는 보다 세련된 내용으로서 내면화 가능하며 결과적으로는 끊임없는 반사와 반성의 순환으로 인해 내용→형식→보다 정교해진 내용→새로운 형식→... 과 같은 절대적인 시작이나 끝이 없이 보다 넓은 영역을 향한 끊임없는 교대가 있게 된다.



[그림2] 반영적 추상화의 과정(II)

3. 반영적 추상화에 따른 수학-학습 지도 원리

반영적 추상화는 논리-수학적 개념의 형성에 있어서 핵심적인 추상화 이 추상따라서 반영적 추상화 이론에 의한 수학수업을 진행 할 때에는 반영적 추상화이론의 내용을 정확히 이해하고 있어야 하며 인식주체인 학습자에게 반영적 추상화 과정을 도울 수 있도록 환경을 구성해 주어야 한다.

지식을 인식주체인 학생들이 능동적으로 구성한다는 사실을 염두에 둔다면 교사는 단순히 지식을 전달해주는 정보 전달자 역할이 아니라 학생들의 지식구성을 안내한다는 안내자 역할이 필요로 한다는 사실을 생각할 수 있으며 학생들의 수학적 개념의 형성을 도울 수 있도록 반영적 추상화 과정에 입각한 수업을 진행하여야 할 것이다.

앞서서 설명한 반영적 추상화의 과정은 인식주체가 활동 또는 조작을 내용으로 하여 내면화 할 때 주제화로 이끌어가는 반사 단계를 지나 새로운 형식으로 나아가는 반성단계의 균형화 단계를 거치면서 설명하고 있다.

반영적 추상화의 과정은 경험적 추상화와는 다른 점을 몇 가지를 갖고 있는데 반영적 추상화는 주체의 행동을 내용으로 내면화 한다는 점에서 경험적 추상화와는 차이점이 시작되며 또한 동화와 조절이라는 과정 즉, 반성의 과정을 통하여 둘 다(경험적, 반영적 추상화) 새로운 형식을 만들어낸다는 점에서는 공통적이거나 경험적 추상화에서의 형식은 이전과는 다른 형식이 나올 수 있으나 이에 반해 반영적 추상화에서는 새로운 형식을 이전의 형식과 더 발전된 형식으로 변화해 나간다는 것에 차이점을 둘 수 있다. 이러한 경험적 추상화와 반영적 추상화 사이의 차이점에 대해 홍진곤(1999)은 다음과 같이 제시한다.

첫째, 주체의 ‘행동’ 또는 ‘조작’이 수학적 사고의 원천이다.

둘째, 새로운 구성이 이전의 구조를 ‘포괄’하면서 ‘질적’인 수준이 이루어진다.

따라서 수학적 개념의 지도가 ‘경험적 추상화’를 요구하지 않기 위해서는 이 두 가지가 반드시 고려되어야 하며 조작적 구성주의라는 Piaget의 인식론을 구현하는 수학적 개념의 학습-지도 원리는 이 두 핵심원리를 포함하고 있어야 된다고 본다.

위 원리에 의하면 주체의 행동, 조작을 기본으로 하되 이러한 기본을 바탕으로 반영적 추상화를 이끌어 내야 한다고 볼 수 있다. 즉, 단순히 행동 및 조작'으로만 수업이 그치는 것이 아니라 행동, 조작을 학습자에게 내면화 하여 반성에 이르도록 하는 수업방식이 필요로 할 것이다. 또한 반성된 새로운 개념은 이전의 개념 즉, 이전의 형식을 포함하면서 더 발전된 형식으로 구성이 되도록 유도해야 한다.

새로운 형식 의 구조적 통합(기존의 인지구조와의 통합)을 위해서는 균형화의 과정은 필수적인데 이를 Piaget에서 생물학적 유기체 구조의 변형에서부터 형식적 조작의 Scheme 이 변화하는 기제까지 설명하는 '동화-조절'의 기능에 의한 설명과 함께 반영적 추상화의 '균형화'를 설명하면 다음과 같다.

'균형화'는 인지구조가 새롭게 맞이하는 환경의 교란에 의한 불균형 상태를 '동화-조절'과 '조작'을 통해서 안정된 균형 상태로 나가는 과정을 의미한다. 그런데, 관찰 가능한 구체적 대상의 속성을 분리해내는 경험적 추상화와, 행동이나 조작 체계로부터 상위의 조작 체계를 구성해 나가는 반영적 추상화의 경우에는 그 동화-조절의 양상에서도 구별되어야 하는 차이점이 존재한다(박영배,1996,pp53~56).

따라서 관찰한 물체의 물리적 속성을 추상화 하는 경험적 추상화는 이전의 구조와는 전혀 별개인 새로운 구조를 생성해 낼 수 있지만 반영적 추상화의 경우에 하위 조작체계가 분화, 조정되어 상위수준의 조작으로 재구성되어 통합하는 과정으로 생각하면 그것은 인지 체계의 균형화라고 생각할 수 있다(홍진곤 1999,p80). 그러므로 반영적 추상화에 의해 생성된 인지 구조는 이전의 구조를 포함하며 내용이 보다 풍부해진다. 또한 반영적 추상화의 경우에 이전의 인지구조를 반영적 추상화의 과정을 통해 새로운 인지구조를 형성하여 이전의 구조와 통합하였더라도 새로운 인지구조는 이후에 반영적 추상화의 내용이 될 수 있으므로 또 다른 인지구조와 통합을 이르게 된다.

이러한 상태를 '수준의 비약' 과 관련이 되며 반영적 추상화에 입각한 수업을 진행하기 위해서는 이러한 사항을 염두에 두어 두어야 할 것이다.

한편, H.Abeil(1951)은 Piaget의 조작적 구성주의를 바탕으로 하여 ‘조작적 교 수학’의 원리를 이끌어낸 바 있는데, 이 원리의 핵심적 아이디어는 ‘행동의 내면 화’와 ‘조작의 구조와, 가동화’라고 할 수 있다(우정호, 1985, pp170~171). 또한 Abeli의 연구를 더욱 구체화 한 A.Fricke(1970)는 ‘목표로 하고 있는 조작과 동형인 활동을 통하여 그 조작을 구성시킨다는’ 조작적 학습 원리’를 제시하고 있다. 그런데 이와 같은 지도 원리는 Dewey 등의 활동주의 교수학에 비하면 한 층 발전된 것이라 할 수 있으나 Piaget의 ‘반영적 추상화’ 이론에서 말하는 수학적 개념 구성의 핵심적인 메커니즘을 충실히 구체화 시켰다고 보기 어려운 점이 있다.

‘조작적 학습원리’는 행동의 내면화와 가역성을 통하여 조작을 구성하는 것은 강조 하고 있으나, 그 활동 또는 조작의 ‘주제화’와 ‘조정’을 통한 구조의 ‘통합’과 그에 따르는 학습‘수준’의 불연속적 비약은 충분히 강조하지 못하고 있다. 그러므로 ‘행동의 내면화’를 강조하는 조작적 학습원리가 반영적 추상화 이론을 통하여 심화, 확장되기 위해서는 ‘주제화’와 ‘조정’, 그리고 ‘구조적 통합’을 통합 거듭된 ‘학습 수준의 비약’을 위한 원리로 발전될 필요가 있는 것이다(홍진곤,1999).

그러므로 ‘조작적 학습원리’의 한계성을 인지하고 홍진곤(1999)은 반영적 추상화이론에 입각한 수학 학습-지도 원리를 다음과 같이 제시하였다.

① 수학적 지식의 조작적 해석 원리

수학적 개념을 조작으로 해석하여 학습자가 그러한 조작을 구성할 수 있는 상황을 제공하여야 한다.

‘수학적 개념의 본질이 조작’임을 강조하는 것은 형식화된 개념이나 그 언어적 표현, 표상이 수학적 사고에서 중요하지 않다는 이야기가 아니라 학습자의 입장에서 볼 때 개념의 형식화 이전에 그 개념의 본질인 조작이 학습자 자신에게 구성되는 과정이 필수적으로 선행되어야 한다는 것을 의미한다.

