

석사학위논문

물리교육에서 Spreadsheet 활용에  
관한 연구



110735

제주대학교 교육대학원

물리교육전공


김 동 휘

2001년 8월

# 물리교육에서 Spreadsheet 활용에 관한 연구

지도교수 강 영 봉

이 논문을 교육학 석사학위 논문으로 제출함.

2001년 7월 일  
 제주대학교 중앙도서관  
JEJU NATIONAL UNIVERSITY LIBRARY  
제주대학교 교육대학원 물리교육전공

제출자 김 동 휘

김동휘의 교육학 석사학위 논문을 인준함.

2001年 7月 日

심사위원장 \_\_\_\_\_ 인

심사위원 \_\_\_\_\_ 인

심사위원 \_\_\_\_\_ 인

## [국문초록]

### 물리교육에서 Spreadsheet 활용에 관한 연구

김 동 휘

제주대학교 교육대학원 물리교육전공  
지도교수 강 영 봉

고등학교물리교과에서 다루는 이차미분방정식의 형식으로 표현되는 물리량들을 학생들이 직접 계산하는 데는 많은 어려움이 있고 의미파악도 힘들다. 그러나 스프레드시트를 이용하면 깊은 수학적 지식이 없어도 짧은 시간내에 간단하고 명확하게 계산값들을 얻을 수가 있고 그래프로 곧바로 나타낼 수가 있어서 전체적인 물리적 의미를 파악하는데 많은 도움을 줄 수가 있다. 이차미분방정식으로 표현되는 물리량 중에서 전자기진동인 LR회로, LC회로, LRC회로, 강제진동회로, 비선형강제진동을 예로 삼아서 시간변화에 대한 전하값, 전류값들을 계산했고 그 계산값에 대응하는 그래프를 그렸다. 이 모든 일들이 스프레드시트를 이용하므로써 간단히 할 수 있었고 학생들이 물리학습을 하는데 적극 이용한다면 보다 많은 효과를 얻을 수 있을 것이다

---

\* 본 논문은 2001년 8월 제주대학교 교육대학원 위원회에 제출된 석사학위 논문임.

# 차 례

국문초록 .....	i
I. 서론 .....	1
II. LR회로 .....	4
III. LC회로 .....	20
IV. LRC회로 .....	27
V. 강제진동회로 .....	33
VI. 비선형 강제진동회로 .....	44
VII. 결 론 .....	50
참 고 문 헌 .....	53
Abstract .....	55



# I. 서 론

정보화사회인 요즘 학교에서는 교수 - 학습활동에 컴퓨터를 많이 이용하고 있다. 특히 과학수업에서는 타교과보다도 그 이용도가 커지고 있다. 컴퓨터를 이용하는 수업형태를 보면 대부분이 OHP처럼 결과만을 보여주는데 사용하는 경우가 많다. 즉, 컴퓨터의 다양하고 유용한 기능들을 적절하게 사용하지 못하고 있는 것이다. 본 논문에서는 PC의 유용한 기능 중의 하나인 스프레드시트의 기능을 알아보고 이 기능을 가진 프로그램인 엑셀<sup>1)</sup>을 사용해서 물리학습에 어떻게 이용하고 학습효과를 극대화 할 것인지를 연구하고자 한다.

이 프로그램은 수치적인 계산들을 반복해서 계산해주고 그 결과들을 바로 그래프로 나타내 주므로써 계산값들이 뜻하는 물리적인 의미를 쉽고 명확하게 알 수 있게 해 준다. 그리고 어느 한 변수의 수치값을 변경했을 경우 나머지 모든 값들이 순식간에 재계산되고 그 결과값에 대한 그래프도 새로이 나타내줌으로써 학습자로서 하여금 많은 시간들을 절약하게 해 준다. 그리고 연속적으로 값을 변경시키면 모든 값들과 그에 해당하는 그래프의 모양이 연속적으로 바뀌므로 차후의 결과들을 예상하는 것을 가능하게 해 준다. 이러한 유용하고 다양한 기능들을 가지고 있기 때문에 일찍부터 스프레드시트는 물리학을 연구하는 데 많이 사용되고 있는 데, 다음은 그 예들이다. R. F. Field는 영의 이중슬릿실험에서 무늬의 강도와 진폭이 어떻게 변하는지를 보였고<sup>2)</sup>, D. J. Saunders 와 R. D. Ford는 단일 자유도를 갖는 용수철진자가 감쇄진동하는 경우를 보였으며<sup>3)</sup>, R. J. Beichner는 동등전하들에 의한 포텐셜 표면의 모습들을 나타냈고<sup>4)</sup>, A. M. MacLoed는 감쇠와 공진하는 진동계에서의 여러 가지 물리적인 현상들을 구현했다.<sup>5)</sup> 그리고 R. Newburgh는 절벽위에서 폭발물을 땅바닥으로 떨어뜨린 후 그 폭발소리를 T시간 지나서 들었을 경우에 절벽의 높이를 구하는 문제를 수학적으로 해를 얻는 경우와 스프레드시트를 이용해서 구하는 경우를 비교해서 후자인 경우가 얼마나 유용한 지를 보였다<sup>6)</sup>. 또한 R.

Trumper 와 M. Gelbman은 AC 저항 회로에서 전력, 일, 그리고 유효한 값들을 그래프로 나타내 보였고<sup>7)</sup>, L. Webb은 행성궤도를 계산했으며<sup>8)</sup>, M. L. De Jong은 양전하들 근처의 전기 퍼텐셜의 모습을 그려냈다<sup>9)</sup>.

본 논문에서는 전자기진동에서의 각각의 물리량들을 스프레드시트를 이용해서 계산하고 그 결과를 그래프로 나타냄으로써 이 프로그램이 물리학습에 얼마나 유용한지를 확인 할 것이다. 이 프로그램은 이렇듯 다양하고 유용한 기능이 있는 만큼 그 사용법이 어려울 것 같지만 그렇지가 않다. 컴퓨터에 대한 깊은 지식이 없어도 짧은 시간내에 쉽게 배워서 학습에 바로 이용할 수가 있음이 이 프로그램의 강점이다. 물리현상들을 컴퓨터를 이용해서 표현하는 방법들은 많이 있다. 예를 들면 Pascal 이나 FORTRAN, 또는 BASIC 같은 프로그래밍 언어를 이용할 수도 있고, MathCard, MATLAB, TKSolver 또는 Mathematica, Derive, Maple 등을 이용할 수도 있다. 이 프로그램들은 저마다 각기 장단점을 가지고 있는데, 물리현상을 구현해 내려면 깊은 지식이 있어야 가능하다. 즉, 장시간동안 해당 프로그램에 대해서 공부를 해야만 구현이 가능하고 어떤 것은 방정식들에 대한 해를 구해야 그래프로 나타낼 수가 있다. 그리고 가격이 매우 비싸서 학생들이 쉽게 구해서 쓸 수가 없다. 그러나 스프레드시트의 일종인 엑셀을 이용하면 이 프로그램에 대한 전문적인 지식이 없어도, 그리고 방정식에 대한 해를 미리 구하지 않아도 짧은 시간 내에 나타내고자 하는 물리적 결과들을 그래프로 그려서 확인 할 수가 있고 일반적으로 모든 가정과 학교에 보급이 대부분 이루어진 상태라서 부담 없이 사용할 수 있다.

고등학교 물리 교과내용을 살펴보면<sup>10)</sup> 물리량을 표현하는 방법으로 그래프를 많이 사용하고 있다. 이와 같이 그래프로 나타내려면 그 데이터에 해당하는 값들을 계산해 내야하고 그럴려면 물리량들이 방정식의 형태로 주어져야 한다. 실지로 대부분의 물리량들이 방정식을 써서 계산해내고 있으며 이때 사용되는 방정식들은 일차미분방정식과 이차미분방정식들이다. 일차미분방정식의 계산은 학생들의 수준으로 해결할 수 있지만 이차미분방정식은 그 값을 계산하기가 매우 어렵다. 물리 교과에는 이런 이차미분방정식의 형태로 표현되는 물리량들이 전 영역에서 나타나

고 있다. 역학에서는 뉴턴의 운동방정식이나 단조화진동자에서 볼 수 있고 전자기학<sup>11)</sup>에서는 전자기진동인 LC, LR, LRC진동 그리고 강제진동 등에서 나타나고 있다. 이렇듯 일차와 이차미분방정식은 물리학습에서 결코 빼놓을 수 없는 아주 중요한 식들이고 이 식의 값을 계산할 수 있어야 그 결과값 들을 이용하여 그래프를 그리면서 그에 해당하는 물리량의 의미를 알 수가 있다. 하지만 고등학생들이 이차미분방정식의 해를 구하는 일은 매우 어려운 일이며, 비록 그 해를 구한다해도 단편적인 몇 개의 계산값 만을 가지고는 물리적으로 어떤 의미를 담고 있는지를 파악할 수가 없다. 이 때 스프레드시트를 이용하면 도함수정리 정도의 기본적인 수학적 지식만으로도 간단하게 방정식의 값을 계산해내고 그래프화 할 수 있다.

스프레드시트에서 이차미분방정식을 계산할 때는, 일단 두 개의 일차 미분방정식으로 변환 후 차분방정식의 형태로 바꾼다.<sup>12)</sup> 이에 대한 방법은 II장에서 다루고, III장, IV장, V장, VI장에서는 이런 이차미분방정식의 형태로 나타나는 물리량의 경우인 LC, RC, LRC, 강제진동회로에서의 전자기진동을 II장에서와 같은 방법으로 나타내겠다. 여기에서는 시간의 변화에 따른 각각의 물리량들의 대략적인 변화를 알아보고자 하는 것이므로 차원이나 구체적인 수치값에는 주목할 필요가 없어 계산을 간편하게 하기 위해서 무차원 변수 및 상수를 도입해서 무차원방정식으로 변환 할 것이다<sup>13)</sup>. 그리고 일차미분방정식의 형태인 두 개의 무차원미분방정식을 오일러법에 의한 차분방정식의 형태로 변환해서<sup>14)</sup>, 주어진 차분방정식을 가지고 스프레드시트로 계산을 하고 계산값 들을 이용해서 다양한 그래프를 그려가면서 물리적인 현상들을 알아 볼 것이고 VII장에서는 이미 논의된 것들에 대한 결론을 맺을 것이다.

## II. LR 회로

역학이나 전자기학에서는 이차미분방정식의 형태로 기술되는 물리량들이 많이 있는데 그런 종류의 방정식들은 아래와 같은 형식을 갖는다.

$$a\frac{d^2q}{dt^2} + b\frac{dq}{dt} + cq = F(t) \text{ -----}(\text{II-1})$$

이 방정식은 역학에서는 단조화진동자의 운동방정식에서 쉽게 찾아볼 수 있는데 감쇠조화운동이나 강제진동 등에서 나타나고 있고, 전자기학에서는 LC진동, LR진동, LRC진동, 강제진동에서 찾아볼 수가 있다. 그러나 위의 이차미분방정식의 해를 얻어내는 데는 그리 간단치가 못하다. 특히 중고등학교학생들의 수준으로는 얻기가 여간 힘들지가 않다. 그리고 어렵게 많은 시간들을 소비하여 그 값들을 계산한다고 해고 그 값들이 갖고 있는 물리적인 의미가 어떤 것인지를 알아내는 것은 더욱 어렵다. 그러나 컴퓨터를 이용하면 상당부분 해결 할 수가 있는데 그것은 스프레드시트를 이용하는 것이다. 이 프로그램으로 하면 단순히 반복하여 되풀이되는 계산과정들을 짧은 시간에 해결하고 그 결과값들을 다양한 차트로 시시각각으로 그 값들을 변경해 가면서 볼 수 있어서 그 결과값들이 뜻하는 물리적인 의미를 쉽게 파악 할 수가 있어서 좋다. 스프레드시트를 이용해서 (II-1)과 같은 이차미분방정식을 바로 계산하기는 힘들다. 그러나 미분방정식에 대한 정확한 개념만 알고 있다면 스프레드시트를 사용해서 어렵지 않게 그 미분방정식에 대한 풀이 결과를 얻을 수 있는데 그러기 위해서는 일차미분방정식으로 변환한 후 오일러법을 써서 주어진 식을 다시 써 주면 스프레드시트로 쉽게 계산을 할 수가 있다. 이에 대한 수치해석적인 절차는 다음과 같다.

우선 (II-1)식에 새로운 변수를 도입해서 치환하면 간단히 할 수가 있다. 즉



$\frac{dq}{dt}$  를  $i$  라는 새로운 변수로 치환함으로써 위의 두식을 다음과 같이 두 개의 일차미분방정식으로 변환한다.

$$\frac{dq}{dt} = i \text{ -----}(\text{II}-2)$$

$$a\frac{di}{dt} + bi + cq = F(t) \text{ -----}(\text{II}-3)$$

위의 수식에서 두 번째 수식을 변형하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\frac{di}{dt} = \frac{1}{a}(F(t) - bi - cq) \text{ -----}(\text{II}-4)$$

스프레드시트로 (II-2), (II-4)의 미분방정식의 값을 계산하기 위해서 도함수의 정리를 이용해서 주어진 식을 다시 쓴다. 도함수의 정리는  $f$  를  $t$  의 함수라고 할 때

$$\frac{d}{dt} f(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{f(t + \Delta t) - f(t)}{\Delta t} \text{ -----}(\text{II}-5)$$

인 데  $\Delta t$  값이 매우 작을 때는

$$f'(t) = \frac{f(t + \Delta t) - f(t)}{\Delta t} \text{ 으로 쓸 수가 있다.}$$

위의 도함수 정리에 의해서 (II-2), (II-4)식을 변환하면

$$q(t + \Delta t) = q(t) + \Delta t i(t), \text{-----}(\text{II}-6)$$

$$i(t + \Delta t) = i(t) + \frac{\Delta t}{a}(F(t) - bi - cq) \text{-----}(\text{II}-7)$$

로 쓸 수 있다.

위 식을 살펴보면  $t + \Delta t$  시점에서의  $q, i$ 의 값이  $t$  시점에서의  $q, i$ 에 의해서 결정되는 구조로 되어있음을 알 수 있다. 이렇게 되어 있으면 스프레드시트에서 쉽게 문제를 해결 할 수 있다. 즉, 학생들의 수준으로는 결과값을 얻기가 복잡한 이차미분방정식을 쉽게 해결하고 그 계산 결과값들이 가지고 있는 물리적인 의미를 짧은 시간 내에 파악하기 위해서는 스프레드시트를 이용해서 구현해 나가면서 공부해야 할 것이고 이 과정을 하기 위해서는 스프레드시트에서는 이차미분방정식을 곧바로 풀어낼 수가 없으므로 하나의 이차 미분 방정식을 두 개의 일차 미분 방정식으로 바꾸고, 이들 각각의 미분 방정식을 오일러법에 의한 차분 방정식으로 바꿔줘야 한다. 즉, 수학적으로 학생들이 풀기에는 너무 힘들고 많은 시간을 필요로 하고 물리적인 의미도 잘 이해하지 못할 물리량들을 스프레드시트를 이용하면 수학적 지식이 깊지 않아도 쉽게 그 해를 얻을 수가 있고 그래프로 바로 나타내 보일 수가 있어서 물리적인 의미까지 쉽게 파악 될 수가 있다.

본 논문에서는 이차미분방정식으로 표현되는 물리량 중에서 고등학교와 대학초급과정에서 다루는 전자기진동을 한 예로 선택해서 스프레드시트를 이용해서 직접 구현해 봄으로써 단편적인 계산수치들만을 가지고 전체적인 물리적 의미를 파악하려는 데에 있어서의 어려움을 상당부분 해결 할 수 있을 것이다.

그림1은 인덕터  $L$ , 캐패시터  $C$ , 저항  $R$ , 전압  $V(= V_0 \sin \omega t)$ 가 한 회로에 연결되어 있는 전자기진동회로도 이다.

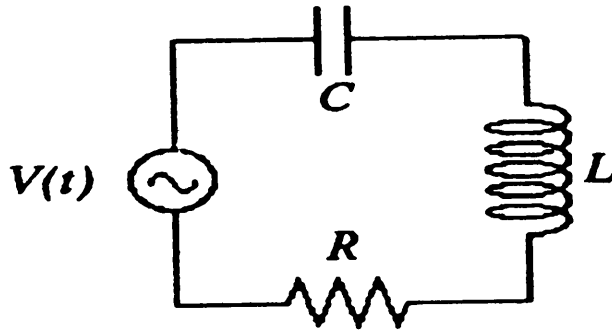


그림 1. 전자기진동회로도. 여기서 L은 인덕터, R은 저항, 그리고 C는 캐패시터 이다.

