

풍력 발전 시스템의 피치제어

강 상 수* · 강 승 균* · 임 중 환** · 허 중 철**

Pitch Control of Wind Turbine System

Sang-Su Kang*, Seung-Kyun Kang*, Jong-Hwan Lim**, Jong-Chul Huh**

ABSTRACT

Wind turbine system converts wind energy into electric energy. Since the velocity of wind is random in nature, control of the angular velocity of the blade is necessary in order to generate high quality electric power. The control of the blade can be divided into the stall regulation type and the pitch control type. The stall regulation type which utilizes an aerodynamic stall is simple and cheap, but it suffers from fluctuation of the resulting power. On the contrary, pitch control type is based on the fact that the torque of the blade can be changed by varying the pitch angle of the blade. It is mechanically and mathematically complicated, but the control performance is better than that of the stall regulation type. This paper derives a mathematical modeling of the wind turbine system, and suggests a pitch control algorithm. The validity of the algorithm is demonstrated with the results produced through sets of experiments.

Key Words : Wind turbine system, pitch control

1. 서 론

풍력발전 시스템이란 바람의 운동에너지를 이용하여 실용화 할 수 있는 전기적인 에너지로 변환시켜 주는 기기를 말한다. 다른 자연에너지 이용 시스템에 서도 마찬가지이지만 풍력발전 시스템의 경우에도 그

시스템 자체가 자연의 기상현상과 밀접한 관계를 가지고 있기 때문에 국외에서 개발된 풍력발전 시스템을 도입하여 사용하는 것은 그 신뢰성 면에서 문제가 있다는 것이 과거의 여러 연구 결과들이 잘 보여주고 있다.¹⁻³⁾ 또한 소형 풍력발전 시스템은 단위 kW당 생산 단가가 높아 경제성이 떨어져 전력 공급이 곤란한 지역에 단독 발전용으로 쓰이는 정도이다.⁴⁾ 반면에 중·대형으로 갈수록 단위 회전 면적당의 생산성이 향상되며 관리유지비가 떨어져 단위 kW당 생산 단가가 낮아져 기존의 발전 시스템과의 경쟁이 가능해진다.

* 제주대학교 대학원

Graduate School, Cheju Nat'l Univ.

** 제주대학교 기계공학과, 산업기술연구소

Dept. of Mechanical Eng., Res. Inst. Ind. Tech.,
Cheju Nat'l Univ.

풍력발전기 회전자는 바람의 운동에너지에 의해 토오크를 발생시키는데 이 토오크는 바람의 변화에 의해 큰 영향을 받는다. 대개 바람은 속도나 방향에 대해서 큰 요동을 가지고 있으므로 여기서 발생하는 토오크도 또한 일정하지 않다. 정상적인 날씨조건 하에서는 바람의 출력이 상대적으로 작는데 반하여 강풍시에는 정상치보다 그 출력이 수백배에 이른다. 그러므로 변화하는 바람에 대하여 일정한 토오크 혹은 일정한 출력을 얻기 위하여 회전익의 속도제어가 필수적이다.

회전익의 회전수 제어는 스톨제어 방식과 피치제어 방식으로 스톨제어는 수동제어 방식으로 익형을 일정 풍속이상에서 스톨이 발생하게 제작하고 스톨 발생 이상의 풍속에서는 실속이 일어나 회전수가 제어되는 방식으로 원리 및 구조가 단순하지만 정격출력 상태에서 출력에 요동이 발생하는 단점이 있다. 이에 반하여 피치제어 방식은 바람의 속도에 따라 회전익의 피치각을 변화시켜 줌으로써 발생하는 토오크를 조절하여 회전수를 제어하는 방식으로 정격출력 상태에서 그 성능이 스톨방식보다 양호하다.

이와 같은 피치제어 방식을 이용하기 위해서는 회전익의 공기역학적 모델로부터 바람의 속도, 회전자의 회전속도 및 피치각에 따른 토오크를 도출해야 하며, 풍력발전 시스템을 구성하고 있는 구성요소들의 동특성을 파악하고, 전체 시스템의 운동을 묘사해 주는 운동 방정식을 이끌어 내어야 한다. 이러한 이론을 근거로 제어 알고리즘을 도출해 다양한 입력에 대한 시스템의 거동을 파악하여 피치제어의 영향과 가능성을 분석후 이를 실제 시스템을 제작하여 실험을 통한 제어알고리즘의 타당성을 검증하고자 한다.