② 조작의 구조적 해석 원리 : 조작은 가역성과 결합성을 갖는 전체적인 체계로서의 구조를 이루는 바, 이를 고려해야 하며 조작의 가동성 또한 이로부터 기인한다.

조작은 구조를 이루며 이는 전체적이고 자율조정적인 변형의 체계이다. 그러므로 수학적 개념을 조작으로 해석할 때에도 그 체계는 전체성을 가지며 정합적으로 가동

적이어야 한다. 피아제는 조작의 갖는 가역성과 결합성이라는 특징으로 인해 그것이 가동적으로 된다고 설명한다.

③ 내면화의 원리 : 구성하고자 하는 조작과 동형인 활동을 학습자에게 제공하여 그 활동이 과정으로서 기능하게 하여야 한다.

내면화라는 것은 반영적 추상화 과정이 이루어지기 위한 선결 조건이 된다. 반영적 추상화의 과정보다 일반적으로는 인식 과정의 처음에 나타나는 내면화는 인식의 대상을 머릿속에 넣는 것이다. 행동의 조작으로 되었다는 것은 이 내면화가 이루어졌음을 우선 함의하고 있다.

④ 주제화의 원리 : 내면화된 과정은 사고의 대상으로 의식화되어서 다음 단계에서의 조정이 이루어질 수 있도록 하여야 한다.

반영적 추상화의 과정은 반사와 반성이라는 두 과정이 끊임없이 교대되는 가운데 이루어지며 반사의 가정은 내면화로부터 출발하여 주제화로 귀착된다.

⑤ 조정, 반성 및 통합의 원리 : 새롭게 의식화된 대상은 이전의 구조와 함께 조정되면서 정합적으로 통합되어야 한다.

수학적 개념의 발달에서 반성의 역할이 중요한 의미를 갖는 것은 이 과정을 통하여 이전의 구조를 포괄하는 재구성을 이룰 수 있고 논리적 정합성을 유지하는 개념의 확장이 가능하기 때문이다. Wilhelm von Humboldt는 사고의 본질을 ‘반성, 즉 사고하는 것을 사고되는 것으로부터 구별하는 것’이라고 하였다. 반성적 사고는 ‘문제 상황에 대한 막연한 착상 -> 문제의 지적인 정리 -> 가설 -> 추론 -> 가설의 검증’이라는 과정을 거쳐서 이루어지는 사고를 말한다. 한편, 반영적 추상화의 반사과정은 하위 수준에서 은연중에 사용되거나 함축되어 있는 관련성을 끌어내어 상위 수준에서 사고의 대상으로 바꾸는 분화의 과정이며 이와 비교할 때 반성과정은 구조가 더 포괄적이고 풍부해지는 구조의 통합 과정이라고 할 수 있다.

⑥ 학습 수준의 비약의 원리 : 내면화 -> 주제화 -> 조정 의 과정에 의한 수학 학습 수준의 질적인 비약은 끊임없이 반복되면서 진전하여 나가야 한다.

수학적 사고 교육은 n-1수준의 조작적 scheme으로부터 n수준의 조작적 scheme으로 재구성되면서 n-1수준의 조작이 n수준의 대상이 되는 수단의 대상화 또는 내면화 -> 주제화의 반복 과정이 되풀이되어 가도록 해야 한다는 점을 간과해서는 안 된다.

IV. 조작적 구성주의의 수학과 수업적용

1. 조작적 구성주의에 따른 수학과 수업조직 원리

Piaget의 발생론적 인식론은 여러 가지 이론으로 불리고 있다. Kamil이 제시한 Piaget의 구성주의, 박덕규의 인식론적 구조주의, Bettencourt의 급진적 구성주의, 가설적구성주의 등 여러 가지가 있는데 그중에서도 우정호의 Piaget의 여러 이론을 종합적으로 검토하여 Piaget의 발생론적 인식론을 ‘조작적 구성주의’라고 부르고 있다. 이것은 Piaget의 이론의 중심인 ‘조작(operation)’을 특히 강조하기 위한 것으로 생각 된다(김응태외, 1989, p120).

따라서 조작적 구성주의는 Piaget의 발생론적 인식론이라 할 수 있으며 Piaget의 조작적 구성주의에 따른 수학 수업이란 Piaget가 논리-수학적 개념의 형성은 반영적 추상화에 있다고 하였으므로 반영적 추상화에 따른 수업이어야 할 것이다.

반영적 추상화에서 학습자는 능동적으로 지식을 구성하므로 반영적 추상화에 따른 수업이란 기존의 교사중심에서의 수업이 아닌 학습자 중심의 수업이 되어야 한다는 것은 자명해 보인다. 위와 같은 반영적 추상화를 적용한 수업원리는 여러 구성주의 수업에서 기초가 되어 있는데 예를 들어 박영배(1996)가 제시한 ‘학생중심의 개별화 원리’, ‘발문 중심적 상호작용원리’, ‘의미 지향적 활동의 원리’, ‘반영적 추상화의 원리’ 등이 있으며 김관수·박성택(1999)은 ‘능동적인 학습’, ‘체험학습’, ‘개별화 학습’을 들고 있다. 특히 홍진곤(1999)은 반영적 추상화에 기초한 수업원리를 ‘수학적 지식의 조작적 해석 원리’, ‘조작의 구조적 해석 원리’, ‘내면화의 원리’, ‘주제화의 원리’, ‘조정, 반성 및 통합의 원리’, ‘학습 수준의 비약의 원리’ 등을 들어 설명하고 있다.

본 연구에서는 위와 같은 원리에 입각하여 Von Glaserfeld(1995b, 10장)에서 제시한 교사의 역할 면에서 구성주의의 시사점 등을 기본으로 하여 다음과 같이 교사의 역할을 설정하고자 한다.

첫째, 교사는 학생들이 사고 증력이 있다는 확신을 갖고 그들이 구성하고 생각하도록 해야 한다.

둘째, 교사는 학생들이 어떻게 사고하는지 그 모델을 추론한다. 학생의 개념구조는 단순히 추측에 이루어지는 것이 아니라, 교사가 학습자와의 여러 경험을 통하여 좀 더 정확한 모델을 예측해야 한다는 것이다. 즉, Vygotsky가 말한 최근접발달영역(ZPD)에 의존할 기회를 갖게 된다.

셋째, 교사는 반성적 담화가 이루어지는 교실환경을 조성한다.

넷째, 교사는 언어적 의사소통을 촉진한다.

다섯째, 교사는 직접 가르치기 보다는 도움을 주는 안내자 역할을 한다.

따라서 위와 같은 다섯 가지의 교사의 역할을 바탕으로 하여 다음과 사실을 염두에 두고 구성주의 수업을 적용하기로 한다.

첫째, 학습내용에 대한 학생들의 인지수준을 먼저 파악한다.

둘째, 학생들에게 갈등을 조성할 수 있도록 과제나 문제를 학생들의 수준에 크게 벗어나지 않게 제시한다.

셋째, 교사의 기대와 다른 반응과 오 개념도 학생의 입장에서 생각하며 학생들이 스스로 문제점을 깨우칠 수 있도록 분위기를 조성한다.

넷째, 학생들의 활동 강조되며, 활동을 의식할 수 있도록 한다.

다섯째, 교사의 설명보다 학생들의 의견이 많도록 하며 설명, 갈등, 반성의 기회를 갖게 한다.

여섯째, 수업의 활동내용을 학생들에게 설명하도록 하여 반성의 단계에 이르도록 한다.

2. 조작적 구성주의에 따른 수학과 수업 적용 실제

여기에서는 앞서 논의 한 ‘조작적 구성주의의 원리’ 즉 Piaget에서의 발생론적 인식론에 기초한 수업원리를 바탕으로 하여 조작적 구성주의적 수업을 적용하기로 한다. 여기서 조작적 구성주의적 수업이란 반영적 추상화의 원리를 바탕으로 하는 것이므로 반영적 추상화에 기초한 수업적용이라고 할 수도 있다.