그림 1 과 같은 회로도에서 하나의 완전한 폐회로를 구성하는 데 있어서 일어나는 전위의 변화들의 합에 관계된 키르히호프의 폐회로정리를 적용시키면 다음과 같다.



$$L \frac{d^2 q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = V_0 \sin \omega t \quad \text{-----}(\text{II}-8)$$

이 식에서  $V_0$ 는 전압.  $\omega$ 는 각속도,  $t$ 는 시간,  $q$ 는 전하량이다. 위 식에서 시간이 경과함에 따라 전하량, 전류가 어떤 값들을 보이는가와 그리고 전하와 전류의 상관관계가 어떻게 되는가를 알아 볼 것이다.

LR 회로는 식(II-8)에서  $C \rightarrow \infty$ ,  $V_0 = 0$  인 경우로 이를 적용시키면,

$$L \frac{d^2 q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} = 0 \quad \text{-----}(\text{II}-9)$$

이 된다. 이 식을 이용하여 시간이 경과함에 따라 변하는 전하, 전류값들을 수치 해석적으로 계산하는 법을 알고 이를 활용하여 스프레드시트로 계산을 하고 그 계

산값들을 그래프로 나타내면서 값들이 갖는 전체적인 물리적 의미를 알고자 한다. 위의 이차미분방정식의 일반적인 해를 구하기 위해서 논의하는 회로의 상황을 알 필요가 있다. 즉, 처음에 전지에 연결되어 있어서 전류가 일정한 값  $i_0$  의 크기로 흐르다가 전지만을 떼어낸 경우로 이 때 전류의 값은 순간적으로 0 으로 되지 않고 서서히 감소하게 된다. 식 (II-9)의 일반적인 해는

$$i = i_0 e^{-\frac{R}{L}t} \text{-----}(\text{II}-10)$$

$$q = i_0 \frac{L}{R} (1 - e^{-\frac{R}{L}t}) \text{-----}(\text{II}-11)$$

이다. 즉, 전류는 서서히 지수함수 모양으로 감소하고 전하는 지수함수 모양으로 점차 증가함을 나타내고 있다. 학생들은 이와 같은 해를 직접 구할 수가 없다. 그러나 스프레드시트를 이용하면 이차미분방정식을 풀 수 없어도 간접적인 방법으로 방정식의 해를 쉽게 구할 수가 있어서 수학적 지식이 아직 부족한 학생들도 어려움 없이 이차미분방정식의 형태로 된 물리량들을 다룰 수가 있어서 물리학습에 도움을 줄 수가 있다. 스프레드시트로 이차방정식을 직접계산하기가 쉽지 않으므로 두 개의 일차 미분방정식으로 변환 후 다시 차분 방정식으로 바꿔주면 쉽게 계산할 수가 있다. 전하량  $q(t)$  와 전류  $i(t)$  는 서로 연관관계가 있다. 즉,

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = q'(t) \text{-----}(\text{II}-12)$$

회로에 흐르는 전류를  $i(t)$ , 캐패시터의 전하량을  $q(t)$ ,  $\Delta t$  를 미소시간차라고 하면 도함수의 정의에 의해서

$$i(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{q(t + \Delta t) - q(t)}{\Delta t} \text{-----}(\text{II}-13)$$

위 식에서  $\Delta t$  가 매우 작을 경우 (II-13)식은

$$q(t + \Delta t) = q(t) + \Delta t i(t) = q(t) + \Delta t q'(t) \text{ -----} (\text{II}-14)$$

이다. 이 식은  $t + \Delta t$  시점에서의  $q$  의 값이  $t$  시점에서의  $q$  에 의해서 결정되는 구조로 되어 있다.  $q_0$  를 초기값이라고 하면 이 보다  $\Delta t$  후의 값은  $q_1$  이 된다. 즉,  $q_1$  은 초기값  $q_0$  에  $\Delta t$  와  $q(t)$  의 시간변화율인  $q'(t)$  을 곱한 값을 더한 것이 된다. (II-14)에 의해서 몇 개의 항을 쓰면 다음과 같다.

$$q_1 = q_0 + \Delta t i_0, \quad q_1 = q_0 + \Delta t q'_0,$$

$$q_2 = q_1 + \Delta t i_1, \quad q_2 = q_1 + \Delta t q'_1$$

$$q_3 = q_2 + \Delta t i_2, \quad q_3 = q_2 + \Delta t q'_2$$

$n$  번째 항은

$$q_{n+1} = q_n + \Delta t i_n, \quad q_{n+1} = q_n + \Delta t q'_n \text{ -----} (\text{II}-15)$$

함수기호를 사용하는 일반적인 차분방정식의 형태로 나타내면,

$$q[(n+1)\Delta t] = q(n\Delta t) + \Delta t q'(n\Delta t) \text{ -----} (\text{II}-16)$$

이번에는 전류  $i(t)$  를 (II-15)과 같은 형식으로 나타내면 다음과 같다.

$$i(t + \Delta t) = i(t) + \Delta t i'(t) \text{ -----} (\text{II}-17)$$

몇 개의 항을 써 보면

$$i_1 = i_0 + \Delta t i'_0$$

$$i_2 = i_1 + \Delta t i'_1$$

$$i_3 = i_2 + \Delta t i_2'$$

이다.  $n$  번째 항은

$$i_{n+1} = i_n + \Delta t i_n' \text{ -----} (\text{II}-18)$$

이다. (II-16)과 같은 형식으로 나타내면

$$i[(n+1)\Delta t] = i(n\Delta t) + \Delta t i'(n\Delta t) \text{ -----} (\text{II}-19)$$

이 된다. 스프레드시트로 계산하기 위해서는 (II-9)식을 앞에서 언급했듯이 두 개의 일차미분방정식으로 변환 후 다시 (II-15)와 (II-18)같은 형식으로 바꿔야 계산이 용이하다. 우리가 알고자 하는 것은 LR회로에서 시간경과에 대한 전하, 전류, 그리고 전하와 전류의 대략적인 상관관계만을 비교 할 것이고 구체적인 수치값이나 단위에는 신경쓸 필요가 없으므로 무차원 방정식으로 변환하여 계산하면 된다. (II-9)식을 무차원 방정식으로 고치면 다음과 같다.  $\xi$  와  $\tau$  을 다음과 같이 놓자.



$$\xi = \frac{q}{A} \text{ -----} (\text{II}-20)$$

$$\tau = \frac{R}{L} t \text{ -----} (\text{II}-21)$$

$A$ 는 전하차원,  $\frac{L}{R}$ 는 시간차원이고  $\xi$ 와  $\tau$ 은 전하와 시간을 무차원으로 표시한 변수이다. (II-9)을 (II-20)와 (II-21)을 이용하여 무차원 방정식으로 변환하면 다음과 같이 두 개의 식을 얻을 수 있다.  $\frac{d\xi}{d\tau}$ 을 전하의 시간변화율을 무차원으로 표시한 변수  $\eta$ 으로 놓고 식을 쓰면,

$$\frac{d\xi}{d\tau} = \eta \text{ -----} (\text{II}-22)$$

$$\frac{d\eta}{d\tau} + \eta = 0 \text{ -----} (\text{II}-23)$$

이다. 이 두 개의 식을 스프레드시트로 계산하기 위해서 (II-15)과 (II-18)같은

형태로 변환한다.  $\xi_{n+1}$  은  $(n+1)$ 번째 항에서의 전하,  $\xi_n$  은  $n$ 번째 항에서의 전하,  $\eta_n$  은  $n$  번째 항에서의 전하의 시간변화율을 나타낸다.

$$\xi_{n+1} = \xi_n + \Delta \tau \eta_n \text{ -----}(\text{II}-24)$$

$$\eta_{n+1} = \eta_n + \Delta \tau \frac{d\eta_n}{d\tau} \text{ -----}(\text{II}-25)$$

그리고 무차원회로방정식 (II-23)를  $n$  번째항의 형식으로 나타내면

$$\frac{d\eta_n}{d\tau} = -\eta_n \text{ -----}(\text{II}-26)$$

이다. 식 (II-24), (II-25) 그리고 (II-26)식에서 미소시간차인  $\Delta \tau$  의 값은 0.01, 초기시간값은 0, 초기전하값인  $\xi_0$  은 0, 초기전류값인  $\eta_0$  은 10로 놓고 연속적으로 계산을 하겠다. 스프레드시트프로그램의 일종인 엑셀을 이용하면 계산값들을 그래프로 나타낼 수 있어서 수치값들이 가지고 있는 물리적인 의미를 보다 더 명확하게 이해 할 수가 있다. 엑셀프로그램<sup>15)</sup>은 특성상 어떤 수치값을 집어 넣거나 변경하면 전체적인 값들이 순식간에 자동으로 계산되거나 재계산되며 이 결과들을 나타내는 그래프로 자동으로 새로운 값들에 대응하여 변형이 되므로 변수값들을 마음껏 변화시켜 가면서 그 결과와 의미들을 확인 할 수가 있다. 따라서 학생들은 교과서에 나와 있는 물리적인 내용들을 직접 컴퓨터를 통해 실행해 보면서 보다 더 명확하게 그 의미를 알면서 공부 해 나갈 수가 있다. 특히 엑셀은 배우기 쉽고 프로그램이 가정이나 학교에 이미 보급이 거의 된 상태라서 낯설지가 않고 이 것에 대한 깊은 지식이 없어도 구현이 가능 할 수가 있다는 것이 다른 프로그램에 비해서 엑셀만이 가질 수 있는 장점이다. 지금 부터는 직접 스프레드시트에 적용시키면서 앞에서 다룬 내용들을 알아본다. 스프레드시트로 계산을 하기 위해서 두 개의 일차미분방정식들을 차분방정식의 형식으로 변환해 줘야 한다. 그러기 위해서 무차원방정식인 (II-22)와 (II-23)식을 (II-6), (II-7)처럼 차분방정식의 형식으로 변환하면

$$\xi(\tau + \Delta \tau) = \xi(\tau) + \Delta \tau \eta(\tau) \text{ -----}(\text{II}-27)$$

$$\eta(\tau + \Delta\tau) = \eta(\tau) - \Delta\tau \eta(\tau) \text{ -----}(\text{II}-28)$$

여기서  $\Delta\tau$ 는 미소시간차이다. 이제 스프레드시트로 계산하기 위해서 초기조건을 부여한다. 처음의 상황을 다시 말하면 전류가 초기값  $i_0$ 의 세기로 일정하게 흐르다가 전지만을 갑자기 제거했을 때 전류의 감소가 서서히 진행되는 경우이다. 초기전하나 전류의 값은 어떤 값을 가지든 상관이 없다. 여기서는 시간간격은 0.01, 초기시간은 0, 초기전하는 0, 초기전류 10로 잡았고 시간값이 4가 되는 40회 계산했고 계산형식은 표 1에 나타냈는데 지면상 일부분만 나타냈고 그에 대한 계산값들은 표 2에 보였다.

표 1. LR회로에서 스프레드시트를 이용한 시간에 대한 전하, 전류값계산형식

LR회로진동			
미소시간차		0.01	
시간간격	시간	전하량	전류
0.01	0	0	10
	=B5+\$C\$2	=C5+\$C\$2*D5	=D5-\$C\$2*D5
	=B6+\$C\$2	=C6+\$C\$2*D6	=D6-\$C\$2*D6
	=B7+\$C\$2	=C7+\$C\$2*D7	=D7-\$C\$2*D7
	=B8+\$C\$2	=C8+\$C\$2*D8	=D8-\$C\$2*D8
	=B9+\$C\$2	=C9+\$C\$2*D9	=D9-\$C\$2*D9
	=B10+\$C\$2	=C10+\$C\$2*D10	=D10-\$C\$2*D10
	=B11+\$C\$2	=C11+\$C\$2*D11	=D11-\$C\$2*D11
	=B12+\$C\$2	=C12+\$C\$2*D12	=D12-\$C\$2*D12
	=B13+\$C\$2	=C13+\$C\$2*D13	=D13-\$C\$2*D13
	=B14+\$C\$2	=C14+\$C\$2*D14	=D14-\$C\$2*D14
	=B15+\$C\$2	=C15+\$C\$2*D15	=D15-\$C\$2*D15
	=B16+\$C\$2	=C16+\$C\$2*D16	=D16-\$C\$2*D16
	=B17+\$C\$2	=C17+\$C\$2*D17	=D17-\$C\$2*D17
	=B18+\$C\$2	=C18+\$C\$2*D18	=D18-\$C\$2*D18
	=B19+\$C\$2	=C19+\$C\$2*D19	=D19-\$C\$2*D19



표 2. LR회로에서 시간에 대한 전하, 전류의 값. 시간간격은 0.01이고 초기전류는 10, 초기전하는 0 이다.

LR회로진동 미소시간차	시간	전하량	전류
0.01	0	0	10
	0.01	0.1	9.9
	0.02	0.199	9.801
	0.03	0.29701	9.70299
	0.04	0.3940399	9.6059601
	0.05	0.490099501	9.509900499
	0.06	0.585198506	9.414801494
	0.07	0.679346521	9.320653479
	0.08	0.772553056	9.227446944
	0.09	0.864827525	9.135172475
	0.1	0.95617925	9.04382075
	0.11	1.046617457	8.953382543
	0.12	1.136151283	8.863848717
	0.13	1.22478977	8.77521023
	0.14	1.312541872	8.687458128
	0.15	1.399416454	8.600583546

표 1과 표 2를 이용해서 시간 변화에 대한 전하, 전류의 그래프를 그려서 그 결과를 그림 2와 그림 3에 나타냈다. 이 그래프를 보면 시간이 경과함에 따라 전하량이 증가하다가 일정해 짐을 알 수 있다. 그림 3은 그림 2에서 전류의 초기값만을 다르게 해서 그린 그림이다. 이처럼 학생들에게 초기값들을 마음껏 달리하거나 어느 한 물리량만을 변화 시켜가면서 나타나는 다양한 그래프의 변화를 보여 줄 수가 있다. 그러면 학생들은 전체적인 물리적 의미를 보다 쉽게 파악할 수가 있다. 표 1, 표 2를 이용해서 시간과 전류와의 관계 그래프를 그리면 그림 3과 같다.

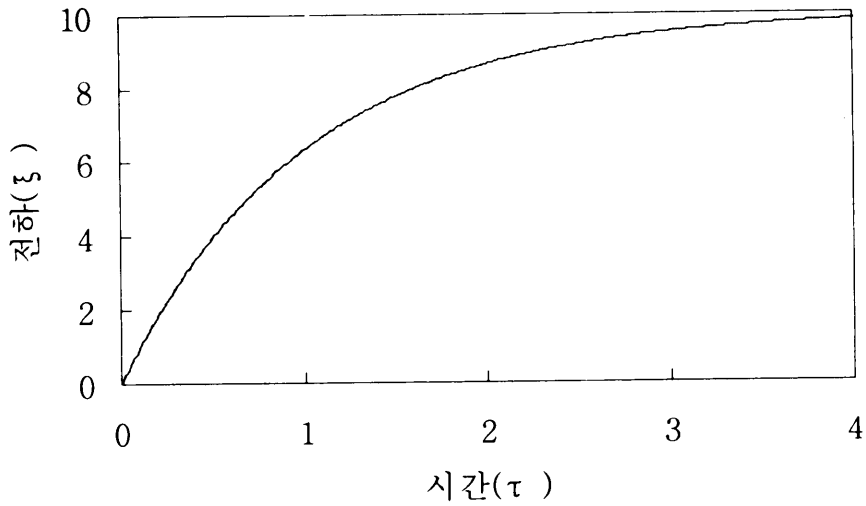


그림 2. LR회로에서 시간에 대한 전하. 여기서 시간간격은 0.01, 전하는 0, 그리고 전류는 10 이다.

