
碩士學位請求論文

등방성 매질에서의 활성상수

指導教授 康 禎 友



濟州大學校 教育大學院

物理教育專攻

姜 昌 鉉

1997年 8月

등방성 매질에서의 활성 상수

指導教授 康 禎 友

이 論文을 教育學 碩士學位 論文으로 提出함.

1997年 6月 日




濟州大學校 教育大學院 物理教育專攻

提出者 姜 昌 鉉



姜昌鉉의 教育學 碩士學位 論文을 認准함.

1997年 7月 日

審査委員長 金 奎 用 
審査委員 康 禎 友 
審査委員 강 영 봉 

< 초 록 >

등방성 매질에서의 활성상수

姜昌鉉

濟州大學校 教育大學院 物理教育專攻

指導教授 康 禎 友

등방성 매질의 전기 역학적 성질을 기술하는데 필요한 활성상수 ζ 를 비전도성 매질과 전도성 매질에서 고찰하여 ζ 항목이 있을 때의 물리적 성질에 대해 알아 보았다.

전하밀도 ρ 와 전류밀도 \mathbf{J} 가 0 이고, 전기전도도 σ 가 0 인 비전도성 매질에서는 좌·우 원편광의 전파 속도와 굴절률이 $\zeta = 0$ 인 때와는 달라져서 광학 활성이라는 물리적 현상이 나타나고, 이때 활성상수 ζ 가 사용되었다.

매질을 통해 진행하는 전자기파의 에너지가 감쇠하는 전도성 매질에서도 전자기파의 위상 속도와 흡수 계수가 $\zeta = 0$ 일 때와는 다르게 구해졌고, 표피깊이도 각진동수가 $\zeta = 0$ 일 때와 $\zeta \neq 0$ 일 때는 다르게 나타났다. 새로 구해진 모든 항에서 ζ 항이 첨가됨을 알 수 있었다.

차 례

초 록	i
I. 서 론	1
II. 기본 이론	3
1. 맥스웰 방정식	3
2. 가장 일반적인 매개변수화	6
3. 시공간의 불연속 대칭	8
III. 등방성 매질에서의 굴절률과 표피깊이	14
1. 비전도성 매질에서의 굴절률	14
2. 전도성 매질에서의 굴절률	16
3. 표피깊이	19
IV. 등방성 매질에서의 활성상수	22
1. ζ 의 물리적 의미	22
2. 비전도성 매질에서의 굴절률	26
3. 전도성 매질에서의 굴절률	30
4. 표피깊이	31
5. 활성상수의 차원	33
V. 결 론	37
참고문헌	39
Abstract	41

I. 서 론

물질의 전기 역학적 성질을 기술하는데 필요한 상수는 여러 개가 있다. 그러나 보통의 전자기학 교재에서, 선형 등방성 매질에서의 전자기 현상을 기술할 때는 유전율 ϵ 과 투자율 μ 만 사용하여 왔다. 그렇지만 소위 활성상수 (activity constant) 라는 ζ 도 필요하다는 사실이 오랫동안 알려져¹⁾왔고, 보다 일반적으로 광범위하게 전자기 현상을 기술하는데 사용되지는 않았다.

원래 매질에서 일어나는 전기 역학적인 과정을 논의하는 가장 좋은 방법은 입자들의 전하와 전류를 전기 역학 방정식에서 구하고, 그 결과 모든 전자기 현상을 설명하는 것이다. 그렇지만, 이 연구법은 거시적인 물질에서의 전하 수는 엄청나게 많기 때문에 실행할 수 없다. 현실적으로 가능하고 간이화한 연구법은 모든 전하 원천(source)을 외부와 내부로 나누어 구하는 방법이다. 여기에서 외부 전하는 전하밀도와 전류밀도로 표현되며 맥스웰 방정식에서 그 값을 구할 수 있고, 내부 전하의 존재는 약간의 실험 상수로 고려된다.²⁾

그런데, 실험 상수의 개수는 매질에 따라 달라진다. 가장 간단한 등방성 매질인 경우 두 개의 양이 필요하다고 알려져 있다. 즉, 유전율 ϵ 과 투자율 μ 가 거시적인 전기 역학의 모든 현상을 기술한다.³⁾ 그러나 어떤 등방성 체계인 경우는 전기 역학 현상을 기술하는데 ϵ , μ 뿐만 아니라 제3의 전자기 상수 ζ 가 필요하다. 이 ζ 상수는 광학 활성과 약한 상호작용에서 반전성이 보존되지 않을 때 사용되며 매개변수화에 필요한 상수로서 도입된다. 다시 말해, 광학 활성(optical activity)이라는 현상을 설명하는데 필요한 상수로 사용되어 활성상수라고 불리기도 한다.

미시적인 전자기 현상인 편극과 자기화를 기술할 때, 보통의 전자기학 교재에서는 미시적인 매질 모델⁴⁾을 사용한다. 이때 ϵ 과 μ , 2개의 상수가 사용되는데, 이 2개의 상수만으로 모든 매질을 설명할 수 없다. 등방성, 선형성의 조건에서

가장 일반적인 형태로 유도된 전하밀도와 전류밀도를 매개변수화하면 등방성 매질의 전기 역학 성질을 기술하는데 ϵ , μ , ζ 상수가 필요하게 된다. 이 세 개의 상수는 유도된 전류밀도를 표현할 때 사용되며 보통 두 개의 기초 벡터만을 써왔다. 그래서 ζ 상수는 세 번째의 벡터 앞에 사용되어야 한다. 이때의 좌표는 Fourier 공간으로 해석될때의 경우이다. 다른 좌표 공간에서 유도 전류를 정의할 때는 전기장과 자기장의 차수 높은 도함수를 이용하고 항목이 더 많아진다. 그래서 세 개 이상의 상수가 필요하게 된다.

세 개의 항목은 차수가 더 높은 파수와 각진동수에 의존하는 ϵ , μ , ζ 상수에 의해 표현된다. 그러므로 비록 아주 미소한 영역일지라도 유도된 전류밀도가 복잡한 과정으로 매질에서 유도되기에 ζ 항목이 존재해야 된다.

활성상수 ζ 는 P(반전성) 혹은 CP(반전성과 하전공액) 비대칭인 매질에서 존재함이 알려져 있다.²¹ 그리고 현재 P, CP는 보존되지 않는다고 알려져 있으므로 보통의 모든 매질에 대해서도 이론적으로 ζ 가 존재할 수 있다²²고 한다. 물리적으로 ζ 항목의 존재는 우향, 좌향 원편광 전자기파의 특성 차를 뜻하고 이 차이점은 광학 활성, 원자의 반전성 방해 실험과 같은 물리적인 현상에서 나타남이 보고²³된 바 있다.

따라서 등방성 매질에서의 ζ 항목이 어떻게 존재하는가를 알아 보려고 하는 것이 본 연구의 목적이다. 그러므로 본 연구에서는 등방성 매질에서 ζ 항목이 생겼을 때의 의미를 알아보고, 비전도성 매질의 ζ 항목이 있을때 새로운 가로 전자기파의 분산 관계와 좌우 원편광에서 광학 활성 현상을 설명해 보고, ζ 항목이 있는 전도성 매질에서는 굴절률과 흡수계수 및 표피깊이에 대한 ζ 의 의미를 알아 보겠다. 또한, 두 매질에서 전자기파의 속도가 어떻게 달라지는지도 알아 보려고 한다.

본 논문의 순서는 다음 II장에서 기본 이론을 다루고 III장에서 ζ 가 0인 경우에 등방성 물질의 활성상수의 역할을 조사한 다음, IV장에서 활성상수 ζ 가 0이 아닌 경우 비전도성 매질과 전도성 매질에서의 ζ 항목이 존재하는 물리 현상을 고찰하겠다. 그런 다음, V장에서 본 연구의 결론을 맺겠다.

II. 기본 이론

등방성 매질에서의 활성상수를 논하는데 필요한 기본적인 이론인 맥스웰 방정식과 매개변수화 및 시공간의 불연속 대칭과 관련된 이론 중심으로 알아보겠다.