조작적 구성주의에서는 학습주체가 직접스스로 실험(조작)을 해보고 이러한 조작

을 반사의 과정을 통하여 내용 즉, 조작 및 활동을 내면화 하며 그런 조작 및 행동의 결과가 자신이 생각한 것과 다른 것이 무엇인지 확인하며 반성을 유도하는 학습자의 감각을 넓히는 여건을 마련하는 교수법을 강조한다. 즉, 사물을 직접 다루볼 것, 학습 주제에 대해 생각을 하고 문제를 제기할 것, 자신의 생각과 타인의 생각을 비교하여 반성을 해볼 것 등을 강조한다. 따라서 이러한 원리를 바탕으로 다음과 같은 조작적 구성주의 수업을 실제 적용하며 수업을 진행해보며 각 단계에 적용한 교수방법에 대해 학생들의 반응을 분석하여 구성주의 수업을 적용할 때의 유의점에 대해서 생각해본다.

1) 조작적 구성주의의 수학과 수업적용

여기에서는 조작적 구성주의수업을 실제 수업에 적용하는 것에 대해 초점을 둔다. 수업의 선정은 제 7차 과정에서의 조작적 활동을 중심으로 수업을 할 것을 권고한 원리발견학습을 선택하여 수업을 적용하는데 중점을 두었으며 그중에서 4학년 나 단계에서의 ‘나눗셈’을 소재로 교과서에 제시한 학습목표에 도달하기 위해 수업과정을 조작적 구성주의 원리에 바탕을 두어 진행을 하였다.

이 단계에서 적용한 수업은 학생들이 기존에 배웠던 나눗셈과 분수의 개념을 토대로 조작활동을 통해 스스로 자신의 활동에 대해 문제점을 발견하고 해결 및 상호작용을 이끌어가는 과정과 조작적 구성주의를 적용한 교수방법이 구성주의 수업을 적용할 때에 부족한 점은 무엇인지 분석을 하는데 에 초점을 두며 교수방법은 본 연구자의 조작적 구성주의적 교수-학습 방법에 대한 이해를 바탕으로 학습지도안을 작성 적용하고 각 교수법에 대한 학생들의 반응 및 효과를 분석하기 위하여 학습지를 학생들에게 작성하게 한 후 수업 후에 결과를 분석하였다.

본 사례에 대한 교수-학습 과정 안은 <부록 1>에 수업 중에 사용된 학습지는 <부록2>에 수록되어있다.

2) 수업사례

대상 : 4학년 나 단계 : 나눗셈

학습목표 : (자연수) \div (자연수)를 분수로 나타낼 수 있다.

(1) <도입단계>

①나눗셈의 개념을 확인한다.

- 그림 또는 바둑알을 이용하여 교사가 제시한 나눗셈을 표현할 수 있는지 결과를 파악한다.
- 학생 개인이 알고 있는 나눗셈의 의미에 따라 교사가 제시한 나눗셈을 그림 또는 설명, 활동으로서 확인 하고 학습지에 표시를 하였다.
- 학습지에 표기한 방법을 발표하게 하였다.

※적용되는 원리 : 수학적 지식의 조작적 해석 원리, 조작의 구조적 해석 원리

② 분수의 개념을 확인 한다

- 그림 또는 바둑알을 이용하여 교사가 제시한 나눗셈을 표현할 수 있는지 결과를 파악한다.
- 학생 개인이 알고 있는 분수의 의미에 따라 교사가 제시한 나눗셈을 그림 또는 설명, 활동(조작)으로서 확인 하고 학습지에 표시를 하였다.
- 학습지에 표기한 방법을 발표하게 하였다.

※적용되는 원리 : 수학적 지식의 조작적 해석 원리, 조작의 구조적 해석 원리

목적 : 학생들의 인지수준 파악

(2) <전개단계>

① 활동하기

- $2 \div 5$ 같은 나눗셈은 어떻게 표시해야 하는지 물어본다.
- 학생 개인이 생각한 나눗셈의 개념에 따라 제시한 나눗셈을 표시 할 수 있도록 한다.
- 구체 물을 조작 할 수 있도록 색 테이프를 나누어 주었으며 조작한 결과를 학습지에 작성을 하도록 하였다.
- 소규모로 모둠을 두어 모둠원들 끼리 서로 의논을 하며 해결을 하게 하였다.
- 문제 해결이 쉽지 않은 경우 학생들에게 직면하고 있는 문제점이 무엇인지 설명하게 했다.

※적용되는 원리 : 수학적 지식의 조작적 해석 원리, 조작의 구조적 해석 원리, 내면화의 원리, 주제화의 원리

목적 : 학생들의 인지수준에 넘어가지 않는 문제를 제시하여 갈등 유발, 내면화, 주제화 유도

② 방법발견

- 학생들이 생각한 '2÷5'의 해답을 발표하게 하였으며 교사는 학생들이 발표한 결과 및 과정을 그대로 옮겨 써보면서 다른 모둠 끼리 자신들이 생각한 과정을 상호 토론하게 하였다.

※적용되는 원리 : '수학적 지식의 조작적 해석 원리', '조작의 구조적 해석 원리', '내면화의 원리', '주제화의 원리', '조정, 반성 및 통합의 원리', '학습 수준의 비약의 원리'

목적 : 주제화, 내면화를 활성화 하며 반성 단계에 이르도록 유도

③원리적용

- 각 모둠별로 토론한 내용 중 학생들이 생각하기에 가장 적합한 내용을 선정하여 문제를 해결 해 보도록 하였다.
- 교사는 학생들이 선정한 원리가 문제가 없는지 살펴보았다.
- 선정한 원리에 따라 학습지에 적어보며 제시한 문제를 해결하게 하였다.
- 학생들이 원리에 따라 조작을 할 수 있으면 왜 그렇게 되었는지 발표하게 하고 학습지에 적어 보게 하였다.

※적용되는 원리 : '수학적 지식의 조작적 해석 원리', '조작의 구조적 해석 원리', '내면화의 원리', '주제화의 원리', '조정, 반성 및 통합의 원리', '학습 수준의 비약의 원리'

목적 : 주제화, 내면화를 활성화 하며 반성 단계이후 구조의 조정 및 통합 유도

(3) <정리단계>

- 선정한 원리에 따라 새로운 문제를 만들어보게 하였다.
- 교사는 학생들이 적용한 결과를 정리하며 마무리를 하였다.

※적용되는 원리 : '조정, 반성 및 통합의 원리', '학습 수준의 비약의 원리'

목적 : 구조의 조정, 반성, 통합 과정을 유도

3. 조작적 구성주의에 따른 수학과 수업분석

수업결과 각 단계에 따른 적용원리, 목적, 발견 및 분석 결과는 다음과 같다.

(1) <도입단계>

① 적용되는 원리 : 수학적 지식의 조작적 해석 원리, 조작의 구조적 해석 원리

② 목적 : 학생들의 인지수준 파악

③ 발견 및 분석 결과

이 단계에서는 학생들이 인지구조 즉, 인지수준을 파악하는데 있었다. 3학년 단계를 거친 후 나눗셈의 기본개념, 분수의 개념을 이미 학습한 상태이므로 학생들이 갖고 있는 나눗셈의 개념들이 어떻게 성립되어 있는지 파악하기 위해서 질문에 대한 조작을 시행할 수 있는지 중점을 두고 실시하였다.





나눗셈에 대한 질문은 4학년 가단계 까지 나눗셈의 개념에 벗어나지 않은 것으로 하였으며 학생들 개인들이 알고 있는 개념을 근거에 두고 그림을 학습지에 그려 보게 한 후 설명을 적어보도록 하였는데 처음 제시한 나눗셈의 뜻은 무엇인가에 대한 반응은 다음과 같은 유형으로 나눌 수 있었다.

<표3> “ $6 \div 3$ 은 무엇이라고 생각 합니까?” 에 대한 반응

반응 A	6을 3으로 나누는 것
반응 B	6을 3으로 나누면 2개씩 나누어 줄 수 있다.
반응 C	6에는 3이 2개 이다.
반응 D	모른다.

주어진 나눗셈의 설명과 함께 학습지에 자신들이 생각한 나눗셈의 설명을 그림으로 표현 하도록 하였는데 위 반응에 따른 결과는 다음과 같은 유형으로 나눌 수 있었다.

