

碩士學位論文

애니메이션 技法을 活用한  
2次元 流動의 數值模擬



濟州大學校 大學院  
JEJU NATIONAL UNIVERSITY LIBRARY  
土木海洋工學科

金 南 局

111.346

2001年 6月

# 애니메이션 技法을 活用한 2次元 流動의 數值模擬

指導教授 金 南 亨

金 南 局

이 論文을 工學 碩士學位 論文으로 提出함



제주대학교 중앙도서관  
JEJU NATIONAL UNIVERSITY LIBRARY

2001年 6月

金南局的 工學 碩士學位 論文을 認准함

審査委員長 \_\_\_\_\_ 印

委 員 \_\_\_\_\_ 印

委 員 \_\_\_\_\_ 印


濟州大學校 大學院

2001年 6月

# **Numerical Simulation of the Two-Dimensional Fluid Flow Applying Animation Technique**

**Nam-Kuk Kim**

**(Supervised by Professor Nam-Hyeong Kim)**

 제주대학교 중앙도서관  
**A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT OF THE  
REQUIREMENTS FOR THE DEGREE OF MASTER OF  
ENGINEERING**

**DEPARTMENT OF CIVIL & OCEAN ENGINEERING  
GRADUATE SCHOOL  
CHEJU NATIONAL UNIVERSITY**

**2001. 6.**

# 目 次

Summary .....	1
I. 서론 .....	3
1. 연구배경 .....	3
1-1. 시대적 배경 .....	3
1-2. 이론적 배경 .....	3
2. 연구목적 .....	5
II. 2차원 유동현상의 기초방정식 .....	6
III. 2차원 유동현상의 수치모의방법 .....	7
1. 기초방정식의 유한차분 .....	7
2. 계산영역의 분류 .....	11
3. 유체영역의 해석방법 .....	13
4. 경계 및 장애물 영역의 해석방법 .....	14
5. 자유표면영역의 해석방법 .....	17
6. 해석의 안정조건 .....	19
7. 해석순서 .....	21
IV. 모의결과 및 고찰 .....	23
1. 수치모의의 타당성 검토 .....	23
2. 직사각형 수조에서 sloshing 현상의 수치모의 .....	26
3. 월파현상의 수치모의 .....	33
4. 애니메이션 기법의 활용 .....	43
V. 결론 .....	47
VI. 참고문헌 .....	48

## List of Figures

Fig. 1. Comparison of the variables in two mesh types. ....	8
Fig. 2. Computing mesh and cell. ....	12
Fig. 3. The positions of variables at a left wall. ....	15
Fig. 4. The tangential stress condition for the calculation of empty cell velocity just outside the surface cell. ....	20
Fig. 5. The calculation cycle. ....	22
Fig. 6 Dimension configurations for claculation of the collapse of water column in vertical water tank. ....	24
Fig. 7. Comparison of calculated result with experimental data for the water column collapse problem. ....	25
Fig. 8. Configuration of markers for the sloshing water in water tank. [(a) ~ (f)] ..... [(g) ~ (l)] ..... [(m) ~ (r)] .....	27 28 29
Fig. 9. Velocity vector profiles for the sloshing water in water tank. [(a) ~ (f)] ..... [(g) ~ (l)] ..... [(m) ~ (r)] .....	30 31 32
Fig. 10. Dimension configurations for calculation of the overtopping in water tank. ....	34
Fig. 11. Configuration of markers for the overtopping in water tank. [(a) ~ (d)] ..... [(e) ~ (h)] ..... [(i) ~ (l)] ..... [(m) ~ (p)] .....	35 36 37 38
Fig. 12. Velocity vector profiles for the overtopping in water tank. [(a) ~ (d)] ..... [(e) ~ (h)] ..... [(i) ~ (l)] .....	39 40 41

[(m)~(p)] .....	42
Fig. 13. Animation for the collapse of water column by GIF format. .....	45
Fig. 14. Animation for the collapse of water column by AVI format. .....	45
Fig. 15. Animation for the overtopping by GIF format. ....	46
Fig. 16. Animation for the overtopping by AVI format. ....	46



## Summary

The SMAC(Simplified Marker And Cell) method is, one of the numerical simulation techniques for the fluid flows with free surfaces, modified from the original MAC(Marker And Cell) method for the time-dependent variation of fluid flows.

Fundamentally, the SMAC method is a scheme that solves the continuity equation and the Navier-Stokes(N-S) equation of the fluid by the finite-difference method, with the forward differencing in time and centered differencing in space(FTCS) for the difference of the viscous term and the convective term. In this study, the difference of the convective term used Donor-Cell method. Although it is very important to evaluate exactly the convective term so as to calculate the accuracy of the turbulent fluid motions, this requires a very small grid interval and time step.

In the SMAC method, the analytical region is divided into minute elements, and the fluid region is judged by marker particles according to how they were arranged beforehand. Several different cells can be distinguished: the cell without a marker(empty cell), the cell which touches empty cells(surface cell), the cell which is filled with a fluid(full cell), and the cell which is the obstacle(obstacle cell).

In this study, numerical simulation of the two-dimensional fluid flows are carried out by modified SMAC method, and simulation results compared Martin-Moyce's experimental data and result of the MPS(Moving-Particle Semi-implicit) method. Simulation results are expressed the form of visual information with plots of marker particle configurations and velocity vectors. The particle configuration plots are made by plotting the x and y coordinates of all the marker particles, and by drawing the boundaries. But particle plots don't convey complete information on all flow details. The velocity vector plots show the direction of flow and provide a feeling for the magnitude of

the velocities in relation to each other. For every full cell or surface cell in system, a vector is drawn originating at the cell center, with a length proportional to the velocity at the cell center. In addition to the marker particle and velocity vector plots, motion pictures are made by the animation technique.

The motion pictures are created from still pictures of marker particle configurations. In this study, two types among several animation formats are used. One is the GIF(Graphic Interchange File) animation format, the other is the AVI(Audio Video interleave) format. The motion pictures provide a feeling for the nature of the flow that a still picture often cannot transmit. Animation techniques are considered one of the very useful demonstration techniques in the field of CFD(Computational Fluid Dynamics).





# I. 서론

## 1. 연구배경

### 1-1. 시대적 배경

컴퓨터의 용량과 연산속도가 증가함에 따라, 이론적으로 해석이 쉽지 않은 물리적 현상들을 해결하기 위하여 컴퓨터를 이용한 수치모의기법들이 활발히 연구되어 왔다. 특히, 지난 수십년내의 컴퓨터 발달은 매우 눈부시게 성장하여 수년 전까지만해도 대용량컴퓨터에서나 처리가 가능하였던 문제들도 소형컴퓨터에서도 처리가 가능하게 되었다. 이러한 수치모의기법들은 종래 많은 시간과 비용이 드는 실험에 의하지 않고서는 측정하기 어려운 물리적 현상을 예측하고, 실험에 의해서도 측정하기 어려운 복잡한 형상 내에서의 유체유동을 계산하는데 널리 이용되고 있다.

수치모의의 결과로 얻어지는 자료들은 보통 2차원 플로팅방법에 의해 처리되었으나 컴퓨터그래픽스 기술의 발전으로 고해상도의 화상출력도 가능해 졌다. 또한, 하드웨어 및 소프트웨어의 발전으로 인해 수치모의 결과를 동영상으로 제작 하는 것이 훨씬 쉬워졌다. 애니메이션 기법을 활용한 동영상은 수치모의의 자료를 시간의 변화에 따라 가시적으로 또는 실시간으로 분석하는 것을 가능하게 해 준다. 애니메이션 기법을 활용하여 동영상을 제작하는 것은 유동을 가시화하는데 매우 유용한 기법으로서 수치모의분야에서의 활용이 요구되는 시점이다.

### 1-2. 이론적 배경

전산유체역학(CFD, computational fluid dynamics)의 분야에서는 연속차원의 문제를 유한차원의 문제로 해석하는 기법의 하나인 유한차분법(FDM, finite

difference method)이 빈번히 사용되어 왔다. 그러나 유체와 대기가 접하는 부분, 즉 자유표면의 위치와 형상을 인식하거나, 그 표면에서의 속도 등을 계산하는 문제는 그리 쉬운 문제는 아니다.

이러한 이유로 자유표면을 가진 2차원 비정상, 비압축성 유동을 해석하기 위하여 MAC(Marker And Cell)법이 개발되었다(Harlow and Welch, 1965 ; Welch *et al.*, 1966 ; Hirt and Harlow, 1967). MAC법은 자유표면의 추적을 위해서 marker particle을 사용하였고, 속도의 반복보정을 위하여 엇갈린 격자망 상에서 압력에 관한 poisson방정식을 유도하여 사용하였다. MAC법의 개량형으로서 SMAC(Simplified Marker and Cell)법이 개발되어 MAC법에서와 같이 경계에서의 압력 경계조건을 직접 지정해야 하는 어려움을 해소하였고, 수렴성을 향상시키기 위해서 속도보정시 경계에서 균일한 경계조건을 가지는 포텐셜 함수를 도입하였다(Amsden and Harlow, 1970). 또, Eulerian과 Lagrangian방법 만으로 접근하기 어려운 복잡한 형태의 자유표면을 계산할 수 있는 ALE(Arbitrary Lagrangian Eulerian)법과 압력보정을 음적으로 계산하는 ICE(Implicit Continuous Eulerian)법을 결합하여 사용한 YAQUI가 개발되어 사용되었다(Amsden and Hirt, 1973).

1975년 일반 유체의 해석 알고리즘으로서 SOLA(SOLution Algorithm for transient fluid flows)법이 개발되어 간단한 압력 반복계산에 의해서 속도를 보정하는 방법이 제시되었으며, SOLA법에 자유표면 추적방법인 높이함수법(height function method)을 결합하여 SOLA-SURF법이 제시되었다(Hirt *et al.*, 1975). 이러한 SOLA계열의 해석방법도 점차 개량되어, 비정상 압축성 유체를 해석하기 위해서 SOLA-ICE법, 이상류(two phase flow)를 해석하기 위한 SOLA-DF법 등이 계속적으로 개발되었다(Cloutman *et al.*, 1976 ; Hirt *et al.*, 1979). 또한, 1980년 유체함수(Volume Of Fluid) 개념을 도입한 SOLA-VOF법이 개발된 이후 액체연료의 유동해석을 위한 NASA-VOF 2D, 3D 등이 개발되었다(Nichols *et al.*, 1980 ; Torrey *et al.*, 1985 ; Torrey *et al.*, 1987).

이와 같이 자유표면 가진 유동을 해석하기 위해 개발된 MAC, SMAC법 및 SOLA계열의 수치해석법은 주로 토목공학, 원자력공학, 기계공학, 우주항공공학 분야에서 사용되고 있다.

## 2. 연구목적

공학의 분야에서 행하여지는 수치모의는 방대한 원시 자료들을 분석하기 위하여 주로 2차원 플로팅방법을 사용하여 왔다. 그러나, 비정상 유동의 경우 애니메이션기법을 활용하면 자료의 감각적 인지를 구체적인 인지로 전환해 줄 수 있을 뿐만 아니라 더 나아가서 실제적으로 가능하지 않은 상황을 연출시켜 가상적 자료에 대한 결과를 가시적으로 해석하는 것이 가능하다. 자유표면을 가진 2차원 유체의 유동을 해석하기 위한 여러 가지 수치해석기법 중 SMAC법은 marker를 이용하여 유체의 형상을 파악하도록 한다. 입자는 중량을 가지고 있지 않은 이상화된 입자로서 유체의 형상을 나타내기 때문에 이 marker는 속도장·압력장 등의 계산에는 직접 관여하고 있지는 않지만, 계산결과의 시각화·흐름의 가시화에 중요한 역할을 한다. SMAC법에서는 이송항(convective term)을 중심차분 하고 있으나, 이송항을 중심차분 하였을 경우에 이송항이 커지면 수치계산상 불안정성이 생길 우려가 있다. 따라서, 본 연구에서는 이송항의 차분시 Donor-Cell법을 사용할 수 있도록 개량하였고, 개량된 SMAC법을 이용하여 수치모의를 실행한 후 수치모의 결과를 애니메이션으로 제작하여 모의결과를 보다 효율적으로 가시화하고 그 활용도를 가늠해 보고자 한다.

## II. 2차원 유동현상의 기초방정식

2차원 직교좌표계(cartesian coordinate)에서의 비압축성 유체의 흐름을 해석하기 위해 SMAC법에서 사용하고 있는 기초방정식은 연속방정식(continuity equation)과 Navier-Stokes 방정식으로 다음과 같다.

연속방정식 :

$$D = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

Navier-Stokes 방정식 :

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + F_x \quad (2)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + F_y \quad (3)$$

여기서,  $u, v$ 는  $x, y$ 방향의 속도성분,  $p$ 는 압력,  $\rho$ 는 밀도,  $\nu$ 는 동점성계수,  $F_x, F_y$ 는  $x, y$ 방향에 작용하는 단위질량당의 외력을 나타낸다. 식(1)을 이용하여, 식(2)와 식(3)을 약간 변형하면 다음과 같이 된다.

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u^2}{\partial x} + \frac{\partial(uv)}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} \right) + F_x \quad (4)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial(uv)}{\partial x} + \frac{\partial v^2}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - \nu \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} \right) + F_y \quad (5)$$

본 연구에서는 식(1), (4), (5)를 기초방정식으로 사용하여 수치모의를 수행한다.

### Ⅲ. 2차원 유동현상의 수치해석방법

#### 1. 기초방정식의 유한차분

Ⅱ장에서 서술한 편미분형태의 기초방정식(1), (4), (5)를 차분하기 위해서 엇갈린 격자망(staggered mesh)을 사용한다. 일반적으로 쓰이는 격자망에서는 속도와 압력을 격자의 중앙에서 정의하지만 엇갈린 격자망의 경우, 속도는 격자의 중심에서, 압력은 격자의 중앙에서 정의한다. 엇갈린 격자망을 사용한 이유는 일반적인 격자망에서와 같이 속도, 압력을 동일점에서 정의하는 경우에 수치해석의 부정확성(inaccuracy)과 불안정성(instability)을 초래할 수 있기 때문이다. 이러한 이유로 SMAC법에서는 엇갈린 격자망을 사용하고 있으며, 본 연구에서도 엇갈린 격자망을 사용하여 방정식을 차분하였다. 일반적인 격자망과 엇갈린 격자망에서 각 변수들의 정의는 Fig. 1에 나타내었다.