II. 시스템 모델링

풍차를 구성하고 있는 부분은 크게 풍력 시스템을 지지하고 있는 철탑, 전기를 발생시키는 발전부, 회전익의 피치각을 움직여 주는 제어부, 바람의 운동량 변화를 일으켜 축 동력을 얻는 날개부, 그리고 축동력을 발전부로 전달 및 증속시키는 동력전달부 등이다.

2.1. 회전익 모델

Fig. 1은 피치각이 θ 인 날개단면에 기준을 두고 속도 삼각형으로 V_0 는 풍속, a 는 양각, W 는 수직인 두 방향의 상대속도를 합성한 속도로 회전면에 대해서 ϕ 만큼 경사진 것을 보여주고 있다. 회전면에서의 풍속은 일정하다고 가정하면 양각 a 와 미소양력 dL 과 미소항력 dD 는 식 (1), 식(2)와 같이 나타낼 수 있다.

$$dL = BcC_L \frac{1}{2} \rho W^2 dr \quad (1)$$

$$dD = BcC_D \frac{1}{2} \rho W^2 dr \quad (2)$$

여기서, B 는 날개 개수, c 는 코드 길이를 나타낸다.

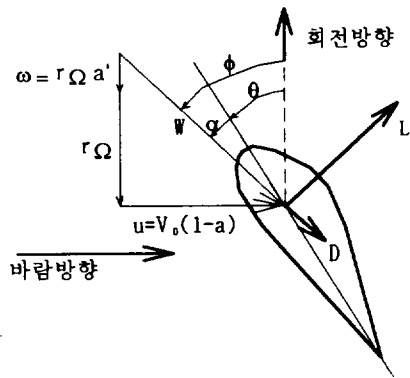


Fig. 1 Relative flow velocities

Fig. 1로부터 회전익 요소에 작용하는 회전면에 대한 접선 방향의 힘, 즉 토오크를 발생시키는 날개 회전방향의 힘 t 는 식 (3)과 같이 나타낼 수 있다.

$$t = dL \sin \phi - dD \cos \phi \quad (3)$$

그러므로 회전익 전체에 작용하는 공기역학적인 모멘트는 식 (4)와 같다⁵⁾.

$$Q = M_t = \frac{1}{2} \rho B \int_0^R W^2 c (C_L \sin \phi - C_D \cos \phi) r dr \quad (4)$$

식(4)에서 R은 회전익의 반경, ρ 는 공기밀도이며, ψ 및 C_L, C_D 는 Glauert의 외류이론으로 구한다. 날개의 구체적인 설계 제원은 Table 1에 나타내었다.

Table 1 Resources of blade

Items	Resources
Blade section (tip/root)	NACA 4415 - 4424
Tip chord	34.19 mm
Root chord	17.07 mm
Length (span direction)	350 mm
Taper Ratio	0.5
Twist angle	16.6°

2.2. 유압계통 모델

실제 풍차의 회전익은 수십미터가 되므로 피치각을 변경시키는데 큰 힘이 요구된다. 이를 위해서는 제어 정밀도가 우수하고 작은 전력으로 큰 힘의 제어가 가능한 유압제어 방식이 가장 적합하다.

Fig. 2는 풍력발전시스템에 사용되는 비례전자 방향제어밸브의 내부구조도를 나타내것이다. 일반적으로 비례 전자 방향 제어 밸브의 입력 전압과 출력 유량 사이의 관계는 1차 지연 요소로 표시되지만, 비례 전자 방향 제어 밸브의 응답은 시스템의 응답에 비해서 매우 빠르기 때문에 응답의 지연을 무시하고 동작점 부근에서 선형화하면 유량은 다음과 같이 얻어진다.⁶⁾

$$Q_1 = K_q V_d - 2K_c P_1 \tag{5}$$

$$Q_2 = K_q V_d + 2K_c P_2 \tag{6}$$

여기서, Q_1, Q_2 는 유압 모터 입·출구부 유량, P_1, P_2 는 유압 모터 입·출구부 압력, K_q 는 밸브의 유량계인, K_c 는 유량-압력계수 그리고 V_d 는 밸브의 입력 전압이다. 식(5)와 식(6)을 조합하면

$$Q_L = K_q V_d - K_c P_L \tag{7}$$

이된다. 여기서 $P_L = P_1 - P_2, Q_L = \frac{Q_1 + Q_2}{2}$ 이다.