1. 맥스웰 방정식

진공에서의 맥스웰 방정식을 전기장 \mathbf{E} 와 자기장 \mathbf{B} 와의 관계로 SI단위계에서 나타내면 다음과 같다.⁵⁾

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \mathbf{B} &= 0, \\ \nabla \times \mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} &= 0, \\ \nabla \cdot \mathbf{E} &= \frac{\rho}{\epsilon_0}, \\ \nabla \times \mathbf{B} - \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} &= \mu_0 \mathbf{J}.\end{aligned}\tag{2-1}$$

맥스웰 방정식을 다르게 표현하기 위해서, 평면 조화파에 대한 복소수의 지수 함수 표현인

$$\exp. [i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)]\tag{2-2}$$

를 시간에 대해서 미분하고, 임의의 공간변수의 하나에 대해서 편미분하면, 연산자의 관계식은

$$\frac{\partial}{\partial t} \equiv -i\omega, \quad \nabla \equiv i\mathbf{k}.\tag{2-3}$$

으로 주어진다.⁶⁾ (2-3)식의 관계식을 이용하여 맥스웰 방정식 (2-1)식을 다르게 표현하면, 다음과 같은 식을 얻는다.⁷⁾

$$\begin{aligned}
\mathbf{k} \cdot \mathbf{B} &= 0, \\
\mathbf{k} \times \mathbf{E} &= \omega \mathbf{B}, \\
i\mathbf{k} \cdot \mathbf{E} &= \frac{\rho}{\epsilon_0}, \\
i\mathbf{k} \times \mathbf{B} + i\mu_0\epsilon_0\omega\mathbf{E} &= \mu_0\mathbf{J}.
\end{aligned}
\tag{2-4}$$

그리고 평면파의 중첩으로 $\Phi(\mathbf{x}, t)$ 는 다음과 같다.

$$\Phi(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{(2\pi)} \int d\omega \int d^3\mathbf{k} \tilde{\Phi}(\mathbf{k}, \omega) \times \exp. [i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - \omega t] \tag{2-5}$$

전자기파를 시간에 대한 지수함수로 나타내고 공간의 무한한 매질을 고려할 때 일반적으로, 파 벡터 \mathbf{k} 는 실수가 되고, 각진동수 ω 는 복소수로 된다.

서론에서 언급한 바와 같이 거시적인 전기 역학은 전하밀도 ρ 와 전류밀도 \mathbf{J} 외부 원천에다가 매질에서의 유도된 원천을 더하여야 한다.¹⁾ 그러므로 전체 전하밀도는

$$\rho = \rho_{\text{ext}} + \rho_{\text{ind}} \tag{2-6}$$

과 같이 나타낼 수 있다. 여기서 ρ_{ext} 는 외부 전하밀도이며, ρ_{ind} 는 유도 전하밀도이다. 또한 전체 전류밀도도 다음과 같이 외부전하의 전류밀도 \mathbf{J}_{ext} 와 유도전류밀도 \mathbf{J}_{ind} 의 합으로 나타낸다.

$$\mathbf{J} = \mathbf{J}_{\text{ext}} + \mathbf{J}_{\text{ind}} \tag{2-7}$$

보통 유도 원천은 편극(\mathbf{P})과 자기화(\mathbf{M})의 항목으로

$$\rho_{\text{ind}} = -i\mathbf{k} \cdot \mathbf{P}, \tag{2-8}$$

$$\mathbf{J}_{\text{ind}} = -i\omega\mathbf{P} + i\mathbf{k} \times \mathbf{M}. \tag{2-9}$$

와 같이 표현할 수 있다. 여기에서 유도 전하밀도 ρ_{ind} 는 분극화 과정에서 분자 크기로 변위가 일어나 축적되는 전하에 의한 것이며 구속, 분극, 또는 유도

전하 밀도라 부른다. 그리고 유도 전류밀도는 다음과 같이 구속 전하의 운동과 관계되는 분극 전류밀도와 자기화 전류밀도의 합으로 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{J}_{\text{ind}} = \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t} + \nabla \times \mathbf{M} \quad (2-10)$$

(2-10)식을 Fourier 성분으로 나타내면 (2-9)식으로 표현된다. (2-8) 과 (2-9)식에서 ρ_{ind} 와 \mathbf{J}_{ind} 에 대한 표현은 (2-4)식에 쓰여진 전체 전하밀도 ρ 와 전체 전류밀도 \mathbf{J} 에 대한 표현과 같다.

자유전하 보존을 기술하는 연속방정식⁸⁾

$$\nabla \cdot \mathbf{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (2-11)$$

는 Fourier 공간에서는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\mathbf{k} \cdot \mathbf{J}_i - \omega \rho_i = 0 \quad (2-12)$$

여기서 첨자 i 는 유도 원천을 의미한다. 이것은 유도 전하의 보존을 뜻하며 보존 방정식 (2-12)식은 i 가 전체 전하에 대해서 뿐만 아니라 외부 전하에서 나타낼 때도 성립한다.

등방적이고 선형인 단순 매질에서 편극 \mathbf{P} 는 \mathbf{E} 에 1차 비례하고⁹⁾ 차원은 $\epsilon_0 \mathbf{E}$ 와 같으므로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{P} = (\epsilon - \epsilon_0) \mathbf{E} \quad (2-13)$$

아울러 자화도 \mathbf{M} 도 자기장 세기 \mathbf{H} 에 일차 비례하고, 자기선속밀도 벡터이기도 한 \mathbf{B} 는 자기장 세기 \mathbf{H} 와 자기화 세기 \mathbf{M} 의 합¹⁰⁾으로 나타낼 수 있으므로 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\mathbf{M} = (\mu_0^{-1} - \mu^{-1}) \mathbf{B} \quad (2-14)$$

(2-13)식과 (2-14)식을 (2-4)에 대입하여 맥스웰 방정식을 나타내면 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned}
\mathbf{k} \cdot \mathbf{B} &= 0, \\
\mathbf{k} \times \mathbf{E} &= \omega \mathbf{B}, \\
i\mathbf{k} \cdot \mathbf{D} &= \rho_{\text{ext}}, \\
i\mathbf{k} \times \mathbf{H} + i\omega \mathbf{D} &= \mathbf{J}_{\text{ext}}.
\end{aligned} \tag{2-15}$$

여기서

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} = \epsilon \mathbf{E}, \quad \mathbf{H} = \mu_0^{-1} \mathbf{B} - \mathbf{M} = \mu^{-1} \mathbf{B} \tag{2-16}$$

이다.

지금까지 알아본 바와 같이 원천 항목이 단지 외부 전하와 전류이기 때문에, 간단하게 \mathbf{D} 와 \mathbf{H} 에 대한 (2-15)식을 풀 수 있고, 실험 상수 ϵ 과 μ 는 알려져 있으므로 \mathbf{E} 와 \mathbf{B} 를 얻는데 (2-16)식을 이용할 수 있을 것이다.

2. 가장 일반적인 매개변수화

전기 역학에서 중요한 문제는 유도원천 ρ_{ind} 와 \mathbf{J}_{ind} 를 매개변수화하는 방법이다. 매개변수화란 전기장 \mathbf{E} 와 자기유도 \mathbf{B} 를 이용해서 만들수 있는 벡터 중에서 선형 독립인 벡터를 이용하여 원천을 표현하는 방법을 말한다. 유도된 원천의 양은 거시적인 물리학에서 구할 수 없다.

미시적인 현상에서 \mathbf{P} 와 \mathbf{M} 을 표현할 때 보통의 전자기학 교재에서는 미시적인 매질 모델을 쓴다. 여기에서는 등방성, 선형성의 조건인 상태에서 가장 일반적인 형태로 ρ_{ind} 와 \mathbf{J}_{ind} 를 매개변수화하려고 한다.

(2-13)식과 (2-14)식을 이용하면, (2-8)식 및 (2-9)식은 다음과 같이 요약된다.

$$\rho_{\text{ind}} = -i(\epsilon - \epsilon_0) \mathbf{k} \cdot \mathbf{E} \quad (2-17)$$

$$\mathbf{J}_{\text{ind}} = -i(\epsilon - \epsilon_0) \omega \mathbf{E} + i(\mu_0^{-1} - \mu^{-1}) \mathbf{k} \times \mathbf{B} \quad (2-18)$$

일반적으로 두 벡터 \mathbf{A} , \mathbf{B} 가 주어지고 a, b 가 스칼라 일때 $a\mathbf{A} + b\mathbf{B}$ 는 \mathbf{A} 와 \mathbf{B} 의 일차결합이라고 하며, 기하학적으로는 \mathbf{A} , \mathbf{B} 의 두 벡터가 일직선상에 놓이지 않는 한 이들은 한 개의 평면을 결정한다. 이 때 벡터 \mathbf{A} 의 벡터 함수 $f(\mathbf{A})$ 가 다음과 같은 관계를 만족할 때 선형함수라고 한다.¹¹⁾

$$f(a\mathbf{A}) = af(\mathbf{A}) \text{ 및 } f(\mathbf{A} + \mathbf{B}) = f(\mathbf{A}) + f(\mathbf{B}) \quad (2-19)$$