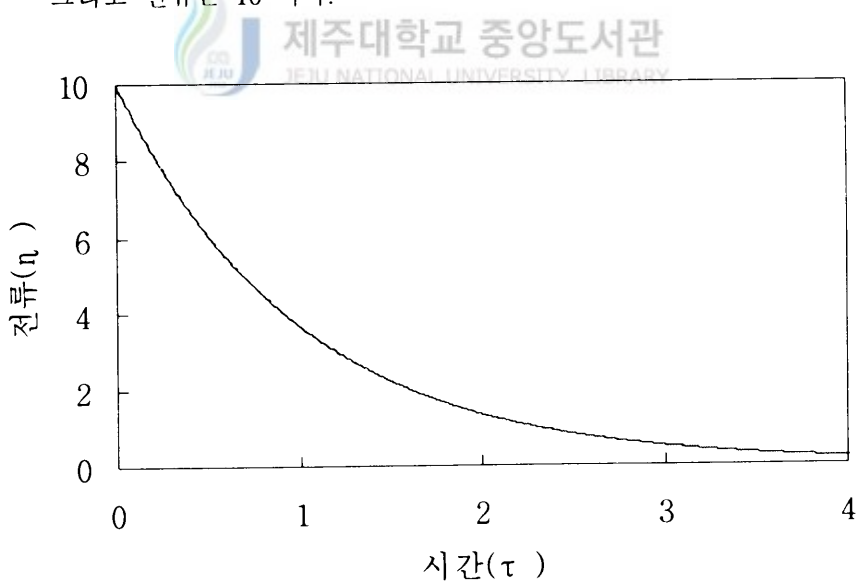


그림 3. LR회로에서 시간에 대한 전류. 여기서 시간간격은 0.01, 전하는 0, 그리고 전류는 10 이다.

위 그래프는 (II-9)의 해인 (II-11) 식에서 처럼 시간이 경과함에 따라 전류가 지

수함수적으로 감소되고 있음을 보이고 있다. 이렇게 스프레드시트를 이용하면 이차미분방정식을 풀지 않아도 그 해를 구할 수가 있고 그 값들을 이용해서 그래프를 곧바로 그려서 물리적으로 어떤 의미를 가지고 있는 지를 시각적으로 봄으로써 방정식이 갖고 있는 물리적 의미를 보다 쉽고 명확하게 파악할 수가 있는 것이다. 이번에는 표 1, 표 2를 이용해서 전하량과 전류와의 관계그래프를 그리겠다. 여기서 초기조건은 시간간격은 0.01 , 전하는 0, 그리고 전류는 10으로 했다.그래프를 그려본 결과 전하량이 증가함에 따라 전류는 감소하고 있다.

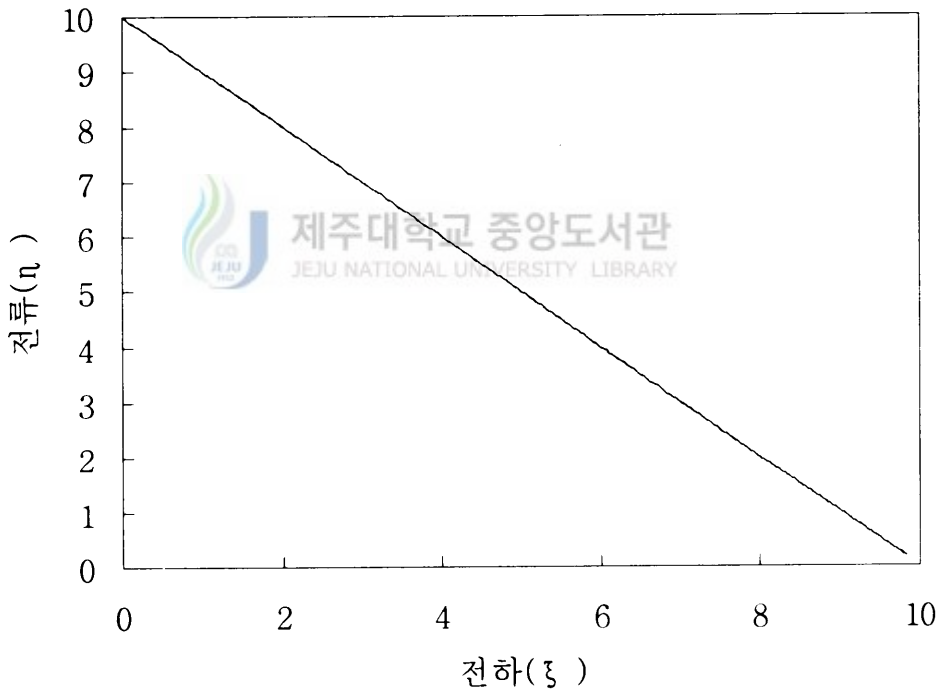


그림 4. LR회로에서 전하와 전류. 여기서 시간간격은 0.01, 전하는 0, 전류는 10 이다.

전하와 전류 그래프를 동시에 그리면 그림 5 와 같다. 두 물리량을 서로 비교함

으로써 학생들의 이해를 도울 수가 있다.

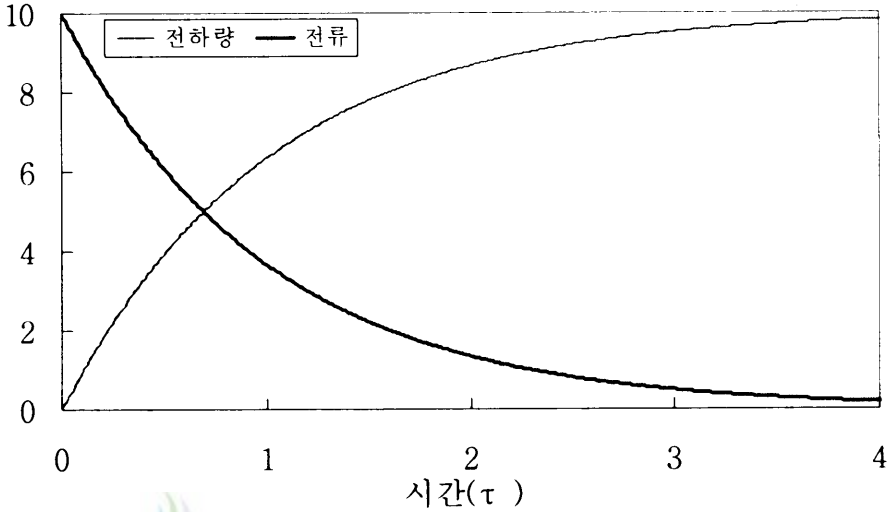


그림 5. LR회로에서 시간에 따른 전하와 전류 관계. 시간간격은 0.01, 전하는 0, 그리고 전류는 10이다.

지금까지는 오일러법에 기초해서 전하와 전류의 값들을 구했고 그래프로 나타내었다. 다음에는 미분방정식 (II-9)의 해를 해석적으로 구하여 오일러법에 기초해서 구한 식(II-27), (II-28)의 계산값들과 비교하겠다. 그리고 시간변화에 따른 전하와 전류를 매쓰매티카<sup>16)</sup>를 이용해서 그려서 앞에서 구한 계산값들의 그래프와 비교할 것이다.

우선 식(II-9)의 해석적으로 구한 전류에 관한 해인 (II-10)과 전하에 관한 해인 (II-11)를 식(II-20)과 식(II-21)를 이용해서 무차원식으로 변환하면 다음과 같다.

$$\xi = \eta_0 e^{-\tau} \text{-----}(\text{II}-29)$$

$$\eta = \eta_0(1 - e^{-\tau}) \text{-----}(\text{II}-30)$$

식(II-27), (II-28) 그리고 (II-29)와 (II-30)에 의해서 각각의 물리량들의 계산값들을 구해서 표 3에 나타냈다.

표 3. LR회로에서 오일러법과 해석적인 방법에 의한 전하, 전류의 계산값. 여기서 시간간격은 0.01, 전하는 0, 그리고 전류는 10 이다.

시간간격	시간	전하	전류	해석적(전류)	해석적(전하)
0.01	0	0	10	10	0
	0.01	0.1	9.9	9.900498337	0.099501663
	0.02	0.199	9.801	9.801986733	0.198013267
	0.03	0.29701	9.70299	9.704455335	0.295544665
	0.04	0.39404	9.6059601	9.607894392	0.392105608
	0.05	0.4901	9.5099005	9.512294245	0.487705755
	0.06	0.585199	9.41480149	9.417645336	0.582354664
	0.07	0.679347	9.32065348	9.323938199	0.676061801
	0.08	0.772553	9.22744694	9.231163464	0.768836536
	0.09	0.864828	9.13517247	9.139311853	0.860688147
	0.1	0.956179	9.04382075	9.04837418	0.95162582
	0.11	1.046617	8.95338254	8.958341353	1.041658647

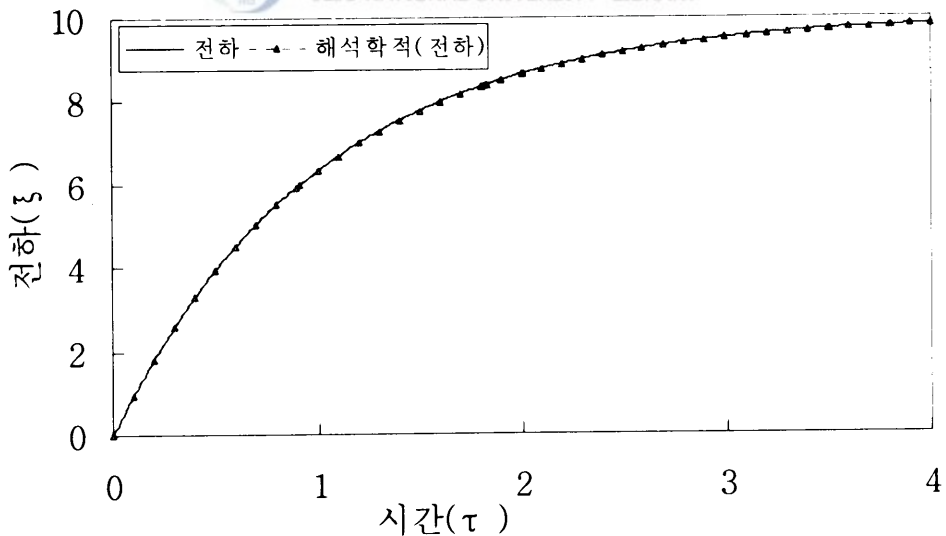


그림 6. LR회로에서 오일러법과 해석적인 방법에 의한 시간과 전하에 대한 비교 그래프. 여기서 시간간격은 0.01, 전하는 0, 전류는 10이다.

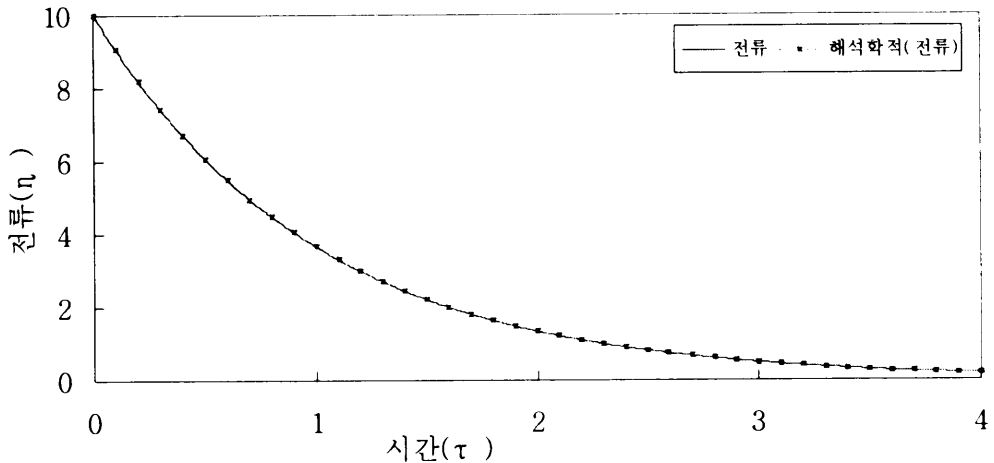


그림 7. LR회로에서 오일러법과 해석적인 방법에 의한 시간과 전류에 대한 비교 그래프. 시간간격은 0.01, 전하는 0, 전류는 10 이다.

오일러법에 기초해서 스프레드시트로 구한 각각의 물리량들의 값들을, 해석적으로 해를 구해서 그 값들과 비교해 본 결과 표 3 과 그림 6 , 그림 7에서 보는 바와 같이 일치하고 있음을 알 수 있다. 이것은 이차미분방정식의 해를 구하지 않아도 스프레드시트만으로 방정식의 각 물리량들을 구할 수가 있음을 나타낸다.

이번에는 맷세메티카 프로그램으로 LR회로에서 시간과 전하, 그리고 전류의 그래프를 그리면 그림 8 과 그림 9 가 된다. 결과는 앞에서 했던 오일러법과 해석적인 방법에 의한 경우와 같게 나타나고 있다. 이것 역시 스프레드시트로 쉽게 구한 각각의 물리량들의 계산값들과 그래프들이 올바르게 되었음을 의미하는 것이다. 맷세메티카는 그래프를 그리는 기능이 우수하다고 알려진 프로그램이다. 그러나 방정식의 해를 먼저 구해야 그래프를 그릴 수가 있기 때문에 학생들이 사용하기에는 어렵다. 그리고 구입하는 데도 쉽지가 않다. 그러나 스프레드시트의 하나인 엑셀을 사용하면 이런 어려운 점들을 쉽게 극복해서 물리공부를 하는 데 보다 효과적이고 탐구적으로 해 나갈 수가 있다.

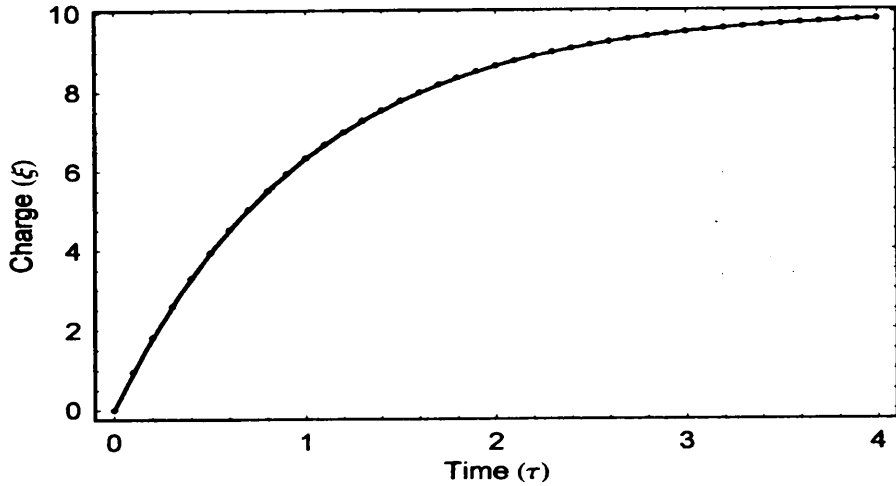


그림 8. 매쓰매티카에 의한 LR회로에서 시간과 전하. 여기서 시간간격은 0.01, 전하는 0, 그리고 전류는 10 이다.

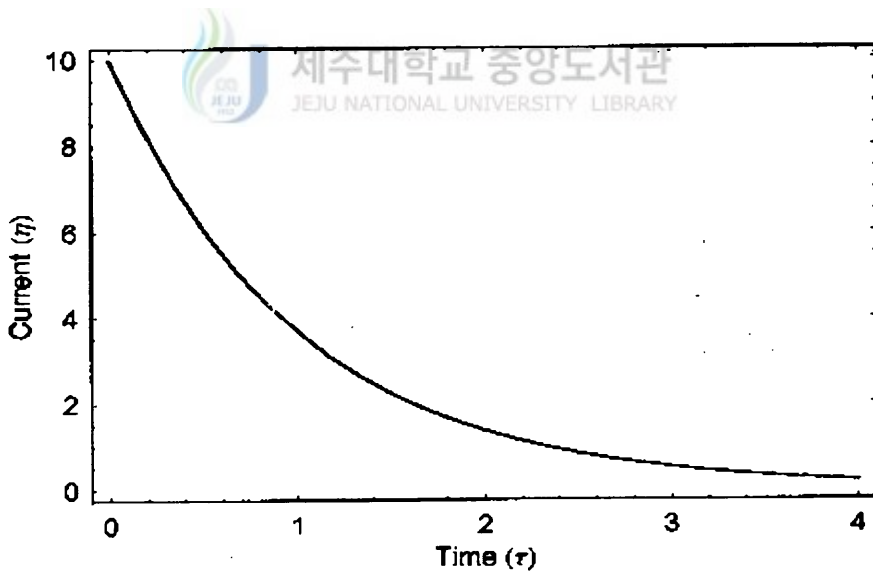


그림 9. 매쓰매티카에 의한 LR회로에서 시간과 전류. 여기서 시간간격은 0.01, 전하는 0, 그리고 전류는 10 이다.