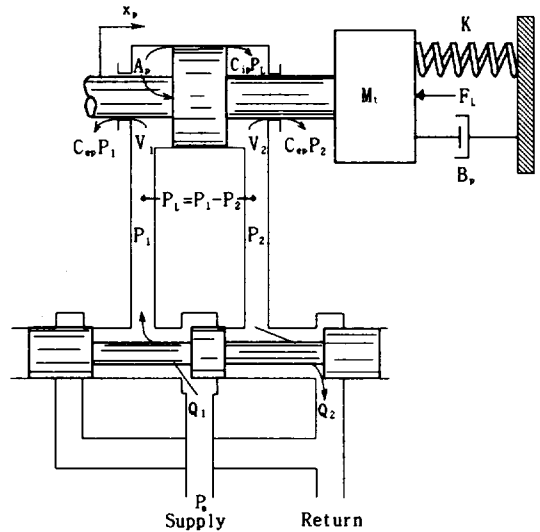


Fig. 2 Valve-piston combination

유입되는 유량과 피스톤 변위 사이의 관계식을 라플라스 영역에서 표현하면,

$$Q_L = A_p s X_p + C_{ip} P_L + \frac{V_t}{4\beta_e} s P_L \tag{8}$$

여기서, $C_{ip} = C_{ip} + \frac{C_{ep}}{2}$ 로서 피스톤의 전체누설계수이며, C_{ip} 는 내부누설계수, C_{ep} 는 외부누설계수, X_p 는 중립점에서 밸브의 이동거리, A_p 는 피스톤의 단면적, V_t 는 챔버내의 총유량, β_e 는 기름의 압축계수이다.

실린더내에 유입된 유체에 의한 힘과 부하, 그리고 피스톤의 변위에 대한 관계식은 라플라스 영역에서 표현하면 다음과 같다.

$$A_p P_L = M_t X_p s^2 + B_p X_p s + K X_p + F_L \tag{9}$$

여기서 M_t 는 피스톤의 전질량, K 는 부하의 스프링계수, F_L 은 피스톤에 작용하는 부하, B_p 는 피스톤과 부하의 점성댐핑계수이다.

결국 위의 식 (7)과 (8), (9)식을 조합하여 정리하면 피스톤 변위 x_p 는 다음과 같다.

$$x_p = \frac{\frac{K_q}{A_p} V_d - \frac{K_c}{A_p} \left(1 + \frac{V_t}{4\beta_e K_c} s\right) F_L}{\frac{s^3}{\omega_n^2} + \frac{2\delta_n}{\omega_n} s^2 + \left(1 + \frac{B_p}{A_p} \frac{K_c}{A_p} + \frac{K V_t}{4\beta_e A_p^2}\right) s + \frac{K_c K}{A_p^2}}$$

$$(10)$$

여기서, K_{CE} 는 전유량 압력계수, 고유진동수 ω_h 는 $\sqrt{\frac{4\beta_p A_p^2}{V_i M_i}}$ (rad/sec)로 정의되며, 유압 댐핑비 δ_h 는 $\frac{K_{\alpha}}{A_p} \sqrt{\frac{\beta_p M_i}{V_i}} + \frac{B_p}{4A_p} \sqrt{\frac{V_i}{\beta_p M_i}}$ (무차원)로 정의된다. 밸브-피스톤의 조합이 동력 출력기구라면, 스프링 부하는 무시되고, $\frac{B_p K_{\alpha}}{A_p^2}$ 은 대개 1보다 매우 작다. 이러한 조건에서 식 (10)은 아래 식 (11)으로 표현할 수 있다.

$$x_p = \frac{\frac{K_q}{A_p} V_d - \frac{K_{\alpha}}{A_p^2} \left(1 + \frac{V_i}{4\beta_p K_{\alpha}} s\right) F_L}{s \left(-\frac{s^2}{\omega_h^2} + \frac{2\delta_h}{\omega_h} s + 1\right)} \quad (11)$$

식 (10)에 포함된 상수 가운데 M_i , V_i 는 설계사양으로부터 구하였고, K_c 와 K_q 는 $\left(\frac{\partial Q_L}{\partial P_L}\right)_{v_v=const.}$ 와 $\left(\frac{\partial Q_L}{\partial v_d}\right)_{F_L=const.}$ 의 의미를 가지고 있으므로 본 시스템의 정상상태 특성실험으로 구하였으며, C_{ip} 와 C_{ep} 는 K_c 에 비하여 매우 작으므로 무시하였다.