동일한 방법에 의해 (2-17)식과 (2-18)식에서, 연산자에 관한 한 ρ_{ind} 는 스칼라이고 \mathbf{J}_{ind} 는 벡터임을 알 수 있다. 뿐만 아니라 유일한 \mathbf{E} 와 \mathbf{B} 의 선형함수인 스칼라는 $\mathbf{k} \cdot \mathbf{E}$ 와 $\mathbf{k} \cdot \mathbf{B}$ 이다. \mathbf{E} 와 \mathbf{B} 를 포함하는 네개의 벡터는 바로 $\omega \mathbf{E}$, $\mathbf{k} \times \mathbf{B}$, $\omega \mathbf{B}$, $\mathbf{k} \times \mathbf{E}$ 이다. 이것은 전류 밀도 \mathbf{J} 와 같은 차원을 갖는다. 그러므로 ρ 와 \mathbf{J} 에 대해 가장 일반적인 표현은 다음과 같이 나타낼 수 있다.¹¹⁾

$$\rho_{\text{ind}} = a \mathbf{k} \cdot \mathbf{E} + b \mathbf{k} \cdot \mathbf{B} \quad (2-20)$$

$$\mathbf{J}_{\text{ind}} = a \omega \mathbf{E} + \beta \mathbf{k} \times \mathbf{B} + \gamma \omega \mathbf{B} + \xi \mathbf{k} \times \mathbf{E} \quad (2-21)$$

(2-20)과 (2-21)식에서 $a, b, \alpha, \beta, \gamma, \xi$ 는 상수이므로 (2-17)식과 비교해보면 $a = -(\epsilon - \epsilon_0)$ 가 되며, b 는 $\mathbf{k} \cdot \mathbf{B}$ 가 (2-15)식에서 0이 되므로 의미가 없어진다. 결국, ρ_{ind} 는 \mathbf{k} 와 \mathbf{E} 에 비례하는 관계식이 나온다. 그러므로 유도 전하밀도 ρ_{ind} 는 (2-17)식으로써 가장 일반적인 방정식을 만족시켜주고 있다. 그러나 (2-18)식의 \mathbf{J}_{ind} 표현은 그렇지 못하다. (2-18)식과 비교해 보면

$\alpha = -i(\epsilon - \epsilon_0)$, $\beta = i(\mu_0^{-1} - \mu^{-1})$ 가 되며 ξ 는 (2-15)식에 의해 의미가 없어진다. 그 때문에 첫 번째 세 개의 항만으로 가장 일반적인 매개변수화가 되어 세 개의 항이 독립적으로 얻어진다. 그러므로 (2-18)식은 다음과 같이 가장 일반적인 매개변수화가 된다.

$$\mathbf{J}_{\text{ind}} = -i(\epsilon - \epsilon_0) \omega \mathbf{E} + i(\mu_0^{-1} - \mu^{-1}) \mathbf{k} \times \mathbf{B} - i\xi \omega \mathbf{B} \quad (2-22)$$

여기서 $\gamma = -i\xi$ 로 놓았다. 그리하여 유도 원천의 매개변수화에 관해, (2-4)식의 세 번째, 네 번째 식은 (2-6)과 (2-7)식 정의에 의해 다음과 같이 된다.

$$\rho_{\text{ext}} = i\epsilon \mathbf{k} \cdot \mathbf{E} \quad (2-23)$$

$$\mathbf{J}_{\text{ext}} = i\epsilon \omega \mathbf{E} + i\frac{1}{\mu} \mathbf{k} \times \mathbf{B} + i\xi \omega \mathbf{B} \quad (2-24)$$

이와 같이 간단하고 거시적인 관점으로부터 등방성, 선형성의 조건인 상태에서 가장 일반적인 형태로 ρ_{ind} 와 \mathbf{J}_{ind} 를 매개변수화하면 일반적으로 등방성 매질의 전기 역학 성질을 기술하는데 상수 ϵ , μ , ξ 세 개가 필요하게 된다. 바로 \mathbf{J}_{ind} 를 기술하는데 세 개의 기초벡터가 필요하는데 지금까지는 우리는 오직 두 개의 기초 벡터만을 사용해 왔다.



3. 시공간의 불연속 대칭

보존법칙은 자연계에서 모든 대칭성과 밀접하게 관련되어 있다.¹²⁾ 가장 간단한 등방성 물질에 대해서 상수 ξ 가 나오지 않는 이유, 다시말해 어떤 조건에서 ξ 가 0 이 아닌 값을 가질 수 있는가에 대한 해결책은 시공간의 불연속적인 대칭성과 관련된다. 그러므로 여기서는 상수 ϵ , μ , ξ 에 관한 P(반전성), C(하전공액), T(시간반전), CP(반전성과 하전공액), CPT(반전성, 하전공액, 시간반전) 대칭에 대해서 알아보겠다.

1) P 대칭

P는 반전성에 대한 것인데 반전성은 이산적(불연속적)인 대칭성으로 +1 이나 -1의 두 값만을 가지며, 반전에 연관된 형의 양을 반전성이라고 부른다.¹³⁾ 물리 법칙은 대칭성의 원리가 중요한 역할을 한다. 하나의 대칭성 (또는 불변성)이 있으면 그것에 수반하여 하나의 보존법칙이 생긴다. 그러므로 공간축의 반전으로부터 P의 보존이 따른다.

ω 와 \mathbf{k} 가 있는 경우, 다음과 같은 변환 규칙 형태가 된다.

$$\Phi(\mathbf{k}, \omega) \xrightarrow{P} \eta_P \Phi(\mathbf{k}, \omega) \quad (2-25)$$

이것은 반전성 연산자가 Fourier 공간에서 치환에 의해 유도된다는 것을 의미한다. 이 치환은 T, C, CP, CPT에서도 마찬가지다. 각 연산의 규칙 변환은 다음 표 1. 과 같다.

표 1. 연산자 P, T, C, CP, CPT에서의 물리량 특성 변환

물리량	변환				
	η_P	η_T	η_C	η_{CP}	η_{CPT}
E	-	+	-	+	+
B	+	-	-	-	+
\mathbf{k}	-	+	+	-	-
ω	+	-	+	+	-
ρ	+	+	-	-	-
J	-	-	-	+	-

(2-24)식은 \mathbf{k} 와 ω 에 의존하는 다음식과 같이 표현되어 진다.

$$\begin{aligned} \mathbf{J}_{\text{ext}}(\mathbf{k}, \omega) &= i \varepsilon(k, \omega) \omega \mathbf{E}(\mathbf{k}, \omega) \\ &+ i \frac{1}{\mu(k, \omega)} \mathbf{k} \times \mathbf{B}(\mathbf{k}, \omega) + i \zeta(k, \omega) \omega \mathbf{B}(\mathbf{k}, \omega) \end{aligned} \quad (2-26)$$

(2-25)식에 의해 P대칭 변환을 하면 (2-26)식은

$$\begin{aligned} \mathbf{J}_{\text{ext}} &= i \varepsilon(k, \omega) \omega \mathbf{E} \\ &+ i \frac{1}{\mu(k, \omega)} \mathbf{k} \times \mathbf{B} - i \zeta(k, \omega) \omega \mathbf{B} \end{aligned} \quad (2-27)$$

가 된다.

결국 반전성이 보존되려면 다음의 모든 관계식이

$$\begin{aligned} \varepsilon(k, \omega) &= \varepsilon(k, \omega) \\ \mu(k, \omega) &= \mu(k, \omega) \\ \zeta(k, \omega) &= -\zeta(k, \omega) \end{aligned} \quad (2-28)$$

동시에 만족해야 한다. 결국 $\zeta = 0$ 이 되어야 한다. 반전성이 보존된다는 것은 대칭성을 의미하는데, 강한 상호작용과 전자기적 상호작용에서는 실제 반전성이 보존 된다. 그렇지만 약한 상호작용에서는 보존이 되지 않는다. 그렇다면 $\zeta = 0$ 이 되서는 안된다는 뜻이다. 그러므로 ζ 상수가 필요하다.