<표4> “ $6 \div 3$ 은 무엇이라고 생각 합니까?” 에 대한 반응 에 따른 조작 활동유형

반응 A를 보인 학생들의 조작 결과	A-1	조작하지 못함
	A-2	
반응 B를 보인 학생들의 조작 결과	B-1	
반응 C를 보인 학생들의 조작 결과	C-1	
반응 D를 보인 학생들의 조작 결과	D-1	
	D-2	조작하지 못함

각 반응에 따른 조작(그림에 대한 설명)을 연관 지어 생각해보면 반응A를 보인 학생들 중에 일부는 그림에 대한 설명이 가능 하였고 일부는 조작을 시행하지 못하여 머뭇거리는 경우를 보였는데 A-1 인결과를 보여준 학생에게 “ $6 \div 3$ 은 답이 무엇이니?” 라고 질문을 했을 모두 2라고 대답을 한 것으로 보아 나눗셈의 의미를 제대로 학습하지 못하고 계산위주의 학습을 한 것으로 보인다.

A-2 인 경우 본 연구자가 나눗셈의 의미를 질문 했을 때 학생이 단순한 대답을 하였으므로 나눗셈의 의미를 제대로 파악하지 않고 계산위주로 학습을 했다고 판단한 경우인데 의외로 조작을 시행한 결과는 의미를 제대로 이해하고 시행하고 있었다. 이 경우에 교사가 학생들이 개념을 파악하고 있는지 발문을 하였을 때 학생들이 대답을 제대로 하지 못한다고 해서 학생들이 제대로 이해하고 있지 않다고 속단해서는 안 된다고 생각된다.

A-2와 같은 사례에서 보듯이 구성주의 수업을 진행하기 위해서 학생들이 얼마나 알고 있는지를 파악하기 위해서는 발문 한 가지로는 부족하다는 사실을 일깨워 준다.

후에 A-2 의 반응을 보여준 학생들은 수업을 진행하면서 문제 해결에 도달한 학생들이 몇몇 존재 했다. 비슷한 경우로 D-1 에 해당하는 학생들과 같이 본 연구자가 발문을 이용해서 해당 개념을 알고 있는지 설명을 해보라거나 적어보라 했을 때 대답을 못한다고 해서 학생들이 개념 자체를 모르는 것은 아니었다. 오히려 설명하는 방법을 모르거나 표현하는 능력이 부족해서 대답을 못하는 경우도 종종 있었다. 따라서 발문을 이용한 수업을 진행할 때에는 학생들이 표현을 못한다고 해서 모른다고 속단하면 안 된다는 생각을 하게 되었다.

반응B에 해당하는 학생들은 대답 또는 조작 등이 나눗셈의 의미에 따라서 대답하고 시행하고 있었으므로 나눗셈의 의미를 이해하고 있다고 판단했다.

반응C에 대한 경우에는 오직 한 학생만이 대답을 하였는데 후에 왜 이러한 방법을 택하였는지 질문을 했더니 6×3 은 2이므로 6에는 3이 2개 있다는 대답을 들었다. 나눗셈에서 $6 \div 3$ 을 할 때의 과정을 생각해서 대답을 한 것으로 보이는데 이 방법은 수업에 사용한 교과서에는 설명하지 않는 방법이었다.

반응D에서는 나눗셈의 개념을 제대로 이해하고 있지 않은 경우와 개념은 이해하고는 있지만 설명을 못하는 학생들로 나뉘지는데 D-1같은 경우는 A-2와 비슷한 경우이고 D-2는 나눗셈의 의미를 모르는 것 같았다.

도입에서의 두 번째 과정은 분수의 개념의 확인 이었다. 학습목표가 (자연수) \div (자연수)를 분수로 나타낼 수 있도록 하는 것이기 때문에 나눗셈의 개념과 분수의 개념(구조)을 통합하는데 목적을 두고 있었으므로 분수의 기본개념을 알고 있는지 또는, 나눗셈의 형식을 상기시킨다는 목적에서 시행을 하였다.

여기에서는 앞선 나눗셈의 경우에서와 마찬가지로 4학년 나단계 이전까지의 분수의 개념에 어긋나지 않는 분수를 제시하고 분수의 의미와 의미 에 따라서 그림에 표시 하도록 하였는데 의미를 설명하라는 질문에는 다음과 같이 반응을 나눌 수 있었다.

<표5> “ $\frac{3}{4}$ 는 무엇이라고 생각 합니까?” 에 따른 반응 유형

반응 가	4개중에 3개
반응 나	어떤 것을 4개로 나눈 것 중 3개
반응 다	모르겠다.

주어진 분수의 설명과 함께 학습지에 자신들이 생각한 분수의 설명을 그림으로 표현 하도록 하였는데 한 학생을 제외 하고는 모두 주어진 그림에 대해 분수를 표현 할 수 있었다. 이번 단계에서는 분수의 개념을 설명을 제대로 하지는 못하지만 그림을 제시하였을 때 거의 대부분의 학생이 표현을 할 수 있는 것으로 보아 분수의 개념은 대부분의 학생이 이해하고 있는 것으로 판단하여 수업을 진행 하였다.

(2) <전개>

① 적용되는 원리 : ‘수학적 지식의 조작적 해석 원리’, ‘조작의 구조적 해석 원리’, ‘내면화의 원리’, ‘주제화의 원리’, ‘조정, 반성 및 통합의 원리’, ‘학습 수준의 비약의 원리’

② 목적 : 내면화, 주제화를 활성화 하며 반성 단계에 이르도록 유도 및 구조의 조정, 반성, 통합 과정을 유도

③ 발견 및 분석 결과

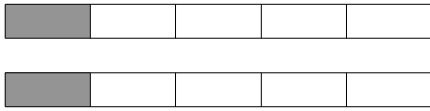

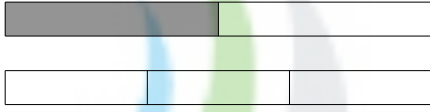

학생들이 어떠한 형식을 갖고 있고 그 형식을 포함하면서 내용이 더 풍부한 형식을 학생개인이 구성하기 위해서는 학생들이 알고 있는 지식을 문제에 대입하여 조작을 해보며 기대되는 결과가 나오지 않았을 때 이전의 인지구조 즉, 형식을 바꿀 필요성을 느끼게 된다. 이때 제시한 문제가 기존에 알고 있는 형식으로 조작이 불가능 하다면 학습자가 기존의 구조의 발전을 포기하고 학습을 포기하는 결과가 있을 수 있으므로 반영적 추상화를 적용한 수업에서는 문제 또는 과제의 난이도가 중요하게 되는 데 이때 과제 또는 문제는 학생들의 수준에서 크게 벗어나지 않아야 한다.

따라서 이번 수업에서는 이미 알고 있는 인지수준 과 크게 차이 나지 않으면서 쉽게 해결하기 힘든 상황을 제시하므로 서 기존에 학생들이 가지고 있는 인지구조의 불균형화에 초점을 두고 실행하였다.

본 수업에서 제시한 “ $2 \div 5$ ” 는 어떻게 표현할 것인가에 대해서 학생들에게 질문을 한 후 색 테이프를 나누어 주고 자신들이 생각한 나눗셈의 개념을 이용하여 교사가 제시한 문제 “ $2 \div 5$ ” 에 대한 표현은 어떻게 할 것인지 스스로 생각을 해보게 하며 혼자서 문제 해결이 힘들 경우 에 대하여 소규모 모둠을 형성하게 한 후 모둠별로 토의를 하며 결과를 발표하게 하였다.

다음은 제시한 문제에 대하여 학생들이 모둠별로 토의를 하게 한 후 발표한 결과의 유형을 표시한 것이다.