2.3. 동력전달부 모델링

Fig. 3(a)는 풍력발전 시스템의 도안이다. 이들중 회전익은 하나의 외팔보로 간주하여 시스템의 간략화한 도안을 Fig. 3(b)와 같이 나타내었다. 여기서 회전익, 주축, 허브, 그리고 구동부 기어축의 회전중심은 모두 동일한 선상에 있으므로 이들의 관성모멘트들의 합은 J_1 으로 나타낼 수 있다. 종동부 기어축과 발전기 축의 관성모멘트들은 위와 마찬가지로 J_2 로 나타내었다. 단 중속된 기어축의 관성 모멘트는 종동부 기어의 관성모멘트와 발전기의 관성모멘트에 비해 매우 작으므로 무시하였고 축의 강성 또한 비교적 크기 때문에 비틀림에 의한 영향은 무시하였다. 각 기어열의 운동 방정식은 아래식들로 나타낼 수 있다.

$$J_1 \ddot{\theta}_1 + T_1 + b\dot{\theta} = Q \quad (12)$$

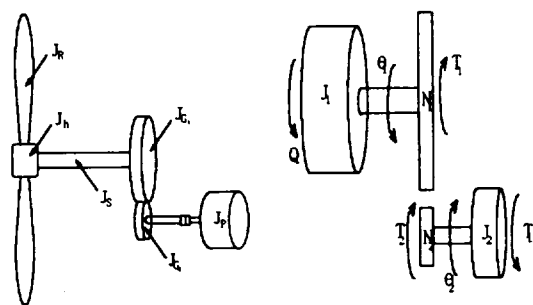
$$J_2 \ddot{\theta}_2 + T_L = T_2 \quad (13)$$

여기서 Q 는 회전익에 발생한 토오크, b 는 감쇄계수이다.

주동·종동 기어의 행한 일은 같고, 이송된 회전길이는 같기 때문에 식 (12), (13)은 식 (14)와 같이 나타낼 수 있다.

$$J_{eq} \ddot{\theta}_2 + (k)^2 T_L + b\dot{\theta} = kQ \quad (14)$$

여기서 J_{eq} 는 $J_1 + \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 J_2$ 이며, k 는 기어비를 나타낸다.



(a) Physical diagram (b) Approximate diagram

Fig. 3 Design of wind generator system

III. 제어기 설계

3.1. 유압계통 모델의 근사화

Fig. 4는 유압시스템의 입력은 솔레노이드 밸브에 인가해 주고자 하는 입력전압과, 실린더 출력측에 작용하는 회전익에 의한 힘이다. 출력은 실제로 움직인 실린더의 변위로서 V_d 는 입력전압이고, $G_3(S)$ 는 식 (11)의 분모부분이다. F_L 은 식 (9)에서와 같이 피스톤 출구에서의 외란에 의한 힘이고, $N(S) = -\frac{K_{\alpha}}{A_p^2} \left(1 + \frac{V_i}{4\beta_p K_{\alpha}} s\right)$ 이라 놓고, 실제 유압 작동기의 각 중 물성치를 대입하여 기준입력 V_d 에 대한 피스톤변위 1의 전달함수를 구하면 다음과 같다.

$$\frac{N(S)}{V_d(S)} = \frac{14992.94}{S^3 + 111.8 S^2 + 4081.93S + 14992.94} \quad (15)$$

식 (15)에 표현된 것과 같이 기준입력에 대한 개루프 전달함수의 특성 방정식은 3차이다. 이 식을 주요극 개념을 도입하여 다음식과 같이 2차식으로 근사화가 가능하다.

$$\frac{K(S)}{V_d(S)} = \frac{4052.1}{S^2 + 8.1S + 4052.1} \quad (16)$$

Fig. 5는 실제 시스템과 근사화하여 표현한 시스템의 단위계단응답을 보여주고 있다. 실선은 실제 시스템의 단위계단응답이고, 점선은 근사화한 단위계단응답이다. 두 응답의 오차범위는 5%미만이므로 2차 시스템으로의 근사화는 타당하다고 사료된다.