2) C 대칭

C는 하전공액에 대한 것으로 이 연산은 입자를 반입자로 혹은 반입자를 입자로 바꾸어 놓는 불연속적인 변화를 가져온다. 하전공액이라 하면 플러스로 하전된 양성자 핵과, 주위를 도는 마이너스로 하전된 전자로 이루어진 원자가, 마이너스로 하전된 반양성자와, 주위를 도는 플러스로 하전된 양전자로 된 반수소 원자로 변하는 것과 같은 경우를 말한다. C는 이산적 대칭이므로 그것에 연관된

± 1 의 값만을 갖는 승법적인 양자수가 있다. 하전 공액 반전성이라 불리우는 이 양은 강한 상호 작용과 전자기적 과정에서 보존되나 약한 상호작용에서는 보존되지 않는다. C 대칭 변환을 하면¹³⁾

$$\begin{aligned} \mathbf{J}_{\text{ext}} = & i \varepsilon(\mathbf{k}, \omega) \omega \mathbf{E} \\ & + i \frac{1}{\mu(\mathbf{k}, \omega)} \mathbf{k} \times \mathbf{B} + i \zeta(\mathbf{k}, \omega) \omega \mathbf{B} \end{aligned} \quad (2-29)$$

이 된다. 결국 C 대칭 변환에서는

$$\begin{aligned} \varepsilon(\mathbf{k}, \omega) &= \varepsilon(\mathbf{k}, \omega) \\ \mu(\mathbf{k}, \omega) &= \mu(\mathbf{k}, \omega) \\ \zeta(\mathbf{k}, \omega) &= \zeta(\mathbf{k}, \omega) \end{aligned} \quad (2-30)$$

과 같이 요약되며, ζ 에 아무런 제한을 주지 않는다.

3) T 대칭

T는 시간반전 또는 시간역전을 나타낸다. T 대칭 또한 약한 상호작용에서만 보존되지 않는다. 그러나 그것은 아주 미소한 양이다. T 대칭 변환이 불변이면 (2-26) 식은¹³⁾

$$\begin{aligned} \mathbf{J}_{\text{ext}} = & i \varepsilon(\mathbf{k}, -\omega) \omega \mathbf{E} \\ & + i \frac{1}{\mu(\mathbf{k}, -\omega)} \mathbf{k} \times \mathbf{B} - i \zeta(\mathbf{k}, -\omega) \omega \mathbf{B} \end{aligned} \quad (2-31)$$

이 된다. 여기에서 표 1.에 의해 T 대칭 변환을 하면 (2-25)식처럼 η_T 변환을 따른다. ω 는 $-\omega$ 로 변환되고, (2-26)식과 같기 위해서는 ε , μ 는 실수이고 ω 의 우함수여야 한다. 뿐만 아니라, ζ 는 허수부만 있으며 ω 의 기함수여야 함을 지적하고 있다. 결국 ε , μ , ζ 는 다음식에 따르게 된다.

$$\begin{aligned}
\varepsilon(k, -\omega) &= \varepsilon(k, \omega) \\
\mu(k, -\omega) &= \mu(k, \omega) \\
\zeta(k, -\omega) &= -\zeta(k, \omega)
\end{aligned}
\tag{2-32}$$

여기에서 ε , μ , ζ 양은 $k = |\mathbf{k}|$ 를 통해 \mathbf{k} 에 의존하는 상수임을 알 수 있다. 그리고 ω 가 실수인 경우 전자기 상수는 다음식을 만족시킨다.

$$f^*(-\mathbf{k}, -\omega) = f(\mathbf{k}, \omega) \tag{2-33}$$

여기서 f 는 임의의 전자기 상수를 나타낸다. \mathbf{k} 에 대한 의존성은 등방성 물질에서 절대값 k 만을 통해 있을 수 있다. 그래서

$$f^*(k, -\omega) = f(k, \omega) \tag{2-34}$$

로 쓸 수 있다. (2-34)식은 전자기 상수의 ω 에서 실수부분은 우함수이고, 허수부분은 기함수임을 뜻한다. 이것이 매우 일반적인 특징이고 불연속적인 대칭 연산자 P, T, C, CP, CPT는 이것에 구속되지 않는다.

4) CP 대칭



CP란 반전과 하전공역을 동시에 적용하는 연산을 말한다. 1964년 미국의 Fitch와 Cronin은 약한 상호작용에서 세기의 약 0.1%정도로 CP를 깨뜨리는 미소한 효과가 있음을 발견했다.¹⁴⁾ 이 효과는 반전성에서처럼 ζ 가 0이 아님을 의미하고 있다. 단, 이때의 ζ 는 아주 미소한 값을 갖는다. CP 대칭 변환을 하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
\mathbf{J}_{\text{ext}} &= -i\varepsilon(k, \omega)\omega\mathbf{E} \\
&+ i\frac{1}{\mu(k, \omega)}\mathbf{k} \times \mathbf{B} - i\zeta(k, \omega)\omega\mathbf{B}
\end{aligned}
\tag{2-35}$$

(2-26)식과 비교하여

$$\begin{aligned}\varepsilon(k, \omega) &= \varepsilon(k, \omega) \\ \mu(k, \omega) &= \mu(k, \omega) \\ \zeta(k, \omega) &= -\zeta(k, \omega)\end{aligned}\tag{2-36}$$

과 같이 나타낼 수 있으며, CP 대칭 변환에서는 $\zeta = 0$ 일 때 불변이 된다.

5) CPT 대칭

약한 상호작용은 반전, 하전공액, 시간역전을 동시에 적용하는 CPT에 대해 불변이다. 그리하여 CPT 대칭 변환을 하면¹⁵⁾

$$\begin{aligned}\mathbf{J}_{\text{ext}} &= i \varepsilon(k, -\omega) \omega \mathbf{E} \\ &+ i \frac{1}{\mu(k, -\omega)} \mathbf{k} \times \mathbf{B} + i \zeta(k, -\omega) \omega \mathbf{B}\end{aligned}\tag{2-37}$$

가 되고, (2-26)식과 비교하여 ε , μ , ζ 는 다음식에 따르게 된다.

$$\begin{aligned}\varepsilon(k, -\omega) &= \varepsilon(k, \omega) \\ \mu(k, -\omega) &= \mu(k, \omega) \\ \zeta(k, -\omega) &= \zeta(k, \omega)\end{aligned}\tag{2-38}$$

여기서 CPT 대칭 변환이 불변이기 위해서는 ε , μ , ζ 는 실수이고 ω 의 우함수임을 알 수 있다.

Ⅲ. 등방성 매질에서의 굴절률과 표피깊이

등방성 매질에서 활성상수의 존재는 굴절률과 표피깊이에 어떤 영향을 주고 있는가를 고찰하기 위해서는 우선적으로 활성상수가 없는 일반적인 경우에 비전도성 및 전도성 매질에서의 굴절률과 표피깊이에 대해 알아 볼 필요가 있다.

1. 비전도성 매질에서의 굴절률

매질 속에서 전하밀도 ρ 와 전류밀도 \mathbf{J} 의 원천이 0 이고, 전기전도도 $\sigma = 0$ 인 매질을 비전도성 매질이라 한다. 매질에서 전기장 \mathbf{E} 및 자기유도 \mathbf{B} 에 대한 평면파의 해를 알아보겠다. 이런 경우의 맥스웰 방정식은

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \mathbf{B} &= 0, \\ \nabla \times \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \\ \nabla \cdot \mathbf{D} &= 0, \\ \nabla \times \mathbf{H} &= \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}.\end{aligned}\tag{3-1}$$

이 된다.¹⁶⁾ (3-1)식의 맥스웰 방정식으로부터 파동 방정식을 구성하여, 그 해를 구하면 전기장 \mathbf{E} 및 자기유도 \mathbf{B} 에 대한 해가 될 것이다. 여기서 매질이 선형이라면 (2-16)식의 관계를 만족한다.⁹⁾ 그래서 장들에 대한 해는

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E} e^{-i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})},\tag{3-2}$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{B} e^{-i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})}.\tag{3-3}$$

의 형태가 된다. 이 해에서 시간 미분 및 공간 미분을 각각 구하면 새로운 연산자인 (2-3)식으로 나타낼 수 있고,⁶⁾ 이것을 다시 평면파를 구성했던 맥스웰 방정

식에 대입하여 정리하면

$$\begin{aligned}
 \mathbf{k} \cdot \mathbf{B} &= 0, \\
 \mathbf{k} \times \mathbf{E} &= \omega \mathbf{B}, \\
 \mathbf{k} \cdot \mathbf{D} &= 0, \\
 \mathbf{k} \times \mathbf{H} &= -\omega \mathbf{D}
 \end{aligned} \tag{3-4}$$

이 된다. 매질이 선형이고 균질하며 등방성이라면 ϵ , μ 는 일정한 스칼라량들이다. 그리고 보다 더 단순화 시키기 위해서 비자성이라면 $\mu = \mu_0$ 이고 $\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$ 이므로 (3-4)식의 맥스웰 방정식에서 네번째 식은 다음과 같이 된다.

$$\mathbf{k} \times \mathbf{B} = -\frac{\omega}{c^2} \epsilon_r \mathbf{E} \tag{3-5}$$

(3-4)식의 두번째 식에 $\mathbf{k} \times$ 을 양변에 곱하면

$$\mathbf{k} \times (\mathbf{k} \times \mathbf{E}) = \omega \mathbf{k} \times \mathbf{B} \tag{3-6}$$

가 된다. 아울러 (3-4)식의 첫 번째와 세 번째식은

$$\mathbf{k} \cdot \epsilon \mathbf{E} = 0, \quad \mathbf{k} \cdot \mathbf{B} = 0 \tag{3-7}$$

이므로 \mathbf{E} 와 \mathbf{B} 가 모두 \mathbf{k} 에 수직한 가로 전자기파(TEM wave)임을 알 수 있고,¹⁶⁾ \mathbf{E} 와 \mathbf{B} 의 상대적 크기는 $\mathbf{B} = (\frac{\mathbf{k}}{\omega}) \mathbf{E}$ 이다.