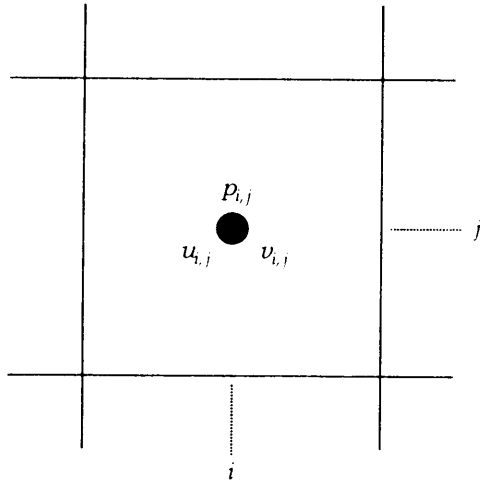
식(1), (4), (5)로 나타내어진 연속방정식과 Navier-Stokes 방정식을 시간은 전진차분, 공간은 중심차분법(forward time/centered space method, FTCS)을 이용하여 차분하면 다음과 같다.

$$D_{i,j}^{n+1} = \frac{u_{i+\frac{1}{2},j}^{n+1} - u_{i-\frac{1}{2},j}^{n+1}}{\delta x} + \frac{v_{i,j+\frac{1}{2}}^{n+1} - v_{i,j-\frac{1}{2}}^{n+1}}{\delta y} = 0 \quad (6)$$

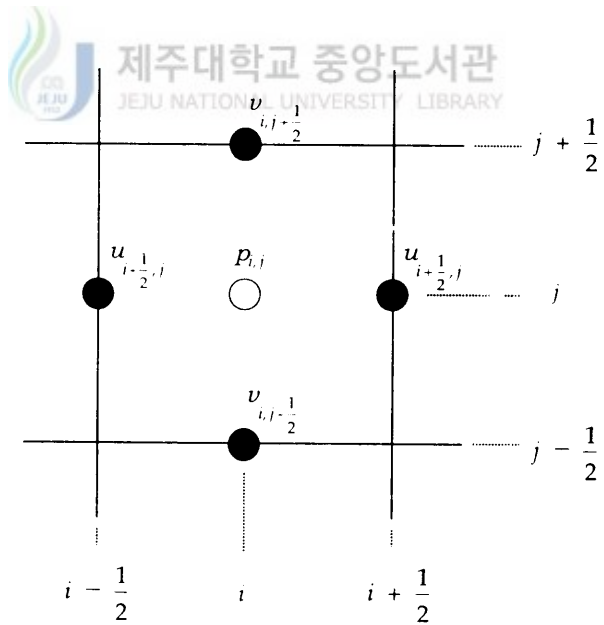
$$\tilde{u}_{i+\frac{1}{2},j}^{n+1} = u_{i+\frac{1}{2},j}^n + \delta t \left( \frac{\theta_{i,j} - \theta_{i+1,j}}{\delta x} - CUX - CUY + VISX + F_x \right) \quad (7)$$

$$\tilde{v}_{i,j+\frac{1}{2}}^{n+1} = v_{i,j+\frac{1}{2}}^n + \delta t \left( \frac{\theta_{i,j} - \theta_{i,j+1}}{\delta y} - CVX - CVY + VISY + F_y \right) \quad (8)$$

여기서,  $CUX$ ,  $CUY$  와  $CVX$ ,  $CVY$ 는 각각  $x$ ,  $y$ 방향의 이송항(convective



(a) The variables in a typical mesh



(b) The variables in a staggered mesh

Fig. 1. Comparison of the variables in two mesh types.

term)을 나타내고,  $VISX$ ,  $VISY$ 는 각각  $x$ ,  $y$ 방향의 점성항(viscous term)을 나타낸다. 또, 윗첨자  $n+1$ 은 새로운 시간  $t=(n+1)\delta t$ 의 유속값을 나타내며, 식(7)과 식(8)에 있어서 유속  $u^{n+1}$ ,  $v^{n+1}$ 에 ~기호가 붙어 있는 것은 시간의 전진차분에 의해 시간  $(n+1)$ 의 값이 구해지는 것으로, 각각의  $u$ ,  $v$ 는 식(6)을 만족하고 있지 않기 때문에 “임시유속”의 의미이다. 또, Fig. 1에 나타낸 엇갈린 격자망에는 다음과 같은 근사식이 성립한다.

$$\left. \begin{aligned} u_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} &= \frac{u_{i+\frac{1}{2},j} + u_{i+\frac{1}{2},j+1}}{2}, & u_{i,j} &= \frac{u_{i-\frac{1}{2},j} + u_{i+\frac{1}{2},j}}{2} \\ v_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} &= \frac{v_{i,j+\frac{1}{2}} + v_{i+1,j+\frac{1}{2}}}{2}, & v_{i,j} &= \frac{v_{i,j-\frac{1}{2}} + v_{i,j+\frac{1}{2}}}{2} \\ (u \cdot v)_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} &= u_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} \cdot v_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

SMAC법에서는 식(7), (8)에서 이송항과 점성항을 다음과 같이 차분하였다.

$$CUX = - \left\{ \frac{u_{i+\frac{1}{2},j}^n \left( u_{i-\frac{1}{2},j}^n - u_{i+\frac{3}{2},j}^n \right)}{\delta x} \right\} \quad (10)$$

$$CUY = - \left\{ \frac{(u \cdot v)_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}^n - (u \cdot v)_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^n}{\delta y} \right\} \quad (11)$$

$$CVX = - \left\{ \frac{(u \cdot v)_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^n - (u \cdot v)_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^n}{\delta x} \right\} \quad (12)$$

$$CVY = - \left\{ \frac{v_{i,j+\frac{1}{2}}^n \left( v_{i,j-\frac{1}{2}}^n - v_{i,j+\frac{3}{2}}^n \right)}{\delta y} \right\} \quad (13)$$

$$VISX = \nu \left( \frac{u^n_{i+\frac{1}{2},j+1} + u^n_{i+\frac{1}{2},j-1} - 2u^n_{i+\frac{1}{2},j}}{\delta y^2} - \frac{v^n_{i+1,j+\frac{1}{2}} - v^n_{i+1,j-\frac{1}{2}} - v^n_{i,j+\frac{1}{2}} + v^n_{i,j-\frac{1}{2}}}{\delta x \delta y} \right) \quad (14)$$

$$VISY = -\nu \frac{1}{\delta x} \left\{ \left( \frac{u^n_{i+\frac{1}{2},j+1} - u^n_{i+\frac{1}{2},j}}{\delta y} - \frac{v^n_{i+1,j+\frac{1}{2}} - v^n_{i,j+\frac{1}{2}}}{\delta x} \right) - \left( \frac{u^n_{i-\frac{1}{2},j+1} - u^n_{i-\frac{1}{2},j}}{\delta y} - \frac{v^n_{i,j+\frac{1}{2}} - v^n_{i-1,j+\frac{1}{2}}}{\delta x} \right) \right\} \quad (15)$$

그러나, 기존 SMAC법에서와 같이 이송항을 중심차분 하였을 경우에 이송항이 커지면 중심차분적 이산화는 수치계산상 불안정성이 생길 우려가 있어 본 연구에서는 다음과 같이 이송항의 차분에 Donor-Cell법을 사용하였다.

$$CUX = \frac{1}{4\delta x} \left\{ \left( u^n_{i+\frac{1}{2},j} + u^n_{i+\frac{3}{2},j} \right)^2 + \left| u^n_{i+\frac{1}{2},j} + u^n_{i+\frac{3}{2},j} \right| \left( u^n_{i+\frac{1}{2},j} - u^n_{i+\frac{3}{2},j} \right) - \left( u^n_{i-\frac{1}{2},j} + u^n_{i+\frac{1}{2},j} \right)^2 - \left| u^n_{i-\frac{1}{2},j} + u^n_{i+\frac{1}{2},j} \right| \left( u^n_{i-\frac{1}{2},j} - u^n_{i+\frac{1}{2},j} \right) \right\} \quad (16)$$

$$CUY = \frac{1}{4\delta y} \left\{ \left( v^n_{i,j+\frac{1}{2}} + v^n_{i+1,j+\frac{1}{2}} \right) \left( u^n_{i+\frac{1}{2},j} + u^n_{i+\frac{1}{2},j+1} \right) + \left| v^n_{i,j+\frac{1}{2}} + v^n_{i+1,j+\frac{1}{2}} \right| \left( u^n_{i+\frac{1}{2},j} - u^n_{i+\frac{1}{2},j+1} \right) - \left( v^n_{i,j-\frac{1}{2}} + v^n_{i+1,j-\frac{1}{2}} \right) \left( u^n_{i+\frac{1}{2},j-1} + u^n_{i+\frac{1}{2},j} \right) - \left| v^n_{i,j-\frac{1}{2}} + v^n_{i+1,j-\frac{1}{2}} \right| \left( u^n_{i+\frac{1}{2},j-1} - u^n_{i+\frac{1}{2},j} \right) \right\} \quad (17)$$



$$\begin{aligned}
CVX = \frac{1}{4\delta x} & \left\{ \left( u_{i+\frac{1}{2},j}^n + u_{i+\frac{1}{2},j+1}^n \right) \left( v_{i,j+\frac{1}{2}}^n + v_{i+1,j+\frac{1}{2}}^n \right) \right. \\
& + \left| u_{i+\frac{1}{2},j}^n + u_{i+\frac{1}{2},j+1}^n \right| \left( v_{i,j+\frac{1}{2}}^n - v_{i+1,j+\frac{1}{2}}^n \right) \\
& - \left( u_{i-\frac{1}{2},j}^n + u_{i-\frac{1}{2},j+1}^n \right) \left( v_{i-1,j+\frac{1}{2}}^n + v_{i,j+\frac{1}{2}}^n \right) \\
& \left. - \left| u_{i-\frac{1}{2},j}^n + u_{i-\frac{1}{2},j+1}^n \right| \left( v_{i-1,j+\frac{1}{2}}^n - v_{i,j+\frac{1}{2}}^n \right) \right\}
\end{aligned} \tag{18}$$

$$\begin{aligned}
CVY = \frac{1}{4\delta y} & \left\{ \left( v_{i,j+\frac{1}{2}}^n + v_{i,j+\frac{3}{2}}^n \right)^2 + \left| v_{i,j+\frac{1}{2}}^n + v_{i,j+\frac{3}{2}}^n \right| \left( v_{i,j+\frac{1}{2}}^n - v_{i,j+\frac{3}{2}}^n \right) \right. \\
& \left. - \left( v_{i,j-\frac{1}{2}}^n + v_{i,j+\frac{1}{2}}^n \right)^2 - \left| v_{i,j-\frac{1}{2}}^n + v_{i,j+\frac{1}{2}}^n \right| \left( v_{i,j-\frac{1}{2}}^n - v_{i,j+\frac{1}{2}}^n \right) \right\}
\end{aligned} \tag{19}$$

## 2. 계산영역의 분류



SMAC법에서는 공간으로 이산화된 유체를 Fig. 2에서 나타내듯이 5종류의 Cell로 나눈다.

- 1) Empty Cell(빈 셀, **E**) : 입자를 포함하지 않은 셀, 즉 유체가 존재하지 않는 영역
- 2) Surface Cell(표면셀, **S**) : 입자를 포함하면서 주위에 1개 이상의 빈 셀과 이웃하는 셀
- 3) Full Cell(유체의 셀, **F**) : 입자를 포함하면서 주위에 빈 셀과 이웃하지 않는 셀, 즉 유체로만 채워진 영역
- 4) Boundary Cell(경계셀, **B**) : 해석영역을 둘러싸는 경계의 셀
- 5) Obstacle Cell(장애물 셀, **OB**) : 해석영역 내부의 고체벽과 같은 장애물을 나타내는 셀

⊗	B	B	B	B	B	B	B	B	⊗
B	E	E	E	E	E	E	E	E	B
B	E	E	E	E	E	E	E	E	B
B	E	E	E	E	E	E	E	E	B
B	S	S	S	S	S	S	E	E	B
B	F	F	F	F	F	S	E	E	B
B	F	F	F	OB	OB	F	S	E	B
B	F	F	F	OB	OB	F	S	E	B
B	F	F	F	OB	OB	F	S	E	B
⊗	B	B	B	B	B	B	B	B	⊗

Fig. 2. Computing mesh and cell.

### 3. 유체영역의 해석방법

SMAC법에서는 질량보존의 법칙( $D=0$ )을 이용한 속도의 반복보정시 압력을 직접 계산하지 않고 포텐셜 함수(potential function),  $\phi$ 를 이용하는데 그 이유는 포텐셜함수  $\phi$ 를 사용하여 속도보정식을 유도하게 되면  $\phi$ 함수가 모든 경계에서 균일한 경계조건(homogeneous boundary condition)을 가질 뿐만 아니라, 속도의 반복보정시 압력을 직접 사용하는 것보다 수렴성면에서 보다 유리하다. 포텐셜함수  $\phi$ 가 정의되는 위치는 Fig. 1에서와 같고 도입된 포텐셜함수  $\phi$ 는 다음과 같다.

$$\frac{\partial \phi}{\partial y} = u, \quad \frac{\partial \phi}{\partial x} = -v \quad (20)$$

또, 포텐셜함수와 의사속도  $\tilde{u}$ ,  $\tilde{v}$ 와의 이용한 2차원 속도보정식은 다음과 같다.

$$\left. \begin{aligned} u_{i+\frac{1}{2},j}^{n+1} &= \tilde{u}_{i+\frac{1}{2},j}^{n+1} - \frac{\phi_{i+1,j} - \phi_{i,j}}{\delta x} \\ u_{i-\frac{1}{2},j}^{n+1} &= \tilde{u}_{i-\frac{1}{2},j}^{n+1} - \frac{\phi_{i,j} - \phi_{i-1,j}}{\delta x} \\ v_{i,j+\frac{1}{2}}^{n+1} &= \tilde{v}_{i,j+\frac{1}{2}}^{n+1} - \frac{\phi_{i,j+1} - \phi_{i,j}}{\delta y} \\ v_{i,j-\frac{1}{2}}^{n+1} &= \tilde{v}_{i,j-\frac{1}{2}}^{n+1} - \frac{\phi_{i,j} - \phi_{i,j-1}}{\delta y} \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

식(21)을 이용하여 식(6)을 차분하면, 다음식이 구해진다.

$$D_{i,j}^{n+1} = \tilde{D}_{i,j} - \frac{\phi_{i+1,j} - 2\phi_{i,j} + \phi_{i-1,j}}{\delta x^2} - \frac{\phi_{i,j+1} - 2\phi_{i,j} + \phi_{i,j-1}}{\delta y^2} \quad (22)$$

$$\phi_{i,j}^{k+1} = \frac{1+\alpha}{\left(\frac{2}{\delta x^2} + \frac{2}{\delta y^2}\right)} \times \left[ -\bar{D}_{i,j} + \frac{\phi_{i+1,j}^k + \phi_{i-1,j}^{k+1}}{\delta x^2} + \frac{\phi_{i,j+1}^k + \phi_{i,j-1}^{k+1}}{\delta y^2} \right] - \alpha \phi_{i,j}^k \quad (23)$$

여기서, 포텐셜 함수  $\phi$ 의 기호  $k$ 는 반복계산에 의한  $\phi$ 의 수렴값으로 반복계산횟수를 나타내고 있다. 변수  $\alpha$ 는 완화계수(relaxation factor)로서 보통  $0 \leq \alpha < 1$ 의 값을 사용해야 하며, 본 연구에서는 0.7 ~ 0.8 사이의 값을 사용하였다. 반복 계산할 때에 수렴기준은 다음 식을 사용한다.

$$\left| \frac{|\phi_{i,j}^{k+1}| - |\phi_{i,j}^k|}{|\phi_{i,j}^{k+1}| + |\phi_{i,j}^k|} \right| < \varepsilon \quad (24)$$

본 연구에서  $\varepsilon$ 은 0.0002로 했다.

