科學敎育, 14, 137~153, 1997
Journal of Science education
14, 137~153, 1997

등방성 매질에서의 활성상수

강창현* · 강동식** · 강정우**

The Activity Constant of an Isotropic Medium

Kang, Chang-Hyeon* · Kang, Dong-Shik**
Kang, Jeong-Woo**

Abstract

The physical significance of the activity constant ζ, which is needed to describe electrodynamics of an isotropic medium, is discussed in electroconductive media and non-electroconductive media.

In non-electroconductive media, where the sources of the charge density ρ and current density $\mathbf{J}$, and the conductance σ vanish, the speed of propagation and the refractive index of two circularly polarized transverse modes are different, and the physical phenomena called as the optical activity take place.

Also in electroconductive media, in which energy of electromagnetic wave through the medium is damped, the phase velocity and the absorption coefficient of the electromagnetic waves depend on ζ. The skin depth and the angular frequency also depend on ζ.

---

* 한림중학교 교사
** 제주대학교 사범대학 과학교육과 교수

Ⅰ. 서 론

물질의 전기 역학적 성질을 기술하는데 필요한 상수는 여러 개가 있다. 그러나 보통의 전자기학 교재에서, 선형 등방성 매질에서의 전자기 현상을 기술할 때는 유전율 ε과 투자율 μ만 사용하여 왔다. 그렇지만 소위 활성상수 (activity constant)라는 ζ도 필요하다는 사실이 오랫동안 알려져[1]왔고, 보다 일반적으로 광범위하게 전자기 현상을 기술하는데 사용되지는 않았다.

원래 매질에서 일어나는 전기 역학적인 과정을 논의하는 가장 좋은 방법은 입자들의 전하와 전류를 전기 역학 방정식에서 구하고, 그 결과 모든 전자기 현상을 설명하는 것이다. 그렇지만, 이 연구법은 거시적인 물질에서의 전하 수는 엄청나게 많기 때문에 실행할 수 없다. 현실적으로 가능하고 간이화한 연구법은 모든 전하 원천(source)을 외부와 내부로 나누어 구하는 방법이다. 여기에서 외부 전하는 전하밀도와 전류밀도로 표현되며 맥스웰 방정식에서 그 값을 구할 수 있고, 내부 전하의 존재는 약간의 실험 상수로 고려된다.[2]

그런데, 실험 상수의 개수는 매질에 따라 달라진다. 가장 간단한 등방성 매질인 경우 두 개의 양이 필요하다고 알려져 있다. 즉, 유전율 ε과 투자율 μ가 거시적인 전기 역학의 모든 현상을 기술한다.[3] 그러나 어떤 등방성 체계인 경우는 전기 역학 현상을 기술하는데 ε, μ 뿐만 아니라 제3의 전자기 상수 ζ가 필요하다. 이 ζ상수는 광학 활성과 약한 상호작용에서 반전성이 보존되지 않을때 사용되며 매개변수화에 필요한 상수로서 도입된다.

등방성, 선형성의 조건에서 가장 일반적인 형태로 유도된 전하밀도와 전류밀도를 매개변수화하면 등방성 매질의 전기 역학 성질을 기술하는데 ε, μ, ζ 상수가 필요하게 된다. 이 세 개의 상수는 유도된 전류밀도를 표현할 때 사용되며 보통 두 개의 기초 벡터만을 써왔다. 그래서 ζ상수는 세 번째의 벡터 앞에 사용되어야 한다. 이때의 좌표는 Fourier 공간으로 해석될 때의 경우이다. 다른 좌표 공간에서 유도 전류를 정의할 때는 전기장과 자기장의 차수 높은 도함수를 이용하고 항목이 더 많아진다.

그러므로 본 연구에서는 등방성 매질에서 ζ항목이 생겼을 때의 의미를 알아보고, 비전도성 매질의 ζ항목이 있을때 새로운 가로 전자기파의 분산 관계와 좌우 원편광에서 광학 활성 현상을 설명해 보고, ζ항목이 있는 전도성 매질에서는 굴절률과

흡수계수 및 표피깊이에 대한 ξ의 의미를 알아 보려고 한다.

Ⅱ. 등방성 매질에서의 활성 상수

1. ξ의 물리적 의미

활성상수 ξ를 고려해야 할 때는 시공간의 불연속적인 대칭성과 관련있는 물리현상을 다룰때이다. 오랫동안 이산적 연산인 반전성과 시간 반전은 불변이라고 생각해왔다. 맥스웰 방정식이 P 대칭과 T 대칭 변환에 대해 불변인 것은 모든 물리법칙이 다른 연산자에 대해서도 불변임을 나타낸다고 생각해왔다. 그렇지만 1956년 이후에 그렇지 않다는 사실[4]이 알려졌고, 1964년 이래로 CP도 같이 방해되고 있음이 증명되었다.[5] ξ상수가 존재할 때 P와 CP 변환하에서는 비대칭적인 특성을 갖는다. 그리고 CP 방해 효과는 보통 약한 상호작용의 힘보다 더 작다고 알려져 있다. 그러므로 ξ가 존재한다면 대단히 작은 값이 나오게 될 것이다. 그리고 C 변환에서는 ξ에 관한 아무런 제한을 주지 않는다.