### Ⅲ. LC 회로

LC 회로는 처음에 캐패시터에 전하가 저장되어 있다가 방전하기 시작하면 캐패시터의 전하량과 전기장 속에 저장된 에너지는 점점 감소하고 반면에 인덕터에 전류가 생기고 그 주위의 자기장은 커진다. 인덕터로 모든 전하가 옮겨졌을 때 인덕터에는 최대의 자기장이 형성되고 그 이후로는 인덕터로 다시 전하가 이동되어 원래의 상태로 되돌아 오는 데 이런 과정이 일정한 각진동수로 되풀이 된다. 일단 시작이 되면 이런 LC진동은 회로에 저항이 없는 이상적인 경우이므로 끊임없이 계속되며 에너지는 축전기의 전기장과 자기장 사이를 왔다갔다 한다<sup>17)</sup>. 따라서 LC회로는 식 (Ⅱ-8)에서  $R=0$  인 경우이다. 회로 방정식은 다음과 같다.

$$L \frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{q}{C} = 0 \text{-----} \text{(Ⅲ-1)}$$

이 방정식의 일반적 해는 다음과 같다.

$$q = Q \cos(\omega t + \phi) \text{-----} \text{(Ⅲ-2)}$$

전류는 전하를 미분한 양이므로 다음과 같다.

$$i = -\omega Q \sin(\omega t + \phi) \text{-----} \text{(Ⅲ-3)}$$

여기서  $Q$  는 전하 변화량의 진폭이며,  $\phi$  는 위상상수,  $\omega$  는 전자기적 진동의 각진동수이다. 이 경우에는 전하, 전류 및 퍼텐셜 차가 지수함수적으로 변하지 않고 사인함수적으로 변한다. 즉 회로는 진동한다. 학생들은 (Ⅲ-1)의 해를 방정식을 풀어서 구하기가 어려우므로 스프레드시트로 계산을 하면 쉽게 해를 구할 수가 있다. 계산을 쉽게 하기 위해서 차원이 없는 식으로 고친다. 시간을 무차원으로 표시한 변수  $s$  를

$$s = \frac{1}{\sqrt{LC}} t \text{-----} \text{(Ⅲ-4)}$$



라 놓자. 여기서  $\sqrt{LC}$ 은 시간차원이다. (III-20)과 (III-4)를 이용하여 무차원방정식으로 변환하면

$$\frac{dv}{ds} + \xi = 0 \text{ -----(III-5)}$$

이 된다. 여기서

$$v = \frac{d\xi}{ds} \text{ -----(III-6)}$$

이다. (III-6)를 (II-14), (II-17)과 같은 형식으로 나타내면

$$\xi_{n+1} = \xi_n + \Delta s v_n \text{ -----(III-7)}$$

$$v_{n+1} = v_n + \Delta s \frac{dv_n}{ds} \text{ -----(III-8)}$$

이 된다.  $n$ 번째항의 형식으로 나타낸  $\frac{dv_n}{ds}$  은 (III-5) 식으로 부터

$$\frac{dv_n}{ds} = -\xi_n(s) \text{ -----(III-9)}$$

이다. 식 (III-7), (III-8), (III-9)를 이용해서 스프레드시트로 계산하겠고 그 계산결과에 의해서 그래프를 그리겠다.

(III-9)를 (III-8)에 대입하면

$$v_{n+1} = v_n - \Delta s \xi_n \text{ -----(III-10)}$$

식 (III-7), (III-10)을 이용해서 스프레드시트로 계산하는데 초기조건은 축전기에서 전하를 모두 인덕터를 통해서 방전해버려서 전하가 없다고 가정했고 전하의 시간변화율인 전류는 이 경우에 0 이 아니어서 값을 부여했다. 즉, 시간간격이 0.01, 초기전하는 0, 그리고 초기전류는 1 로 해서 계산을 하였고 그 계산값들을 표 4 에 나타냈다.

표 4. LC회로에서 시간에 따른 전하, 전류 계산 형식

LC회로진동			
미소시간차		0.01	
시간간격	시간	전하량	전류
0.01	0	0	1
	=B5+\$C\$2	=C5+\$C\$2*D5	=D5-\$C\$2*C5
	=B6+\$C\$2	=C6+\$C\$2*D6	=D6-\$C\$2*C6
	=B7+\$C\$2	=C7+\$C\$2*D7	=D7-\$C\$2*C7
	=B8+\$C\$2	=C8+\$C\$2*D8	=D8-\$C\$2*C8
	=B9+\$C\$2	=C9+\$C\$2*D9	=D9-\$C\$2*C9
	=B10+\$C\$2	=C10+\$C\$2*D10	=D10-\$C\$2*C10
	=B11+\$C\$2	=C11+\$C\$2*D11	=D11-\$C\$2*C11
	=B12+\$C\$2	=C12+\$C\$2*D12	=D12-\$C\$2*C12
	=B13+\$C\$2	=C13+\$C\$2*D13	=D13-\$C\$2*C13
	=B14+\$C\$2	=C14+\$C\$2*D14	=D14-\$C\$2*C14
	=B15+\$C\$2	=C15+\$C\$2*D15	=D15-\$C\$2*C15
	=B16+\$C\$2	=C16+\$C\$2*D16	=D16-\$C\$2*C16

표 5. LC회로에서 시간에 따른 전하, 전류 계산값

LC회로진동			
미소시간차			0.01
시간간격	시간	전하량	전류
0.01	0	0	1
	0.01	0.01	1
	0.02	0.02	0.9999
	0.03	0.029999	0.9997
	0.04	0.039996	0.99940001
	0.05	0.04999	0.99900005
	0.06	0.059980001	0.99850015
	0.07	0.069965002	0.99790035
	0.08	0.079944006	0.9972007
	0.09	0.089916013	0.99640126
	0.1	0.099880025	0.9955021
	0.11	0.109835046	0.9945033

표 4 와 표 5 를 이용하여 그래프를 그렸고 초기조건은 시간간격은 0.01 , 초기 전하는 0 , 그리고 초기전류는 1 이다.

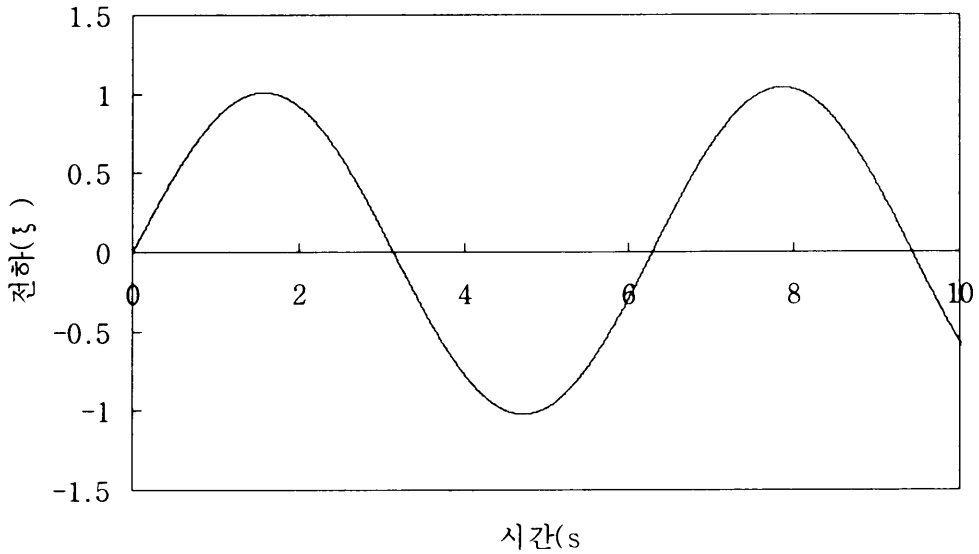


그림 10 . LC회로에서 시간에 따른 전하. 매개변수의 초기값은 시간간격이 0.01, 전하는 0, 전류는 1이다.

그림 10 를 보면 시간에 따른 전하량이 주기적으로 증가하고 감소함을 반복하는 사인곡선의 형태를 가짐을 알 수 있다. 위와 같은 그래프가 나타나는 이유는 회로에 저항이 없어서 시간에 경과함에 따라 전하량이 감소되지 않기 때문이다. 위 그래프를 그릴 때의 초기조건은 시간간격이 0.01, 전하 0, 그리고 전류는 1이다.

표 4 와 표 5를 이용해서 시간이 변함에 따라서 달라지는 전류의 값들을 계산했다. 이 때 사용한 초기조건은 시간과 전하의 관계 그래프를 그릴 때와 동일하게 했다. 그 계산값 들에 의한 시간과 전류의 관계그래프가 그림 11이 된다.

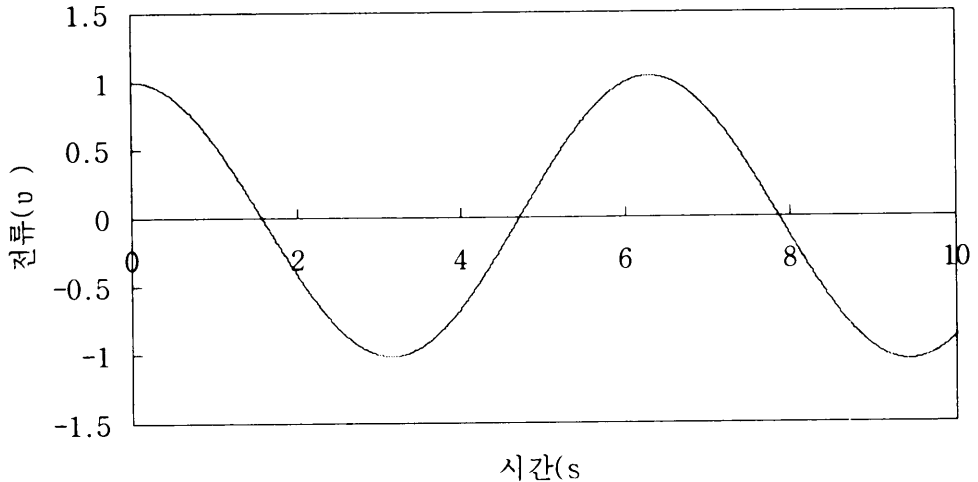


그림 11. LC회로에서 시간에 따른 전하. 매개변수의 초기값은 시간간격이 0.01, 전하는 0, 그리고 전류는 1 이다.

위 그림에서 전류도 전하처럼 주기적으로 증가하고 감소하는 사인곡선을 이루고 있음을 알 수 있다. 회로 내에 저항이 없으므로 전하와 전류의 진폭이 시간이 경과함에 따라 서서히 감쇠하는 현상이 나타나지 않고 있다. 학생들에게 시간을 점차 증가시켜 가면서 나타나는 그래프의 모양을 보여 주면서 이 회로에서는 시간이 많이 경과해도 전류나 전하의 감쇠현상이 나타나지 않는 특성이 있다는 것을 보다 구체적이고 명확하게 인식시켜 줄 수가 있다. 이런 과정은 스프레드시트 시뮬레이션이 갖는 유용한 기능이다. 다음에는 표 4 와 표 5 를 이용하여 전하 와 전류와 의 관계 그래프를 그리는데 초기조건은 그림 10 은 시간간격 0.01 , 전하 1 , 전류 1 이고 그림 11은 시간간격을 0.033 으로 달리했고 나머지는 그림 10 과 동일하게 했다.

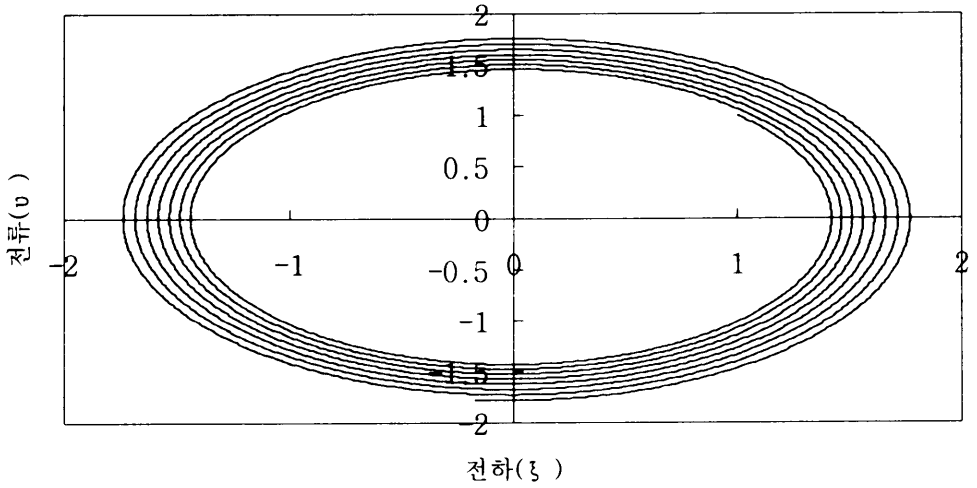


그림 12. LC회로에서 시간에 따른 전하와 전류 관계. 매개변수의 초기값은 시간간격이 0.01, 전하 1, 전류는 1 이다.

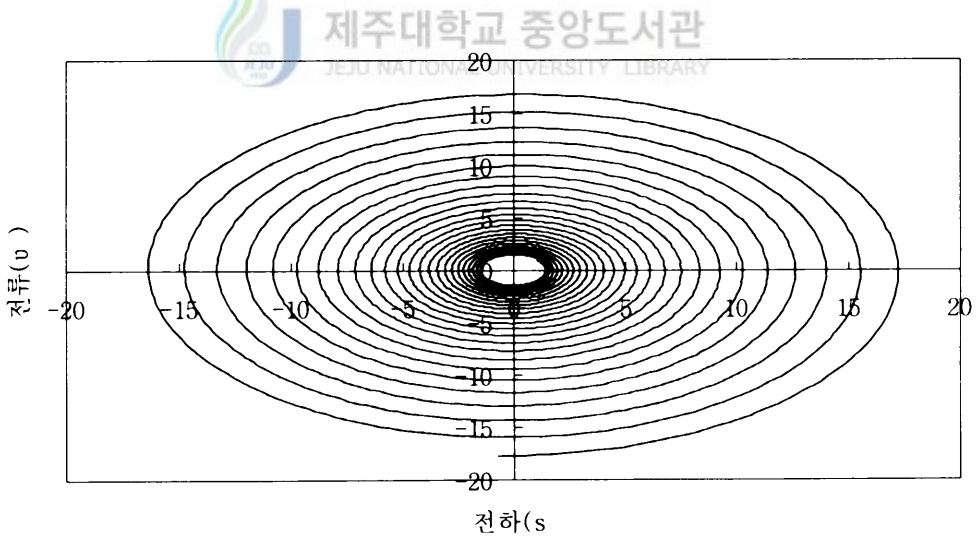


그림 13. LC회로에서 시간에 따른 전하와 전류관계. 매개변수 초기값은 시간간격이 0.033, 전하는 1, 전류는 1 이다.

그림 12 에서 시간간격을 0.033으로 하면 그림 13 이 된다. 이렇게 시간을 변화시킴에 따라 그 모양이 매우 다양하게 변해가고 있음을 한 눈에 알게 해 줄 수가 있는 것은 스프레드시트의 강력한 기능중의 한 가지이다. 위 그림에서 전하와 전류는 주기적으로 어느 한 쪽이 증가하면 다른 쪽은 감소함을 반복하고 있음을 알 수 있다.



## IV. LRC 회로

LRC 회로는 저항  $R$  이 LC 회로 내에 있는 경우로 총 전자기 에너지는 일정하지가 않고 저항에서 열 에너지로 일정하게 변하는 바와 같이 시간에 따라 감소하는 특성이 있는 회로이다. 키르히호프의 회로법칙에 의해서 방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$L \frac{d^2 q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0 \quad \text{-----(IV-1)}$$

이 이차미분방정식의 일반적인 해의 형태는 다음과 같다.

$$q = Q e^{-\frac{Rt}{2L}} \cos(w't + \phi) \quad \text{-----(IV-2)}$$

여기서

$$w' = \sqrt{w^2 - (R/2L)^2}, \quad w = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

이며  $Q$  는 전하변화량의 진폭이고  $\phi$  는 위상상수,  $w$  는 전자기적 진동의 각진동수를 나타내며 시간에 따라 지수함수적으로 줄어드는 진폭을 갖고 있는 코사인함수로 표현되는 (IV-1)의 해는 감쇠진동곡선을 나타내는 방정식이다. 학생들은 이 방정식의 해를 구하기가 어려우므로 스프레드시트를 이용하여 위 문제를 해결할 수가 있다. 그러기 위해서는 (IV-1)를 LC 나 LR 회로에서 처럼 두 개의 일차미분방정식으로 고치고 무차원 방정식으로 변환하면 다음과 같다. 저항을 나타내는 무차원 상수  $\sigma$  을

$$\sigma = R \sqrt{\frac{C}{L}} \quad \text{-----(IV-3)}$$

로 놓자. 이 식에서  $\sqrt{\frac{L}{C}}$  는 저항차원을 가진다. (II-19), (III-4), (IV-3)을 이용하여 무차원방정식으로 변형하면

$$\frac{dv}{ds} + \sigma v + \xi = 0 \text{ -----(IV-4)}$$

이 된다.