#### 4. 경계 및 장애물 영역의 해석방법

MAC법에서는 고체벽과 내부 장애물에서 압력과 질량생성(divergence flux)에 관한 복잡한 경계조건들을 사용하지만, SMAC법에서는 속도보정식에서 압력을 직접 사용하지 않고 포텐셜 함수를 도입하여 사용하고 있기 때문에, 경계에서는 속도조건과 포텐셜 함수만을 정의해 주면 된다. 따라서, 경계조건을 정의함에 있어서 MAC법보다 비교적 수월하게 정의할 수 있다.

SMAC법에서는 유체의 좌우상하벽면에 있어서 경계조건은 no-slip조건, slip조건, 주어진 유입조건, 유출조건 및 연속적인 유입, 유출조건을 사용했다. no-slip조건은 벽면이 점착성 또는 조면(粗面)인 경우로, 마찰력이 작용하는 것을 의미한다. Fig. 3의 기호를 이용하여 경계조건을 나타내면, 다음과 같다.

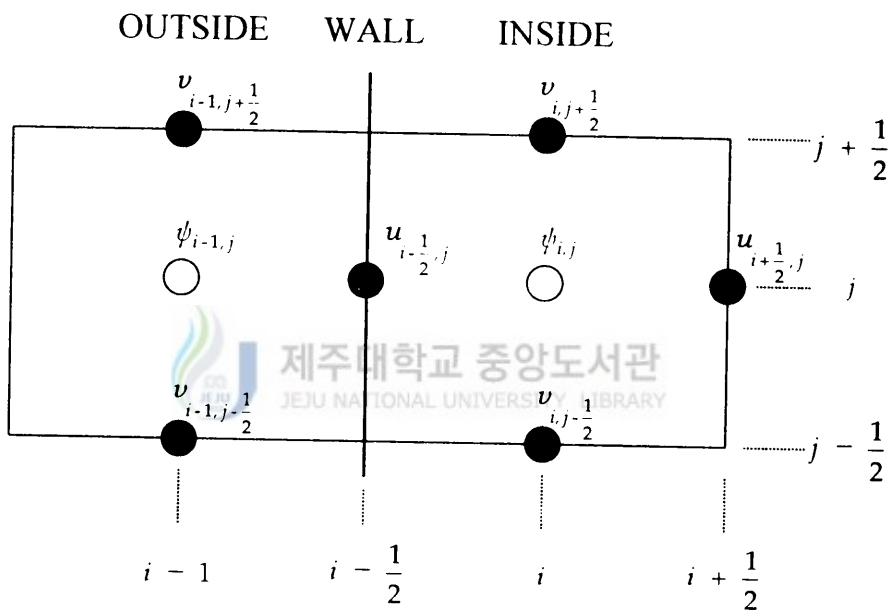


Fig. 3. The positions of variables at a left wall.

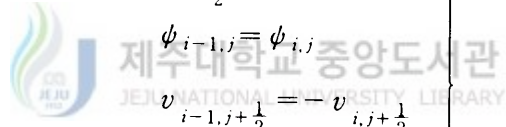
1) slip조건

고체벽에서 법선속도(normal velocity)는 항상 0이고, slip조건 아래에서 접선속도(tangential velocity)와 포텐셜 함수는 벽면에서 어떤 경사도 갖지 않는다. 경계셀에 대한 slip계수(slip coefficient)는 1.0이 된다.

$$\left. \begin{aligned} u_{i-\frac{1}{2},j} &= 0 \\ \psi_{i-1,j} &= \psi_{i,j} \\ v_{i-1,j+\frac{1}{2}} &= v_{i,j+\frac{1}{2}} \\ v_{i-1,j-\frac{1}{2}} &= v_{i,j-\frac{1}{2}} \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

2) no-slip조건

고체벽에서 법선속도와 접선속도 모두 0이된다. 이 경우 경계셀에 대한 slip계수는 -1.0이 된다.



$$\left. \begin{aligned} u_{i-\frac{1}{2},j} &= 0 \\ \psi_{i-1,j} &= \psi_{i,j} \\ v_{i-1,j+\frac{1}{2}} &= -v_{i,j+\frac{1}{2}} \\ v_{i-1,j-\frac{1}{2}} &= -v_{i,j-\frac{1}{2}} \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

3) 주어진 유입조건, 유출조건

지정된 비율로 유체를 유입 또는 유출시키는 경계조건이다. 이때 유입조건인 경우는 주어진 속도에 따라 marker를 계속 생성시켜야 하고, 유출조건인 경우에는 marker들이 유출경계를 넘어설 때마다 계산 메모리에서 제거해 주어야 한다.

$$\left. \begin{aligned} u_{i-\frac{1}{2},j} &= \{ \text{주어진 유출, 유입속도} \} \\ \psi_{i-1,j} &= \psi_{i,j} \\ v_{i-1,j+\frac{1}{2}} &= -v_{i,j+\frac{1}{2}} \\ v_{i-1,j-\frac{1}{2}} &= -v_{i,j-\frac{1}{2}} \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

#### 4) 연속적인 유입, 유출조건

연속적인 유입, 유출조건은 미리 지정된 일정 속도에 의하여 유체가 유입, 유출되는 것이 아니라, 계산과정 중에 자동적으로 설정되는 속도들에 의하여 유체가 계산영역에 유입되거나 유출되는 조건이다. 이 경우에도 계산된 속도에 대한 marker들의 생성 및 소멸을 고려해야 한다.

$$\left. \begin{aligned}
 \tilde{u}_{i-\frac{1}{2},j} &= \tilde{u}_{i+\frac{1}{2},j} \\
 \psi_{i-1,j} &= 0 \text{ 인 경우 } \tilde{u}_{i-\frac{1}{2},j} = \tilde{u}_{i-\frac{1}{2},j} - \frac{1}{\delta x}(\psi_{i,j} - \psi_{i-1,j}) \\
 v_{i-1,j+\frac{1}{2}} &= v_{i,j+\frac{1}{2}} \\
 v_{i-1,j-\frac{1}{2}} &= v_{i,j-\frac{1}{2}}
 \end{aligned} \right\} (28)$$

#### 5. 자유표면 영역의 해석방법



해석에 사용하는 5가지 계산 셀 중에서 해석과정 중 변화하지 않는 경계셀과 장애물 셀을 제외하고, 유체의 셀, 표면셀, 및 빈 셀 등은 유체의 흐름에 따라 그 구조가 계속 바뀌게 된다. 따라서 자유표면 영역의 속도계산 및 그에 따른 marker입자들의 이동에 의한 자유표면 형상의 변화가 계산된 직후에는 다음 단계에서의 계산을 위하여 계산영역의 재분류(reflagging)를 해주어야만 한다. 이와 같은 재분류는 일반적으로 해석 cycle의 가장 끝부분에서 수행하게 되나, 초기 유체분포를 가지고 계산하는 경우에는 초기 계산영역의 분류를 위해 해석 cycle의 첫부분에서 수행한다.

해석영역의 재분류를 요약하면 다음의 3단계로 나타낼 수 있다.

- ① 계산영역에 있는 모든 marker입자들을 검사하여, marker들을 포함하고있는 셀과 포함하고 있지 않은 셀로 구분한다.

② 모든 표면셀을 검사하여 marker를 더 이상 가지고 있지 않으면 셀의 분류를 빈 셀로 바꾸고, 주변의 빈 셀과 접하는 면에서의 속도들을 모두 0으로 지정한다.

③ 모든 유체의 셀을 검사하여 유체의 셀 주변에 빈 셀이 하나라도 존재하면 유체의 셀은 표면셀로 바뀌고, 주변에 빈 셀이 전혀 없는 경우에만 유체의 셀로 지정한다.

표면셀 영역은 유체와 대기의 영역을 모두 포함하고 있기 때문에 유체 영역에서와 같이 운동량 보존과 질량 보존의 법칙(zero divergence)을 이용하여 속도와 압력을 계산할 수 없다. 따라서, 표면셀 영역은 자유표면 경계조건(free surface boundary condition)을 이용하여 속도와 압력을 계산하여야만 한다. 계산영역의 재분류에 의해서 표면셀로 구분된 셀에서 자유표면의 경계조건을 적용하기 위한 접선응력조건(tangential stress condition)은 다음 식으로 주어진다.



$$\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \quad (29)$$

식(29)에서  $u''_{i+\frac{1}{2},j+1}$ 은 다음과 같이 차분된다.

$$u''_{i+\frac{1}{2},j+1} = u_{i+\frac{1}{2},j} - \frac{\delta y}{\delta x} \left( v_{i+1,j+\frac{1}{2}} - v_{i,j+\frac{1}{2}} \right) \quad (30)$$

또, 법선응력조건(normal stress condition)은 다음식으로 표현된다.

$$p''_{i,j} = p''_{i,j}(\text{외부압력}) + \frac{2\gamma}{\delta y} \left( v_{i,j+\frac{1}{2}} - v_{i,j-\frac{1}{2}} \right) \quad (31)$$

빈 셀 영역에 있어서 유체의 속도는 0이지만, 자유표면에 있어서 접선응력조건을 만족시키기 위해서는 표면셀에 바로 인접한 빈 셀에서 가상의 속도들을 지정해야 한다. 이와 같은 가상 속도들은 Fig. 4에서와 같은 표면셀과 유체의 셀의 조합으로부터 구한 속도(●, ▲)들을 이용하여 인접한 빈 셀에서의 속도(□, △)들



을 구할 수 있다. 표면셀에 바로 인접한 빈 셀에서 속도를 구하는 식을 나타내면 다음과 같다.

$$u_{i+\frac{1}{2},j+1} = u_{i+\frac{1}{2},j} - \frac{\delta y}{\delta x} \left( v_{i+1,j+\frac{1}{2}} - v_{i,j+\frac{1}{2}} \right) \quad (32)$$

$$u_{i+\frac{1}{2},j-1} = u_{i+\frac{1}{2},j} + \frac{\delta y}{\delta x} \left( v_{i+1,j-\frac{1}{2}} - v_{i,j-\frac{1}{2}} \right) \quad (33)$$

$$v_{i+1,j+\frac{1}{2}} = v_{i,j+\frac{1}{2}} - \frac{\delta x}{\delta y} \left( u_{i+\frac{1}{2},j+1} - u_{i+\frac{1}{2},j} \right) \quad (34)$$

$$v_{i-1,j+\frac{1}{2}} = v_{i,j+\frac{1}{2}} + \frac{\delta x}{\delta y} \left( u_{i-\frac{1}{2},j+1} - u_{i-\frac{1}{2},j} \right) \quad (35)$$

## 6. 해석의 안정조건

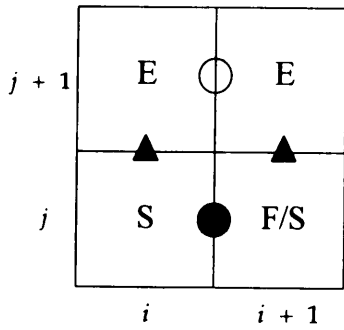
수치해의 정확성과 안정성을 유지하기 위해서는 다음의 두 가지 안정조건들을 고려하여 두 가지의 타임스텝의 안정조건 중에서 더 작은 안정조건을 사용함으로써 전체 해석에 있어서 안정한 수치해를 얻을 수 있다.

① 운동량(momentum)은 하나의 타임스텝  $\delta t$ 당 하나의 셀 이상을 이동할 수 없다. 이것은 차분방정식들의 flux term들은 오직 자신의 셀에 대해서만 근사하고 있기 때문이며 이러한 CFL(courant-friedrichs-lewy)조건은 다음과 같다.

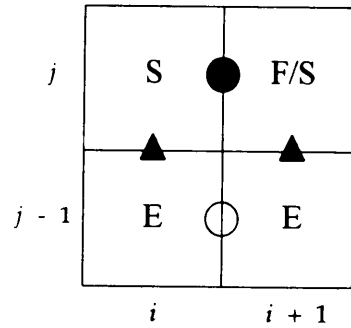
$$\delta t < \min \left\{ \frac{\delta x}{|u|}, \frac{\delta y}{|v|} \right\} \quad (36)$$

② 동점성계수(kinematic viscosity)가 0이 아닐 경우에 선형 안정조건 해석(linear stability analysis)에 의하여 다음과 같이 표현된다.

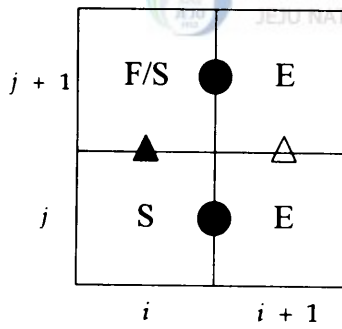
$$\delta t < \frac{1}{2\nu} \frac{\delta x^2 \delta y^2}{\delta x^2 + \delta y^2} \quad (37)$$



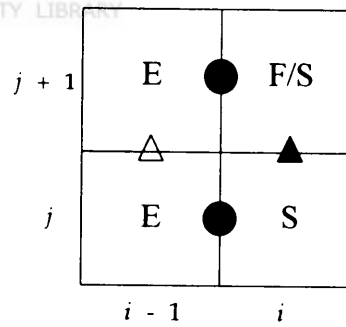
(a)



(b)



(c)



(d)

Fig. 4. The tangential stress condition for the calculation of empty cell velocity just outside the surface cell.

## 7. 해석순서

본 연구에서 사용한 해석순서를 요약하여 흐름도(flow chart)로 나타내면 Fig. 5와 같이 나타낼 수 있다. 이런 해석순서를 설명하면 다음과 같다.