CP와 CPT의 비대칭은 보통 물질에서 어떤 반입자를 전혀 포함하지 않기 때문에 상수 ξ를 인정하는 방법의 대역으로 삼을 수 없다. 그래서 ξ를 인정하기 위해서는 큰 P 비대칭을 필요로 하게 된다. P 대칭 변환은 약한 상호작용에 의해 방해되고 작은 값을 가진 ξ를 일으킬 수 있으므로 커다란 ξ를 얻기 위해서는 매질에서 커다란 P 비대칭인 것을 찾으면 된다. 복잡한 매질을 고려할 때 매질 자체로부터 P 비대칭을 얻을 수 있는데, 잘 알려진 예가 바로 나선형 분자이다.[6]

임의의 방향에 나선축을 갖고 있는 용액을 통한 전자기파의 이동을 고려할 때 만일 파장이 분자를 볼 수 없을 정도로 분자 차원보다 더 크다면, 등방성 매질에서 고유의 P 비대칭을 가질 것이다. 이것은 커다란 ξ항목을 낳고 물리학적으로 광학활성 현상으로 설명되어진다. P 대칭이 보존되려면 전자기파의 우향, 좌향 원편광 상태의 물리적 특성은 같다. 예를 들면, 진공에서의 반전성은 불변이다. 그러나 보통 매질에서는 그렇지 않다. ξ항목 때문에 반전성이 보존되지 않는다. 그렇기 때문에 매질에
서 우향, 좌향 원편광 전자기파는 다른 물리적인 특성을 갖는다.

선형 편광백터 $\hat{e}_1$과 $\hat{e}_2$ 대신에, 다음과 같이 정의되는 우향, 좌향 원편광 벡

터를 사용하여[7] 전자기파의 편광에 대해 알아보겠다.

$$\hat{e}_{\pm} \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{e}_1 \pm i\hat{e}_2) \tag{2-1}$$

$$\hat{e}_2 = \hat{k} \times \hat{e}_1 \tag{2-2}$$

이것은 다음 2절에서 언급하겠지만 $\hat{e}_1 \pm i\hat{k} \times \hat{e}_1$ 형태이다. 그리고 반전성 대칭에서 $\hat{e}_2 \rightarrow -\hat{e}_2$ 이기 때문에 $\hat{e}_+$ 는 다음과 같이 되고

$$\hat{e}_+ = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{e}_1 - i\hat{e}_2) \tag{2-3}$$

이것은 바로 (2-1)식에서 보는 바와 같이 $\hat{e}_-$ 임을 나타낸다. 결국, 반전성에서 $\hat{e}_+ \leftrightarrow \hat{e}_-$임을 알 수 있다.

매질에서 $x=0$ 인 흔히 일어나는 평면 편광파가 $+x$ 방향에서 움직이고 있을 때 $\theta=0$ 이 된다. 여기서 θ 는 전파 방향에 수직인 파의 방위각을 표시한다.[8] 잘 알려져 있듯이 이 평면 편광파는 진폭이 같고 위상각이 $\theta_+(0)=\omega t$ 인 우향 원편광 파와 위상각이 $\theta_-(0)=-\omega t$ 인 좌향 원편광 파의 중첩이 된다. 괄호 안에 있는 0 은 위상이 $x=0$ 인 것을 나타낸다.

매질 내부에서 파가 퍼질 때 $\zeta \neq 0$ 이면 ω 의 값은 두개의 원편광 요소에 대한 파수 k 값과 일치한다. k_+ 와 k_- 가 그 값이다. 그러면 매질 안에서 거리 x 를 가로로 우향, 좌향 원편광 요소에 대한 위상각은 다음과 같이 된다.

$$\theta_+(x) = \omega t - k_+ x, \quad \theta_-(x) = -\omega t + k_- x \tag{2-4}$$

결과적으로

$$\theta(x) = \frac{1}{2}[\theta_+(x) + \theta_-(x)] = \frac{1}{2}(k_- - k_+)x \tag{2-5}$$

이다.

k_- 는 좌향 원편광의 파수이며 k_+ 는 우향 원편광의 파수를 의미한다. k_+

와 k_- 의 차이점은 두 개의 좌우 원편광의 방향을 바꾸는 것이다. 이때, 바로 상수 ζ가 0 이 아닐 때 이 현상을 설명할 수 있는 것이며, 전자기파는 물질을 통해 다른 속도로 이동하며 다른 굴절률과 흡수 계수를 갖는다.[9]

이것은 파의 편광 방향이 매질 내에서 x 에 따라 바뀐다는 것을 나타내며 완전한 광학 활성의 현상을 보여 주고 있다.[6] 광학 활성은 두 원편광의 속도가 다름으로 투과하는 편광면이 회전하게 된다.

$\zeta = 0$ 일 때 ε, μ만의 매질은 비분산적이고, $\zeta \neq 0$ 일 때는 분산적이다. 더 복잡한 매질을 고려할 때는 매질 자체로부터 P 비대칭을 얻을 수 있다. 바로, 나선형 분자이며 설탕 용액이 그 예이다. 이 물질은 광학 활성 현상을 보인다.[10]

간단한 모형의 광활성 물질은 원자 또는 분자의 전자기장에 의한 편극의 경로가 나사 모양으로 구속되는 나선형 분자들로 이루어져 있고, 이 분자들은 우원형 편광과 좌원형 편광에 대해 다르게 상호작용하며, 각 원형 편광에 대해 다른 위상 속도 즉, 굴절률을 가지게 된다.