그리고 (3-6)식은

$$-k^2 \mathbf{E} = -\omega \left(\frac{\omega}{c^2} \epsilon_r \right) \mathbf{E} \tag{3-8}$$

가 되고, 이 식을 정리하면

$$k = \sqrt{\epsilon_r} \frac{\omega}{c} = n \frac{\omega}{c} \tag{3-9}$$

인 관계가 되어 파수 벡터 \mathbf{k} 의 크기는 각진동수 ω 및 유전상수 ϵ_r 로부터

결정할 수 있다. 이러한 관계를 전자기파가 진행할 때 가로 분산 관계라고도 한다. 여기서 c 는 광속이고, n 은 굴절률을 의미한다.

또한, 단색파가 아니고 여러 평면파들이 복합되어 있을 경우에도 전기장에 대한 각 평면파들의 해를 선형적으로 합하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$E(\mathbf{r}, t) = \sum_i E(\mathbf{k}_i, \omega_i) \exp. [-i(\omega_i t - \mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r})] \quad (3-10)$$

이 평면파의 중첩은 Fourier 급수 형태로 주기 함수의 어떤 해를 나타내고 있다.

이 경우 굴절률 n 도 전파 벡터 k 및 각진동수의 ω 의 함수가 되어

$$n = n(k, \omega), \text{ 또는 } k = \frac{n\omega}{c} \quad (3-11)$$

가 되는데, 이 효과를 분산이라고 한다. 분산은 전자기파가 매질 속을 전파할 때, 전자기파의 전파벡터와 주파수에 따라 굴절률이 달라지면서 매질내에서 전자기파의 손실이 달라지는 현상을 말한다.¹⁶⁾

(3-9)식은

$$\omega^2 = \frac{c^2}{\epsilon_r} k^2 \quad (3-12)$$

로 표현할 수 있으므로 파의 전파속도는 다음과 같이 된다.

$$v_p = \frac{\omega}{k} = \frac{c}{n} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r}} \quad (3-13)$$

여기에서, 전파 속도는 ϵ_r 에만 관계되고 있음을 알 수 있다.

2. 전도성 매질에서의 굴절률

전도성 매질의 물리적 성질은 비전도성 매질에서와는 다르다. 전도성 매질 속에서 전자기파가 진행해 나갈 때 전자기 에너지가 감소하기 때문에, 비전도체일지라도 전자기파의 주파수에 따라서 전자기 에너지가 감소한다.

전도성 매질은 비전도성 매질에서처럼 전하(ρ)나 전류(\mathbf{J})와 같은 원천이 없더라도 전기전도도 σ 는 있으므로 파동 형태인 전기장 \mathbf{E} 가 매질 속에서 유도 전류를 발생시킨다. 이럴때에 맥스웰 방정식의 네째식은

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \sigma \mathbf{E} \quad (3-14)$$

가 된다.¹⁶⁾ 비전도성 매질에서와 같이 전도성 매질이 선형, 균질, 등방성이며 비자성이라고 가정하고 (2-3)식의 연산자를 이용하여 (3-14)식을 다시 나타내면 다음과 같다.

$$\mathbf{k} \times \mathbf{H} = -\omega \mathbf{D} - i\sigma \mathbf{E} \quad (3-15)$$

결국, (3-15)식은

$$\begin{aligned} \mathbf{k} \times \mathbf{B} &= -\epsilon\mu\omega \mathbf{E} - i\sigma\mu \mathbf{E} \\ &= -\frac{\omega}{c^2} \left(\epsilon_r + i\frac{\sigma}{\epsilon_0\omega} \right) \mathbf{E} \quad \left[c^2 = \frac{1}{\epsilon_0\mu_0} \right] \end{aligned} \quad (3-16)$$

가 된다. 비전도성 매질일 경우의 (3-5)식과 (3-16)식을 비교해보면, 전도성 매질에서 유전상수는 복소 유전상수가 되어

$$\hat{\epsilon}_r = \epsilon_r + i\frac{\sigma}{\epsilon_0\omega} \quad (3-17)$$

이다. 그러면 (3-17)식은

$$\mathbf{k} \times \mathbf{B} = -\frac{\omega}{c^2} \hat{\epsilon}_r \mathbf{E} \quad (3-18)$$

로 나타낼 수 있다.

여기서 $\hat{\epsilon}_r \neq 0$ 이고 $\mathbf{k} \cdot \mathbf{E} = 0$ 이면 가로전자기파의 분산 관계는 (3-9)식과 같은 방법에 의해 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\hat{k} = \sqrt{\hat{\epsilon}_r} \frac{\omega}{c} = \hat{n} \frac{\omega}{c} \quad (3-19)$$

(3-17)식과 (3-18)식에 의하면, 전파벡터의 크기 \hat{k} 및 굴절률 \hat{n} 도 복소량이다. 때문에 전도성 매질 속에서 \hat{k} 나 $\hat{\omega}$ 는 모두 복소량이라고 가정해야 한다. 그러나 실제로는 전자기파가 시간에 대해 진동하므로 ω 는 실수이고, 공간적으로 전자기파가 감쇠하여 \hat{k} 가 복소수가 된다.

이 복소 전파 벡터 $\hat{\mathbf{k}}$ 를 구체적으로 알아보면, 결국 이것은

$$\hat{\mathbf{k}} = \mathbf{k}_r + i\mathbf{k}_i \quad (3-20)$$

로 나타낼 수 있다.¹⁶⁾ (3-20)식을 시공간에서 전기장을 표현한 다음의 식에

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = E_0 e^{-i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})} \quad (3-21)$$

에 대입하고 정리하면, 파장 $\lambda = 2\pi/k_r$ 이고 전파 방향이 \mathbf{k}_r 로 전파하는 평면파임을 알 수 있다. 그렇지만 진폭은 감소하여 일정치 않은데, \mathbf{k}_i 방향으로 급격하게 감소하게 된다. 그리고 $\hat{\mathbf{k}}$ 의 크기는

$$\hat{k} = \sqrt{\hat{\mathbf{k}} \cdot \hat{\mathbf{k}}} = \sqrt{k_r^2 - k_i^2 + 2i\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{k}_r} \quad (3-22)$$

이다. 그러므로 복소 굴절률 \hat{n} 도

$$\hat{n} = n + ix \quad \text{또는} \quad \hat{n} = \sqrt{\hat{\epsilon}_r} = \sqrt{\epsilon_r + i\frac{\sigma}{\epsilon_0 \omega}} \quad (3-23)$$

로 나타낼 수 있다.

(3-20)식과 (3-23)식을 (3-19)식에 대입하여, 정리하면

$$k_r = n\frac{\omega}{c} \quad \text{및} \quad k_i = x\frac{\omega}{c} = \alpha \quad (3-24)$$

인 관계가 성립한다. 이 관계로부터 전자기파는 위상 속도 c/n 의 위상속도와 2α 의 흡수계수로 전파한다는 것을 알 수 있다. 흡수 계수 2α 는 전자기장의 진폭이 매질 속에서 거리에 따라 감소하는 정도를 나타낸다.

3. 표피깊이

전도성 매질 속에서 전자기파가 진행해갈 때 진폭의 감쇠정도 또는 에너지의 감쇠 정도를 나타내는 척도로 감쇠상수 α 의 역수 즉,

$$\delta = \frac{1}{\alpha} = \frac{c}{\chi \omega} \quad (3-25)$$

를 표피깊이(skin depth) 또는 침투깊이라 한다.¹⁶⁾ 표피깊이란 전도성 매질과 같은 손실 매질의 표면에서 수직하게 입사한 전자기파가 그 처음 진폭값의 $1/e$ 만큼 감소하게 되는 깊이를 말한다.