- ① 먼저, 계산에 필요한 초기 유체영역, 경계조건, 입·출력 조건들을 입력하여 계산을 준비한다.
- ② 해석영역의 재분류 : 초기에 존재하는 marker들이나, 유체의 흐름에 의해 자유표면을 따라 이동하는 marker들, 또는 유입되는 marker들의 위치를 계산하여 전체 해석영역을 재분류한다.
- ③ 의사압력(pseudo pressure)의 계산 : 유체로만 채워진 모든 영역에서 초기의 의사압력은 우선 0으로 가정하지만 연속적인 유출을 포함하지 않는 계산에서는  $\theta_F = g_x x + g_y y$  으로 압력을 구한다.  $g_x, g_y$ 는  $x, y$ 방향의 가속도이다. 자유표면 영역에서의 의사압력  $\theta_S$ 는 자유표면의 법선응력조건에 의해서 구한다.
- ④ 정해진 계산완료 시간에 도달하게 되면 계산을 종료한다. 또한 미리 설정된 출력조건에 따라 각종 변수 및 데이터를 출력한다.
- ⑤ 임시속도(tilde velocity)의 계산 : 의사압력과 주어진 속도경계조건들을 식(7)과 식(8)에 대입하여 계산한다.
- ⑥ 임시속도를 이용하여  $\tilde{D}$ 를 계산한다.
- ⑦ SOR(sucessive over relaxation)법을 이용하여 포텐셜함수의 수렴값을 계산한다.
- ⑧ 포텐셜함수의 수렴값을 이용하여 유체영역의 실제속도들을 구한다.
- ⑨ 유체영역의 실제속도들을 이용하여 자유표면 영역의 속도들을 계산한다. 자유표면 영역의 속도는 실제속도가 계산된 직후와 계산 영역이 재분류된 직후에 각각 한 번씩 총 2회 계산해 주어야 한다.
- ⑩ 유체영역 및 자유표면 영역에서 모든 속도들이 계산되면 해석영역에 분포되어 있던 marker들을 계산된 속도들에 의해 새로운 위치로 이동시킨다.
- ⑪ 시간을 한 단계 전진시켜 ①~⑨의 과정을 반복 계산한다.

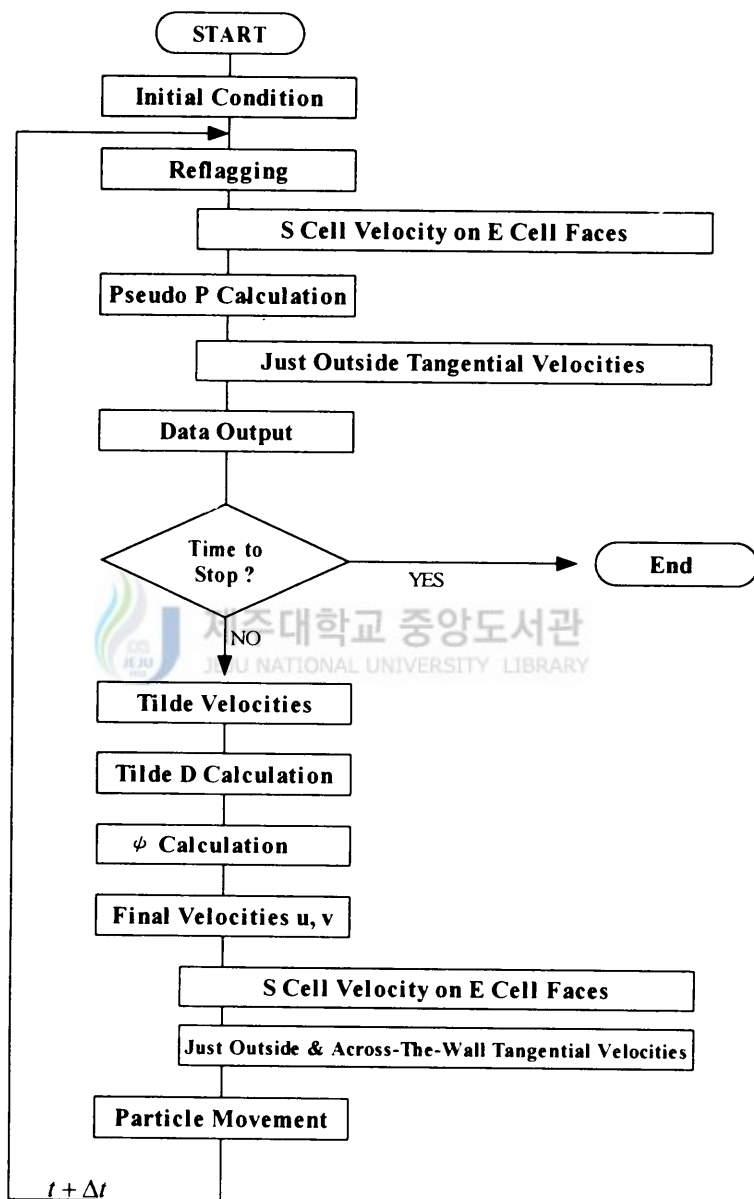


Fig. 5. The calculation cycle.

## IV. 모의결과 및 고찰

### 1. 수치모의의 타당성 검토

1952년 Martin과 Moyce(1952)는 연직 물기둥의 붕괴에 관해 실제 실험을 행하였으며, Koshizuka와 Oka(1996)는 MPS(Moving-Particle Semi-implicit)법을 사용하여 수치해석한 바 있다. 본 연구에서는 개량된 SMAC법의 타당성을 검토하기 위하여 직사각형 연직 수조안에 있는 연직 물기둥의 붕괴현상을 수치모의하였으며, 수치모의 결과를 Martin-Moyce의 실험결과 및 MPS법의 계산결과와 비교 하였다. 수치모의에 사용된 계산영역의 크기를 Fig. 6에 나타내었다. Fig. 6에 나타낸 것과 같이 계산영역은  $x$ 방향으로 40cell,  $y$ 방향으로 30cell,  $\delta x = \delta y = 5.0 \text{ cm}$ 로 했기 때문에 전체 영역은  $200 \text{ cm} \times 150 \text{ cm}$ 이며, 초기 물기둥의 영역은  $50 \text{ cm} \times 100 \text{ cm}$ 이다. 물기둥의 폭과 높이의 비를 1:2로 하였는데 이것은 Martin-Moyce의 실험결과 및 MPS법의 계산결과와 비교를 하기 위해서이다. 유체의 동점성계수는  $\nu = 0.01 \text{ cm}^2/\text{sec}$ 로 하였고, 경계벽의 조건은 마찰이 없는 slip조건을 사용하였다. 연직방향 가속도 즉, 중력가속도는  $g_y = -980 \text{ cm}/\text{sec}^2$ 이다. Fig. 9는 Martin-Moyce의 실험 결과 및 MPS법의 계산 결과와 본 연구에 사용된 SMAC법의 모의결과를 비교하여 도표로 나타낸 것이다. Martin-Moyce는 실험시 물기둥의 폭을  $2.25 \text{ in}$ ,  $1.125 \text{ in}$ 를 사용하였고, 폭과 높이의 비는 1:2이다. Fig. 9의 가로축은 무차원시간, 세로축은 초기 물기둥의 폭과 물기둥 붕괴시 시간의 진행에 따라 선단이 퍼져나간 거리의 비이다. Fig. 9의 결과로부터 SMAC법을 사용한 물기둥 붕괴의 모의결과와 MPS법을 사용한 계산결과와는 거의 일치함을 알 수 있으며, Martin-Moyce의 실험결과와는 정성적으로 유사한 물기둥의 붕괴 형상을 나타내고 있다고 사료된다.

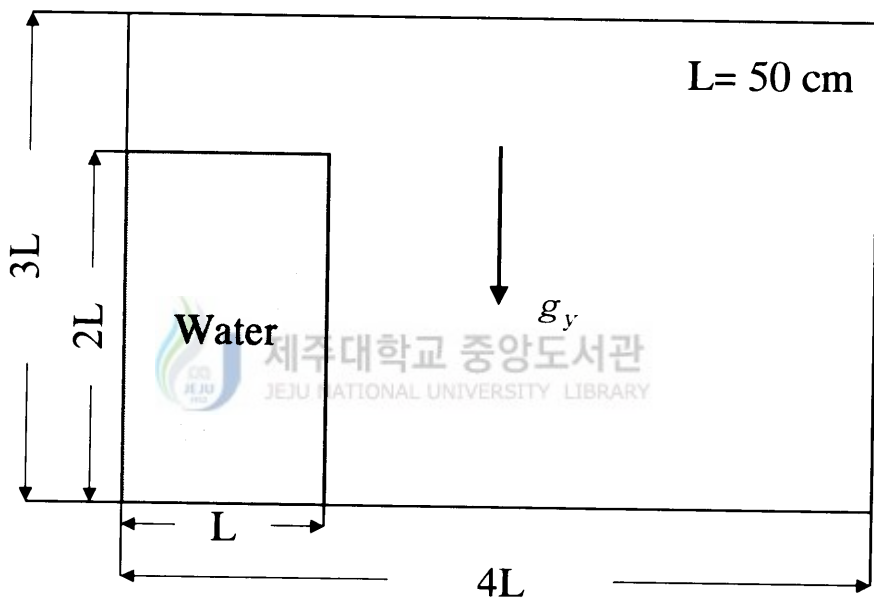


Fig. 6. Dimension configurations for calculation of the collapse of water column in vertical water tank.

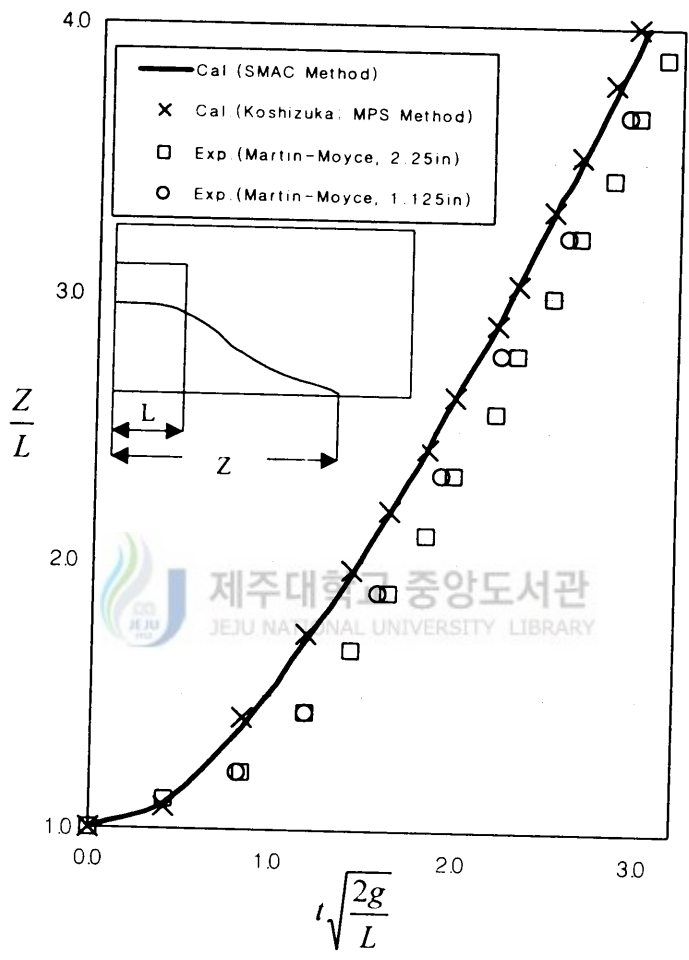
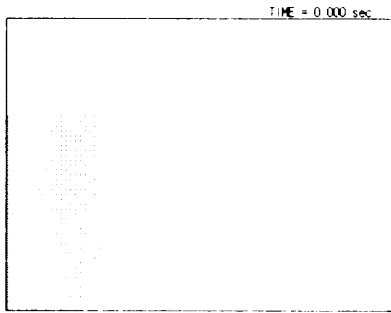


Fig. 7. Comparison of SMAC result with experimental data and MPS result for the water column collapse problem.

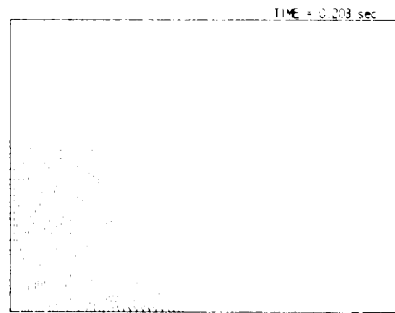
## 2. 직사각형 수조에서 sloshing 현상의 수치모의

직사각형 연직 수조안에서 발생할 수 있는 물의 sloshing 현상을 관찰하기 위해 연직 물기둥의 붕괴 후 약 25초 정도 수치모의를 수행하였다. 계산영역의 크기는 Fig. 6과 같으며, 그 외 다른 조건도 물기둥 붕괴 모의시 사용하였던 조건들과 같다. 모의결과의 marker분포와 속도벡터(velocity vector)의 분포를 Fig. 8과 Fig. 9에 각각 나타내었다. Fig. 8(a), Fig. 9(a)는 최초로 정지하고 있는 물기둥의 형상을 보여주며, Fig. 8(b)~(r), Fig. 9(b)~(r)은 중력가속도에 의해 쏟아져 내린 물이 시간의 진행에 따라 움직이는 형상을 marker와 속도 벡터로서 보여 주고 있다. Fig. 9(b)~(d)의 속도벡터 분포를 살펴보면 쏟아져 내린 물이 유속이 증가하면서 해석영역의 오른쪽으로 퍼져나가고 있음을 알 수 있으며, 이것은 댐 붕괴시 쏟아져 내리는 물의 유동 형상을 해석하는 것과 유사하다고 볼 수 있겠다. Fig. 8(e), Fig. 9(e)에서는 쏟아져 내린 물이 수조의 오른쪽 벽에 부딪친 후 위쪽으로 쳐올라가는 형상을 관찰 할 수 있으며, Fig. 8(f), Fig. 9(f)에서는 최초 물기둥의 높이 정도로 쳐올라간 물이 연직 방향 속도가 점점 감소하다가 중력가속도의 영향으로 다시 내려오기 시작하는 형상이 관찰된다. Fig. 9(g)와 Fig. 9(h)를 비교하여 보면 오른쪽 벽에서 내려오기 시작한 물의 속도가 다시 증가하면서 표면 부근의 물이 왼쪽으로 이동하는 것을 알 수 있으며, Fig. 9(h)의 오른쪽과 Fig. 9(j)의 왼쪽 부근에서는 와류가 형성되는 것도 관찰된다. Fig. 8(g)~(r)을 종합적으로 보면 Fig. 8(e)와 Fig. 8(f)에서 관찰된 것처럼 동일한 과정이 반복되고 있으나 시간이 지남에 따라 유속이 점점 감소하여 물기둥 붕괴 후 25초정도 지나면 수면이 잔잔해 지는 것을 관찰 할 수 있다. marker분포와 속도벡터의 분포는 자유표면의 변화를 잘 표현하고 있으며, 연직 수조안에서 발생할 수 있는 sloshing 현상을 잘 나타내고 있다고 여겨진다.