이것은 반전을 내포하는 대칭요소가 없는 구조의 광활성 매질에서, 좌 · 우 편광 상태를 가지는 빛이 두 독립적인 고유파로 작용함을 의미한다. 바로 이러한 점에서 활성상수 ζ의 물리적 의미를 이해하여야 한다. 비슷한 경우는 전자와 핵 입자 사이에 반전성이 깨지는 약한 상호작용을 시험하는 광학 회전 실험에 응용되어 질 수 있다.[10]

뿐만 아니라, 시간반전도 약한 상호작용에 의해 보존되지 않는다. 시간반전 대칭 변환이 불변인 매질에서 ζ상수는 허수부만 있고, 각진동수 ω의 기함수이며 ε과 μ 모두는 ω의 우함수이다. 시간 반전 대칭이 깨질 때 파 벡터 **k**와 각진동수 ω가 복소수로 주어지는 경우 평면파의 중첩 방정식에서 지수 요소는 시간과 함께 약간의 감폭(또는 증가)을 보여준다. 물리학적으로 이것은 매질로부터 흡수(또는 방출)에 해당된다. 뿐만 아니라 ζ가 0 일 때도 두 가로전파 방식의 흡수는 ε와 μ가 복소수인 경우 일어날 수 있다.[11] 그러나 흡수는 두 전파 방식이 똑같은 경우에만 해당된다. ζ가 0이 아닐 때는 그런 경우에 해당되지 않는다. 비흡수성 매질에서도, ζ가 0이 아닌 경우의 전자기파는 물질을 통해 다른 속도로 이동하며 ω가 모든 파벡터 **k**에 대한 실수값을 갖는다. 이것은 ε, μ는 실수값이고 ζ는 허수부만 있음을 의미한다.

이처럼 전자기 상수 ζ는 ε, μ 두 개의 상수와는 다른 특성을 갖고 있다. 오직

P의 비대칭, CP의 비대칭에서 ζ가 0 이 아닌 매질을 볼 수 있다.

P, C, T, CP, CPT 대칭에서 T, CPT 대칭은 서로 모순되는 제한을 하고 있고, T 대칭에서는 ζ가 ω의 기함수이고, CPT에서는 ω의 우함수이다. 이 중 하나가 ζ상수의 존재를 불확실하게 하고 있다. 그러나 CP와 CPT의 비대칭에서 보통 물질은 어떤 반입자를 전혀 포함하지 않기 때문에 ζ를 인정하는 방법의 대역으로 삼을 수 없다. 결국, P의 비대칭을 필요로 한다.

2. 비전도성 매질에서의 굴절률

매질 속에서 전하밀도 ρ 와 전류밀도 $\mathbf{J}$ 의 원천이 0 이고, 전기전도도 $\sigma = 0$ 인 매질을 비전도성 매질이라 한다. 이런 경우의 맥스웰 방정식은

$$\begin{aligned} &\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \\ &\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \\ &\nabla \cdot \mathbf{D} = 0, \\ &\nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}. \end{aligned} \tag{2-6}$$

이 된다.[12] 이것을 다시 평면파를 구성했던 맥스웰 방정식에 대입하여 정리하면

$$\begin{aligned} &\mathbf{k} \cdot \mathbf{B} = 0, \\ &\mathbf{k} \times \mathbf{E} = \omega \mathbf{B}, \\ &\mathbf{k} \cdot \mathbf{D} = 0, \\ &\mathbf{k} \times \mathbf{H} = -\omega \mathbf{D} \end{aligned} \tag{2-7}$$

이 된다. 매질이 선형이고 균질하며 등방성이라면 ε, μ 는 일정한 스칼라량들이다. 그리고 보다 더 단순화 시키기 위해서 비자성이라면 $\mu = \mu_0$ 이고 $\varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0$ 이므로 (2-7)식의 맥스웰 방정식에서 네번째 식은 다음과 같이 된다.

$$\mathbf{k} \times \mathbf{B} = -\frac{\omega}{c^2} \varepsilon_r \mathbf{E} \tag{2-8}$$

비전도성 매질에서 활성상수 ζ가 존재하면, (2-8)식에 ζ항이 첨가되면서 맥스웰 방정식의 네 번째 식은 다음과 같이 된다.

$$\mathbf{k} \times \mu^{-1}\mathbf{B} = -\omega \varepsilon \mathbf{E} - \zeta \omega \mathbf{B} \tag{2-9}$$

다시 (2-9)식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{k} \times \mathbf{B} = -\left(\frac{\omega}{c^2} \varepsilon_r + \mu_0 \zeta k\right) \boldsymbol{E} \tag{2-10}$$

(2-10)식을 풀면

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \left(\varepsilon_r + \mu_0 \zeta c^2 \frac{k}{\omega}\right) \tag{2-11}$$

가 되며, 다시 (2-11)식은

$$c^2 k^2 = \omega^2 (\varepsilon_r + \mu_0 \zeta c^2 k / \omega) \tag{2-12}$$

이 된다. 그리고 각진동수는 다음과 같이 나타난다.

$$\omega^2 = \frac{1}{\varepsilon_r}\left(1 - \frac{\mu_0 \zeta \omega}{k}\right) c^2 k^2 \tag{2-13}$$

이처럼 ζ상수가 첨가되면서 굴절률 $n = (\varepsilon_r)^{1/2}$ 에서

$$n = \sqrt{\varepsilon_r + \mu_0 \zeta c^2 \frac{k}{\omega}} \tag{2-14}$$

으로 굴절률이 유전상수에서만 관여되었던 것이 ζ에도 관여되고 있음을 알 수 있다. 여기에서 SI단위계에서 굴절률이 ε_r만으로 나타나지만, HL 단위계 (Heaviside-Lorentz)에서는 굴절률은 다음과 같다.[2)]

$$n = (\varepsilon \mu)^{1/2}, \qquad n = (\varepsilon \mu + \zeta \mu c k / \omega)^{1/2} \tag{2-15}$$

즉, 굴절률은 두 개의 상수 ε, μ 로 표현되지만, 활성상수가 존재하면 세 개의 상수 ε, μ, ζ 로 나타난다.