$n$  번째 항의 형식으로 나타내면

$$\frac{d v_n}{ds} = - \sigma v_n - \xi_n \text{ -----(IV-5)}$$

을 얻을 수 있으며 식 (III-7) , (III-8) ,(IV-5)을 이용해서 스프레드시트로 계산하고 그 결과를 보이겠다.

(III-8)은 (IV-5)에 의해서

$$v_{n+1} = v_n - \Delta s( \sigma v_n + \xi_n ) \text{ -----(IV-6)}$$

이 된다. 식(III-7) 와 (IV-6) 를 이용해서 스프레드시트로 계산하였다. 이 계산 과정에서 처음시간은 0 으로 했고 그 다음 부터는 시간을 0.2 만큼 각각 증가시켜 가면서 30 이 될 때 까지 계산을 하였고 , 전하는 초기값을 1 로 해서 계산을 했으며, 전류는 초기값을 0 으로 했고 , 그리고 저항을 나타내는 무차원 매개상수  $\sigma$  은 0.41 로 놓아서 계산을 행하였으며 엑셀에서의 계산 형식과 계산값들은 지면상 처음부터 시작해서 그 일부분 만을 표 6 과 표 7 에 나타냈다.



표 6. LRC회로에서 시간에 따른 전하, 전류 계산 형식.

LRC회로			
시간간격		0.2	
$\sigma$ (저항)		0.41	
시간간격	시간	전하	전류
0.2	0	1	0
	=B7+\$C\$4	=C7+\$C\$4*D7	=D7-\$C\$4*( \$C\$5*D7+C7)
	=B8+\$C\$4	=C8+\$C\$4*D8	=D8-\$C\$4*( \$C\$5*D8+C8)
	=B9+\$C\$4	=C9+\$C\$4*D9	=D9-\$C\$4*( \$C\$5*D9+C9)
	=B10+\$C\$4	=C10+\$C\$4*D10	=D10-\$C\$4*( \$C\$5*D10+C10)
	=B11+\$C\$4	=C11+\$C\$4*D11	=D11-\$C\$4*( \$C\$5*D11+C11)
	=B12+\$C\$4	=C12+\$C\$4*D12	=D12-\$C\$4*( \$C\$5*D12+C12)
	=B13+\$C\$4	=C13+\$C\$4*D13	=D13-\$C\$4*( \$C\$5*D13+C13)
	=B14+\$C\$4	=C14+\$C\$4*D14	=D14-\$C\$4*( \$C\$5*D14+C14)
	=B15+\$C\$4	=C15+\$C\$4*D15	=D15-\$C\$4*( \$C\$5*D15+C15)
	=B16+\$C\$4	=C16+\$C\$4*D16	=D16-\$C\$4*( \$C\$5*D16+C16)

표 7. LRC회로에서 시간에 따른 전하와 전류의 계산값.

LRC회로			
시간간격		0.2	
$\sigma$ (저항)		0.41	
시간간격	시간	전하	전류
0.2	0	1	0
	0.2	1	-0.2
	0.4	0.96	-0.3836
	0.6	0.88328	-0.5441448
	0.8	0.77445104	-0.676180926
	1	0.639214855	-0.775624298
	1.2	0.484089995	-0.839866077
	1.4	0.31611678	-0.867815058
	1.6	0.142553768	-0.859877579
	1.8	-0.029421748	-0.817878371
	2	-0.192997422	-0.744927995

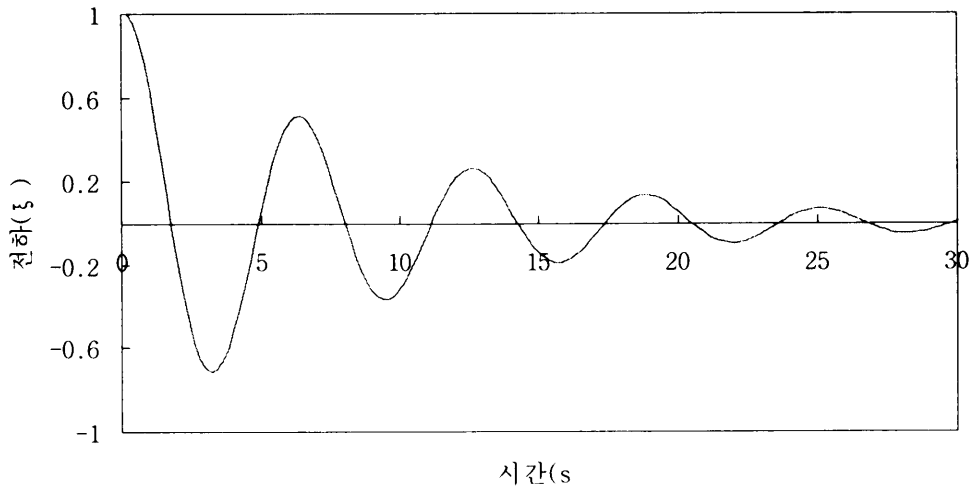


그림 14. LRC회로에서 시간과 전하 관계. 매개변수의 초기값은 시간간격이 0.2, 전하는 1, 전류는 0, 그리고  $\sigma$ 은 0.41이다.

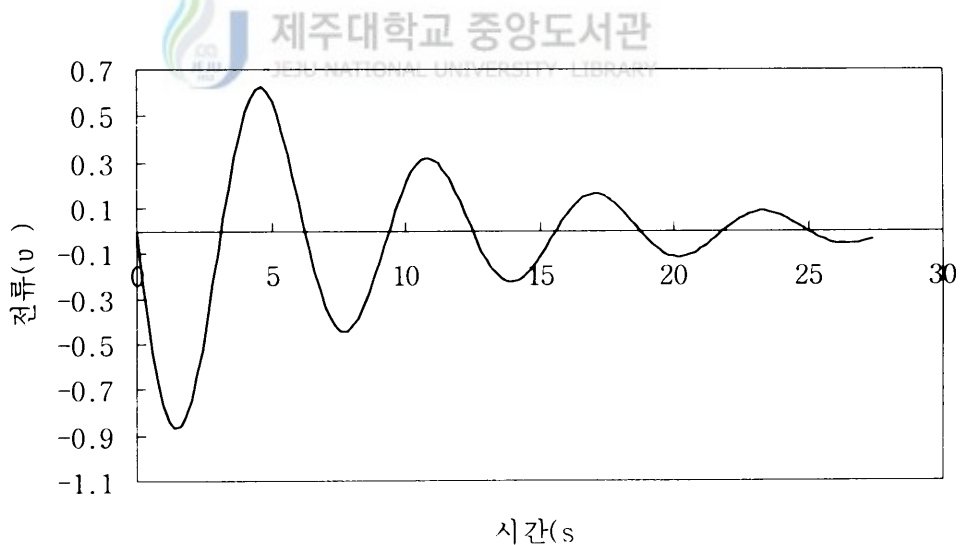


그림 15 . LRC회로에서 시간과 전류 관계. 매개변수의 초기값은 시간간격이 0.2, 전하가 1, 전류는 0, 그리고  $\sigma$ 은 0.41 이다. 그림 14 는 전하량이 시간에 따라 사인곡선적으로 감쇠함을 나타내고 있으며 이미

알려진 결과와 일치한다.

그림 15 는 표 6 과 표 7 에 의한 시간과 전류와의 그래프이다. 이 때 초기조건은 시간간격이 0.2 , 전하는 1 , 전류는 0 이고 저항 매개상수는 0.41 이다. 그림에서 시간이 경과함에 따라 전류가 사인곡선적으로 감쇠하고 있다. 그림 16 은 표 6 과 표 7 에 의한 전하와 전류와의 관계 그래프를 그린 것인데 초기조건은 그림 15 의 경우와 동일하다.

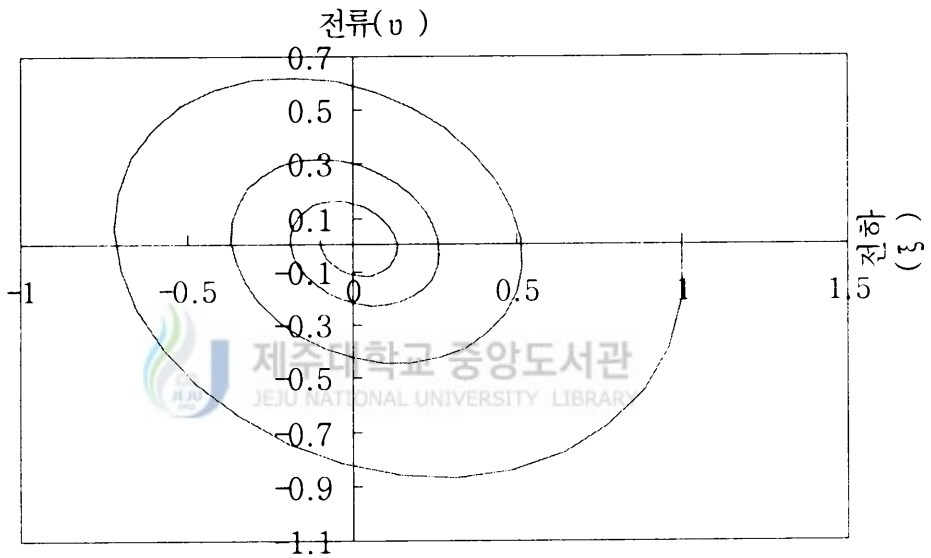


그림 16. LRC회로에서 시간에 따른 전하와 전류관계. 매개변수의 값은 시간간격이 0.2, 전하는 1, 전류는 0, 그리고  $\sigma$ 은 0.41 이다.

그림 16 은 비흡감쇠진동에 대한 나선형 위상경로를 보여준다. 위상평면에서 반경 벡터의 크기가 감소하는 것은 감쇠진동임을 나타내는 것이다.

이제까지 LR, LC, LRC회로에서 시간이 변함에 따라 전하와 전류가 어떠한 값들을 가지는가와 그 값들이 나타내는 전체적인 물리적 의미는 어떤가를 알 수 있었

다. 만약 이 과정을 스프레드시트의 도움이 없이 계산한다고 한다면 그 많은 반복적인 과정을 수행하기가 거의 힘들 것이고 계산한다고 해도 그 값들이 가지고 있는 전반적인 의미를 파악하는 일이 결코 쉽지가 않을 것이다. 이런 과정들을 짧은 시간내에 쉽고 명확하게 하는 일이 가능한 것은 스프레드시트의 강력한 기능이기도 하다. 따라서 물리를 공부하는 데 있어서 스프레드시트의 사용은 매우 유용한 일이다.



## V. 강제진동 회로

$LRC$  회로에 각진동수  $\omega$  로 변하는 기전력을 가하는 경우 기전력은  $V = V_0 \sin \omega t$  로 주어진다. 여기서  $V_0$ 은 기전력의 진폭이고  $\omega$ 은 강제각진동수라 한다. 이러한 기전력이 가해졌을 때에 나타나는 전하, 전류 및 퍼텐셜차의 진동을 강제진동이라한다. 강제진동회로방정식은 키르히호프의 회로법칙에 의해서 다음과 같다.

$$L \frac{d^2 q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = V_0 \sin \omega t \text{ -----(V-1)}$$

앞에 논의했던 회로에서 처럼 위 방정식은 이차미분방정식이므로 계산을 간편하게 하기 위해서 일차미분방정식으로 변환시킨 후 무차원방정식으로 변환한다. 전압을 무차원으로 표시한 매개변수  $\delta$ 와 각진동수를 무차원으로 표시한 매개변수  $\varphi$ 을 도입한다.

$$\delta = \frac{C V_0}{A} \text{ -----(V-2)}$$

$$\varphi = \omega \sqrt{LC} \text{ -----(V-3)}$$

여기서  $\frac{A}{C}$  는 전압차원을 가지고  $\sqrt{LC}$  는 시간 차원을 가진다. (II-20), (III-4), (III-6) 와 (IV-3), (V-2), (V-3)을 이용하여 (V-1)을 무차원 방정식으로 고친다.

$$\frac{dv}{ds} + \sigma v + \xi = \delta \sin \varphi s \text{ -----(V-4)}$$

이 식을 다음과 같이 정리하면

$$\frac{dv}{ds} = -\sigma v - \xi - \delta \sin \varphi s \text{ -----(V-5)}$$

이고 (IV-5)와 같은 형식으로 변환하면,

$$\frac{d v_n}{d s} = -\sigma v_n - \xi_n - \delta \sin \varphi s_n \text{ -----(V-6)}$$

이다. 여기서  $s_n$ 은  $s_n = s_{n+1} - \Delta s$ 의 관계를 갖는다. 식(III-8)은 (V-6)에 의해서

$$v_{n+1} = v_n - \Delta s(\sigma v_n + \xi_n + \delta \sin \varphi s_n) \text{ -----(V-7)}$$

이 된다. 식(III-7)와 식(V-7)에 의해서 스프레드시트로 계산을 하면 표 8 과 표 9 와 같고 초기조건은 시간간격이 0.007, 매개상수  $\sigma$ 는 2.58,  $\delta$ 은 1.9, 그리고  $\varphi$ 는 2.1 이다.

표 8. 강제진동회로에서 시간에 따른 전하, 전류 계산형식.

강제진동			
시간간격			0.007
$\sigma$			2.58
$\varphi$			2.1
$\delta$			1.9
시간간격	시간	전하	전류
0.007	0	1	0
	=B9+\$D\$3	=C9+\$D\$3*D9	=D9+\$D\$3*( \$D\$6*SIN( \$D\$5*B9)-( \$D\$4*D9)-C9)
	=B10+\$D\$3	=C10+\$D\$3*D10	=D10+\$D\$3*( \$D\$6*SIN( \$D\$5*B10)-( \$D\$4*D10)-C10)
	=B11+\$D\$3	=C11+\$D\$3*D11	=D11+\$D\$3*( \$D\$6*SIN( \$D\$5*B11)-( \$D\$4*D11)-C11)
	=B12+\$D\$3	=C12+\$D\$3*D12	=D12+\$D\$3*( \$D\$6*SIN( \$D\$5*B12)-( \$D\$4*D12)-C12)
	=B13+\$D\$3	=C13+\$D\$3*D13	=D13+\$D\$3*( \$D\$6*SIN( \$D\$5*B13)-( \$D\$4*D13)-C13)
	=B14+\$D\$3	=C14+\$D\$3*D14	=D14+\$D\$3*( \$D\$6*SIN( \$D\$5*B14)-( \$D\$4*D14)-C14)
	=B15+\$D\$3	=C15+\$D\$3*D15	=D15+\$D\$3*( \$D\$6*SIN( \$D\$5*B15)-( \$D\$4*D15)-C15)
	=B16+\$D\$3	=C16+\$D\$3*D16	=D16+\$D\$3*( \$D\$6*SIN( \$D\$5*B16)-( \$D\$4*D16)-C16)
	=B17+\$D\$3	=C17+\$D\$3*D17	=D17+\$D\$3*( \$D\$6*SIN( \$D\$5*B17)-( \$D\$4*D17)-C17)
	=B18+\$D\$3	=C18+\$D\$3*D18	=D18+\$D\$3*( \$D\$6*SIN( \$D\$5*B18)-( \$D\$4*D18)-C18)

표 9. 강제진동회로에서 시간에 따른 전하, 전류 계산값.