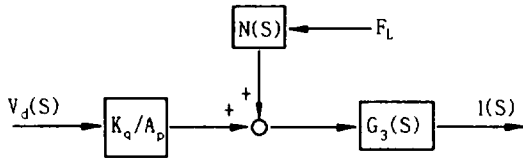


Fig. 4 Block diagram of hydraulic unit

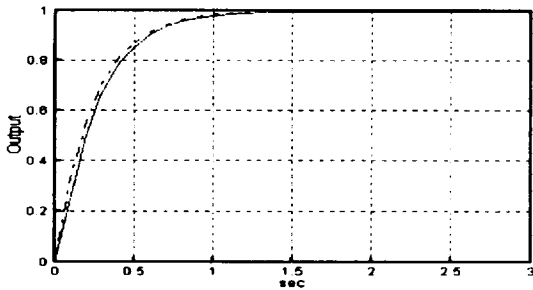


Fig. 5 Comparison between unit step response of original system and unit step response of approximate system

3.2. 제어기 설계

제어기 설계는 시스템의 입력부에 불안정한 입력이 가해져도 시스템이 원하는 목적의 출력을 낼 수 있도록 하기 위하여 필요하다. 전체적인 제어는 Fig. 6에서와 같이 정격 회전수를 기준으로 하여 수행하는데, 일단 회전수의 오차에 따른 피치각을 계산한 다음 이것을 피치 서보밸브의 변위로 환산하여 유압 제어기로 입력되면 제어기는 그 변위를 따라가도록

작동하게 된다.

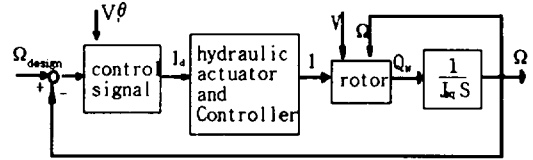


Fig. 6 Block diagram of pitch control system

Fig. 7은 PID 제어기를 사용한 유압작동부의 블록선도이며, 외란에 대한 출력의 전달함수와 기준입력에 대한 출력의 전달함수는 다음과 같다.

$$\frac{K(S)}{M(S)} = \frac{1102.91S}{S^3 + 1102.91(0.00734 + 3.673K_d)S^2 + 4052.1KS + 4052.1K} \quad (17)$$

$$\frac{K(S)}{I_d(S)} = \frac{3.673 \times 1102.91(K_d S^2 + KS + K_i)}{S^3 + 1102.91(3.673K_d + 0.00734)S^2 + 4052.1KS + 4052.1K} \quad (18)$$

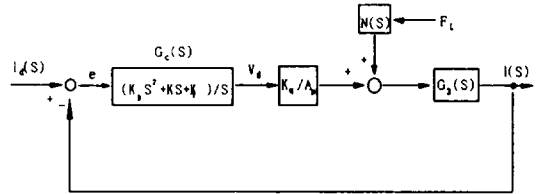


Fig. 7 Block diagram of hydraulic unit with PID Controller

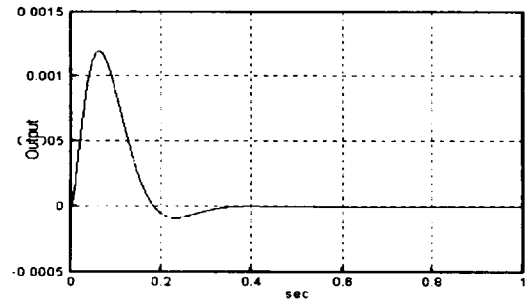


Fig. 8 Response of the system for unit step disturbance

식 (17)과 식 (18)에서 외란에 의한 단위계단응

답사양을 $t_r \leq 0.1$, $t_s \leq 1$, $M_p < 0.1$ 으로 하고 기준 입력에 의한 단위 계단 응답의 조건을 $t_r \leq 0.2$, $t_s \leq 2$, $M_p < 0.2$ 로 하여 계인 조정을 한 결과 $K_d = 0.0217$, $K = 0.6577$, 그리고 $K_i = 394.8800$ 을 얻었다. Fig. 8은 위의 계인들을 사용한 제어기의 유압시스템에 계단형태의 외란이 작용하였을 때의 출력이다. 외란에 의한 출력은 최대 피크치가 0.0012, 외란에 의한 응답은 0.2초 이내에 소멸되고 있다.

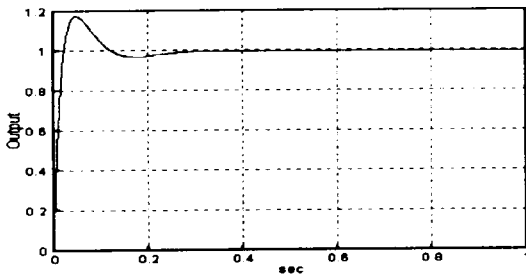


Fig. 9 Response of the system for unit step input

Fig. 9는 동일한 계인을 사용하였을 때 기준 입력에 대한 시스템의 응답을 나타낸다. 오버슈트는 16% 정도이고, 정정 시간은 약 0.1초이다. 외란에 의한 응답은 정상상태의 응답의 약 1.2%밖에 미치지 못하여 이 영향은 무시하여도 된다. 본 연구에서는 위에서 구한 PID 제어기를 사용해서 시뮬레이션에 적용한다.