ω가 0 이 아닌 실수라면 결국,

$$|\zeta| < \frac{k}{|\mu|\omega} \tag{2-16}$$

이 되고, 이것은 달리 가장 일반적인 매개변수화에서 외부 전하밀도 $\rho_{ext} = 0$ 이고, $\mathbf{J}_{ext} = 0$ 일 때 ω 와 $\mathbf{k}$ 가 다음과 같이 만족시켜야 하는 관계이다.

$$\varepsilon \mathbf{k} \cdot \mathbf{E} = 0, \tag{2-17}$$

$$\varepsilon\omega \mathbf{E} + \frac{1}{\mu} \mathbf{k} \times \mathbf{B} + \mathbf{k} \times \mathbf{B} + \zeta\omega \mathbf{B} = 0 \tag{2-18}$$

진공에서는 $\varepsilon = \mu = 1$ 이고 $\zeta = 0$ 이기 때문에 (2-17)식은 명백하게 $\mathbf{E}$ 가 전자기파의 전파방향에 수직임을 나타낸다. 그러므로 $\mathbf{k}$ 에 수직인 두개의 기초 파 벡터 $\widehat{e_1}$ 과 $\widehat{e_2}$ 를 갖는 전자기파[1,13]가 있는 매질에서, (2-17)식과 (2-18)식 $\mathbf{B} = 0$ 이고 $\varepsilon = 0$ 인 ω 일 때 세로의 전기장 경우를 만족시켜질 수 있다. 이 세로 방향 전기장의 물리학적 특성은 오직 ε 에만 의존하기 때문에, ζ 의 물리학적 의미를 가로의 전파방식(mode)으로 생각할 수 있다. 그래서, (2-18)식으로부터 $\mathbf{k} \cdot \mathbf{E} = 0$ 을 이용하여 $\mathbf{B}$ 를 소거할 수 있다. 그러면

$$\omega^2 \mathbf{E} = \frac{1}{\varepsilon\mu} k^2 \mathbf{E} - \frac{\zeta}{\varepsilon} \omega k \hat{\boldsymbol{k}} \times \mathbf{E} \tag{2-19}$$

이 된다. 그리고 (2-19)식에서 $\hat{\boldsymbol{k}} = \frac{\mathbf{k}}{k}$ 이다.

$\zeta = 0$ 일때는 가로 조건 $\mathbf{k} \cdot \mathbf{E} = 0$ 을 제외하고 $\mathbf{E}$ 에 관한 제한이 없으며 두 가로 전파방식은 같은 물리적 특성을 갖는다.

그렇지만, 두 개의 가로 전파방식은 $\zeta \neq 0$ 일 때 다른 특성을 갖는다. 가로 조건 $\mathbf{k} \cdot \mathbf{E} = 0$ 을 이용하여 (2-19)식을 표현하면 다음과 같다.

$$\omega^2 \hat{k} \times \mathbf{E} = \frac{1}{\varepsilon\mu} k^2 \hat{k} \times \mathbf{E} + \frac{\zeta}{\varepsilon} \omega k \mathbf{E} \qquad (2\text{-}20)$$

선형 조합을 하기 위해 (2-19) ±(2-20)을 하고 k를 ik로 대입하면, $\mathbf{E}$와 $\hat{k} \times \mathbf{E}$에 대한 한 쌍의 방정식을 다음과 같이 나타낼수 있다.[2)]

$$[\omega^2 - (\frac{1}{\varepsilon\mu} \pm i\frac{\zeta\omega}{\varepsilon k})k^2](\mathbf{E} \pm i\hat{k} \times \mathbf{E}) = 0 \qquad (2\text{-}21)$$

(2-21)식의 해는 다음을 만족해야 한다.

$$\omega^2 = (\frac{1}{\varepsilon\mu} + \frac{\lambda i\zeta\omega}{\varepsilon k}) k^2 \qquad (2\text{-}22)$$

$$\mathbf{E} = i\lambda \hat{k} \times \mathbf{E}, \quad \lambda = \pm 1 \qquad (2\text{-}23)$$

두 가로 전파방식은 동일한 분산 관계는 아니다. 또한, 임의의 선형 조합은 일반적으로 (2-19)식을 따르지 않는다. 그 조합은 (2-23)식을 만족시키고, 양과 음의 원편광 벡터 $\mathbf{E} \pm i\hat{k} \times \mathbf{E}$를 나타낸다. 여기서 $\mathbf{E}$는 $\hat{k}$의 가로인 벡터이다.

시간반전이 보존되면 ε과 μ는 실수이고, ζ는 허수부만 갖는다, 이런 경우에 $|\zeta| < k/(\omega|\mu|)$이면 ω는 k의 실수 값에 의해서 실수가 됨을 (2-22)식으로부터 알 수 있다. 단색파의 진폭은 전파되는 동안 변하지 않을 것이고, 그것은 매질에서 흡수가 없음을 의미한다. 그러나 $\zeta \neq 0$ 이면 두 원편광 가로전파방식 (TEM wave ; 가로전자기파)의 전파 속도는 다르게 나타난다.