<표6> “ 2÷5 는 어떻게 표시해야 합니까?” 따른 반응 유형

<p>유형1 의 설명 및 그림 표시</p>	 <p>색 테이프 2개를 5명에게 나누어 주어야 하므로 테이프 한 개를 5개로 잘라서 한 개씩 나누어주면 한명은 $\frac{2}{5}$ 개를 갖는다.</p>
<p>유형 2 의 설명 및 그림 표시</p>	 <p>색 테이프 2개는 색 테이프 5개가 $\frac{2}{5}$ 만큼 들어 있다.</p>
<p>유형 3 의 설명 및 그림 표시</p>	 <p>색 테이프 2개를 5개로 나누면 그중 1개는 $\frac{1}{5}$ 이다.</p>
<p>유형 4의 설명 및 그림 표시</p>	 <p>색 테이프 2개를 5개로 나눌 수 없다</p>

이번 단계에서는 학생들이 문제를 해결할 수 있는가에 목적을 두지 않았다. 즉, 학생들이 정답을 말할 수 있는가가 중요한 것이 아니라 학생 개개인이 갖고 있는 인지 구조에 문제를 동화 하여 문제를 해결 했을 때 정답인 경우 조작(활동)을 더 강화 하여 새로운 인지 구조의 형성이 용이 하도록 하며 오답일 경우에는 가지고 있는 개념과의 차이점을 발견하며 오 개념을 정정하며 반성을 더욱더 촉진시키는데 있었다. 따라서 학생들이 대답한 답들이 정답인 경우에 왜 그렇게 되었는지 설명하게 한 후 다른 구체물이나 그림 또는 스스로 문제를 만들어보게 유도를 하고 오답인 경우에 왜 틀렸는지 설명을 하고 바른 개념을 설명해주고 조작을 해보게 하며 자신들이 조작한 행위에 대해 설명을 해보게 하는데 있었다.

유형 1,2는 자신들이 설명한 나눗셈의 개념과 분수의 개념을 제대로 이해하고 있는

모둠에서 나왔다. 유형 1에서의 학생은 도입 단계에서의 나눗셈의 의미가 무엇인지 물어 보았을 때 반응 A, B 의 학생들이 주로 발표를 했었고 유형2에서의 학생은 반응 C의 학생이 대답을 한 반면 유형3,4의 학생은 반응 A, D를 보인 학생들이었다.

유형1,2를 대답한 학생들은 나눗셈의 개념과 분수의 개념을 이해하며 답을 발표한 경우인데 인지구조가 바르게 구성이 되어 있고 인지 수준에 맞게 문제를 제시 한다면 문제를 해결함에 있어서 바르게 해결하거나 혹은 흥미를 갖고 수업에 참여할 수 있다는 사실을 보여준다. 실제로 유형 1,2에 속한 학생들은 수업태도가 좋았으며 적극적 이었다.

유형3,4 와 같은 경우에는 조작 자체를 시도 하지 못하는 경우가 더러 있었는데 이는 기존의 인지구조에 비해서 높은 수준의 문제를 제시할 경우 학생들이 흥미를 잃거나 문제의 의미를 제대로 파악하지 못할 수 있다고 판단을 하였다.

이 단계에서 모둠별로 문제를 해결하며 해결한 방법을 각 모둠별로 발표를 하게 했는데 재미있는 사실은 모둠별을 만들고 수업을 진행하고 발표를 한다면 그 모둠에 가장 성적이 뛰어난 학생이라고 생각 하는 학생의 답을 자신들의 해결방안이라고 학습지에 적어 내는 경우가 상당히 많았다. 문제에 대한 대답의 경우가 총 4가지 유형만 나온 결정적인 이유는 바로 여기에 있다고 본다. 예를 들어 유형1에서의 대답을 한 모둠에 발표자 외에 다른 학생에게 방법을 이해했는지 파악하기 위해 설명을 해보라고 했더니 그냥 따라서 적었다는 말이 종종 나왔다.

모둠별로 수업을 진행하는 경우는 여러 이점이 있지만 그중에서도 자신의 생각을 학생들 끼리 의논하며 자신의 생각과 비교하며 반성하는데 있다 하지만 이번 경우에서처럼 그 모둠에서 학습수준이 높은 학생의 의견을 무비판적으로 다른 모둠원들이 수용하는 경우가 있으므로 교사가 학생 개개인의 인지 수준이 어떻게 되어 있는지 그리고 학생의 오 개념을 정확히 인지하고 해결을 했었는지에 대한 과정은 파악하기 어렵다. 따라서 모둠별로 수업을 시행을 할 경우에는 수업의 목적에 맞게 교사가 고민을 해야 할 것으로 보인다.

이번 <전개> 단계에서 오 개념의 방법을 보인 유형3에 대해서는 교사가 오 개념을 설명을 해주어 해당 학생들에게 기존의 나눗셈의 의미와 분수의 개념과의 오류를 인지하게 했으며 학생들이 해결 방법에 바람직한 방법이라고 생각하는 유형1,2에 대하여 학생들 스스로 선택을 하여 조작을 시행 해보게 한 결과 대부분 이해하기 쉬운 유

형1을 선택하였으며 대부분의 학생이 이해를 하며 조작을 시행하게 되었다.

(3) <정리단계>

① 적용되는 원리 : 수학적 지식의 조작적 해석 원리, 조작의 구조적 해석 원리

② 목적 : 구조의 조정, 반성, 통합 과정을 유도

③ 발견 및 분석 결과

제시한 문제를 조작을 시행하고 답을 적었다는 사실이 중요한 것이 아니고 자신들이 새로운 개념을 받아들여 조작을 시행하면 자신의 조작에 대한 의미를 알아야 하므로 교사는 학생들이 조작하는 과정에 왜 그렇게 됐는지 설명할 것을 요구 하며 새로운 문제를 스스로 학생들에게 학습지에 적어보라고 한 후 그림으로 표시하도록 하였다. 그 결과 대부분의 학생들이 조작을 시행하고 설명이 가능 하게 되었으므로 본 수업의 학습 목표는 이루어졌다고 판단하였으며 내용을 정리하고 수업을 마무리 하였다.

이번 수업에서는 최대한 반영적 추상화에 기초한 수업을 진행하려고 노력 하였고 시행 되었다. 수업의 진행방향은 기존의 전통적 수업방법인 정보를 전달하는 방식에서 벗어나 학생들에게 질문을 많이 하는 방법으로 진행이 되었으며 자신들이 알고 있는 개념에 따라서 구체 물을 조작하고 표현하는 방식을 많이 택하였다 여기서 중요한 사실은 단순히 구체 물을 조작한다고 해서 학생들이 원리를 깨우친다고 생각하면 안 되며 반드시 왜 그러한 방법으로 조작을 했는지 에 대한 질문이 중요하다는 사실이다.

그러나 학생들의 발달 정도에 따라 왜 그런 조작을 했는가? 또는 그런 조작이 가지는 의미는 무엇인가? 라고 질문을 했을 때 알고 는 있지만 표현하는 방법을 모를 경우가 있을 수 있으므로 교사는 질문을 했을 때에 학생들이 대답을 제대로 못한다고 해서 학생들의 반성과정이 제대로 시행되지 않았다고 볼 수 없으며 따라서 반영적 추상화에서 핵심으로 생각되는 반성의 단계를 조성하는 학습 환경을 가지기 위해서는 교사는 최대한 학생에 대한 정보를 알고 있으며 그리고 알아내게 하는 방법이 필요하다고 본다.

또한 이번 수업에서 모듈별로 수업을 진행을 하였는데 수업이 다소 소란스러웠다. 이는 학생들이 수업태도가 좋지 못한 것일 수도 있으나 유형 4의 대부분의 학생이 수업에 대해 무관심 하거나 소란스러웠던 점을 생각한다면 교사가 문제를 제시함에

있어서 학생들의 인지수준을 고려하며 문제를 내야하는 신중함이 필요로 한다고 보며 소규모 학습 방법이 반영적 추상화를 적용한 수업에 효과적이라 하지만 막연히 소규모 학습수업을 한다고 해서 수업이 제대로 진행될 것이라는 이론에서 벗어나 실제적으로 활성화 방안이 필요 하다고 생각된다.

이번에 적용한 수업뿐만이 아니라 다른 수업에서도 소규모로 학습 방법을 시행 하였을 경우 다소 소란스러웠으며 이는 학생들의 발달단계의 특성과 다른 심리적인 문제도 고려하며 활성화 방향이 필요로 함을 느끼게 한다.

본 연구에서는 반영적 추상화를 적용한 수업이 얼마나 효과 적인지를 파악하는 연구가 아니라 반영적 추상화를 이용한 수업원리를 이론에서 벗어나 실제로 적용하였을 때 이론을 실제로 적용 하면서 교사가 해야 하는 역할이 무엇인지 파악하는데 있었다.