강제진동			
시간간격			0.007
$\sigma$			2.58
$\varphi$			2.1
$\delta$			1.9
시간간격	시간	전하	전류
0.007	0	1	0
	0.007	1	-0.007
	0.014	0.999951	-0.013678077
	0.021	0.999855253	-0.020039744
	0.028	0.999714975	-0.026090473
	0.035	0.999532342	-0.031835695
	0.042	0.999309492	-0.037280798
	0.049	0.999048526	-0.042431134
	0.056	0.998751509	-0.047292011
	0.063	0.998420464	-0.051868701
	0.07	0.998057384	-0.056166434
	0.077	0.997664219	-0.060190404
	0.084	0.997242886	-0.063945764
	0.091	0.996795265	-0.067437632
	0.098	0.996323202	-0.070671087
	0.105	0.995828504	-0.07365117
	0.112	0.995312946	-0.076382886
	0.119	0.994778266	-0.078871203
	0.126	0.994226168	-0.081121053
	0.133	0.99365832	-0.083137331
	0.14	0.993076359	-0.084924898
	0.147	0.992481885	-0.086488576

그림 17 과 그림 18 은 표 8 과 표 9 에 계산된 것과 같은 방법으로 매개변수와 상수값들을 다양하게 변화 시켜가면서 그렸는데 특히  $\sigma$ 의 값을 다르게 해서 시간과 전하와의 관계를 그렸다. 그 결과 저항이 클수록 진동의 진폭이 작아지고 있음을 확인 할 수가 있다. 이런 그래프의 변화는 학생들에게 저항값에 의한 진동의 진폭의 크기변화를 이해하는 데 많은 도움을 줄 수 있다.

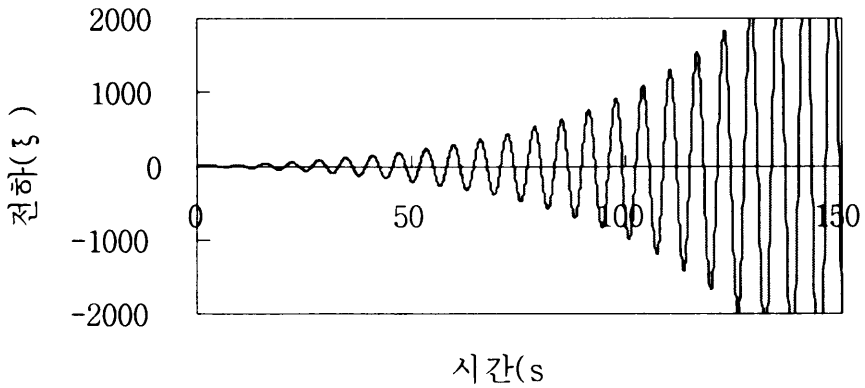


그림 17. 강제진동회로에서 시간과 전하 관계. 여기서 시간간격은 0.062,  $\sigma$ 은 0.01,  $\varphi$ 은 1, 그리고  $\delta$ 은 4.18이다.

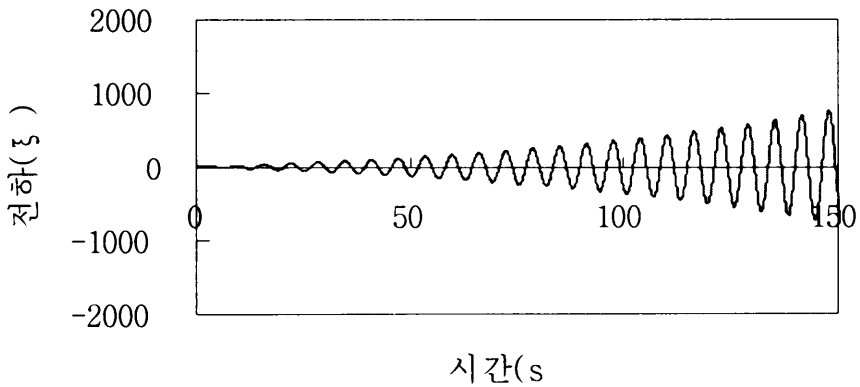


그림 18. 강제진동회로에서 시간과 전하 관계. 여기서 시간간격은 0.062,  $\sigma$ 은 0.04,  $\varphi$ 은 1, 그리고  $\delta$ 은 4.18이다.



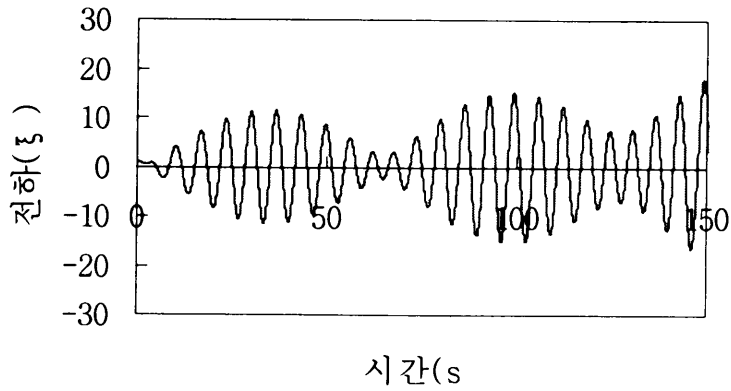


그림 19. 강제진동회로에서 시간과 전하관계. 여기서 시간 간격은 0.055,  $\sigma$ 은 0.04,  $\varphi$ 은 0.9,  $\delta$ 은 1.01이다.

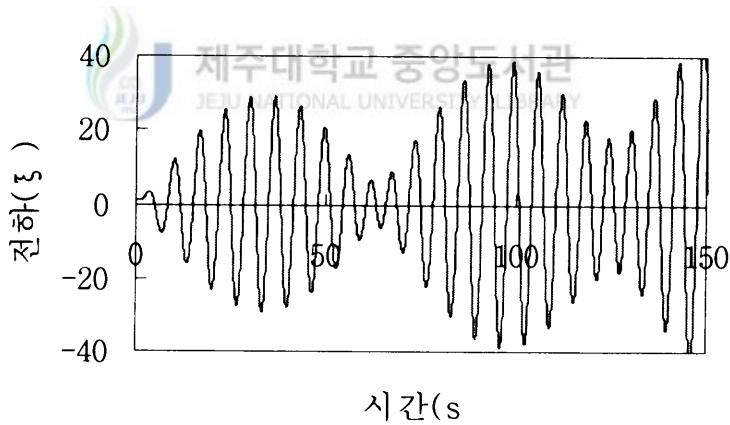


그림 20. 강제진동회로에서 시간과 전하. 시간간격은 0.055,  $\sigma$ 은 0.04,  $\varphi$ 은 0.9, 그리고  $\delta$ 은 2.61이다.

그림 19와 그림 20은 전압을 달리했을 경우의 그림들이다. 즉, 전압이 커짐에 따라 진동의 진폭이 비례해서 커지고 있음을 확인 할 수가 있다. 이 부분도 전압값을 연속적으로 변화시키면서 그 때마다 달라지는 그래프를 학생들이 직접 구현하거나

아니면 수업시간에 보여줌으로써 막연히 수치적으로만 생각할 때 보다 명확하게 이해 될 수 있다.

그림 21, 그림 22, 그림 23은 저항을 나타내는 무차원 상수  $\sigma$ 의 값이 2 보다 작은 경우, 2 인 경우, 그리고 2 보다 큰 경우의 그래프이다. 즉, 각각의 그림들은  $\sigma$ 의 값에 따라 전하가 시간에 따라 진동하면서 감소하는 미흡감쇠(underdamping), 진동없이 시간에 따라 감소하는 임계감쇠(critical damping)와 과도감쇠(overdamping)를 나타낸다.

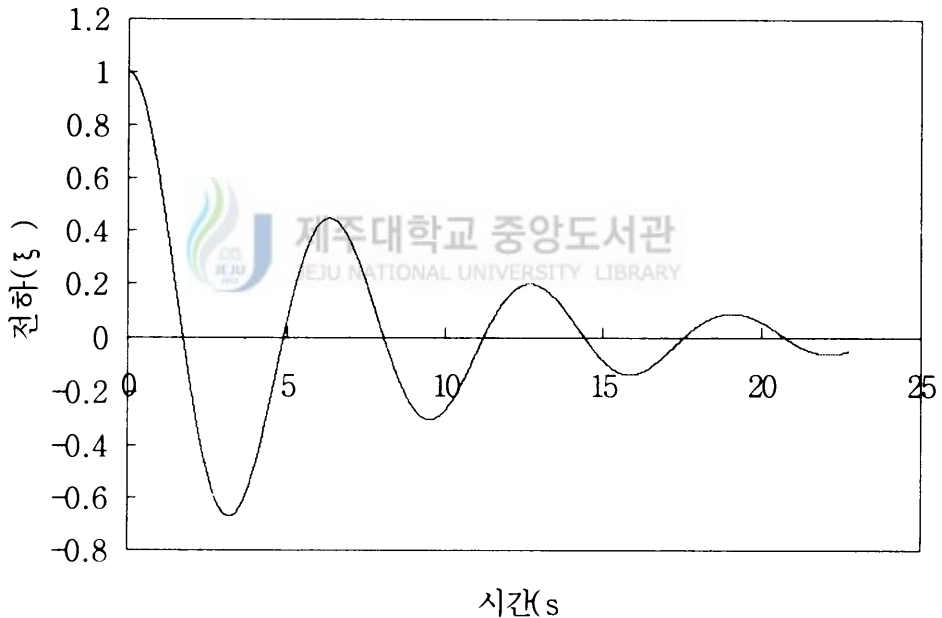


그림 21. 강제진동회로에서 시간에 따른 전하. 시간간격은 0.007,  $\sigma$ 은 0.26,  $\varphi$ 은 2.1,  $\delta$ 은 0.01 이다.

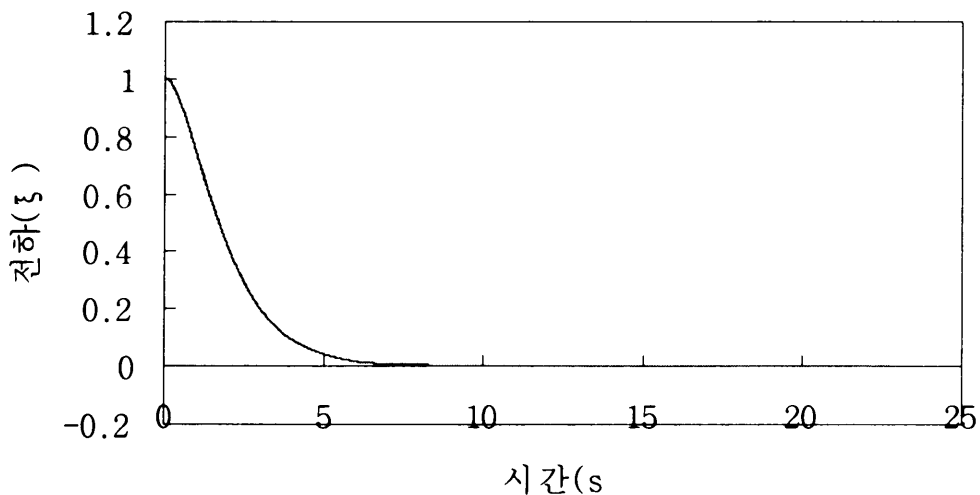


그림 22. 강제진동회로에서 시간과 전하 관계. 여기서 시간간격은 0.007,  $\sigma$ 은 2,  $\varphi$ 은 2.1, 그리고  $\delta$ 은 0.01이다.

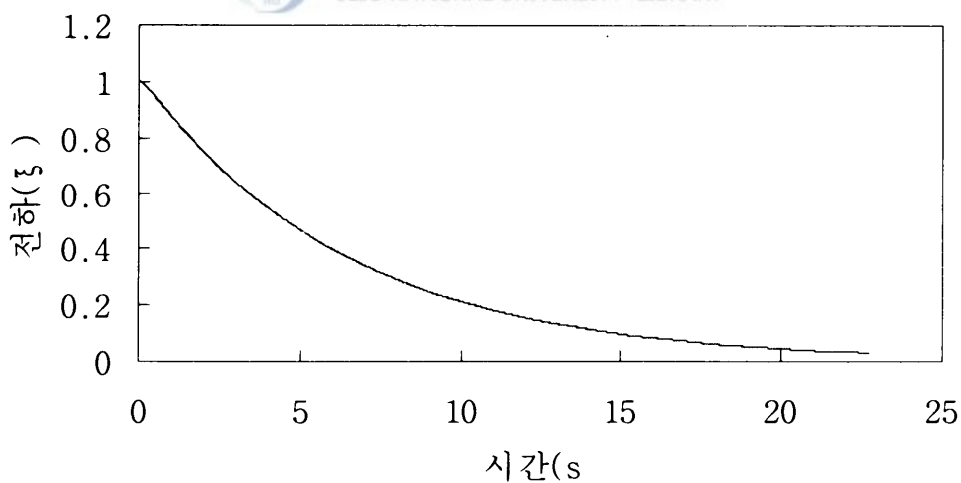


그림 23. 강제진동회로에서 시간과 전하관계. 여기서 시간간격은 0.007,  $\sigma$ 은 6.5,  $\varphi$ 은 2.1, 그리고  $\delta$ 은 0.01이다.

앞에 그림들처럼 학생들에게  $\sigma$  값들을 연속적으로 변화시켜가면서 2 보다 작은 경우들과 2 인 경우 그리고 2 보다 큰 경우들로 구분지어서 설명하면서 보여준다면 학생들은 저항값의 변화에 따라 감쇠진동하는 물리적 현상을 구체적으로 이해 할 것이다.

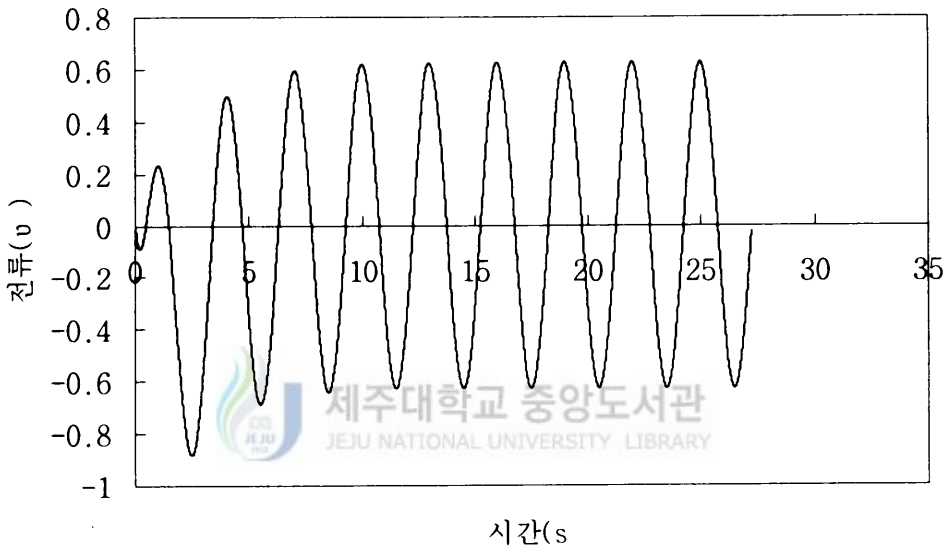


그림 24. 강제진동회로에서 시간에 따른 전류. 시간간격은 0.007,  $\sigma$  은 2.58,  $\varphi$  은 2.1, 그리고  $\delta$  은 1.9 이다.

표 8 과 표 9 를 이용해서 시간변화에 대한 전류의 그래프를 그리면 그림 24와 같다. 여기서 초기조건은 시간간격이 0.007 ,  $\sigma$  는 2.58,  $\delta$  은 1.9, 그리고  $\varphi$  는 2.1 이다. 위 그림에서 전류는 시간에 따라 반복적으로 진동하고 있음을 보여주고 있다. 표 8 과 표 9를 이용해서 시간변화에 대한 전하와 전류의 관계그래프를 초기조건들을 다양하게 변화시켜가면서 그림을 그리면 그림 25 , 그림 26 , 그림 27 그리고 그림 28 과 같다

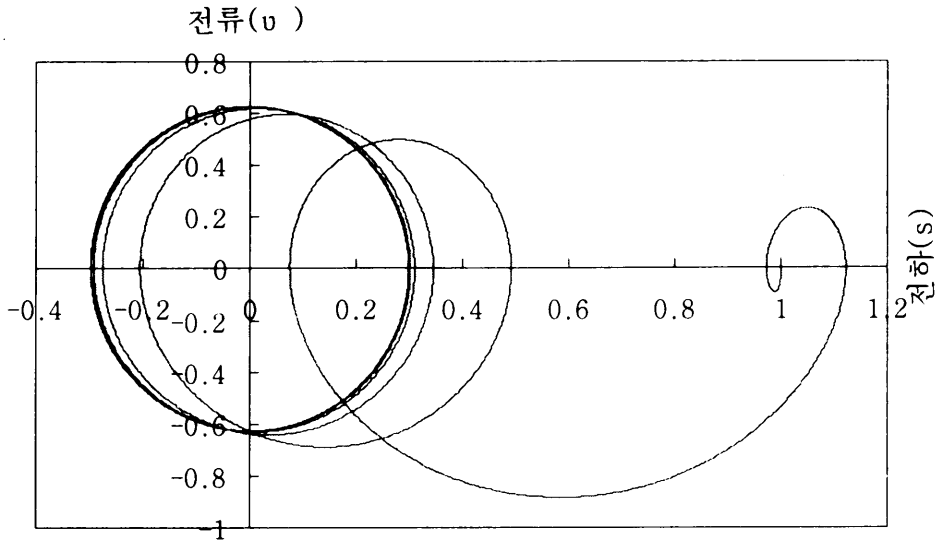


그림 25. 강제진동회로에서 시간에 따른 전하와 전류관계. 여기서 시간간격은 0.007,  $\sigma$ 은 2.58,  $\varphi$ 은 2.1, 그리고  $\delta$ 은 1.9이다.