완전 비전도성 매질에서 $\chi = \omega$ 이므로 표피깊이는 $\delta = \infty$ 가 되어 전자기파가 완전히 투과해 버리므로 전자기적으로 투명하다고 한다. 이 표피깊이를 파장으로 나타내면 매질 속에서 전자기파의 파장이 $\lambda = 2\pi/k_r = 2\pi c/n\omega$ 이므로 표피 깊이는

$$\delta = \frac{n\lambda}{2\pi\chi} \quad (3-26)$$

가 된다.

만일, (3-22)식 $\hat{n} = n + i\chi$ 또는 $\hat{n} = (\hat{\epsilon}_r)^{1/2} = (\epsilon_r + i\frac{\sigma}{\epsilon_0\omega})^{1/2}$ 에서 $\chi \cong n$ 이 될 정도로 전기전도도 σ 가 아주 크면 표피깊이는 $\delta = \lambda/2\pi$ 가 되어 한 파장 정도가 되고, $\chi \ll n$ 일 조건으로 전기전도도 σ 가 아주 작은 유전체와 같은 매질 속에서 표피깊이는 파장보다 훨씬 길게 되므로 거의 투명하게 된다.

지금까지 알아본 것들은 \mathbf{k}_r 과 \mathbf{k}_i 가 같은 방향을 가지는 경우에 대해서이다. 결과적으로 전자기파의 전파는 광학상수인 n 및 χ 에 의하여 결정되기 때문에 이 n 및 χ 가 물질 고유의 성질인 유전상수 ϵ_r 및 전기전도도 σ 와 어떤 관계를 가지고 있는지를 규명할 필요가 있다.

(3-23)식을 ϵ_r 및 σ 의 함수로 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\hat{\epsilon}_r &= \hat{n}^2 = n^2 - x^2 + i 2nx \\ &= \epsilon_{rr} + i \epsilon_{ni} = \epsilon_r + i \frac{\sigma}{\epsilon_0 \omega}\end{aligned}\tag{3-27}$$

(3-27)식에서

$$\epsilon_{rr} = n^2 - x^2 \quad \text{및} \quad \epsilon_{ni} = 2nx\tag{3-28}$$

이므로 (3-28)식으로부터 n 과 x 를 나타내면

$$n = \sqrt{\frac{1}{2} [\epsilon_{rr} + \sqrt{\epsilon_{rr}^2 + \epsilon_{ni}^2}]},\tag{3-29}$$

$$x = \sqrt{\frac{1}{2} [-\epsilon_{rr} + \sqrt{\epsilon_{rr}^2 + \epsilon_{ni}^2}]}\tag{3-30}$$

가 된다. 여기서 제곱근은 n 이나 x 값이 항상 양의 값이 될 것을 내포하고 있다. 이 사실은 원래의 복소 굴절률을 나타내는 (3-23)식에서도 분명하게 알 수 있다. 또 전기전도도 σ 가 양의 값 이므로 ϵ_{ni} 도

$$\epsilon_{ni} = \frac{\sigma}{\epsilon_0 \omega}\tag{3-31}$$

와 같이 양의 값을 가지므로 ϵ_{ni} 는 항상 에너지 손실을 수반하게 된다. 반면에 $\epsilon_{rr} = \epsilon_r$ 는 양 혹은 음일 수도 있는데, 정전기장이거나 비전도성 매질이면 $\epsilon_{rr} \geq 1$ 이고, 교류장이거나 금속같은 매질이면 $\epsilon_{rr} \leq 1$ 된다.

매질이 역시 금속과 같이 좋은 도체이고, 마이크로파 주파수나 그 비슷한 높은 각주파수 10^{14}sec^{-1} 이하인 경우이면

$$\epsilon_{ni} \gg |\epsilon_{rr}| \quad \text{이고,} \quad n \cong x \cong \sqrt{\frac{\epsilon_{ni}}{2}}\tag{3-32}$$

가 된다. 이 경우의 표피깊이는

$$\delta = \frac{1}{\alpha} = \frac{c}{x\omega} \cong \frac{c}{\omega} \sqrt{\frac{2}{\epsilon_{ri}}} \quad (3-33)$$

이 되며, (3-33)식에서 표피깊이 δ 는 $\zeta=0$ 인 경우, $\epsilon_{ri} = \sigma / \epsilon_0 \omega$ 가 되어 (3-33)식에 대입하면

$$\delta \cong \frac{c}{\omega} \sqrt{\frac{2}{\epsilon_{ri}}} = \sqrt{\frac{2}{\mu_0 \omega \sigma}} \quad (3-34)$$

가 된다. 그러므로 표피깊이는 전자기파의 각진동수 ω 와 전기전도도 σ 에 관계가 있다. ω 나 σ 가 아주 작아서 거의 0 에 가까우면 표피깊이 δ 는 무한대에 가까울 것이므로 전자기적으로 투명할 것이고, 반대로 ω 나 σ 가 무한대에 가까우면 표피깊이 δ 는 0 에 가까워서 거의 완전 차폐가 이루어질 것이다.



IV. 등방성 매질에서의 활성 상수

II장과 III장에서 알아본 기본이론과 등방성 매질에서의 굴절률과 표피깊이를 기본으로 하여 등방성 매질에서 ζ 항목이 어떻게 존재하는가를 고찰해 보겠다.

1. ζ 의 물리적 의미

활성상수 ζ 를 고려해야 할 때는 시공간의 불연속적인 대칭성과 관련있는 물리현상을 다룰때이다. 오랫동안 이산적 연산인 반전성과 시간 반전은 불변이라고 생각해왔다. 맥스웰 방정식이 P 대칭과 T 대칭 변환에 대해 불변인 것은 모든 물리법칙이 다른 연산자에 대해서도 불변임을 나타낸다고 생각해왔다. 그렇지만 1956년 이후에 그렇지 않다는 사실¹⁷⁾이 알려졌고, 1964년 이래로 CP도 같이 방해되고 있음이 증명되었다.¹⁴⁾ ζ 상수가 존재할 때 P와 CP 변환하에서는 비대칭적인 특성을 갖는다. 그리고 CP 방해 효과는 보통 약한 상호작용의 힘보다 더 작다고 알려져 있다. 그러므로 ζ 가 존재한다면 대단히 작은 값이 나오게 될 것이다. 그리고 C 변환에서는 ζ 에 관한 아무런 제한을 주지 않는다.

CP와 CPT의 비대칭은 보통 물질에서 어떤 반입자를 전혀 포함하지 않기 때문에 상수 ζ 를 인정하는 방법의 대역으로 삼을 수 없다. 그래서 ζ 를 인정하기 위해서는 큰 P 비대칭을 필요로 하게 된다. P 대칭 변환은 약한 상호작용에 의해 방해되고 작은 값을 가진 ζ 를 일으킬 수 있으므로 커다란 ζ 를 얻기 위해서는 매질에서 커다란 P 비대칭인 것을 찾으려 한다. 복잡한 매질을 고려할 때 매질 자체로부터 P 비대칭을 얻을 수 있는데, 잘 알려진 예가 바로 나선형 분자이다.¹⁸⁾

임의의 방향에 나선축을 갖고 있는 용액을 통한 전자기파의 이동을 고려할 때 만일 파장이 분자를 볼 수 없을 정도로 분자 차원보다 더 크다면, 등방성 매질

에서 고유의 P 비대칭을 가질 것이다. 이것은 커다란 ζ 항목을 낳고 물리적으로 광학 활성 현상으로 설명되어진다. P 대칭이 보존되려면 전자기파의 우향, 좌향 원편광 상태의 물리적 특성은 같다. 예를 들면, 진공에서의 반전성은 불변이다. 그러나 보통 매질에서는 그렇지 않다. ζ 항목 때문에 반전성이 보존되지 않는다. 그렇기 때문에 매질에서 우향, 좌향 원편광 전자기파는 다른 물리적인 특성을 갖는다.

선형 편광벡터 \hat{e}_1 과 \hat{e}_2 대신에, 다음과 같이 정의되는 우향, 좌향 원편광 벡터를 사용하여¹⁹⁾ 전자기파의 편광에 대해 알아보겠다.

$$\hat{e}_+ \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{e}_1 + i\hat{e}_2) \quad (4-1)$$

$$\hat{e}_- = \hat{k} \times \hat{e}_+ \quad (4-2)$$

이것은 다음 2절에서 언급하겠지만 $\hat{e}_+ \pm i\hat{k} \times \hat{e}_+$ 형태이다. 그리고 반전성 대칭에서 $\hat{e}_- \rightarrow -\hat{e}_-$ 이기 때문에 \hat{e}_+ 는 다음과 같이 되고

$$\hat{e}_+ = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{e}_1 - i\hat{e}_2) \quad (4-3)$$

이것은 바로 (4-1)식에서 보는 바와 같이 \hat{e}_- 임을 나타낸다. 결국, 반전성에서 $\hat{e}_+ \leftrightarrow \hat{e}_-$ 임을 알 수 있다.