보다 더 일반적으로 시간 반전 대칭은 방해되어질 수 있다. 그러므로 $\mathbf{k}$, ω가 복소수로 주어지는 경우는 매질에서 흡수가 일어난다. $\zeta = 0$ 인 경우에도 두 가로 전파방식의 조합은 ε과 μ가 복소수인 경우 일어날 수 있다. 그러나 그 흡수는 두 전파방식이 똑같아야만 한다. 다시 말해, $\zeta \neq 0$ 인 경우와는 다르다.

비전도성 매질에서는 ω가 모든 전파벡터 $\mathbf{k}$에 대한 실수값이 되며, (2-21)식으로부터 ε, μ는 실수 값이고 ζ는 허수부만 있으며 $|\zeta| < k/(\omega|\mu|)$ 임을 의미한다. 따라서 비전도성 매질에서 ζ가 존재하기 때문에 두개의 원편광 속력

이 달라진다.

(2-22)식에 의해 $\zeta \neq 0$ 일 때 두 원편광 가로 전파의 속도는 다음과 같이 된다.

$$v_1 = c/n = c/\left(\varepsilon_r - \frac{\mu_0 \zeta c^2 k}{\omega}\right)^{-1/2}, \tag{2-24}$$

$$v_2 = c/n = c/\left(\varepsilon_r + \frac{\mu_0 \zeta c^2 k}{\omega}\right)^{1/2} . \tag{2-25}$$

(2-24)식은 $\mathbf{E} = i\hat{\boldsymbol{k}} \times \mathbf{E}$ 에서 유도된 전자기파의 위상 속도를 나타내며, (2-25)식은 $\mathbf{E} = -i\hat{\boldsymbol{k}} \times \mathbf{E}$ 인 파의 속도이다. $\zeta = 0$ 일 때와 비교하면 값이 다름을 알 수 있다.

3. 전도성 매질에서의 굴절률

전도성 매질의 물리적 성질은 비전도성 매질에서와는 다르다. 전도성 매질 속에서 전자기파가 진행해 나갈 때 전자기 에너지가 감쇠하기 때문에, 비전도체일지라도 전자기파의 주파수에 따라서 전자기 에너지가 감쇠한다.

전도성 매질은 비전도성 매질에서처럼 전하(ρ)나 전류($\mathbf{J}$)와 같은 원천이 없더라도 전기전도도 σ 는 있으므로 파동 형태인 전기장 $\mathbf{E}$ 가 매질 속에서 유도 전류를 발생시킨다. 이럴때에 맥스웰 방정식의 네째식은

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \sigma \mathbf{E} \tag{2-26}$$

가 된다.[12] 비전도성 매질에서와 같이 전도성 매질이 선형, 균질, 등방성이며 비자성이라고 가정하고 연산자를 이용하여 (2-26)식을 다시 나타내면 다음과 같다.

$$\mathbf{k} \times \mathbf{H} = -\omega \mathbf{D} - i\sigma \mathbf{E} \tag{2-27}$$

결국, (2-27)식은

$$\mathbf{k} \times \mathbf{B} = -\frac{\omega}{c^2}\left(\varepsilon_r + i\frac{\sigma}{\varepsilon_0 \omega}\right) \mathbf{E} \qquad \left[c^2 = \frac{1}{\varepsilon_0 \mu_0}\right] \tag{2-28}$$

가 된다.

전도성 매질에서 활성상수 ζ 가 존재하면 (2-27)식은 다음과 같이 된다.

$$i\,\mathbf{k}\times\mathbf{H} = -i\omega\mathbf{D} + \sigma\mathbf{E} - i\zeta\omega\mathbf{B} \tag{2-29}$$

다시 (2-29)식을 정리하여 표현하면

$$\mathbf{k}\times\mathbf{B} = -\omega\varepsilon\mu\mathbf{E} - i\sigma\mu\mathbf{E} - \zeta\mu k\mathbf{E} \tag{2-30}$$

가 되며, 맥스웰 방정식 (2-7)식의 세째, 네째 식을 이용하면 다음과 같이 된다.

$$\mathbf{k}\times(\mathbf{k}\times\mathbf{E}) = (-\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_r - \mu_0\zeta\omega k - i\sigma\mu_0\omega)\mathbf{E} \tag{2-31}$$

결국, $$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2}(\varepsilon_r + \frac{\zeta k}{\varepsilon_0\omega} + i\frac{\sigma}{\varepsilon_0\omega}) \tag{2-32}$$

이 되고, 복소 유전 상수는 다음과 같이 표현된다.

$$\hat{\varepsilon}_r = \varepsilon_r + \frac{\zeta k}{\varepsilon_0\omega} + i\frac{\sigma}{\varepsilon_0\omega} \tag{2-33}$$

이 식을 (2-28)식과 비교하면 $\zeta k/(\varepsilon_0\omega)$항이 첨가 되고, HL단위계에서는 SI 단위계를 가우스단위계로 전환한 다음 4π를 1로 바꾸면 복소 유전상수는

$$\hat{\varepsilon}_r = \varepsilon\mu + \frac{\zeta ck}{\omega} + i\frac{\sigma\mu}{\omega} \tag{2-34}$$

로 나타난다.