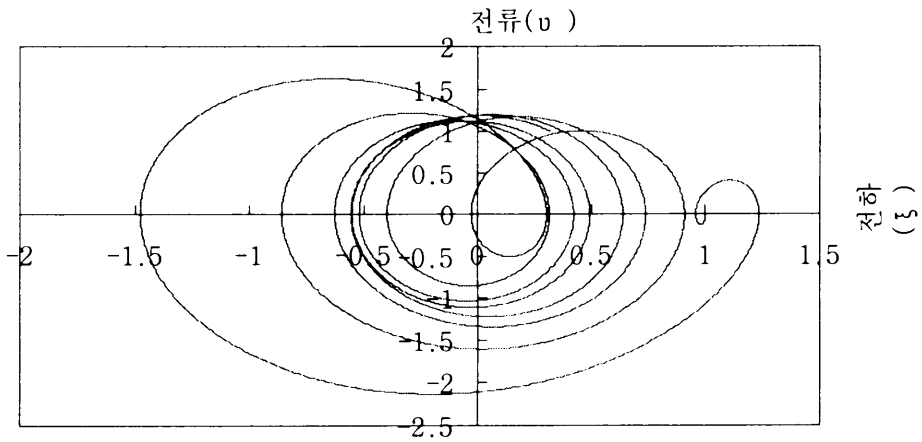


그림 26 강제진동회로에서 시간에 따른 전하와 전류관계. 여기서 시간간격은 0.007,  $\sigma$ 은 0.3,  $\varphi$ 은 2.1, 그리고  $\delta$ 은 1.9이다.

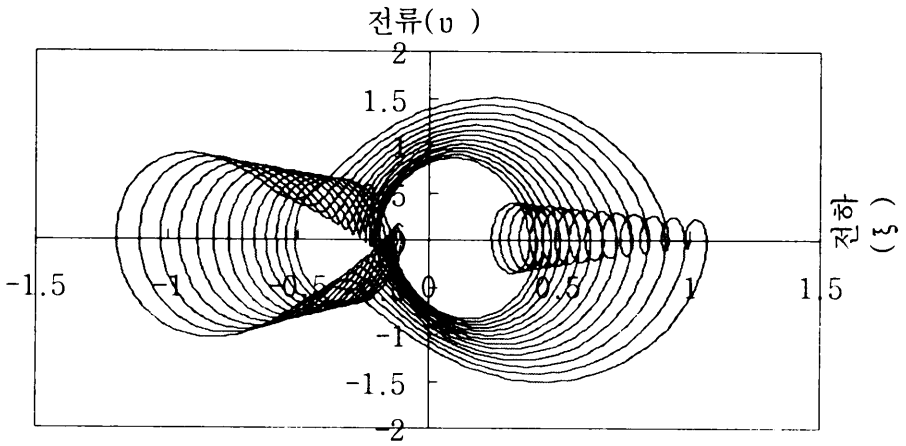


그림 27. 강제진동회로에서 전하와 전류관계. 여기서 시간간격은 0.023,  $\sigma$ 은 0.05,  $\varphi$ 은 4,  $\delta$ 은 1.9이다.

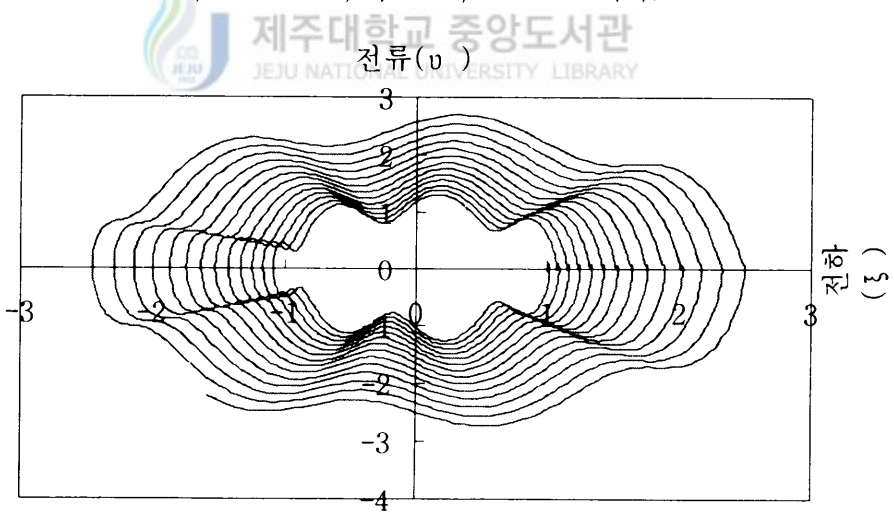


그림 28. 강제진동회로에서 전하와 전류관계. 여기서 시간간격은 0.023 이고  $\sigma$ 은 0.001,  $\varphi$ 은 8, 그리고  $\delta$ 은 1.9 이다.

앞의 그림들에서 전하와 전류는 서로 증가하고 감소함을 반복하거나 증가와 감소하는 크기가 점점 작아지다가 커짐을 반복하고 있다. 위 그림에서 보는 바와 같이 만약 손으로 그 계산값들을 이용해서 그래프를 그리려고 한다면 사실 가능치가 못할 것이다. 그러나 스프레드시트를 이용하면 간단하게 짧은 시간에 명료하게 그릴 수가 있고 매개 변수값들을 조금씩 조정하면서 그에 맞게 달라지는 결과들을 바로 확인 할 수가 있고 앞으로 어떻게 변해갈지도 대략적인 추측이 가능하다. 이런 일은 스프레드시트를 사용 할 경우라야 만이 가능한 일이다.



## VI. 비선형 강제진동회로

전압과 전류와의 관계에서 전도장치를 통해서 흐르는 전류가 장치에 걸린 퍼텐셜차에 정비례한다는 사실을 나타낸 법칙이 오옴의 법칙인 데 전도장치의 저항이 퍼텐셜차의 크기나 극성에 무관할 때 이 장치는 오옴의 법칙을 따른다. 그리고 전도물질의 비저항이 전기장의 크기나 방향에 무관할 때 오옴의 법칙이 적용된다. 일반적으로 구리와 같은 전도체이거나 실리콘 같은 반도체이거나 상관없이 모든 균질한 물질은 적당한 전기장에서는 오옴의 법칙을 따른다. 그러나 전기장이 커지면 모두 오옴의 법칙에 어긋나게 된다<sup>18)</sup>. 이처럼 전압과 전류와의 관계에서 오옴의 법칙이 적용이 안되는 경우가 비선형강제진동의 경우라고 생각할 수가 있다. 자연 현상은 거의가 비선형적인 경우가 많다. 이런 비선형적인 물리적 현상은 방정식으로 풀기가 매우 힘이 들어서 사실상 다루기가 아주 까다롭다. 수치해석적으로 계산을 한다면 매개변수 값이 조금만 달라져도 그 결과는 매우 크게 차이가 날 수가 있다. 그러나 스프레드시트를 이용하면 어렵지 않게 계산을 할 수가 있으며 그 값들을 그래프로 나타냄으로써 막연히 추상적인 생각이 구체적으로 볼 수가 있게 된다. 이런 일은 스프레드시트를 사용했을 때 얻을 수 있는 매우 의미있는 결과이다. 여기서는 비선형적인 현상의 하나인, 오옴의 법칙에서 전압이 전류의 제곱에 비례하는 경우와 유사한 비선형적인 특별한 예를 다루겠는데 이런 경우 회로방정식을 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$L \frac{d^2 q}{dt^2} + b \left( \frac{dq}{dt} \right)^2 + \frac{q}{C} = V_0 \sin \omega t \text{ -----(VI-1)}$$

여기서  $b$  는 비례상수이다. 위 식은 2차 미분방정식이므로 계산을 간단히 하기 위해 무차원방정식으로 고친다. 여기서 인덕턴스를 무차원으로 표시한 매개상수  $\zeta$  을 도입한다.



$$\zeta = \frac{Ab}{L} \text{------(VI-2)}$$

이며  $Ab$  는 인덕턴스차원을 가진다. (VI-1)를 (II-20) , (III-4) , (III-6) , (V-2) , (V-3) , (VI-2) 를 이용해서 무차원방정식으로 고치면

$$\frac{dv}{ds} + \zeta v^2 + \xi = \delta \sin \varphi s \text{------(VI-3)}$$

이 된다. (VI-3) 식을 고쳐쓰고  $n$  번째 항의 형식으로 나타내면

$$\frac{d v_n}{ds} = - \zeta v_n^2 - \xi_n + \delta \sin \varphi s_n \text{------(VI-4)}$$

이다. (III-7), (III-8), (VI-4)식을 이용해서 스프레드시트로 계산을 하고 그 결과를 제시하겠다. 식(III-8)은 (VI-4)에 의해서

$$v_{n+1} = v_n + \Delta s (\delta \sin \varphi s_n - \zeta v_n^2 - \xi_n) \text{------(VI-5)}$$

이 된다. (III-8)와 (VI-5) 에 의해서 스프레드시트로 시간이 경과함에 따라 변하는 전류값과 전하값들을 계산하면 다음에 있는 표 10 와 표 11과 같고 여기서 초기조건은 시간간격이 0.007 ,  $\zeta$  은 2.74 ,  $\varphi$  은 1.8 그리고  $\delta$  은 1.95 이다.

표 10 . 비선형강제진동회로에서 시간에 따른 전하, 전류 계산형식

비선형			
시간간격			0.002
$\zeta$			3.05
$\varphi$			5.2
$\delta$			1.54
시간간격	시간	전하	전류
0.002	0	1	0
	=B9+\$D\$3	=C9+\$D\$3*D9	=D9+\$D\$3*((\$D\$6*SIN(\$D\$5*B9)-(\$D\$4*D9^2)-C9)
	=B10+\$D\$3	=C10+\$D\$3*D10	=D10+\$D\$3*((\$D\$6*SIN(\$D\$5*B10)-(\$D\$4*D10^2)-C10)
	=B11+\$D\$3	=C11+\$D\$3*D11	=D11+\$D\$3*((\$D\$6*SIN(\$D\$5*B11)-(\$D\$4*D11^2)-C11)
	=B12+\$D\$3	=C12+\$D\$3*D12	=D12+\$D\$3*((\$D\$6*SIN(\$D\$5*B12)-(\$D\$4*D12^2)-C12)
	=B13+\$D\$3	=C13+\$D\$3*D13	=D13+\$D\$3*((\$D\$6*SIN(\$D\$5*B13)-(\$D\$4*D13^2)-C13)
	=B14+\$D\$3	=C14+\$D\$3*D14	=D14+\$D\$3*((\$D\$6*SIN(\$D\$5*B14)-(\$D\$4*D14^2)-C14)

표 11. 비선형강제진동회로에서 시간에 따른 전하, 전류 계산값.

비선형			
시간간격			0.002
$\zeta$			3.05
$\varphi$			5.2
$\delta$			1.54
시간간격	시간	전하	전류
0.002	0	1	0
	0.002	1	-0.002
	0.004	0.999996	-0.003967993
	0.006	0.999988064	-0.005904022
	0.008	0.999976256	-0.00780813
	0.01	0.99996064	-0.009680363
	0.012	0.999941279	-0.011520768
	0.014	0.999918237	-0.013329393
	0.016	0.999891579	-0.015106288
	0.018	0.999861366	-0.016851502
	0.02	0.999827663	-0.01856509
	0.022	0.999790533	-0.020247105
	0.024	0.999750039	-0.021897603
	0.026	0.999706243	-0.023516641
	0.028	0.99965921	-0.025104278
	0.03	0.999609002	-0.026660576
	0.032	0.99955568	-0.028185596
	0.034	0.999499309	-0.029679403

표 10 와 표 11를 이용해서 시간변화에 대한 전하와 전류의 그래프를 그리면 그림 29와 그림 30과 같은데 초기조건은 전하그래프인 경우는 시간간격이 0.002, 전하는 1, 전류 0,  $\zeta$ 는 3.05,  $\varphi$ 은 5.2,  $\delta$ 은 1.54 이고 전류그래프인 경우는 시간간격이 0.0009, 전하는 1, 전류 0,  $\zeta$ 는 0.34,  $\varphi$ 은 110,  $\delta$ 은 692 이다.

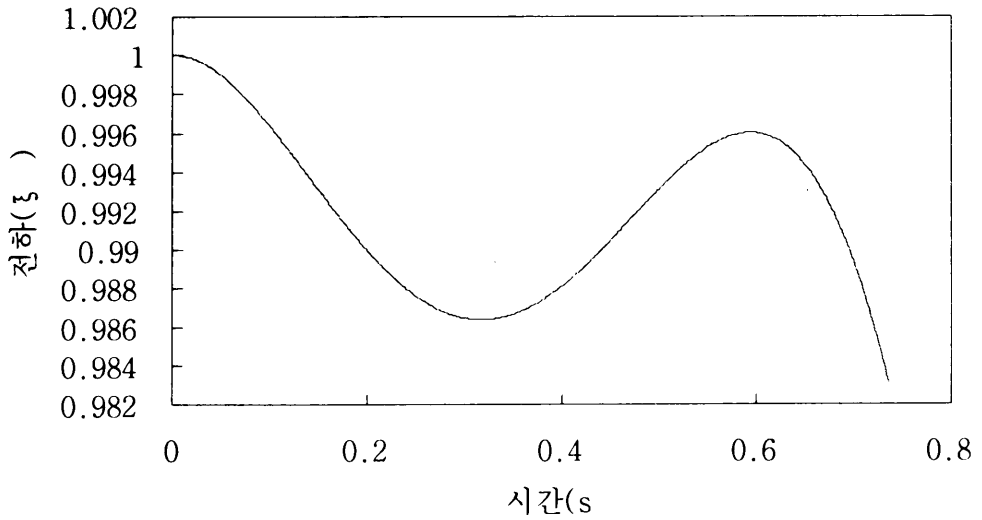


그림 29. 비선형강제진동회로에서 시간변화에 따른 전하. 시간간격은 0.002, 전하는 1, 전류는 0,  $\zeta$ 는 3.05,  $\varphi$ 은 5.2,  $\delta$ 은 1.54 이다.

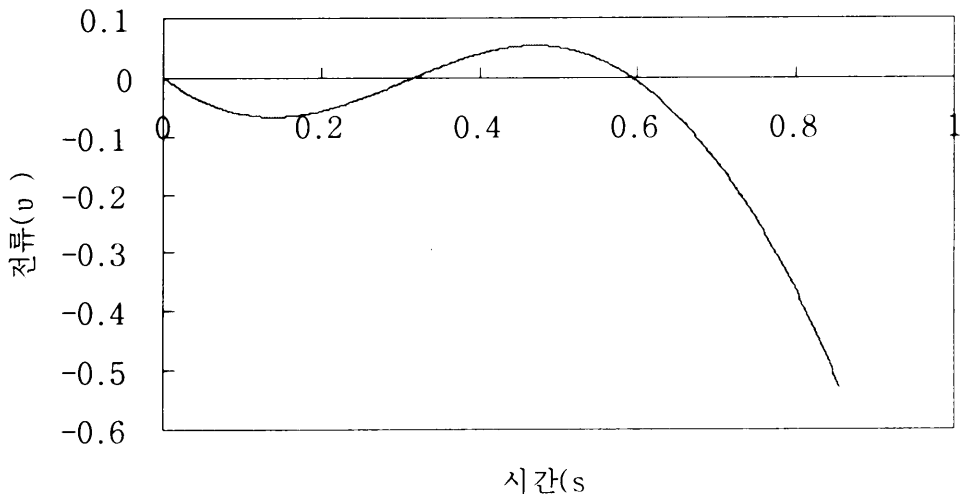


그림 30. 비선형강제진동회로에서 시간변화에 따른 전류. 시간간격은 0.0009, 전하는 1, 전류는 0,  $\zeta$ 는 0.34,  $\varphi$ 은 110,  $\delta$ 은 692 이다.