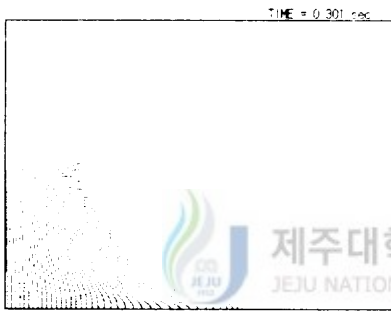




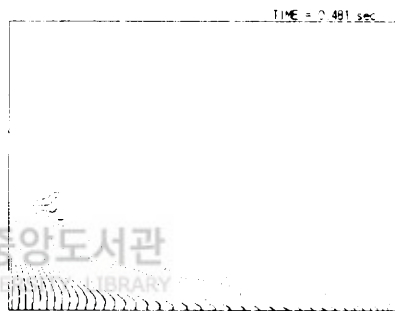
(a)  $t = 0.000$  sec



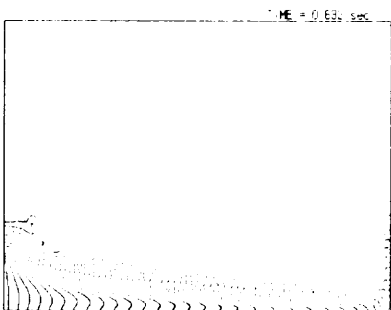
(b)  $t = 0.203$  sec



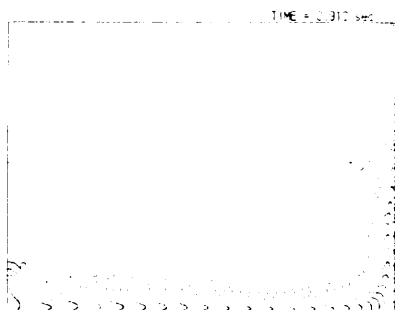
(c)  $t = 0.301$  sec



(d)  $t = 0.481$  sec

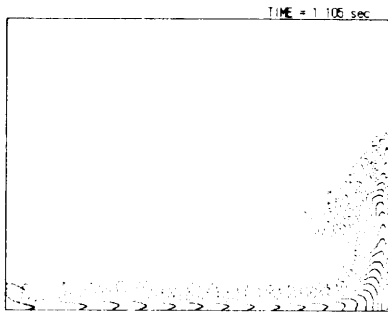


(e)  $t = 0.632$  sec

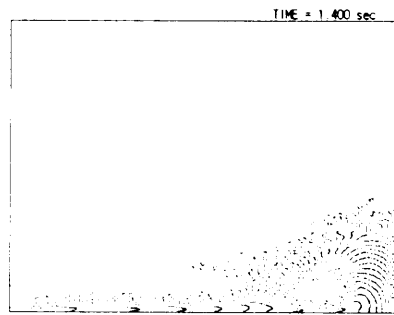


(f)  $t = 0.910$  sec

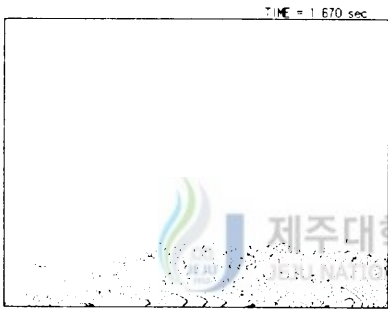
Fig. 8. Configuration of markers for the sloshing water in water tank.  
[(a)~(f)]



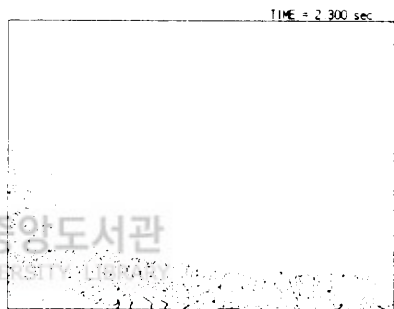
(g)  $t = 1.105$  sec



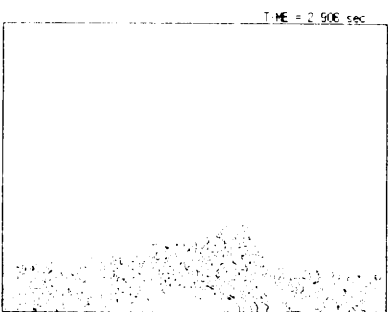
(h)  $t = 1.400$  sec



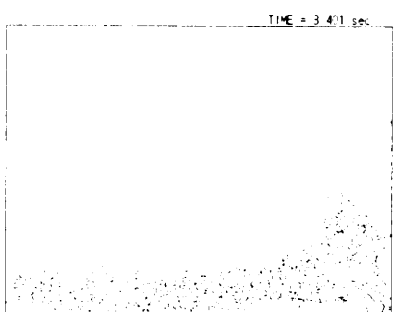
(i)  $t = 1.670$  sec



(j)  $t = 2.300$  sec

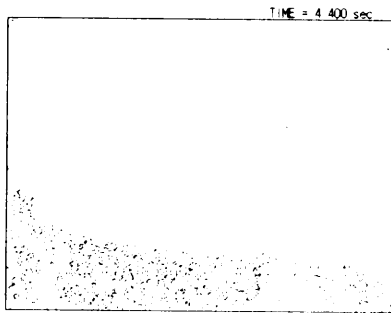


(k)  $t = 2.906$  sec

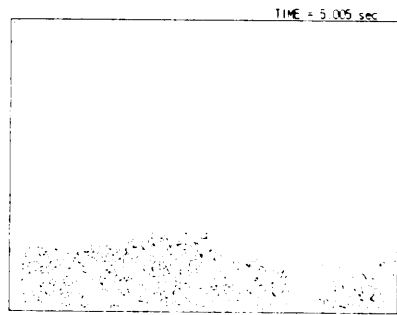


(l)  $t = 3.401$  sec

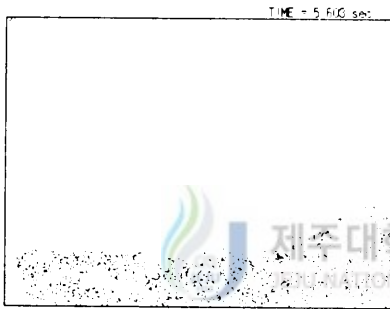
Fig. 8. Configuration of markers for the sloshing water in water tank.  
[(g)~(l)]



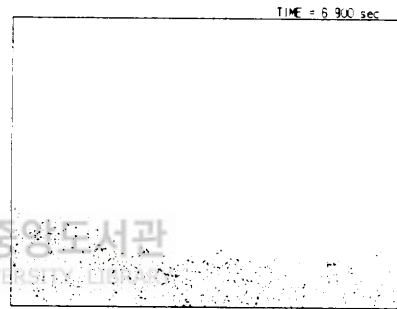
(m)  $t = 4.400$  sec



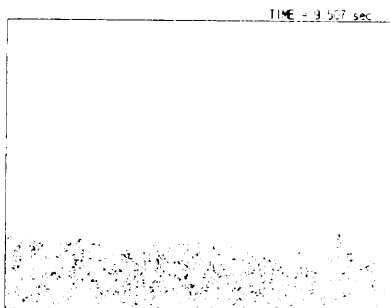
(n)  $t = 5.005$  sec



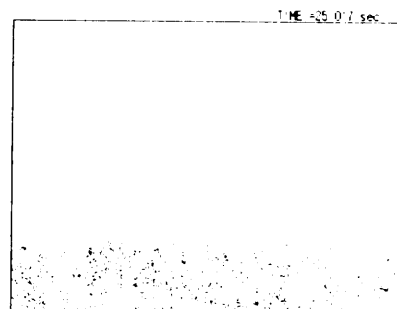
(o)  $t = 5.603$  sec



(p)  $t = 6.900$  sec

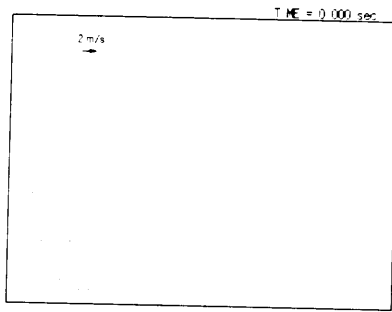


(q)  $t = 9.507$  sec

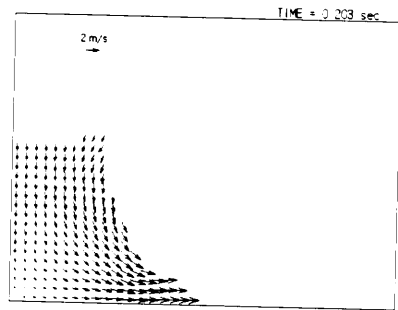


(r)  $t = 25.017$  sec

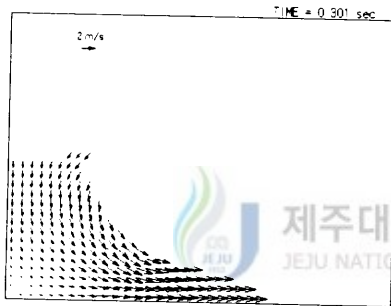
Fig. 8. Configuration of markers for the sloshing water in water tank.  
 [(m)~(r)]



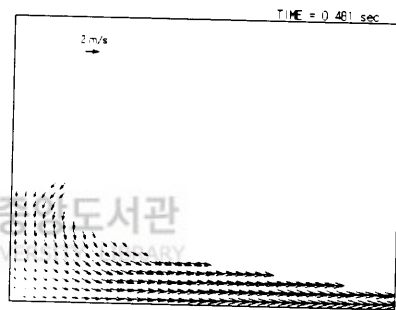
(a)  $t = 0.000$  sec



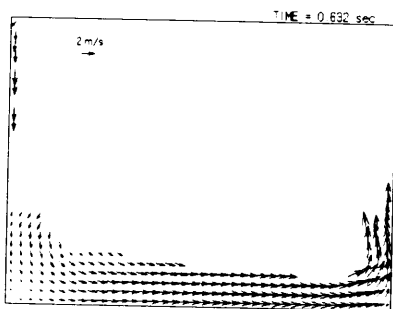
(b)  $t = 0.203$  sec



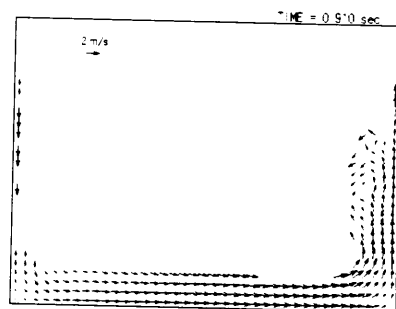
(c)  $t = 0.301$  sec



(d)  $t = 0.481$  sec

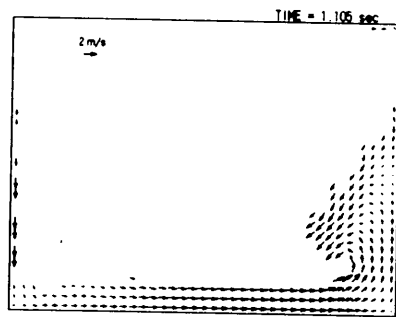


(e)  $t = 0.632$  sec

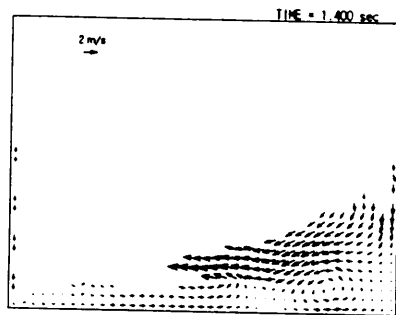


(f)  $t = 0.910$  sec

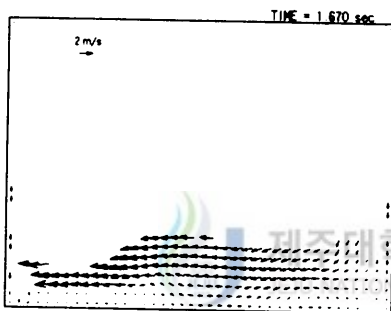
Fig. 9. Velocity vector profiles for the sloshing water in water tank.  
[(a)~(f)]



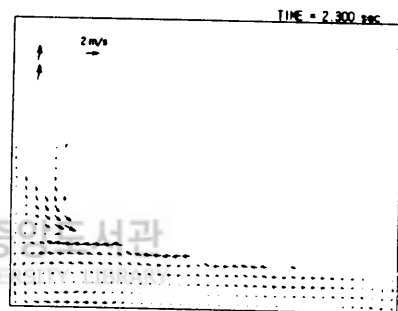
(g)  $t = 1.105 \text{ sec}$



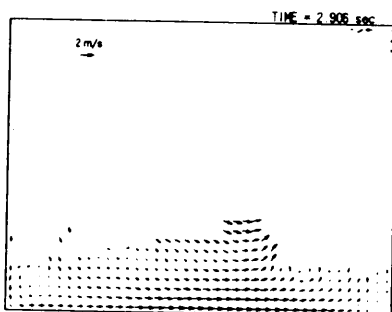
(h)  $t = 1.400 \text{ sec}$



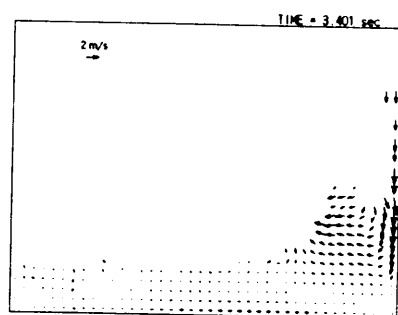
(i)  $t = 1.670 \text{ sec}$



(j)  $t = 2.300 \text{ sec}$

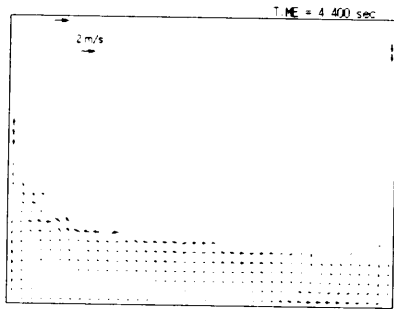


(k)  $t = 2.906 \text{ sec}$

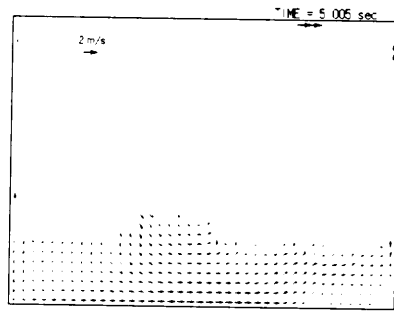


(l)  $t = 3.401 \text{ sec}$

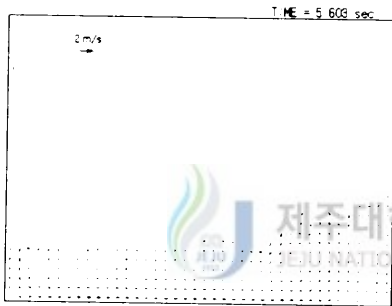
Fig. 9. Velocity vector profiles for the sloshing water in water tank. [(g)~(l)]