$\hat{\varepsilon}_r \neq 0$ 이고 $\mathbf{k}\cdot\mathbf{E} = 0$ 이면, 가로전자기파의 분산관계는 동일한 방법으로

$$\hat{k} = \sqrt{\hat{\varepsilon}_r}\frac{\omega}{c} = \hat{n}\frac{\omega}{c} \tag{2-35}$$

와 같이 되고, 복소 굴절률 $\hat{n}$ 도

$$\hat{n} = n + i\kappa = \sqrt{\hat{\varepsilon}_r} = \sqrt{\varepsilon_r + \frac{\zeta k}{\varepsilon_0\omega} + i\frac{\sigma}{\varepsilon_0\omega}} \tag{2-36}$$

로 나타낼 수 있다.

(2-35)식을 (2-36)에 대입하면 $k_r = n\omega / c$ 및 $k_i = \chi\omega / c = \alpha$ 인 관계가 성립하나, 이때 n 값은 보통의 전자기학 교재에서 기술하는 ζ가 0 일 때와는 다르게 표현된다.

4. 표피깊이

전도성 매질 속에서 전자기파가 진행해갈 때 진폭의 감쇠정도 또는 에너지의 감쇠 정도를 나타내는 척도로 감쇠상수 α의 역수 즉,

$$\delta = \frac{1}{\alpha} = \frac{c}{\chi\omega} \tag{2-37}$$

를 표피깊이(skin depth) 또는 침투깊이라 한다.[12] 표피깊이란 전도성 매질과 같은 손실 매질의 표면에서 수직하게 입사한 전자기파가 그 처음 진폭값의 $1/e$ 만큼 감소하게 되는 깊이를 말한다.

표피깊이에서 활성상수 ζ가 존재하면, 복소 유전 상수는 다음과 같다.

$$\hat{\varepsilon}_r = \varepsilon_{rr} + i\varepsilon_{ri} = \varepsilon_r + \frac{\zeta k}{\varepsilon_0\,\omega} + i\frac{\sigma}{\varepsilon_0\,\omega} \tag{2-38}$$

ζ가 0인 경우, 즉 (2-28)식에서 ω는 다음의 방정식

$$k^2 = \frac{\omega}{c^2}\left(\varepsilon_r + i\frac{\sigma}{\varepsilon_0\,\omega}\right) \tag{2-39}$$

에서

$$\omega^2 = \left(\frac{1}{\varepsilon_r} - i\frac{\omega\mu_0\sigma}{k^2\varepsilon_r}\right)c^2k^2 \tag{2-40}$$

로 표현된다.

$\zeta \neq 0$ 인 경우에 ω 는 식 (2-32)에서

$$\omega^2 = \left(\frac{1}{\varepsilon_r} - \frac{\zeta\mu_0\,\omega}{k\,\varepsilon_r} - i\frac{\omega\mu_0\sigma}{k^2\varepsilon_r}\right)c^2k^2 \tag{2-41}$$

로 나타난다. (2-40)식과 (2-41)을 비교하면 ω가 다른 값이 나옴을 알 수 있다. 그래서 표피깊이 δ값은 활성상수 ζ가 존재하면 다른 값이 된다. 그리고 HL단위계에서 ω^2는 활성상수 ζ가 0이 아닐 때

$$\left(\frac{1}{\varepsilon\mu}-\frac{\omega\zeta}{\varepsilon\mu ck}-i\frac{\omega\sigma}{\varepsilon c^2 k^2}\right)c^2 k^2 \qquad (2\text{-}42)$$

으로 표현된다.

Ⅲ. 활성상수의 차원

1. SI단위계

SI단위계(국제단위계)의 기본 물리량의 차원을 길이를 L, 질량을 M, 시간을 T, 전류를 I 로 표기[14]하면, (2-18)식에서 전류밀도 **J** 의 차원은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$[\ \mathbf{J}\ ] = \mathrm{L}^{-2}\mathrm{M}^{0}\mathrm{T}^{0}\mathrm{I}^{1} \qquad (3\text{-}1)$$

(2-18)식에서 첫 번째 항에서 유전율 ε은

$$[\ \varepsilon\ ] = \mathrm{L}^{-3}\mathrm{M}^{-1}\mathrm{T}^{4}\mathrm{I}^{2} \qquad (3\text{-}2)$$

로 나타내며, 같은 방법으로 둘째, 네째 항의 μ, ζ도 다음과 같이 표현된다.

$$[\ \mu\ ] = \mathrm{L}^{1}\mathrm{M}^{1}\mathrm{T}^{-2}\mathrm{I}^{2} \qquad (3\text{-}3)$$

$$[\ \zeta\ ] = \mathrm{L}^{-2}\mathrm{M}^{-1}\mathrm{T}^{3}\mathrm{I}^{2} \qquad (3\text{-}4)$$

이로 부터, SI단위계에서는 전자기 상수 ε, μ, ζ 모두가 차원을 갖고 있다. 그리고 파수 k의 차원은 L^{-1}이며 각진동수 ω의 차원은 T^{-1}이다. 또한 전기 전도도 σ의 차원은 다음과 같다.

$$[\ \sigma\ ] = \mathrm{L}^{-3}\mathrm{M}^{-1}\mathrm{T}^{3}\mathrm{I}^{2} \qquad (3\text{-}5)$$