앞에서 설정한 시스템 변수(parameter)의 변화와 예상치 못한 외란이 시스템에 작용하기 때문에 위에서 설계한 제어기를 부착한 시스템의 상대안정성을 살펴볼 필요가 있다.

외란에 의한 시스템의 전달함수인 식 (17)에서 가장 변화가 심한 것이 풍속의 변화에 의해 발생하는 실린더 출력부분에서의 외란이며 이에 대한 시스템의 보드선도는 Fig. 10과 같다. 그림에서 알 수 있듯이 이득여유는 $GM_{db} = 89.27$ [db], 그리고 위상여유는 89.09° 이다. 따라서 충분한 이득여유와 위상여유가 보장되므로 미지의 외란 F_L 및 물성치 부정확성 등에 의해 시스템은 충분히 안정하다고 사료된다.

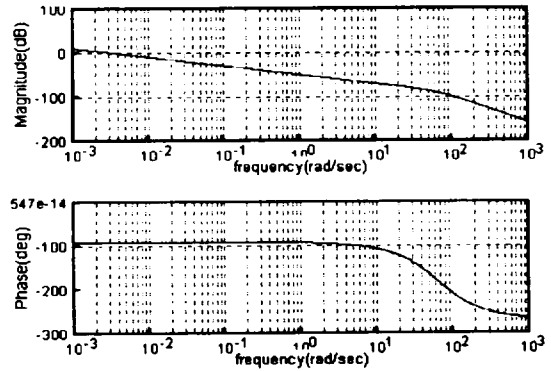


Fig. 10 Bode plot of the hydraulic control system

IV. 실험 및 고찰

4.1. 실험장치 및 방법

본 실험을 위한 실험장치인 풍력발전시스템은 Fig. 11과 같다. 그림에서 회전익(blade)에 발생한 회전각속도는 증속기에서 타이밍 벨트에 의해 6배 증속이 된다. 그리고 증속된 회전수는 발전기의 입력 부분으로 작용하게 된다. 날개의 재질은 아크릴이며 주형제작을 하였다. 피치로드경의 재질은 썬스이고 나머지 부분은 알루미늄이다.

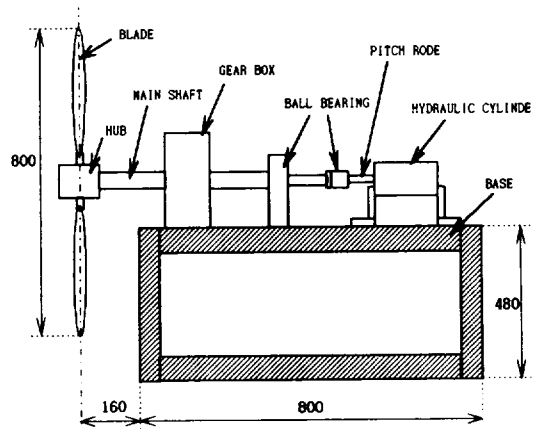


Fig. 11 Configuration of the wind turbine system

피치제어를 위한 유압시스템중 비레 전자 방향 제어

밸브는 슬레노이드에 인가되는 전류의 양에 따라 거의 선형적으로 유량을 내어 보내게 된다. 시스템의 사용압력은 60 kg/cm²이고, 펌프의 용량은 2.1L/min이다.

본 연구에서 바람을 불어주기 위한 풍동은 개회로 풍동이며 제원은 Table. 2와 같다.

Table 2 Specification of wind tunnel

Item	Specification
Type	Open type
Range of wind velocity	0.5~30 m/s
Test section	400(D)×400(H) ×1200(L) m/m
Distribution of wind velocity	Less than 1.0% at mean velocity
Contraction ratio	7.0
Motor Power	10 HP

Intel 80586 PC로 풍차의 회전익을 외부에서 제어하고, 피치각을 인식하기 위해 피치로드경에 위치센서를 설치하였다. 회전수 측정을 위해 증속된 축에 타코메타를 설치하였고, 풍속을 측정하기 위해 풍동 출구에 풍속계(anemometer)를 설치하였다. 풍차와 PC는 인터페이스 카드(PCL-818)를 사용하여 풍속계와 위치센서, 타코메타에서 읽어 들어오는 데이터 값과 슬레노이드 밸브의 방향제어, 위치제어를 수행한다.