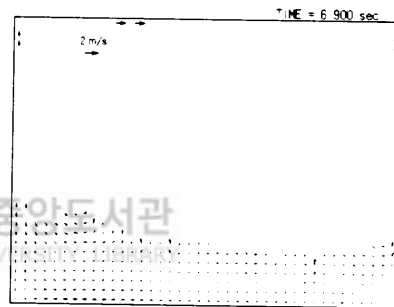
(m)  $t = 4.400 \text{ sec}$



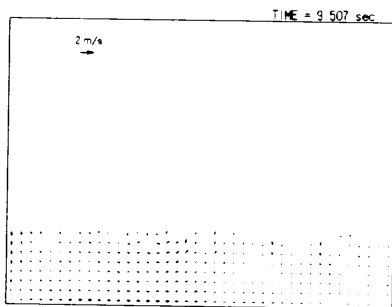
(n)  $t = 5.005 \text{ sec}$



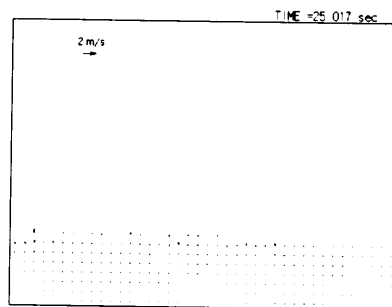
(o)  $t = 5.603 \text{ sec}$



(p)  $t = 6.900 \text{ sec}$



(q)  $t = 9.507 \text{ sec}$



(r)  $t = 25.017 \text{ sec}$

Fig. 9. Velocity vector profiles for the sloshing water in water tank. [(m)~(r)]

### 3. 월파현상의 수치모의

장애물이 있는 직사각형 연직 수조안에서 월파현상을 수치모의 하였으며, 수치모의에 사용된 영역의 크기와 장애물의 크기는 Fig. 10에 나타내었다. Fig. 10에 나타낸 것과 같이 계산영역은  $x$ 방향으로 120cell,  $y$ 방향으로 50cell,  $\Delta x = 3.0 \text{ cm}$ ,  $\Delta y = 2.0 \text{ cm}$ 로 했기 때문에 전체 영역은  $360 \text{ cm} \times 100 \text{ cm}$ 이며, 초기 장애물 왼쪽에 있는 물의 영역은  $240 \text{ cm} \times 16 \text{ cm}$ 이다. 경계벽의 조건은 마찰이 없는 slip조건을 사용하였으며, 동점성계수는  $\nu = 0.01 \text{ cm}^2/\text{sec}$ 로 하였고, 연직 방향 가속도 즉, 중력가속도는  $g_y = -980 \text{ cm}/\text{sec}^2$ 이다. 또, 월파현상의 수치모의에는  $30 \text{ cm}$  크기의 유입구를 통해  $100 \text{ cm}/\text{sec}$ 의 속도로 1초간 물을 유입시킨 후 유입구가 닫혀지는 조건을 사용하였다. 모의결과를 marker분포와 속도벡터의 분포로 Fig. 11과 Fig. 12에 각각 나타내었다. Fig. 11(a), Fig. 12(a)는 물이 유입되기전 초기 상태를 보여주고 Fig. 11(b)~(e), Fig. 12(b)~(e)는 유입구로부터 물이 유입되면서 파가 형성되어 진행해 나가는 형상을 잘 보여 주고 있다. 물의 유입이 중단된 이후에 계산영역의 왼쪽 부분에서는 순간적인 유입중단으로 인해 와류가 발생하는 형상이 관찰된다. Fig. 11(h)~(p)에서는 물의 일부는 장애물을 넘어가고, 일부는 장애물에 부딪친 후 다시 왼쪽으로 반사되어 이동하는 형상을 잘 관찰 할 수 있다. Fig. 12의 속도벡터 분포를 살펴보면 물이 월류하는 시점에서 장애물의 왼쪽의 유속이 점점 감소하다가 오른쪽 방향으로 증가하면서 이동함을 알 수 있으며, 장애물에 부딪침으로 인해 발생하는 물방울의 불규칙적인 유동도 관찰할 수 있다. marker분포와 속도벡터의 분포는 월파현상의 과정을 잘 표현하고 있다고 사료되며, 해안이나 호안에서 볼 수 있는 월파 문제를 해석하는 것과 유사하다고 볼 수 있겠다.

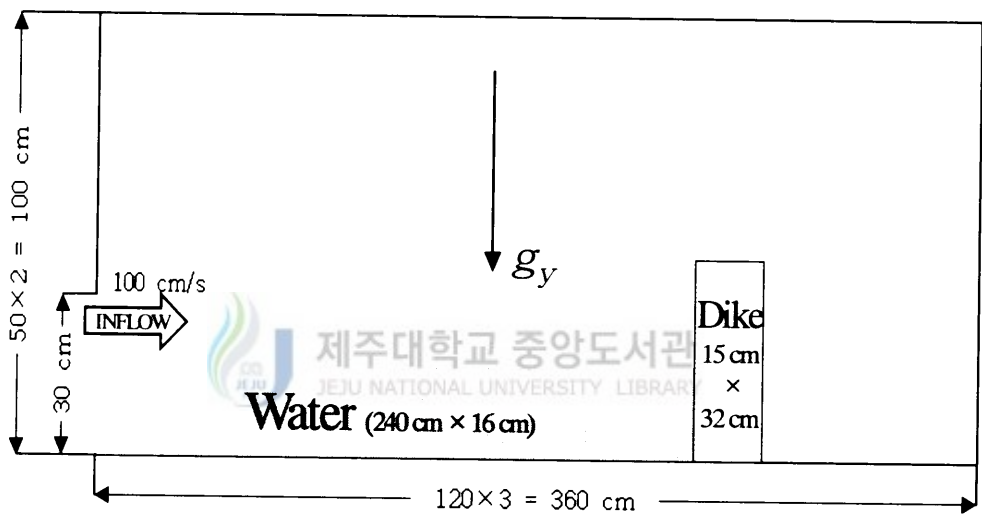
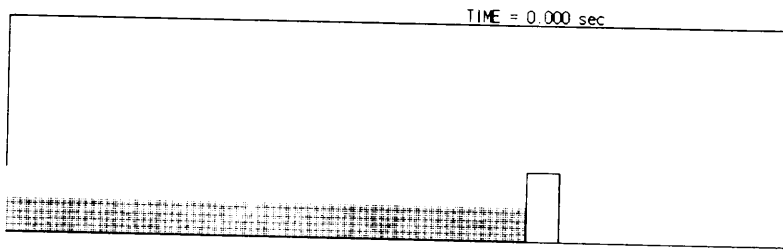
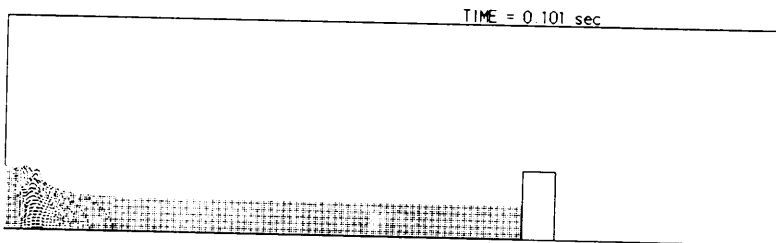


Fig. 10. Dimension configurations for calculation of the overtopping in water tank.

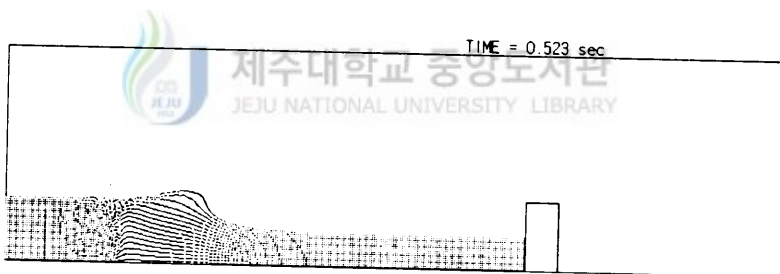




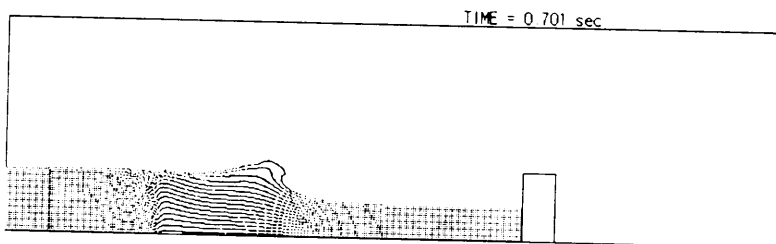
(a)  $t = 0.000$  sec



(b)  $t = 0.101$  sec

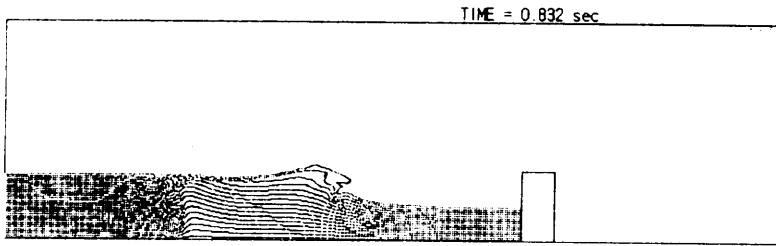


(c)  $t = 0.523$  sec

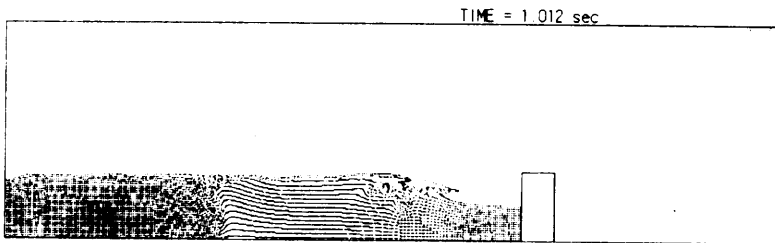


(d)  $t = 0.701$  sec

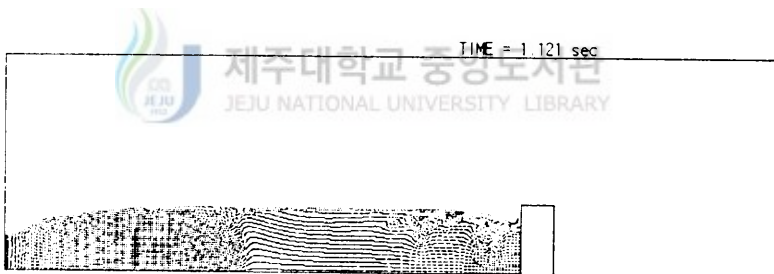
Fig. 11. Configuration of markers for the overtopping in water tank.  
[(a)~(d)]



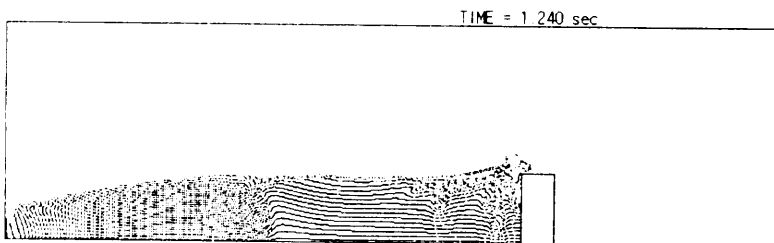
(e)  $t = 0.832$  sec



(f)  $t = 1.012$  sec

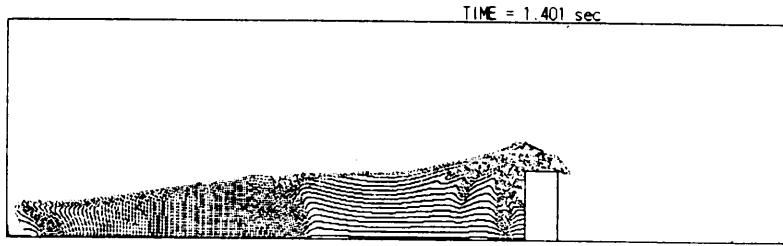


(g)  $t = 1.121$  sec

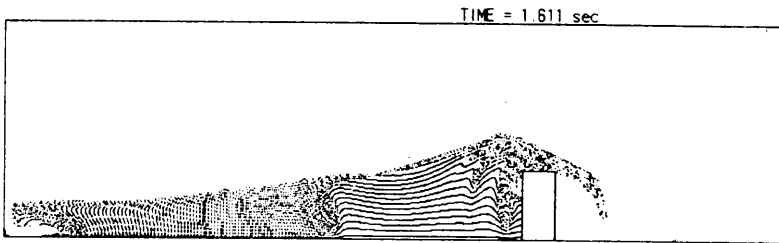


(h)  $t = 1.240$  sec

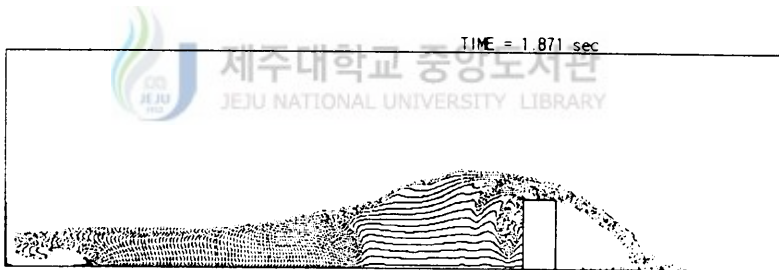
Fig. 11. Configuration of markers for the overtopping in water tank.  
[(e)~(h)]



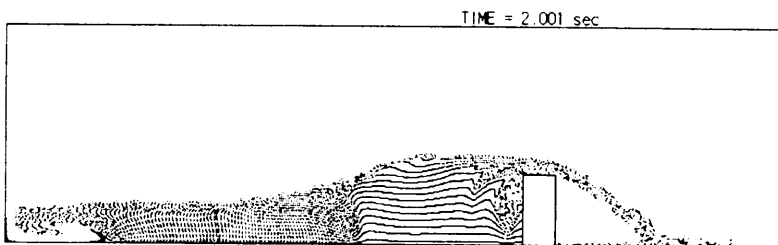
(i)  $t = 1.401$  sec



(j)  $t = 1.611$  sec

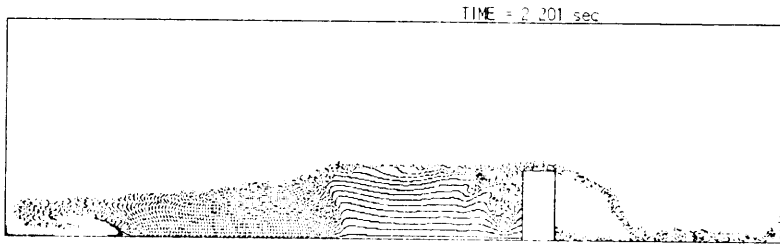


(k)  $t = 1.871$  sec

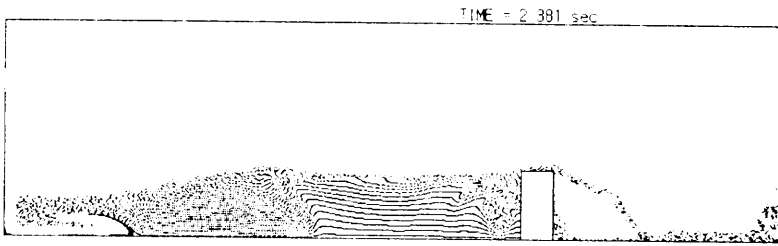


(l)  $t = 2.001$  sec

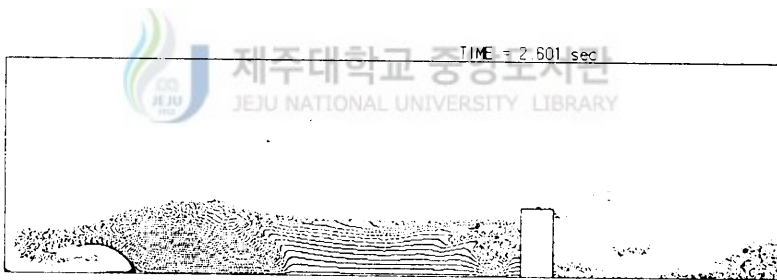
Fig. 11. Configuration of markers for the overtopping in water tank.  
[(i)~(l)]