이때 본 연구자가 구성주의적 수업을 진행하면서 찾아본 문제점으로서는 학생들의 인지수준을 파악할 때는 발문만이 아닌 여러 가지 방법이 필요로 함을 느끼게 하며 소규모 수업을 적용 하였을 때의 여러 가지 문제점 발생 했다는 점이다. 이를테면 모둠별로 몇몇 학생들이 생각을 하고 조사를 시행하면 다른 학생들이 반성을 하기 보단 몇몇 학생들의 생각을 비판 없이 그대로 받아들이는 점과 학생들의 수업에 대한 흥미에 관계없이 소란스러워서 다른 수업에 방해 된다는 점 등은 소규모 학습을 진행 했을 때의 개선 방향을 찾아야 할 것으로 보인다.

V. 결론 및 제언

구성주의 수업과 전통적인 수업을 비교 한다면 교사의 노력이 전통적인 수업에 비해 구성주의 수업은 교사의 노력이 많이 들어간다는 점을 들 수 있다. 교사는 매 수업마다 수업의 목표를 정하여 학생들이 목표에 이를 수 있도록 과정을 구상 하여야 하며 각 과정마다 학생들의 반응을 예상하며 수업 안을 구상하여야 한다. 또한 학생들의 수준을 정확하게 파악을 하며 학생 개인별로 맞춘 수업을 하기 위해서는 기존의 전통적인 정보전달식 수업에 비해서 교사의 노력과 시간이 많이 필요로 한다.

현재 우리의 교육은 전통적인 학생들의 수동적인 학습 방식에서 벗어나 능동적인 학습을 격려하는 자기 주도적 학습과 같은 학습법이 인정을 받고 있다. 이러한 환경에 맞추어 제 7차 교육과정에서도 학습자의 활동을 중시한 수업들이 많이 포함되어 있으며 이러한 수업방식은 Piaget가 주장한 발생론적 인식론에 근거한 구성주의 수업에 근거를 두고 있으므로 Piaget의 이론의 핵심인 반영적 추상화에 대해 많은 이해를 두며 수업이 진행 되어야 할 것이다.

특히 활동을 통한 구성주의적 수업은 반영적 추상화의 핵심인 내면화, 주제화, 균형화 등에 맞추어 시행이 되어야 하지만 학생들이 기존에 알고 있는 개념이 무엇인지 확인하는 과정 없이 획일적인 활동 중심의 반영적 추상화 수업으로 구성되어 있다면 수업은 반영적 추상화의 기본 단계인 내면화에 이르도록 하는 단계를 약화 시킬 수 있으므로 최종적으로 반성이후의 추상화 단계로 이어지지 않을 수도 있다. 따라서 반영적 추상화를 중심으로 하는 활동 중심의 수업일 경우에는 학생 개인들의 알고 있는 인식수준이 무엇인지 먼저 파악을 하고 내면화, 주제화, 균형화 등에 이르도록 하는 교사의 노력이 무엇보다 필요로 한다.

위와 같은 노력에는 역시 교사가 반영적 추상화의 단계가 무엇인지 그리고 구성주의 수업이 무엇인지 확실하게 이해하며 적용을 하고 개선 방향이 무엇인지 고민하여야 할 것이다.

반영적 추상화 즉, 조작적 구성주의 수업을 현장에 적용 시켜 보고 각 상황에

다른 학생들의 반응을 중점적으로 살펴보며 적용한 교수 방법에 대해 학생들의 반응을 고려하여 분석한 본 연구에서는 이러한 구성주의 수업을 적용 시켜야 할 때에는 단순히 이론을 알고 있을 때 적용을 한다고 해서 바람직한 구성주의 수업이 되기 어렵다고 생각한다. 즉, 교과서에 나와 있는데도 수업을 진행한다고 해서 구성주의 수업이 제대로 진행된다고 보기 힘들며 학생들의 어떠한 과정에서 반응이 어떻게 나올지 예측한다는 것은 교사가 그만큼 학생들에 대한 이해에 대해 노력을 해야 함을 보여준다.

또한, 반영적 추상화를 이용한 구성주의 수업을 진행 하여야 할 때 학생들간 서로 의견을 주고받으며 자신들의 의견에 대해 반성할 기회를 가져보게 하는 소규모 협동 학습이 중요하나 제대로 된 소규모 협동학습의 의미의 의해 없이 학생이나 교사가 획일적으로 시행을 하게 된다면 시간만 낭비하게 되고 성과가 없는 의미 없는 수업이 될 가능성이 있으므로 협동학습의 활성화 방안도 발전시키려는 노력을 교사가 생각해 봐야할 문제라고 본다.

끝으로 본연구자가 이번 연구를 통하여 얻은 결론을 요약하며 결론에 따라 조작성 구성주의수업을 시행함에 있어 제안하고자 한다.

첫째, 반영적 추상화의 핵심은 학습자의 행동을 내면화 하여 동화 및 조절 단계로 이끄는 반성 단계로의 이행을 필요로 한다. 조절이 이루어지기 위해서는 학습자의 인지구조의 변형을 이끄는 불 균형을 시켜야 하는데 이 불 균형화는 학습자의 인지수준과 너무 동떨어진 문제를 제시 할 경우 학습자는 흥미를 잃고 수업을 포기 할 수 있는 경우가 발생한다. 따라서 교사는 학습자의 인지 수준을 정확히 판단하고 문제를 제시 하여야 한다. 학습자의 인지수준의 파악을 위해서는 단순히 발문을 통한 수준파악으로는 전반적인 학생의 수준을 파악하기 어려우므로 다방면의 방법을 교사가 발견해야 할 것이다.

둘째, 소규모 협동 학습수업은 학생들이 서로의 의견을 교환하며 서로의 의견을 반성하는데 있다. 그러나 단순히 소규모 협동 학습수업을 한다고 해서 순조롭게 수업이 진행 되어야 한다는 생각은 버려야 한다. 실례로 소규모 협동 학습수업 시 학생들은 학생 서로의 의견을 제시하기보다는 그 모둠에서 학습수준이 높은 학생의 의견을 무비판적으로 다른 모둠원 들이 수용하는 경우가 태반이었다.

또한 소규모 협동 학습수업은 학생들의 자주적인 수업을 존중하는 것이므로 다

소 소란스러워지며 수업에 집중을 하지 않는 경향도 보인다. 따라서 교사는 소규모 학습 수업의 장점을 최대한 살리면서 원활한 수업진행을 하는 방법을 발견을 해야 한다.

셋째, 학습목표와 학생들의 인지수준과의 비교를 통해 문제제기는 신중히 선택하여야 할 것이다. 학습목표가 학생들의 인지수준보다 지나치게 높을 경우 학생들은 쉽게 흥미를 잃어버리는 경향이 있으며 수업의 목표에 도달하지 못하는 경우가 많으므로 학생들의 인지수준의 파악과 함께 학습목표를 설정 하여야 할 것이다.