4.2. 실험결과 및 고찰

회전의 피치제어가 시스템의 출력에 어떠한 영향을 미치는가 분석하기 위하여 다양한 형태의 풍속을 입력으로 하여 로터의 회전수를 측정하였다. 정격풍속은 16m/s, 정격 회전수는 700rpm이다. 실험에서의 허용오차를 10%로 설정하였다. 풍차의 회전익은 정격풍속 이하에서는 최적의 피치각 20°를 유지하고, 정격풍속 이상에서는 정격회전수를 유지하도록 피치제어가 수행되게 하였으며, 날개의 공회전을 위한 위치는 70°로 선정하였다. III장에서 제안한 제어 알고리즘의 유용성을 확인하고자 동일한 알고리즘으로 실시간 제어실험을 수행하였다.

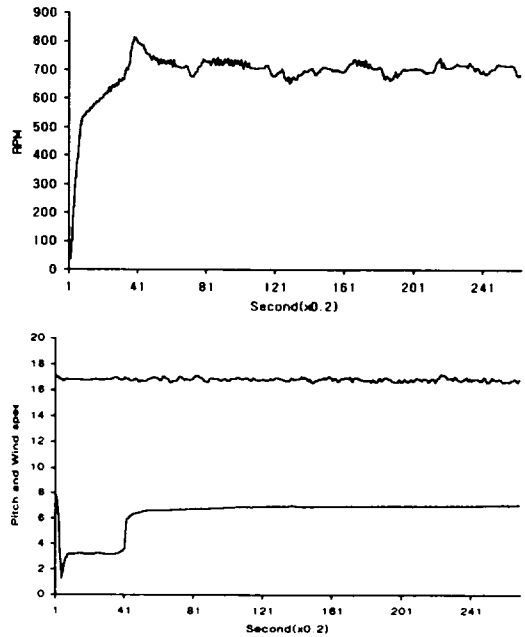


Fig. 12 System output with pitch control(wind speed:17[m/s])

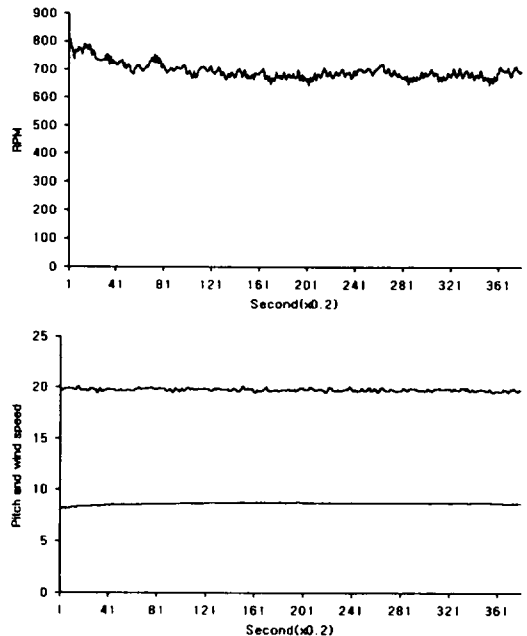


Fig. 13 System output with pitch control(wind speed:20[m/s])

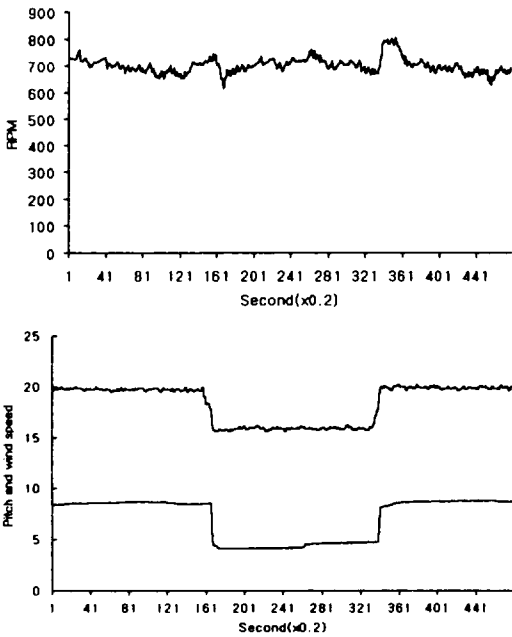


Fig. 14 System output with pitch control(wind speed:20→16→20[m/s])