비전도성 매질에서 굴절률 $n = (\varepsilon_r)^{1/2}$ 인데 SI단위계에 ε_r는 $\varepsilon / \varepsilon_0$로서 차원은 다음과 같이 무차원이 된다.

$$[\ \varepsilon_r = \varepsilon/\varepsilon_0\ ] = \frac{\mathrm{L}^{-3}\mathrm{M}^{-1}\mathrm{T}^{4}\mathrm{I}^{2}}{\mathrm{L}^{-3}\mathrm{M}^{-1}\mathrm{T}^{4}\mathrm{I}^{2}} = \mathrm{L}^{0}\mathrm{M}^{0}\mathrm{T}^{0}\mathrm{I}^{0} \qquad (3\text{-}6)$$

여기서 유전율 ε과 진공중의 유전율 ε_0는 모두 같은 차원이고 SI단위계에서 ε_r은 무차원이 되며, 굴절률도 무차원이다.

활성상수 ζ가 있을 때 비전도성 매질에서 나온 새로운 항 $\mu_0\zeta c^2 k/\varepsilon$의 차원을 분석하면 μ_0는 $\mathrm{LMT}^{-2}\mathrm{I}^{-2}$이고, c 차원은 LT^{-1}이며 (3-4)식의 ζ

의 차원에 의해 새로운 항의 차원은 다음과 같다.

$$[\mu_0 \zeta c^2 k / \omega]$$
$$= LMT^{-2}I^{-2} \times L^{-2}M^{-1}T^3I^2 \times L^2T^{-2} \times L^{-1} \times T^{-1}$$
$$= L^0M^0T^0I^0 \qquad (3\text{-}7)$$

이것은 새로운 항이 ε_r과 같이 무차원임을 나타내어, 새로운 식이 정확하다는 것을 뜻한다.

다음으로 전도성 매질에서 (2-33)식의 새로 나온 항 $\zeta k / (\varepsilon_0 \omega)$ 에 대해 차원 분석하기 위해, 각각의 차원을 대입하면

$$[\zeta k / (\varepsilon_0 \omega)] = (L^{-2}M^{-1}T^3I^2 \times L^{-1}) / (L^{-3}M^{-1}T^4I^2 \times T^{-1})$$
$$= L^0M^0T^0I^0 \qquad (3\text{-}8)$$

로 표현된다. 이로 부터, 전도성 매질에서도 새로운 항이 무차원임을 알 수 있다.

표피깊이에서는 (3-8)식의 새로운 항 $\zeta \mu_0 \omega / (k \varepsilon_r)$을 각각의 차원을 대입하면 다음과 같이 된다.

$$[-\zeta \mu_0 \omega / (k \varepsilon_r)]$$
$$= (L^1M^1T^{-2}I^2 \times L^{-3}M^{-1}T^3I^2 \times T^{-1}) / L^{-2}$$
$$= L^0M^0T^0I^0 \qquad (3\text{-}9)$$

표피깊이에서도 활성상수 ζ가 첨가된 항이 정확하다는 것을 알 수 있다.

2. HL단위계

HL단위계는 가우스 단위계에서 나타나는 4π 계수를 1로 바꾸면 된다. 그래서 가우스 단위계와 같은 차원 값을 갖게 된다. 즉, 기본량의 차원은 L, M, T로 주어진다.

(2-15)식, (2-34)식, (2-42)식에 나온 비전도성, 전도성 매질, 표피깊이에서 활성상수 ζ가 첨가된 새로운 항의 차원을 분석해 보겠다.

우선 HL단위계에서 ε, μ, ζ의 차원을 구하기 위해, 유도전류밀도를 HL단위계로 표현하면 다음과 같다.

$$\mathbf{J}_{\text{ind}} = -i(\varepsilon - 1)\omega\mathbf{E} + i(1 - \mu^{-1})\,\mathbf{k} \times \mathbf{B} - i\zeta\omega\mathbf{B} \qquad (3\text{-}10)$$

전류밀도 J 의 차원은

$$[\ \mathbf{J}\ ] = L^{-1/2}M^{1/2}T^{-2} \tag{3-11}$$

가 되며, (3-10)식의 첫 번째 항에서 유전율 ε 의 차원은 다음과 같다.

$$[\ \varepsilon\ ] = L^0M^0T^0 \tag{3-12}$$

이상에서와 같이 μ, ζ 의 차원도 무차원이 된다. 바로, 전자기 상수 ε, μ, ζ 는 HL단위계에서 무차원 상수가 된다.

뿐만 아니라, (2-15)식에서의 새로운 항 $\zeta\mu c\,k/\omega$ 의 차원을 분석하면 다음과 같다.

$$[\zeta\mu c\,k/\omega]$$

$$= (L^0M^0T^0 \times L^0M^0T^0 \times LT^{-1} \times L^{-1})\ /\ T^{-1}$$

$$= L^0M^0T^0 \tag{3-13}$$

이와 같이 (2-15)식의 새로운 항 차원은 굴절률의 차원과 같음을 알 수 있고, (2-34)식에서 새로운 항 $\zeta c\,k/\omega$ 차원은 각각의 차원을 대입하면

$$[\zeta c\,k/\omega\ ] = (L^0M^0T^0 \times LT^{-1} \times L^{-1})\ /\ T^{-1}$$

$$= L^0M^0T^0 \tag{3-14}$$

로 나타내어 진다.