참고 문헌

1. 강문봉 외, 초등 수학 학습지도의 이해, 양서원, 1999
2. 강지영 외, 7차교육과정에 의한 초등수학교육, 1999
3. 강인애, 왜 구성주의 인가?, 문음사, 1988
4. 교육과학 기술부, 수학과 교사용 지도서(4-나 단계), (주)두산, 2008
5. 교육과학 기술부, 수학과 교사용 지도서(3-가 단계), (주)두산, 2008
6. 교육과학 기술부, 수학과 교사용 지도서(3-나 단계), (주)두산, 2008
7. 김관수의, 급진적 구성주의, 원미사, 1999
8. 김응태 외, 수학교육학 개론, 서울대학교 출판부, 1989
9. 박영배, 수학 교수·학습의 구성주의적 전개, 경문사, 2004
10. 우정호, 수학 학습-지도 원리와 방법, 서울대학교 출판부, 2009
11. 황혜정 외, 수학교육학 신론, 문음사, 2008
12. Paul Eggen 외, 교육심리학, 학지사, 2009
13. Constance kamil, Piaget의 발생론적 인식론을 적용한 수학수업-2학년-, 경문사, 2006
14. 조연주의, 구성주의와 교육, 학지사, 1998
15. 김관수의, 구성주의와 교과 교육, 학지사, 2000
16. 김종문의, 구성주의 교육학, 교육과학사, 1999
17. 장상호, 발생론적 인식론과 교육, 교육과학사, 1991
18. 홍진곤, 반영적 추상화와 조작적 수학-학습 지도, 서울대학교 대학원 박사학위 논문, 1999
19. 구성주의 교수 학습이론을 적용한 미술과 교수 방법연구, 서울교육대학원 석사학위논문, 2001
20. 박경숙, 구성주의에 바탕을 둔 초등학교 수학 수업에 관한 연구, 부산교육대학원, 석사학위 논문 2000
21. 김병수, Piaget의 구성주의와 학습, 서울대학교 교육학 석사학위 논문, 1998
22. 송명자, Piaget의 인지구조 병용론과 학습, 김학수 박사 회갑기념 교육학 논총, 경북대 학교 교육학과 동문회, 1979
23. 우정호, Scheme의 구성과 반영적 추상화, 1998

24. 전윤식의, IE 프로그램을 통한 저기능아의 인지능력 향상과 태도 및 자아 개념 수정, 교육심리연구-6-, 1992
25. Boudourides, M.A., Constructivism and education : A shopper's guide, Teaching of mathematics, 1998
36. Beth, E. & J. Piaget, mathematical epistemology and Psychology, Trans. by W.Mays, D. Reidel Publishing Company, (1996)
26. Fineman, E., & Bottz, S., An introduction to Constructivism in instructional design, [Http://www.coe.uh.edu/insite/elecpub/html1995/197.htm](http://www.coe.uh.edu/insite/elecpub/html1995/197.htm) ,(1997)
27. Nodding, N. Constructivism in mathematics education ,(1990)
34. Von Glaserfeld, E., (Editor). Radical Constructivism in mathematics education, Dordercht: Kluwer., (1991)
28. Von Glaserfeld, E., Sensory experience, abstraction, and teaching. In steffe, L.P., & Gale, J.(Eds), Constructivism in education, and teaching, Lawrence Erlbaum Associates, Inc, (1995a)
29. Von Glaserfeld, E., Radical Constructivism: A way of knowing and learning, The Falmer Press, (1995b)
30. Wood, T. ,From alternative epistemologies to practice in education: Rethinking what it means to teach and learn In steffe, L.P., & Gale, J.(Eds), Constructivism in education, and teaching, Lawrence Erlbaum Associates, Inc, (1995)
32. Woo, J. H., ,Radical Constructivism vs. Piaget's operational Constructivism in the mathematics education, (1994)
31. Steffe, L. P., Alternative epistemologies: An educator's perspective. In steffe, L.P., & Gale, J.(Eds), Constructivism in education, and teaching, Lawrence Erlbaum Associates, Inc, (1995)
32. Jaramillo, J.A., Vygotsky's sociocultural theory and contributions to the development of constructivist curricula, MA/ABD, Arizona state University, 717 S. Mill Ave. ste.228. Tempe, AZ 85281
33. Palinscar, A. S., Social constructivist perspectives on teaching and learning, (1998)

35. Piaget, J. et al, Recherches sur l'abstraction réfléchissante, Presses universitaires de France (1977)



Abstract

A Study on Elementary Mathematics Classes Based on Operational Constructivism

Kim, Gwang-eun

A constructivist class can effectively be applied to student-centered education in that it draws positive construction of students' knowledge. The seventh curriculum recommends activity-based principle discovery learning and constructs subjects into activity-based classes. In this context, studying and understanding operational constructivism, which is activity-based constructivism, and implementing classes personally can be a chance to perform such an activity-based class properly.

In this consideration, the following objectives were defined to understand operational constructivism valuing activities, apply it to actual classes, and analyze teaching methods used at each stage so that more improved constructivist classes can be applied.

First, to examine the constructivist theory and principles of operational constructivism.

Second, to search for methods of applying the theory of operational constructivism to actual classes.

Third, to apply it to classes according to principles of operational constructivism and then analyze students' responses in order to provide better activity-based operational constructivism classes.

In consideration of these objectives, principles applied to actual classes were set as follows:

① Principle of operational interpretation of mathematical knowledge ② Principle of structural interpretation of operation ③ Principle of internationalization ④ Principle of thematization ⑤ Principle of modification, reflection, and integration ⑥ Principle of jump in learning levels (Hong, 1999).

On the basis of these six principles, the following methods were defined: First, determining students' level of understanding learning contents. Second, presenting tasks or questions almost within students' level to form conflicts for students. Third, considering responses or misconception different from what the teacher expected in students' position and creating atmosphere for students to realize problems for themselves. Fourth, emphasizing students' activities and becoming aware of the activities. Fifth, giving priority to students' opinions rather than to teacher's explanation and providing chances of explanation, conflicts, and reflection. Sixth, getting students to explain activities in classes to reach the stage of reflection.

For the class case, the process of division at the Na stage for fourth-graders was applied; students were made to write activity results in learning paper distributed before starting a class in order to examine their responses according to teachers' teaching application. Efforts were made to apply the principle of reflective abstract painting to the utmost; the results were analyzed as follows:

First, efforts to determine students' level of understanding are inevitable, and multiple methods, not a single one, must be used to determine the level. It is important to note that these methods can depend on class environment.

Second, usefulness of small collaborative learning in constructivism is theoretically proved but needs an application scheme in being applied to actual sites.

Third, it is necessary to carefully select problems to address through comparison with learning objectives and students' level of understanding. When learning objectives excessively surpass students' level of understanding, students tend to lose interest easily and mostly fail to reach class goals; therefore, it is necessary to set learning objectives as well as to determine their level of understanding.

<부록1> 구성주의에 따른 수학과 학습 지도안

단원명	나눗셈		
학습목표	(자연수)÷(자연수)를 분수로 나타낼 수 있다.		
학습단계	교수 학습 활동		자료 및 유의 사항
	교사의 발문과 조언	학생의 활동과 예상 반응	
<p>도입 (학생들의 인지 수준 파악하기)</p>	<p>○학생들의 갖고 있는 나눗셈의 의미를 질문을 통하여 확인한다. 질문: “6÷3은 무엇이라고 생각 합니까?”</p> <p>○학생들의 갖고 있는 나눗셈의 의미를 그림에 표시하게 하여 확인한다. 질문: “6÷3을 바둑알로 표시한 후 그림으로 표시 해보세요.”</p> <p>○학생들의 갖고 있는 분수의 의미를 질문을 통하여 확인한다. 질문 : “$\frac{3}{4}$은 무엇이라고 생각 합니까?”</p> <p>○학생들의 갖고 있는 분수의 의미를 그림에 표시하게 하여 확인한다. 질문: “$\frac{3}{4}$을 그림으로 표시 해 보세요.”</p>	<p>○교사의 지시에 따라 자신들이 알고 있는 나눗셈의 뜻을 적어본다. 답: “6을 3으로 나누면 2개씩 나누어 줄 수 있다.”</p> <p>○학생 자신들이 알고 있는 나눗셈의 뜻을 그림 또는 바둑알을 이용하여 표시한다.</p> <p>○교사의 지시에 따라 자신들이 알고 있는 분수의 뜻을 적어본다. 답: “4개중3개이다.”</p> <p>○학생 자신들이 알고 있는 분수의 뜻을 그림 또는 바둑알을 이용하여 표시한다.</p>	<p>학습지 및 바둑알</p> <p>○바둑알 또는 그림을 이용하여 제시한 문제에 맞게 자신들의 생각을 소신 있게 학습지에 표시 하도록 한다.</p> <p>○교사는 학습내용에 대한 학생들의 인지수준을 먼저 파악한다.</p> <p>※적용 되는 원리: ‘수학적 지식의 조작적 해석 원리’, ‘조작의 구조적 해석 원리’,</p>
<p>전개 (갈등 유발, 내면화, 주제화 유도)</p>	<p>[활동(조작) 하기]</p> <p>○‘2÷5’를 어떻게 표시 할 수 있는지 알아보게 한다. 답: 색 테이프 2개를 5명에게 나누어 주려면 테이프 각각을 5개로 나눈 후 한명씩 나누어 가지면 한 명당 $\frac{2}{5}$씩 나누어 가질 수 있다.</p> <p>○활동을 통하여 ‘2÷5’는 $\frac{2}{5}$로 표시 할 수 있음을 이해하게 한다.</p> <p>○해결이 쉽지 않을 경우에 대비하여 소규모로 모둠을 두어 서로 의견을 나누어 보며 해결해 보도록 한다.</p>	<p>○ 학생들은 색 테이프 등을 이용하여 주어진 문제에 맞게 표시한다.</p> <p>○ 학생들은 자신들이 생각한 나눗셈의 표시 방법과 교사가 제시한 문제의 차이점에 대해 생각한다.</p> <p>○ 학생들은 자신들이 생각한 나눗셈의 표시 방법으로 문제를 표시 하도록 노력 한다.</p> <p>○ 학생들은 모둠을 지어 자신들의 생각을 의논하며 해결하여 본다.</p>	<p>학습지 및 색 테이프</p> <p>○해결이 쉽지 않은 경우 문제점이 무엇인지 생각하게 한다.</p> <p>○색 테이프를 이용하여 문제를 해결해보게 한다.</p> <p>○활동 내용은 학습지에 작성하게 한다.</p> <p>○학생들에게 갈등을 조성할 수 있도록 과제나 문제를 학생들의 수준에 크게 벗어나지 않게 제시한다.</p>