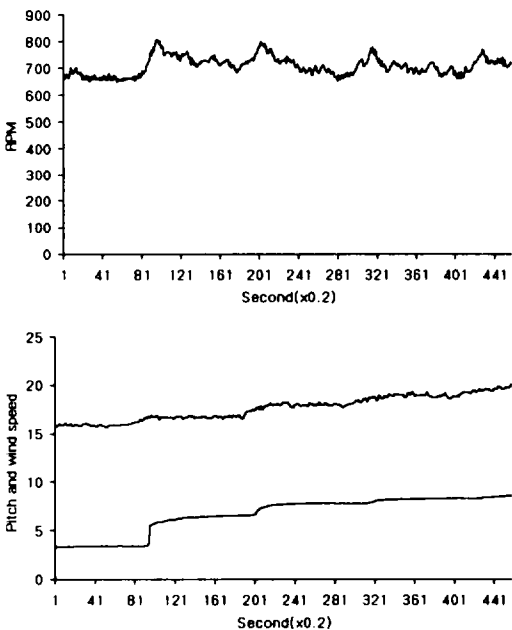


Fig. 15 System output with pitch control(wind speed:16→20[m/s])

Fig. 12는 풍속을 17m/s의 일정한 풍속을 인가했을 때의 시스템의 출력을 나타내고 있다. 피치각은 초기피치각 20°에서 정격회전수를 유지하기 위해서 40°까지 증가시키고 있다. 회전수는 처음에는 갑작스런 풍속의 변화에 의하여 900 rpm까지 상승하나 시간이 흐를수록 허용오차 이내를 유지하고 있음을 확인할 수 있다. Fig. 13은 풍속을 20m/s의 일정한 풍속을 인가했을 때 시스템의 출력을 나타내고 있다. 여기서의 피치각은 53°까지 증가하여 회전수를 허용오차 이내로 유지하고 있다. Fig. 14와 Fig. 15는 변화하는 바람을 예상하여 풍속을 변화시킨 결과이다. Fig. 14는 처음에는 풍속이 20m/s를 유지하다가 정격풍속 16m/s까지 감소시키고, 다시 20m/s의 풍속을 인가하였다. 이때 피치각도 풍속에 따라서 변화하는 형태를 보이고 있으며 회전익의 회전수는 풍속의 급작스런 변화가 있는 지점만을 제외하고서는 허용오차 이내 유지된다. Fig. 15는 풍속을 16m/s에서 20m/s로 점진적으로 증가시켰을 때의 시스템 출력을 나타내고 있다. 피치각도 풍속의 변화에 따라서 서서히 증가하고 있으며, 53°까지 이르며 회전수는 풍속을 서서히 증가시켰으므로 급작스런 증가는 발생하지 않으며 전 영역에 걸쳐 허용오차 이내에 있음을 확인할 수 있다.

V. 결 론

본 논문에서는 입력변수가 많은 풍력발전 시스템의 회전익 피치제어가 시스템의 출력에 미치는 영향을 예측하기 위하여 시스템을 구성하고 있는 각 구성요소별 모델을 기초로 하여 전체시스템의 모델을 유도하였다. 그리고 시스템의 안정과 피치제어의 영향을 극대화시키기 위하여 적절한 제어 알고리즘을 제안하였고, 모형풍력발전 시스템을 제작하고, 실제 실험을 통하여 피치제어의 가능성과 영향을 분석하였다.

참고문헌

- 1) 이정오 외, 1975, 풍력 이용에 관한 종합연구, 과

- 학기술처, STF-74-2.
- 2) 이정오 외, 1977, 풍력발전 개발연구, 과학기술 처, STF-76-2.
- 3) 남준우 외, 1976, 제주도 중산간 지대의 전화 및 지하수 양수용 풍력 발전기의 개발연구, 한국과학 기술 연구소, BS J-772-2.
- 4) 이춘식, 김광호, 1990, 소형 수평축 풍차 및 풍력 발전 시스템 개발에 관한 연구, 한국전력공사기술연구원, pp. 154-156.
- 5) David M. Egglestomn & Forrest S. Stoddard, 1987, *Wind Turbine Engineering Design*, Van Nostrand Reinhold Company Inc. pp 19-20.
- 6) Herbert E. Merrit, 1967, *Hydraulic Control Systems*, John Wiley & Sons, Inc, pp. 145-150.