매질에서 $x=0$ 인 흔히 일어나는 평면 편광파가 $+x$ 방향에서 움직이고 있을 때 $\theta=0$ 이 된다. 여기서 θ 는 전파 방향에 수직인 파의 방위각을 표시한다.²⁰⁾ 잘 알려져 있듯이 이 평면 편광파는 진폭이 같고 위상각이 $\theta_+(0) = \omega t$ 인 우향 원편광 파와 위상각이 $\theta_-(0) = -\omega t$ 인 좌향 원편광 파의 중첩이 된다. 괄호 안에 있는 0 은 위상이 $x=0$ 인 것을 나타낸다.

매질 내부에서 파가 퍼질 때 $\zeta \neq 0$ 이면 ω 의 값은 두개의 원편광 요소에 대한 파수 k 값과 일치한다. k_+ 와 k_- 가 그 값이다. 그러면 매질 안에서 거리 x 를 가로로 우향, 좌향 원편광 요소에 대한 위상각은 다음과 같이 된다.

$$\theta_+(x) = \omega t - k_+ x, \quad \theta_-(x) = -\omega t + k_- x \quad (4-4)$$

결과적으로

$$\theta(x) = \frac{1}{2} [\theta_+(x) + \theta_-(x)] = \frac{1}{2} (k_- - k_+) x \quad (4-5)$$

이다.

k_- 는 좌향 원편광의 파수이며 k_+ 는 우향 원편광의 파수를 의미한다. k_- 와 k_+ 의 차이점은 두 개의 좌우 원편광의 방향을 바꾸는 것이다. 이때, 바로 상수 ζ 가 0 이 아닐 때 이 현상을 설명할 수 있는 것이며, 전자기파는 물질을 통해 다른 속도로 이동하며 다른 굴절률과 흡수 계수를 갖는다.²¹⁾

이것은 파의 편광 방향이 매질 내에서 x 에 따라 바뀐다는 것을 나타내며 완전한 광학 활성의 현상을 보여 주고 있다.¹⁸⁾ 광학 활성은 두 원편광의 속도가 다르므로 투과하는 편광면이 회전 하게 된다.

$\zeta = 0$ 일 때 ϵ, μ 만의 매질은 비분산적이고, $\zeta \neq 0$ 일 때는 분산적이다. 더 복잡한 매질을 고려할 때는 매질 자체로부터 P 비대칭을 얻을 수 있다. 바로, 나선형 분자이며 설탕 용액이 그 예이다. 이 물질은 광학 활성 현상을 보인다.²²⁾

광학 활성 현상은 빛의 편광 상태를 조절할 수 있는 현상 중에 복굴절 현상 이외의 현상을 말하며 광활성을 가지는 대표적 물질은 소금 결정 및 수용액, 설탕 수용액, 수정 등 이다. 이들에 선형 편광된 빛이 통과하면 편광면이 회전하여 나오고, 회전된 각은 통과한 길이에 비례한다. 선형 편광은 항상 좌·우 원형 편광의 합으로 표시되고, 광활성 물질을 통과하는 동안 좌·우 편광의 위상 관계가 변화하여 결과적으로 회전된 선형 편광으로 나타나게 된다. 간단한 모형의 광활성 물질은 원자 또는 분자의 전자기장에 의한 편극의 경로가 나선 모양으로 구속되는 나선형 분자들로 이루어져 있고, 이 분자들은 우원형 편광과 좌원형 편광에 대해 다르게 상호작용하며, 각 원형 편광에 대해 다른 위상 속도 즉, 굴절률을 가지게 된다.

이것은 반전을 내포하는 대칭요소가 없는 구조의 광활성 매질에서, 좌·우 편광 상태를 가지는 빛이 두 독립적인 고유파로 작용함을 의미한다. 바로 이러한 점에서 활성상수 ζ 의 물리적 의미를 이해하여야 한다. 비슷한 경우는 전자와 핵 입자 사이에 반전성이 깨지는 약한 상호작용을 시험하는 광학 회전 실험에 응용되어 질 수 있다.²²⁾

뿐만 아니라, 시간반전도 약한 상호작용에 의해 보존되지 않는다. 시간반전 대칭 변환이 불변인 매질에서 ζ 상수는 허수부만 있고, 각진동수 ω 의 기함수이며 ϵ 과 μ 모두는 ω 의 우함수이다. 시간 반전 대칭이 깨질 때 파 벡터 \mathbf{k} 와 각진동수 ω 가 복소수로 주어지는 경우 평면파의 중첩 방정식에서 지수 요소는 시간과 함께 약간의 감폭(또는 증가)을 보여준다. 물리학적으로 이것은 매질로부터 흡수(또는 방출)에 해당된다. 뿐만 아니라 ζ 가 0일 때도 두 가로전파 방식의 흡수는 ϵ 와 μ 가 복소수인 경우 일어날 수 있다.²³⁾ 그러나 흡수는 두 전파 방식이 똑같은 경우에만 해당된다. ζ 가 0이 아닐 때는 그런 경우에 해당되지 않는다. 비흡수성 매질에서도, ζ 가 0이 아닌 경우의 전자기파는 물질을 통해 다른 속도로 이동하며 ω 가 모든 파벡터 \mathbf{k} 에 대한 실수값을 갖는다. 이것은 ϵ , μ 는 실수값이고 ζ 는 허수부만 있음을 의미한다.

이처럼 전자기 상수 ζ 는 ϵ , μ 두 개의 상수와는 다른 특성을 갖고 있다. 오직 P의 비대칭, CP의 비대칭에서 ζ 가 0이 아닌 매질을 볼 수 있다.

P, C, T, CP, CPT 대칭에서 T, CPT 대칭은 서로 모순되는 제한을 하고 있고, T 대칭에서는 ζ 가 ω 의 기함수이고, CPT에서는 ω 의 우함수이다. 이 중 하나가 ζ 상수의 존재를 불확실하게 하고 있다. 그러나 CP와 CPT의 비대칭에서 보통 물질은 어떤 반입자를 전혀 포함하지 않기 때문에 ζ 를 인정하는 방법의 대역으로 삼을 수 없다. 결국, P의 비대칭을 필요로 한다.

2. 비전도성 매질에서의 굴절률

비전도성 매질에서 활성상수 ζ 가 존재하면, (3-5)식에 ζ 항이 첨가되면서 맥스웰 방정식의 네 번째 식은 다음과 같이 된다.

$$\mathbf{k} \times \mu^{-1} \mathbf{B} = -\omega \epsilon \mathbf{E} - \zeta \omega \mathbf{B} \quad (4-6)$$

다시 (4-6)식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \mathbf{k} \times \mathbf{B} &= -\epsilon \mu \omega \mathbf{E} - \mu \zeta \omega \mathbf{B} \\ &= -\epsilon \mu \omega \mathbf{E} - \mu \zeta \omega \left(\frac{k}{\omega}\right) \mathbf{E} \quad (\mathbf{B} = \left(\frac{k}{\omega}\right) \mathbf{E}) \\ &= -(\epsilon \mu \omega + \mu \zeta k) \mathbf{E} \\ &= -(\epsilon_0 \epsilon_r \mu_0 \omega + \mu_0 \zeta k) \mathbf{E} \quad (\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r, \mu = \mu_0, \epsilon_0 \epsilon_r = 1/c^2) \\ &= -\left(\frac{\omega}{c^2} \epsilon_r + \mu_0 \zeta k\right) \mathbf{E} \quad [\epsilon_0 \mu_0 = \frac{1}{c^2}] \end{aligned} \quad (4-7)$$

(3-6)식을 이용하여 (4-7)식을 풀면

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \left(\epsilon_r + \mu_0 \zeta c^2 \frac{k}{\omega}\right) \quad (4-8)$$

가 되며, 다시 (4-8)식은

$$c^2 k^2 = \omega^2 (\epsilon_r + \mu_0 \zeta c^2 k / \omega) \quad (4-9)$$

이 된다. 그리고 각진동수는 다음과 같이 나타난다.

$$\begin{aligned} \omega^2 &= \frac{1}{\epsilon_r} (c^2 k^2 - \mu_0 \zeta c^2 \omega k) \\ &= \frac{1}{\epsilon_r} \left(1 - \frac{\mu_0 \zeta \omega}{k}\right) c^2 k^2 \end{aligned} \quad (4-10)$$

그리고 (3-12)식과 (4-10)식을 비교해 보면 $-\mu_0 \zeta \omega / k$ 항이 더 첨가됐다는 것

을 알 수 있다. 이처럼 ζ 상수가 첨가되면서 굴절률 $n = (\epsilon_r)^{1/2}$ 에서

$$n = \sqrt{\epsilon_r + \mu_0 \zeta c^2 \frac{k}{\omega}} \quad (4-11)$$

으로 굴절률이 유전상수에서만 관여되었던 것이 ζ 에도 관여되고 있음을 알 수 있다. 여기에서 SI단위계에서 굴절률이 ϵ_r 만으로 나타나지만, HL 단위계(Heaviside-Lorentz)에서는 굴절률은 다음과 같다.²⁾

$$n = (\epsilon\mu)^{1/2}, \quad n = (\epsilon\mu + \zeta\mu ck/\omega)^{1/2} \quad (4-12)$$

즉, 굴절률은 두 개의 상수 ϵ, μ 로 표현되지만, 활성상수가 존재하면 세 개의 상수 ϵ, μ, ζ 로 나타난다.