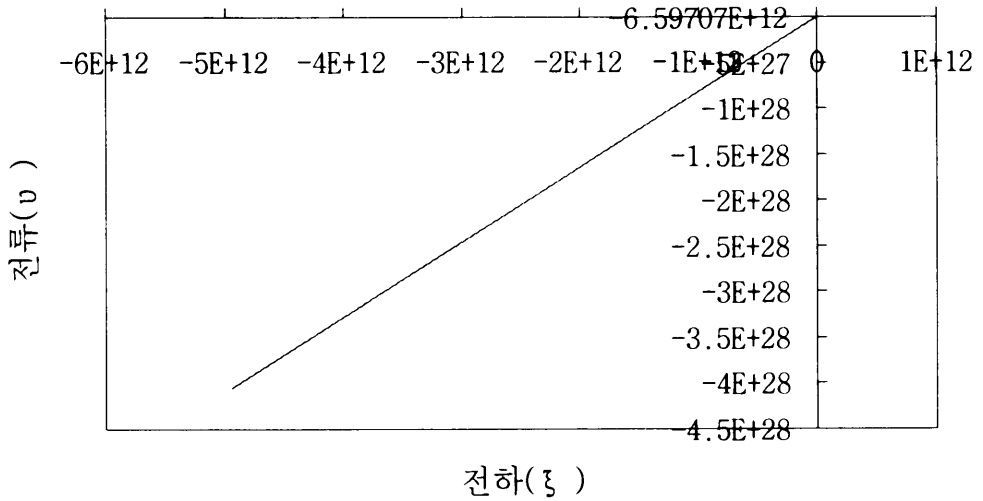


그림 31. 비선형강제진동회로에서 시간변화에 따른 전류. 시간간격은 0.002, 전하는 1, 전류는 0,  $\zeta$ 는 3.31,  $\varphi$ 는 2.7, 그리고  $\delta$ 은 0.72 이다.

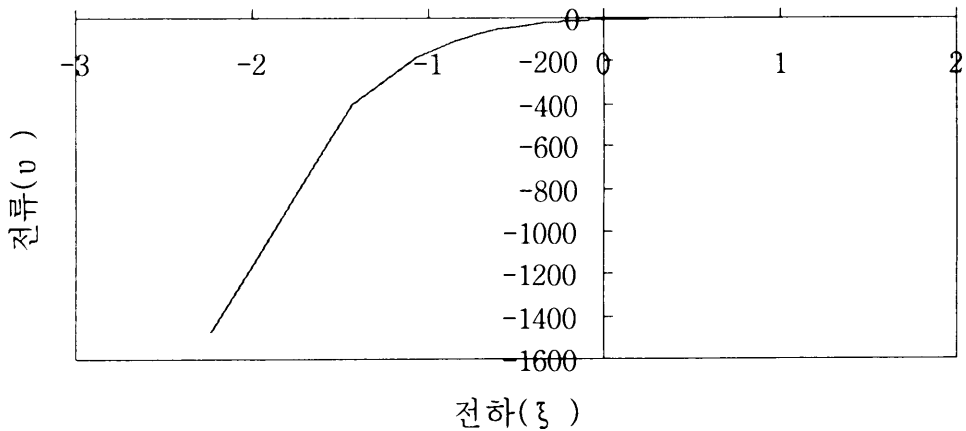
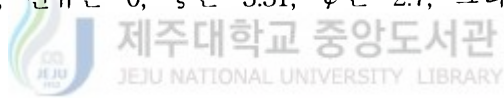


그림 32. 비선형강제진동회로에서 시간변화에 따른 전류. 시간간격은 0.002, 전하는 1, 전류는 0,  $\zeta$ 는 3.31,  $\varphi$ 는 2.7, 그리고  $\delta$ 은 0.73이다.

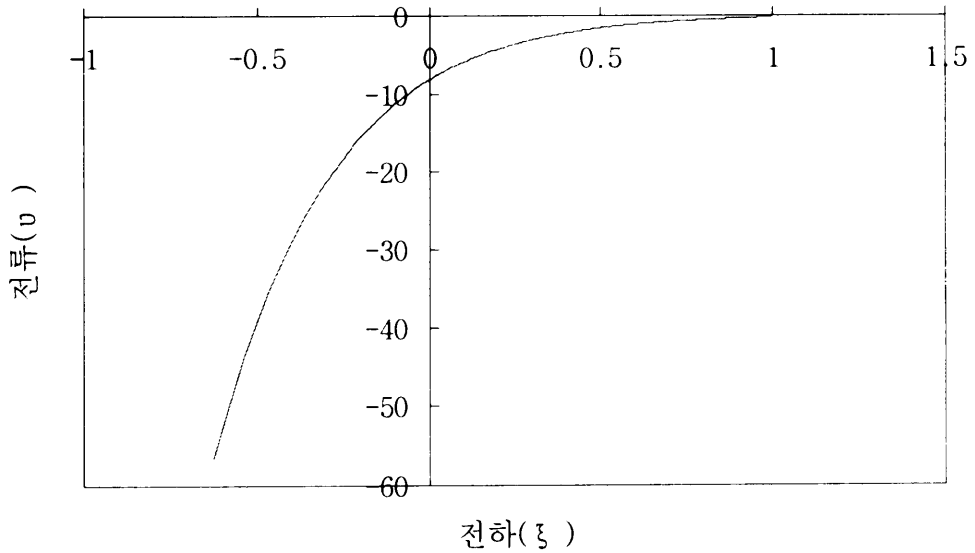


그림 33 비선형강제진동회로에서 시간변화에 따른 전류. 시간간격은 0.002, 전하는 1, 전류는 0,  $\zeta$ 는 3.31,  $\varphi$ 는 2.7, 그리고  $\delta$ 은 0.74이다.

그림 31, 32, 33에서는 전압을 나타내는 무차원상수  $\delta$ 의 초기값을 조금씩 변형시켰을 경우 그 값과 모양이 예상할 수 없을 정도로 달라지고 있음을 보여주고 있다. 이렇듯 비선형강제진동에서는 미소한 차이에도 그 결과가 많이 변하는 성질을 가지고 있다. 스프레드시트를 이용하면 학생들에게 비선형의 성질처럼 막연히 추상적으로 생각하면 이해하기 힘든 물리적인 내용들을 직접 그래프로 다양하게 보여줌으로써 이해를 시키는 데 많은 도움을 줄 수 있다. 실제의 자연현상은 대부분이 비선형적인 경우가 많다 이런 경우 수치적으로 해석해서 그 값들을 계산하기란 어렵다. 매개변수 값들을 조금씩만 변형해도 그 결과는 민감하게 달라진다. 이런 현상들을 스프레드시트의 도움이 없이 계산하고 알아낸다는 것은 매우 어렵다. 그러나 스프레드시트를 이용하면 쉽게 계산되고 그래프화해서 그 결과를 알 수가 있는 것이다.

## VII. 결론

이제까지 고등학교과정과 대학초급과정의 물리교과에 많이 다루는 이차미분방정식을 어떻게 스프레드시트로 계산하는지를 설명하고 이를 적용해서 스프레드시트의 일종인 엑셀을 이용해서 LR, LC, LRC, 강제진동, 비선형강제진동회로 방정식에서 시간에 대한 전하, 그리고 전류의 값을 계산을 하였고 계산값을 이용해서 여러 가지 물리량들을 나타내는 그래프를 그렸다. 그 결과 여러 물리량들 사이의 상관관계를 나타낼 수가 있었다. 서론에서도 언급했듯이 고등학교과정에서 나오는 물리교과내용들을 분석해보면 이차미분방정식을 이용해서 물리량을 구하는 경우가 많이 있다. 그 대표적인 것이 바로 본 논문에서 다루었던 전자기진동에 관계된 이차미분방정식들이다. 이 방정식들을 고등학생들의 수학적 지식으로 풀어낸다는 것은 사실상 가능치가 없고, 많은 시간과 노력을 해서 계산한다 해도 단편적일 수밖에 없어서 그 계산값이 가지고 있는 전체적인 의미를 파악하기가 힘들다. 이런 어려운 점은 스프레드시트를 이용하면 상당부분을 쉽게 해결 할 수가 있다.

이차미분방정식을 스프레드시트로 해결하기 위해서는 우선 두 개의 일차미분방정식으로 변환한 후 오일러법에 기초해서 차분방정식의 형태로 변형시켜야 한다. 이렇게 한 후 초기조건을 부여하면 방정식의 해의 값들을 구할 수가 있다. 이차미분방정식의 형태로 되어 있는 LR회로에서 각 물리량들의 계산값들을 미분방정식을 풀지 않고 오일러법에 기초해서 계산 한 후 그래프를 그렸고 그리고 미분방정식의 해석적인 해를 구한 다음 그래프를 그려서 오일러법에 기초해서 구한 값들과 비교해 보았더니 결과가 일치했다. 맷세메타카를 이용해서 그래프를 그리고 난 다음에 비교 했다. 어떤 방법을 사용하든 모든 결과가 일치했다.

본 논문에서 사용한 프로그램은 스프레드시트의 일종인 엑셀인 데 이 프로그램은 많이 보급되어 있고 학생들과 교사들이 많이 친숙해져 있는 프로그램이다. 따라서 이차미분방정식의 계산값을 구하는 방법만 간단히 배운다면 곧장 물리공부에 적용할 수가 있고 어렵게만 여겨졌던 이차미분방정식의 수학적인 어려움을 극복하

고 보다 많은 시간과 정신적 에너지를 창조적으로 물리공부를 하는 곳에 집중 할 수가 있다. 전자기진동에 대한 계산과 그 계산값 들을 그래프로 나타내는 일들은 다른 전문 프로그램을 이용해서 계산할 수 있고 그럴 수도 있지만 가격이 비싸서 학생들이 쉽게 구할 수가 없으며 구했다 해도 사전에 많은 시간을 투자해서 지식을 갖춘 후 이차미분방정식의 해를 구하기 위한 프로그래밍을 해야 하거나 아니면 그 방정식의 해를 구해야 그래프로 그릴 수가 있다. 그러나 엑셀을 사용하면 이런 어려운 점들을 쉽게 극복할 수가 있다. 즉, 프로그래밍을 하지 않아도, 그리고 방정식에 대한 해를 구하지 않아도 원하는 물리량에 대한 그래프를 얻을 수가 있다. 그리고 엑셀은 모든 학교와 가정에 거의 보급이 다 되어 있어서 쉽게 접할 수가 있고 이미 어느정도의 기본 지식들을 갖춘 상태라서 접하는 데 낯설지가 않다. 엑셀은 숫자나 문자를 셀안에 입력시킬 수가 있고 그리고 자동으로 인식된다. 그리고 데이터들을 여러 가지 형태의 양식으로 나타 낼 수가 있다.

스프레드시트의 잠재력은 실로 광대하여 과학에서의 탐구활동을 하는 데에 있어서 그 어떤 분야보다도 유용하게 사용 할 수가 있는 데 그것은 단순하게 반복하는 역학적인 계산을 자동으로 수행해서 연구자로 하여금 질문을 제기하고, 가설을 예상하고 과학적인 사건들을 추측하고 계산하는 데 시간을 할애하게 할 수가 있다.

학생들이 스프레드시트를 이용해서 공부를 할 때의 장점을 정리하면, 단순한 반복적인 수치계산을 하거나 이를 바탕으로 그래프를 그리는 데 들어가는 상당한 시간들을 절약할 수가 있고 이 시간에 과학적인 현상이나 막연히 추상적인 물리량들을 그래프로 나타내서 구체화 시킬 수가 있다. 그리고 계산된 데이터들을 바로 그래프화해서 볼 수 있어서 학습효과를 극대화할 수가 있다. 그리고 결과를 분석하고 토의하는 데 보다 많은 시간들을 할애 할 수 있고 과학자들이 학문을 연구하는 것처럼 학생들도 나름대로 스스로 프로그램을 만들고 계산하고 이를 바탕으로 그래프화해서 물리적인 현상들을 좀더 구체적으로 공부해 나갈 수가 있다. 요즘 학생들은 컴퓨터에 매우 친숙해 있고 받아 들이는 속도도 매우 빠르다. 이들에게 물리를 공부하는데 있어서 스프레드시트를 이용하는 법을 가르쳐 준다면 그들은 짧은 시간 내에 익혀서 수동적인 자세가 아닌 선구적인 연구를 수행하는 과학자의 자세로 흥미와 자부심을 가지고 공부를 할 수 있을 것이며 물리에 보다 많은 애착과 관심을 가지고 공부해 나가리라 기대된다.

## 참 고 문 헌

1. 류재구; 한글 엑셀 97, 영진출판사(2000).
2. R. Field; *A spreadsheet simulation for a Young's double slits experiment*, Physics Education. Vol. 30, No. 30, July 1995.
3. D. J. Sanunders and R. D. Ford; *A numerical learning method for the vibration of a system with a single degree of freedom*, Physics Education, Vol. 28, 1993.
4. R. J. Beichner; *Visualizing Potential Surfaces with a Spreadsheet*, THE PHYSICS TEACHER, VOL. 35, FEB. 1997.
5. A. M. Macleod; *Further studies of oscillations using computers*, Physics Education, Vol. 30, No. 6, November 1995.
6. R. Newburgh; *Analysis, graphs, approximation: a toolbox for solving problems*. Physics Education, Vol. 32, No. 6, November 1997.
7. R. Trumper and M. Gelbman; *Investigating power, work and effective values in an AC resistive circuit through a microcomputer-based laboratory*. Physics Education, Vol. 32, No. 6, November 1997.
8. L. Webb; *Spreadsheets in physics teaching*, Physics Education, Vol. 28, 1993.
9. M. L. De Jong; *Graphing Electric Potential*, THE PHYSICS TEACHER, Vol. 31, May 1993.
10. 권숙일 외 2인; *고등학교 물리Ⅱ*, 동아출판사(1990).
11. 교재편찬위원회 역; *전자기학*, 지다리(1993).
12. M. L. De Jong; *INTRODUCTION TO COMPUTATIONAL PHYSICS*, Addison-Wesley (1991).
13. S. R. Carson; *Spreadsheets as dynamical modelling tools in investigations at GCSE and beyond*. Physics Education, Vol. 30, No. 2, March 1995.



14. 조동섭; 터보 파스칼로 배우는 수치해석, 교학사(1988).
15. Microsoft ; *Excel 2000*.
16. S . wolfram ; *Mathematica*.
17. 성백능 외 편역; 대학일반 기초물리학, 이우출판사(1982).
18. 고려대학교 · 서강대학교 물리학과 공역; 일반물리학, 범한서적주식회사(1995).



[Abstract]

## **A Study about the use of spreadsheets in physics teaching**

**Kim, Dong Hui**

*Physics Education Major*

*Graduate School of Education, Cheju National University*

*Cheju, Korea*

*Supervised by Professor **Kang, Young Bong***

There are lots of pupils who have difficulties in calculating and comprehending the meaning of physical quantities which are represented in the form of second order differential equation in the curriculum of high school. But a computer spreadsheet provides a quick and powerful way to get the table of results and produce graphical representations of the data, which could help the pupils understand the mechanical calculations and the whole physical meaning, even though they would not have higher mathematical knowledge.

Followings are the things we described in order to show the potential of the spreadsheet, especially the ease of use and functionality of the spreadsheet. First, we made it calculate charge and current of Electromagnetic Oscillation circuit ; LR circuit, LC circuit, LRC circuit, Forced Oscillation Circuit and Non Linear Forced Oscillation. And then, it produced graphical representations of the data. They are the best way which could help the students understand the physical changes. This study shows the use of spreadsheet can be regarded as an effective method in physics teaching.

---

\* A thesis submitted to the Committee of the Graduate School of Education, Cheju National University in partial fulfillment of the requirements for the degree of master of Education in August, 2001.