<p>전개 (갈등 유발, 내면화, 주제화 유도)</p>	<p>○주제화를 유도하기 위하여 무엇이 문제 인지 질문한다. 질문 : “색테이프 2개를 5명이 나누어 가지려면 어떻게 해야 하나요?”</p> <p>○갈등 유발, 내면화, 주제화 유도</p>	<p>○ 학생들은 자신들이 생각한 표시 방법을 말하고, 왜 그렇게 생각 했는지 설명한다.</p>	<p>○학생들의 활동 강조되며, 활동을 의식할 수 있도록 한다.</p> <p>※ 적용 되는 원리: ‘수학적 지식의 조작적 해석 원리’, ‘조작의 구조적 해석 원리’, ‘내면화의 원리’, ‘주제화의 원리’, ‘조정, 반성 및 통합의 원리’, ‘학습 수준의 비약의 원리’</p>
<p>방법발견 (주제화, 내면화 활성화 및 반성 단계 유도)</p>	<p>[활동으로 알게 된 것 발표하기] ○활동으로 알게 된 방법을 모둠 및 개인별 발표하게 한다. “활동을 통하여 해결한 방법은 무엇 입니까?”</p> <p>○교사는 학생들이 발표한 해답을 칠판에 적는다.</p> <p>○학생들이 문제를 해결 할 수 있도록 학생들 서로 의견을 교환하며 문제를 생각하게 한다.</p> <p>○주제화, 내면화를 활성화 하며 반성 단계에 이르도록 유도 하도록 한다.</p>	<p>○학생들은 다음과 같이 활동하면서 알게 된 것을 발표 한다. “색 테이프 2개를 5명에게 나누어 주어야 하므로 테이프 한 개를 5개로 잘라서 한 개씩 나누어주면 한명은 $\frac{2}{5}$ 개를 갖는다.” “색 테이프 2개는 색 테이프 5개가 $\frac{2}{5}$ 만큼 들어 있다.”</p> <p>○발표한 해결 내용은 학습지에 작성하게 한다.</p> <p>○발표한 해결 내용에 대해 서로 상호 토론을 한다.</p>	<p>○원리를 설명할 때 어렵게 생각할 수 있으므로 대답을 잘 할 수 있도록 많은 힌트를 줌으로서 스스로 원리를 발표하게 한다.</p> <p>○교사의 기대와 다른 반응과 오개념도 학생의 입장에서 생각하며 학생들이 스스로 문제점을 깨우칠 수 있도록 분위기를 조성한다.</p> <p>○교사의 설명보다 학생들의 의견이 많도록 하며 설명, 갈등, 반성의 기회를 갖게 한다.</p> <p>※ 적용 되는 원리: ‘수학적 지식의 조작적 해석 원리’, ‘조작의 구조적 해석 원리’, ‘내면화의 원리’, ‘주제화의 원리’, ‘조정, 반성 및 통합의 원리’, ‘학습 수준의 비약의 원리’</p>
<p>원리적용 (주제화, 내면화를 활성화 하며 반성 단계이후 구조의 조정 및 통합 유도)</p>	<p>[(자연수)÷(자연수)를 분수로 나타내기] ○위에서 발견한 원리 중에서 적합한 내용을 적용해 보도록 한다.</p> <p>○선정한 원리에 따라 학습지에 적어보며 제시한 문제를 해결하게 한다.</p>	<p>○학생들은 자신들이 생각하기에 적합한 원리를 생각한다.</p> <p>○선정한 원리에 따라 학습지에 적어보며 제시한 문제를 해결 한다.</p>	<p>학습지 및 색 테이프, 판서</p> <p>○단순히 (자연수)÷(자연수)를 분수로 나타내는 게 목적이 아니므로 원리를 적용해 보는 것이 중요하다.</p> <p>○교사의 설명보다 학생들의 의견이 많도록 하며 설명, 갈등, 반성의 기회를 갖게 한다.</p>

	<p>○선정한 원리에 따라 문제를 해결 할 수 있으면 ‘왜’그렇게 되는지 설명 하게 한다.</p>	<p>○문제를 해결 할 수 있으면 ‘왜’그렇게 되는지 발표하게 한다.</p>	<p>○수업의 활동내용을 학생들에게 설명하도록 하여 반성의 단계에 이르도록 한다.</p> <p>※ 적용 되는 원리: ‘수학적 지식의 조작적 해석 원리’, ‘조작의 구조적 해석 원리’, ‘내면화의 원리’, ‘주제화의 원리’, ‘조정, 반성 및 통합의 원리’, ‘학습 수준의 비약의 원리’</p>
<p>정리 (구조의 조정, 반성, 통합 과정을 유도)</p>	<p>○위에서 발견한 원리를 적용 할 수 있게 스스로 문제를 만들어 보고 활동에 대해서 생각해본다.</p> <p>○(자연수)÷(자연수)를 분수로 나타내는 원리를 다시 정리 해준다.</p>	<p>○여러 가지 익히는 문제를 풀어 알아낸 방법을 적용해본다.</p> <p>○ 학생들은 원리를 상기한다.</p>	<p>학습지, 판서 및 색테이프</p> <p>○ 원리를 공식처럼 암기 하게 해서는 안 된다.</p> <p>○수업의 활동내용을 학생들에게 설명하도록 하여 반성의 단계에 이르도록 한다.</p> <p>※ 적용 되는 원리: ‘수학적 지식의 조작적 해석 원리’, ‘조작의 구조적 해석 원리’, ‘내면화의 원리’, ‘주제화의 원리’, ‘조정, 반성 및 통합의 원리’, ‘학습 수준의 비약의 원리’</p>



<부록2>

단원명	나눗셈	4학년	이름	
학습 목표	(자연수)÷(자연수)를 분수로 나타낼 수 있다.			

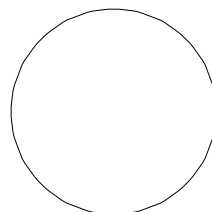
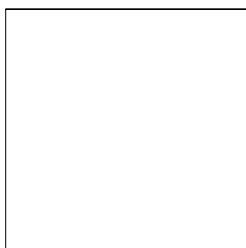
질문 1. $6 \div 3$ 은 무엇이라고 생각 합니까?

질문 2. $6 \div 3$ 을 바둑알로 표시한 후 그림으로 표시 해보세요.



질문 3. $\frac{3}{4}$ 은 무엇이라고 생각 합니까?

질문 4. $\frac{3}{4}$ 을 아래의 그림에 표시 해봅시다.



문제 1. $2 \div 5$ 는 어떻게 표시해야 할까요?
(주어진 색 테이프 또는 바둑알을 이용하여 해결해 봅시다.)



문제 2. (문제1) 과 비슷한 문제를 만들고 표시 해보세요.