또한, 표피깊이의 각진동수에서 새로 나온 항 $\omega\zeta/\varepsilon\mu ck$의 차원은 다음과 같다.

$$[\omega\zeta/\varepsilon\mu ck]$$

$$= (T^{-1} \times L^0M^0T^0)\ /\ (L^0M^0T^0 \times L^0M^0T^0 \times LT^{-1} \times L^{-1})$$

$$= L^0M^0T^0 \tag{3-15}$$

지금까지 알아 본 바와 같이 모든 식이 정확함을 확인할 수 있었다.

Ⅳ. 결　　론

등방성 매질에서의 활성상수에 관한 본 연구에서, 물질속에서 활성상수 ζ가 존재할 수 있음을 알았고, 그에 따른 비전도성 매질과 전도성 매질에서의 굴절률과

파의 속도를 구하였다. 그리고 표피 깊이에서도 각진동수 ω값이 활성 상수 ζ가 존재하면서 다른 값이 나옴을 알게 되었는데 요약하면 다음과 같다. 아울러 새로 첨가된 ζ항의 관련된 모든 식은 차원분석을 하여 확인하였다.

첫째, 활성상수 ζ가 0 이 아닌 경우 비전도성 등방성 매질에서의 굴절률은 $(\varepsilon_r + \mu_0 \zeta c^2 k / \omega)^{1/2}$가 되어 $\zeta = 0$ 일 때와는 달랐고, 두 원편광 가로 전파의 속도는 $c / (\varepsilon_r + \mu_0 \zeta c^2 k / \omega)^{-1/2}$, $c / (\varepsilon_r - \mu_0 \zeta c^2 k / \omega)^{-1/2}$이 되어 광학 활성에서 좌 · 우 원편광 두 파의 속도가 다르게 나타났다. 그리고 새로운 $\mu_0 \zeta c^2 k / \omega$항이 더 첨가되면서 다른 전파 속도를 나타냈다.

둘째, 전도성 있는 등방성 매질에서 활성상수 ζ가 0 이 아닌 경우 굴절률은 $(\varepsilon_r + \frac{\zeta k}{\varepsilon_0 \omega} + i\frac{\sigma}{\varepsilon_0 \omega})^{1/2}$가 된다. 복소 굴절률 $\hat{n}$는 $n + i\chi$로 나타나는데, 전자기파의 위상 속도는 c/n로 ζ가 0 인 경우와 0 이 아닌 경우 $\zeta k / (\varepsilon_0 \omega)$항 때문에 다르게 나타났다. 흡수 계수도 2α 즉, $2(\chi\omega)/c$로 각진동수 ω가 ζ가 0 인 경우와 0 이 아닌 경우가 서로 다르기 때문에 굴절률이 다르게 나타났다. 새로운 $\zeta k / (\varepsilon_0 \omega)$항이 나오면서 굴절률과 흡수계수가 다르게 나타난다.

셋째, 표피깊이 δ는 $(2/(\mu_0 \omega \sigma))^{1/2}$로 나타나는데 활성상수 $\zeta = 0$ 일 때 ω는 $(\frac{1}{\varepsilon_r} - i\frac{\omega \mu_0 \sigma}{k^2 \varepsilon_r}) c^2 k^2$이 되고, $\zeta \neq 0$ 일 때는 새로운 $-\zeta \mu_0 \omega / (k \varepsilon_r)$항이 첨가 되면서 ω는 $(\frac{1}{\varepsilon_r} - \frac{\zeta \mu_0 \omega}{k \varepsilon_r} - i\frac{\omega \mu_0 \sigma}{k^2 \varepsilon_r}) c^2 k^2$로 되어서 표피깊이 값이 달라졌다.

참 고 문 헌

1) E. U. Condon ; Theories of optical rotatory power, Rev. Mod. Phys. 9, pp. 432-457 (1937).

2) José F. Nieves, Palash B. Pal ; Third electromagnetic constant of an isotropic medium, Am. J. Phys. 62 (3), pp.207-216 (1994).

3) D. Halliday , R. Resnick and J. Walker ; Fundamentals of Physics , 4th. ed., John Wiley and Sons, Inc., New York, pp.740-757 (1993).

4) 한명수 (高野義郎저) ; 물리학의 재발견[下], 소립자와 시간공간, 서울, 전파과학사, p.245 (1981).

5) 전유방 (J. C. Polkinghome저) ; 소립자 연극, 서울, 전파과학사, pp.76-79 (1985).

6) 장준성외 6인 ; 현대 광학, 서울대학교 광학 연구회, 서울, 교문사, p.266 (1996).

7) J. D. Jackson ; Classical Electrodynamics ,Wiley, New York, p.275 (1975).

8) B. Rossi ; Optics ,Addision-Wesley, Reading MA, pp.67-102 (1957).

9) 김병희 외 ; 성문 이화학 사전, 서울, 성문각, p.105 (1983).

10) 권녕대외 2인 (Francis A. Jenkins, Harvey E. White 저) ; 광학, 서울, 문운당, pp.603-617 (1979).

11) 장준성외 6인 ; 현대 광학, 서울대학교 광학 연구회, 서울, 교문사, p.247 (1996).

12) 박덕규 ; 전자기학, 서울, 청문각, pp.286-301 (1996).

13) J. D. Jackson ; Classical Electrodynamics ,Wiley, New York, pp.56-90 (1975).

14) 박기수 (William Hayt 저) ; 전자기학, 서울, 청문각, pp.516-521 (1981).