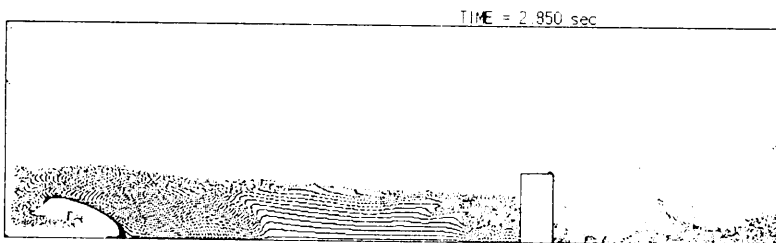
(m)  $t = 2.201 \text{ sec}$



(n)  $t = 2.381 \text{ sec}$

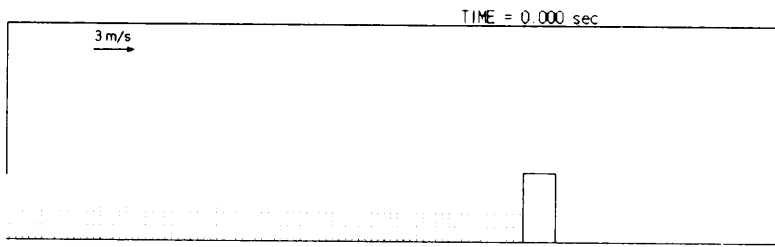


(o)  $t = 2.601 \text{ sec}$

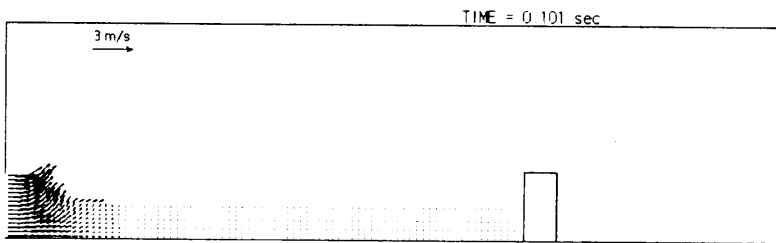


(p)  $t = 2.850 \text{ sec}$

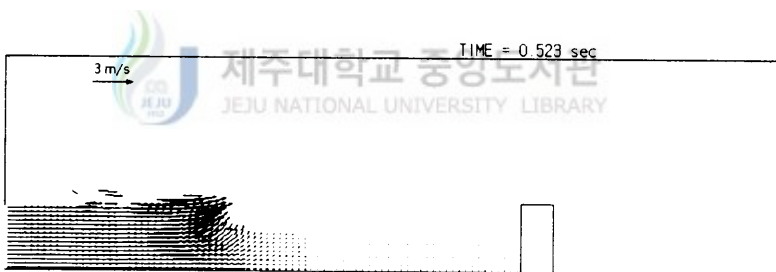
Fig. 11. Configuration of markers for the overtopping in water tank.  
[(m)~(p)]



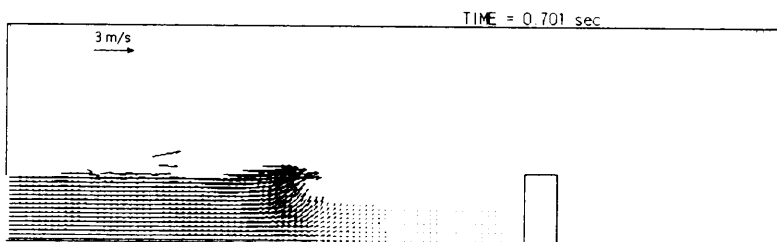
(a)  $t = 0.000$  sec



(b)  $t = 0.101$  sec

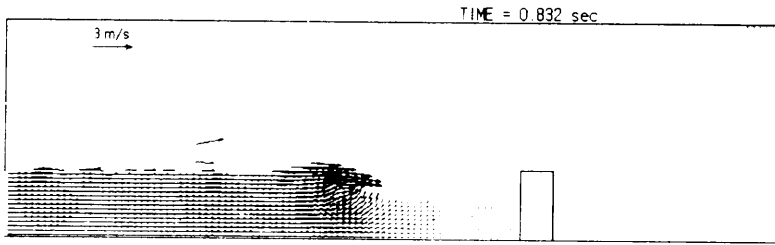


(c)  $t = 0.523$  sec

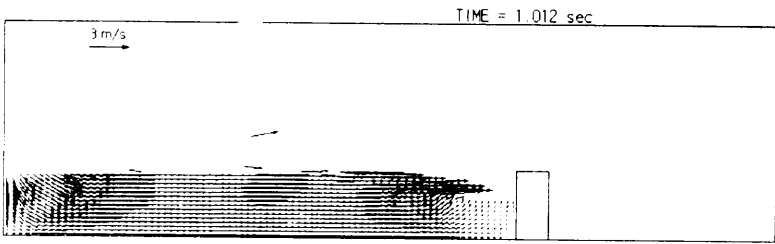


(d)  $t = 0.701$  sec

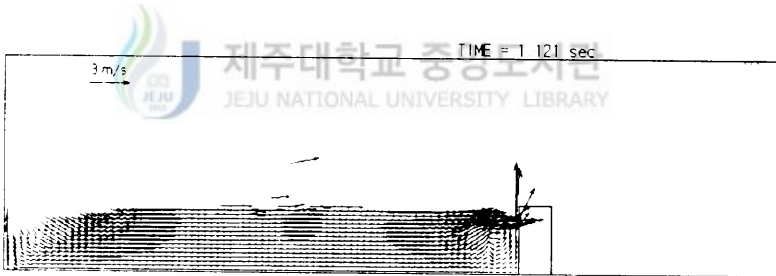
Fig. 12. Velocity vector profiles for the overtopping in water tank.  
[(a)~(d)]



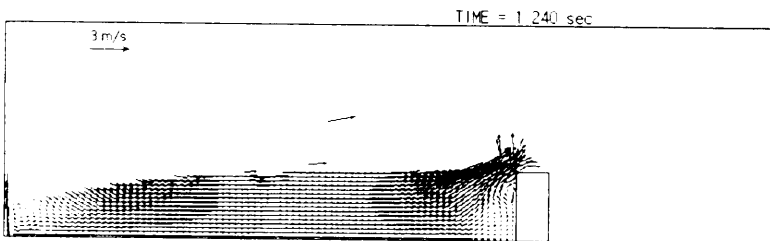
(e)  $t = 0.832$  sec



(f)  $t = 1.012$  sec

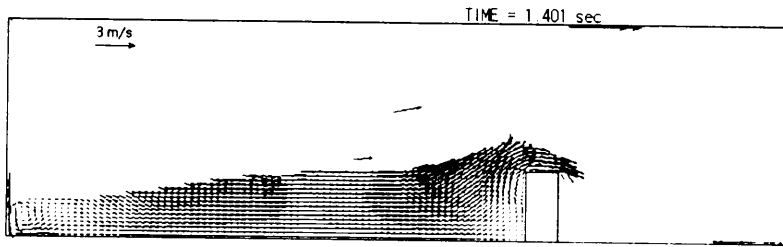


(g)  $t = 1.121$  sec

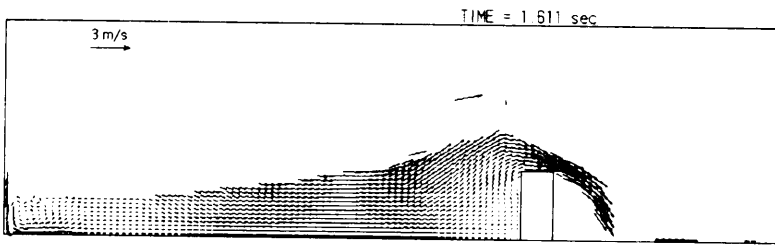


(h)  $t = 1.240$  sec

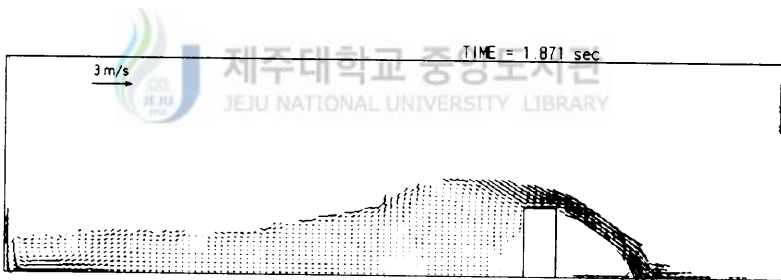
Fig. 12. Velocity vector profiles for the overtopping in water tank.  
[(e)~(h)]



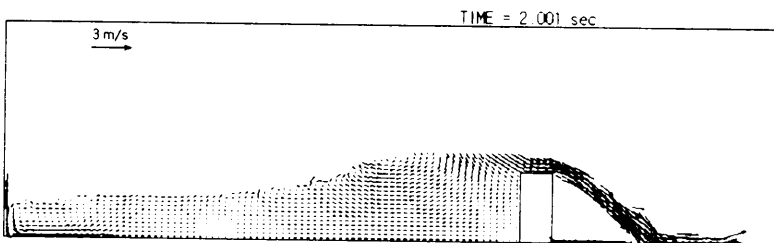
(i)  $t = 1.401 \text{ sec}$



(j)  $t = 1.611 \text{ sec}$

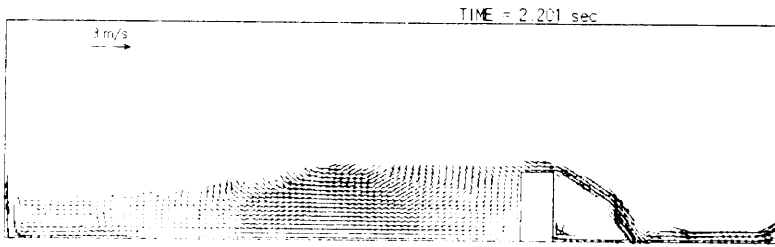


(k)  $t = 1.871 \text{ sec}$

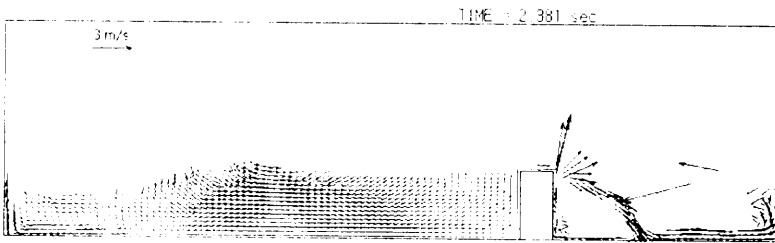


(l)  $t = 2.001 \text{ sec}$

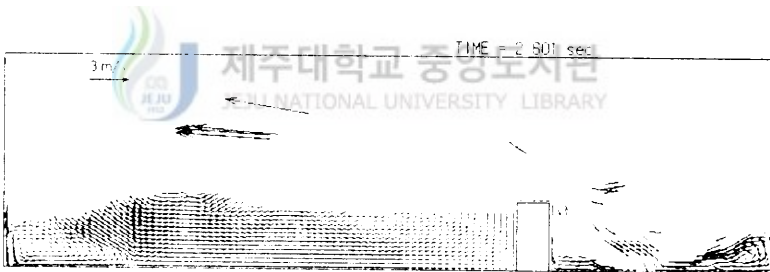
Fig. 12. Velocity vector profiles for the overtopping in water tank.  
[(i)~(l)]



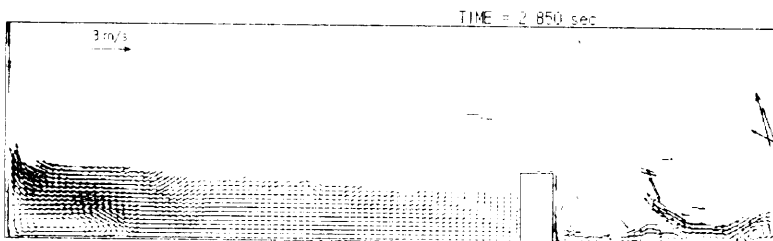
(m)  $t = 2.201 \text{ sec}$



(n)  $t = 2.381 \text{ sec}$



(o)  $t = 2.601 \text{ sec}$



(p)  $t = 2.850 \text{ sec}$

Fig. 12. Velocity vector profiles for the overtopping in water tank.  
 [(m)~(p)]



#### 4. 애니메이션 기법의 활용

수치유체역학 분야에서 행해지는 수치계산은 크게 본 계산과 전·후처리로 나눌 수 있다. 전처리(preprocessing)에서는 격자형성이나 요소분할, 후처리(postprocessing)에서는 CG(computer graphics)시스템에 의한 그래프나 애니메이션의 제작이 행해진다. 특히, 비정상유동의 해석에는 애니메이션 제작이 효과적이라고 할 수 있다. 과거에는 애니메이션을 제작하기가 쉽지 않았으나 근래 컴퓨터의 놀라운 발전으로 애니메이션 제작이 쉬워졌으며, 초고속 인터넷 망의 확산으로 제작된 애니메이션의 공유도 훨씬 쉬워졌다. 본 연구에서도 수치모의의 결과를 좀더 효과적으로 관찰하기 위해서 출력된 이미지를 애니메이션 기법을 활용하여 동영상으로 제작하였다. 동영상의 제작에 사용된 애니메이션 포맷은 GIF(graphics interchange file)포맷과 AVI(audio video interleave)포맷 두 가지로서 GIF포맷은 Compuserve사에서 제작한 포맷으로서 일반적으로 가장 널리 사용되는 포맷 중의 하나이다. 다른 하나는 Microsoft사에서 만든 포맷으로서 Windows운영체제에서 사용되는 포맷이다.

GIF포맷으로 만든 동영상은 별다른 작업없이 웹페이지에 삽입이 가능하고 인터넷상에서 바로 영상을 볼 수 있다는 장점이 있다. 그러나 파일의 크기가 클 경우 다운로드에 시간이 많이 소요되고 컴퓨터의 성능에 따라서 영상이 자주 끊기는 현상이 발생할 수 있다. AVI포맷으로 만든 동영상은 인터넷상에서 바로 재생하여 영상을 볼 수는 없지만 파일을 다운로드 받은 후 AVI포맷을 재생할 수 있는 소프트웨어를 사용하여 재생이 가능하며 전후과정을 검색할 수 있다.

물기동 붕괴 후 수조안에서 발생하는 유동현상을 관찰하기 위해서 0.1초 간격으로 출력된 marker분포 이미지를 이용하여 동영상을 제작하였으며, 월파현상의 관찰을 위해서는 0.01초 간격으로 출력된 marker분포 이미지를 이용하여 동영상을 제작하였다. 제작된 동영상의 일부를 Fig. 13 ~ Fig. 16에 나타내었으며, 제주대학교 해안 및 항만공학 연구실 홈페이지(<http://coastal.cheju.ac.kr/animation.htm>)에서 동영상을 볼 수 있게 하였다.

애니메이션 기법을 활용하여 제작된 동영상은 정지된 이미지만으로는 관찰하

기가 힘들었던 와도현상을 확연히 보여주고 있고, 자유수면의 움직임도 좀더 세밀하게 관찰할 수 있었다. 또, 수치모의의 결과를 애니메이션으로 제작하는데 있어서 수치모의의 결과물이 많아 애니메이션 용량이 커질 경우에는 AVI포맷이 적당하며, 결과물의 양이 적을 경우에는 GIF포맷으로 제작하는 것이 바람직하다고 사료된다.



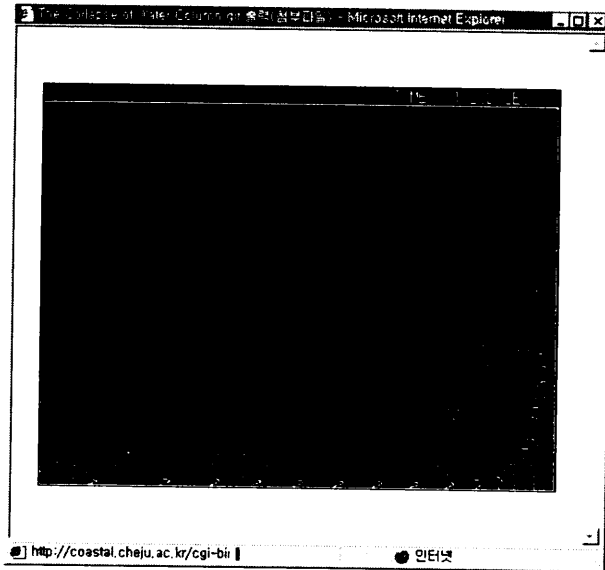


Fig. 13. Animation for the collapse of water column by GIF format. (<http://coastal.cheju.ac.kr/animation.htm>)

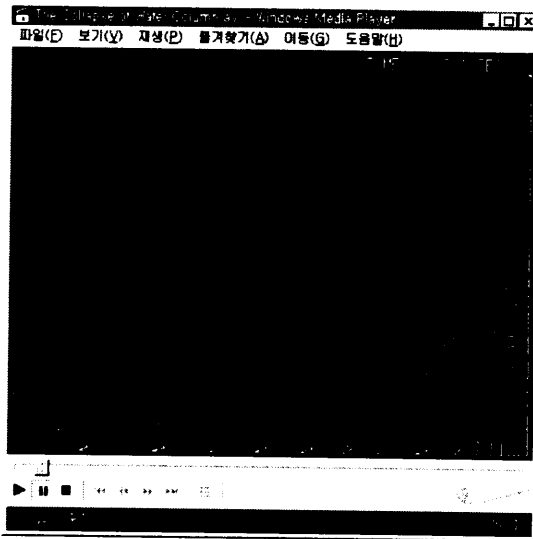


Fig. 14. Animation for the collapse of water column by AVI format. (<http://coastal.cheju.ac.kr/animation.htm>)

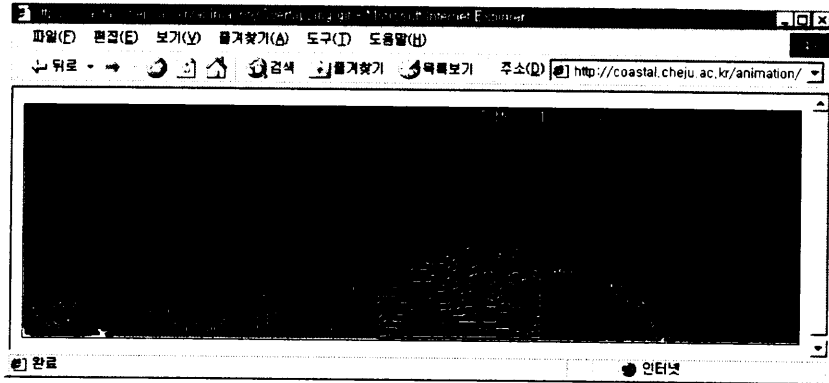


Fig. 15. Animation for the overtopping by GIF format.  
(<http://coastal.cheju.ac.kr/animation.htm>)

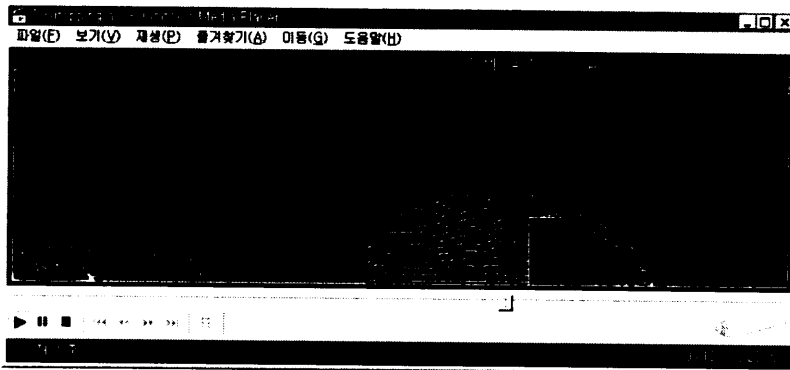


Fig. 16. Animation for the overtopping by AVI format.  
(<http://coastal.cheju.ac.kr/animation.htm>)

## V. 결 론

유체의 성질에 관한 수치해석은 비단 토목공학 분야만이 아니라 많은 이공학 분야에서 널리 행해지고 있다. 컴퓨터의 발달과 전산유체역학의 발달로 실제로는 관찰하기 힘들거나 직접적인 실험을 하기 어려운 자연 현상도 해석 및 예측이 가능하게 되었다. 본 연구에서는 자유표면을 가진 2차원 유동을 수치모의 하였고, 모의결과를 동영상으로 제작하였으며, 연구결과를 요약하면 다음과 같다.

- ① 실제의 중력아래에서 고속으로 거동하며, 자유표면을 가진 2차원 유동을 가시화하기 위해 이송항의 차분시 Donor-Cell법을 사용하여 차분하였다.
- ② 개량된 SMAC법을 이용하여 연직 수조에서 물기둥 붕괴 현상을 수치모의 하였으며, MPS법을 사용한 계산결과 및 Martin-Moyce의 실험결과와 비교를 통하여 개량된 SMAC법의 타당성을 검토하였다.
- ③ 직사각형 연직 수조에서 sloshing 현상과 월파현상을 수치모의 하였다.
- ④ 수치모의 결과를 marker분포 및 속도벡터의 분포로 나타내기 위한 후처리 프로그램을 개발하였으며, 이를 이용하여 2차원 유동을 가시화하였다.
- ⑤ 수치모의 결과를 동영상의 여러 형식중 GIF, AVI의 형식을 이용하여 동영상으로 제작하였으며, 동영상을 통해 marker의 분포만으로는 관찰이 어려웠던 와도현상을 확실히 관찰할 수 있었다.
- ⑥ 제작된 동영상은 인터넷상에 게재함으로써 정보의 공유화를 시도하였다.

본 연구에서 수행한 수치모의 방법은 실제의 중력아래에서 고속 유체의 거동을 잘 가시화 하고 있기 때문에 저수지, 운하, 댐 등에서 수문을 개방했을 때에 일어날 수 있는 물의 유동현상과 제방의 월류, 호안이나 방파제의 월파 등 실제의 유동현상을 예측하고, 그 결과를 가시화할 수 있을 것으로 사료되며 그 활용도가 기대된다.

## VI. 참고문헌

- 김남형 · 김남국, 2000, 가상수조에서 자유표면을 가진 유체흐름의 가시화시뮬레이션, 한국해양공학회지, 제14권 제3호, pp.35~40.
- 김남형 · 김남국, 2000, SMAC법을 이용한 물기둥 붕괴의 수치시물레이션, 제주대 해양연구소, 논문집 제24권, pp.19~26.
- 김남형 역, 2001, 수치유체역학, 원기술
- 명현국 역, 1997, 수치유체공학, 도서출판 한미.
- 신병록 등 역, 1994, 전산유체역학, 동명사.
- Amsden, A. A. and C. W. Hirt, 1973, YAQUI: An Arbitrary Lagrangian-Eulerian Computer Program for Fluid flow at All Speeds, Los Alamos Scientific Laboratory of the University of California, Report LA-5100.
- Amsden, A. A. and F. H. Harlow, 1970, The SMAC Method : A Numerical Technique for Calculating Incompressible Fluid Flows, Los Alamos Scientific Laboratory of the University of California, Report LA-4370.
- Cloutman, L. D., C. W. Hirt and N. C. Romero, 1976, SOLA-ICE: A Numerical Solution Algorithm for Transient Compressible Fluid Flows, Los Alamos Scientific Laboratory of the University of California, Report LA-6236.
- Harlow, F. H., 1995, Introduction of Finite-Difference Methods for Numerical Fluid Dynamics, Los Alamos National Laboratory, LA-12984.
- Harlow, F. H. and J. E. Welch, 1965, Numerical Calculation of Time-Dependent Viscous Incompressible Flow of Fluid with Free Surface, Phys. of Fluids, Vol.8 No.12, pp.2182-2189.
- Hirt, C. W., 1968, Heuristic Stability Theory for Finite Difference Equations, Jour. Comp. Phys., Vol.2, pp.339-355.

- Hirt, C. W., A. A. Amsden and J. L. Cook, 1974, An Arbitrary Lagrangian-Eulerian Computing Method for All Flow Speeds, *Jour. Comp. Phys.*, Vol.14, pp.227-253.
- Hirt, C. W., B. D. Nichols and N. C. Romero, 1975, SOLA- A Numerical Solution Algorithm for Transient Fluid Flows, Los Alamos Scientific Laboratory of the University of California, Report LA-5852.
- Hirt, C. W. and F. H. Harlow, 1967, A General Corrective Procedure for The Numerical Solution of Initial Value Problems, *Jour. Comp. Phys.*, Vol.2, pp.114-119.
- Hirt, C. W., N. C. Romero, M. D. Torrey and J. R. Travis, 1979, SOLA-DF: A Solution Algorithm for Nonequilibrium Two-Phase Flow, Los Alamos Scientific Laboratory of the University of California, Report LA-7725-MS.
- Kershner, J. D. and C. L. Mader, 1972, 2DE: A Two-Dimensional Continuous Eulerian Hydrodynamic Code for Computing Multicomponent Reactive Hydrodynamic Problems, Los Alamos Scientific Laboratory of the University of California, Report LA-4846.
- Koshizuka, S. and Y. Oka, 1996, Moving-Particle Semi-implicit Method for Fragmentation of Incompressible Fluid, *Nucl. Sci. Eng.* 123, pp.421-434.
- Martin, J. C. and W. J. Moyce, 1952, An Experimental Study of The Collapse of Liquid Columns on A Rigid Horizontal Plane, *Philos. Trans. R. Soc. London Ser. A*, pp.312-324.
- Nichols, B. D., C. W. Hirt, R. S. Hotchkiss, 1980, SOLA-VOF: A Solution Algorithm for Transient Fluid Flow with Multiple Free Boundaries, Los Alamos Scientific Laboratory of the University of California, Report LA-8335.

- Torrey, M. D., L. D. Cloutman, R. C. Mjolsness and C. W. Hirt, 1985, NASA-VOF2D: A Computer Program for Incompressible Flows with Free Surfaces, Los Alamos National Laboratory, Report LA-10612-MS.
- Torrey, M. D., R. C. Mjolsness and L. R. Stein, 1987, NASA-VOF3D: A Three-Dimensional Computer Program for Incompressible Flows with Free Surfaces, Los Alamos National Laboratory, Report LA-11009-MS.
- Welch, J. E. and F. H. Harlow and B. J. Daly, 1966, The MAC Method: A Computing Technique for Solving Viscous, Incompressible, Transient Fluid Flow Problems Involving Free Surfaces, Los Alamos Scientific Laboratory of the University of California, Report LA-3425.
- 滝川 清・山田文彦・有元光久・田淵幹修, 1991, 斜面上の砕波変形過程の内部特性とその数値解析, 海岸工学論文集, 第38巻, pp.61-65.
- 酒井哲郎・水谷太作・田中秀明, 1987, 斜面上の巻き波型砕波の砕波後の運動機構の数値解析, 第34回海岸工学論文集, pp.71-75.
- 越塚誠一, 1999, 数値流体力学, 培風館.



## 감사의 글

먼저 부족함이 많았던 저에게 논문을 마칠 수 있도록 열과 성의를 다하여 학술적 기본소양과 연구자세를 지도하여 주신 김남형 교수님께 깊은 감사를 드립니다. 바쁘신 와중에도 논문의 심사를 맡아 주셨던 양성기 교수님, 남정만 교수님께 감사드리며, 꼭꼭히 지켜보시면서 힘을 주셨던 이병걸 교수님, 박상렬 교수님, 김상진 교수님께도 감사를 드립니다.

또 함께 조교생활을 하는 동안 힘이 되어준 고환, 준철, 재관, 경철 선생께도 고마운 마음을 전합니다. 논문이 완성되기까지 격려를 해주었던 영호형, 영택, 현우, 영웅, 동일, 승희, 용철에게도 좋은 미래가 펼쳐지길 기원합니다.

어느덧 대학원 생활도 끝이 나고 새로운 인생이 시작되는 길목에 서 있는 듯 합니다. 해양토목공학과 1기로 입학하여 대학원 생활을 마치기까지 제일 힘들었던 것은 실배가 없다는 것이었습니다. 제가 지금까지 걸어온 길이 후배들의 앞길에 조금이나마 도움이 되었으면 합니다.

끝으로 직장을 그만두고 공부를 더 하겠다고 했을 때 아낌없는 용기를 주셨던 아버지, 2년간 도시락을 챙겨주며 뒷바라지 해주시던 어머니, 멀리서 말없는 격려를 해주셨던 동생들, 그리고 꼭꼭히 곁에서 지켜봐주던 민정에게도 고마운 마음을 전하며 이 작은 결실을 드립니다.

2001년 6월

김 남 국