ω 가 0 이 아닌 실수라면 결국,

$$|\zeta| < \frac{k}{|\mu|\omega} \quad (4-13)$$

이 되고, 이것은 달리 가장 일반적인 매개변수화에서 외부 전하밀도 $\rho_{\text{ext}} = 0$ 이고, $\mathbf{J}_{\text{ext}} = 0$ 일 때 (2-24)식과 (2-25)식 및 ω 와 \mathbf{k} 가 다음과 같이 만족시켜야 하는 관계이다.

$$\epsilon \mathbf{k} \cdot \mathbf{E} = 0, \quad (4-14)$$

$$\epsilon \omega \mathbf{E} + \frac{1}{\mu} \mathbf{k} \times \mathbf{B} + \mathbf{k} \times \mathbf{B} + \zeta \omega \mathbf{B} = 0 \quad (4-15)$$

진공에서는 $\epsilon = \mu = 1$ 이고 $\zeta = 0$ 이기 때문에 (4-14)식은 명백하게 \mathbf{E} 가 전자기파의 전파방향에 수직임을 나타낸다. 그러므로 \mathbf{k} 에 수직인 두개의 기초 전파 벡터 $\hat{\mathbf{e}}_1$ 과 $\hat{\mathbf{e}}_2$ 를 갖는 전자기파^{1,7)}가 있는 매질에서, (4-14)식과 (4-15)식은 $\mathbf{B} = 0$ 이고 $\epsilon = 0$ 인 ω 일 때 세로의 전기장 경우를 만족시켜질 수 있다. 이 세로 방향 전기장의 물리학적 특성은 오직 ϵ 에만 의존하기 때문에, ζ 의 물리학적 의미를 가로의 전파방식(mode)으로 생각할 수 있다. 그래서, (4-15)식의

로부터 (2-4)식과 $\mathbf{k} \cdot \mathbf{E} = 0$ 을 이용하여 \mathbf{B} 를 소거할 수 있다. 그러면

$$\omega^2 \mathbf{E} = \frac{1}{\epsilon \mu} k^2 \mathbf{E} - \frac{\zeta}{\epsilon} \omega k \hat{\mathbf{k}} \times \mathbf{E} \quad (4-16)$$

이 된다. 그리고 (4-16)식에서 $\hat{\mathbf{k}} = \frac{\mathbf{k}}{k}$ 이다.

$\zeta = 0$ 일 때는 가로 조건 $\mathbf{k} \cdot \mathbf{E} = 0$ 을 제외하고 \mathbf{E} 에 관한 제한이 없으며 두 가로 전파방식은 같은 물리적 특성을 갖는다.

그렇지만, 두 개의 가로 전파방식은 $\zeta \neq 0$ 일 때 다른 특성을 갖는다. 가로 조건 $\mathbf{k} \cdot \mathbf{E} = 0$ 을 이용하여 (4-16)식을 표현하면 다음과 같다.

$$\omega^2 \hat{\mathbf{k}} \times \mathbf{E} = \frac{1}{\epsilon \mu} k^2 \hat{\mathbf{k}} \times \mathbf{E} + \frac{\zeta}{\epsilon} \omega k \mathbf{E} \quad (4-17)$$

선형 조합을 하기 위해 (4-16) \pm (4-17)를 하고 k 를 ik 로 대입하면, \mathbf{E} 와 $\hat{\mathbf{k}} \times \mathbf{E}$ 에 대한 한 쌍의 방정식을 다음과 같이 나타낼 수 있다.²⁾

$$[\omega^2 - (\frac{1}{\epsilon \mu} \pm i \frac{\zeta \omega}{\epsilon k}) k^2] (\mathbf{E} \pm i \hat{\mathbf{k}} \times \mathbf{E}) = 0 \quad (4-18)$$

(4-18)식의 해는 다음을 만족해야 한다.

$$\omega^2 = (\frac{1}{\epsilon \mu} + \frac{\lambda i \zeta \omega}{\epsilon k}) k^2 \quad (4-19)$$

$$\mathbf{E} = i \lambda \hat{\mathbf{k}} \times \mathbf{E}, \quad \lambda = \pm 1 \quad (4-20)$$

두 가로 전파방식은 동일한 분산 관계는 아니다. 또한, 임의의 선형 조합은 일반적으로 (4-16)식을 따르지 않는다. 그 조합은 (4-20)식을 만족시키고, 양과 음의 원편광 벡터 $\mathbf{E} \pm i \hat{\mathbf{k}} \times \mathbf{E}$ 를 나타낸다. 여기서 \mathbf{E} 는 $\hat{\mathbf{k}}$ 의 가로인 벡터이다.

시간반전이 보존되면 ϵ 과 μ 는 실수이고, ζ 는 허수부만 갖는다, 이런 경우에

$|\zeta| < k/(\omega|\mu|)$ 이면 ω 는 k 의 실수 값에 의해서 실수가 됨을 (4-19) 식으로부터 알 수 있다. 단색파의 진폭은 전파되는 동안 변하지 않을 것이고, 그것은 매질에서 흡수가 없음을 의미한다. 그러나 $\zeta \neq 0$ 이면 두 원편광 가로전파방식(TEM wave ; 가로전자기파)의 전파 속도는 다르게 나타난다.

보다 더 일반적으로 시간 반전 대칭은 방해되어질 수 있다. 그러므로 \mathbf{k} , ω 가 복소수로 주어지는 경우는 매질에서 흡수가 일어난다. $\zeta = 0$ 인 경우에도 두 가로 전파방식의 조합은 ϵ 과 μ 가 복소수인 경우 일어날 수 있다. 그러나 그 흡수는 두 전파방식이 똑같아야만 한다. 바로 3장 2절의 전도성 매질인 경우가 그것이다. 다시 말해, $\zeta \neq 0$ 인 경우와는 다르다.

비전도성 매질에서는 ω 가 모든 전파벡터 \mathbf{k} 에 대한 실수값이 되며, (4-18)식으로부터 ϵ , μ 는 실수 값이고 ζ 는 허수부만 있으며 $|\zeta| < k/(\omega|\mu|)$ 임을 의미한다. 따라서 비전도성 매질에서 ζ 가 존재하기 때문에 두개의 원편광 속력이 달라진다.

(4-19)식에 의해 $\zeta \neq 0$ 일 때 두 원편광 가로 전파의 속도는 다음과 같이 된다.

$$v_1 = c/n = c / \left(\epsilon_r - \frac{\mu_0 \zeta c^2 k}{\omega} \right)^{-1/2}, \quad (4-21)$$

$$v_2 = c/n = c / \left(\epsilon_r + \frac{\mu_0 \zeta c^2 k}{\omega} \right)^{1/2}. \quad (4-22)$$

(4-21)식은 $\mathbf{E} = i\hat{\mathbf{k}} \times \mathbf{E}$ 에서 유도된 전자기파의 위상 속도를 나타내며, (4-22)식은 $\mathbf{E} = -i\hat{\mathbf{k}} \times \mathbf{E}$ 인 파의 속도이다. (3-13)식과 비교하면 값이 다름을 알 수 있다.

3. 전도성 매질에서의 굴절률

전도성 매질에서 활성상수 ζ 가 존재하면 (3-15)식은 다음과 같이 된다.

$$i \mathbf{k} \times \mathbf{H} = -i\omega \mathbf{D} + \sigma \mathbf{E} - i\zeta \omega \mathbf{B} \quad (4-23)$$

다시 (4-23)식을 정리하여 표현하면

$$\mathbf{k} \times \mathbf{B} = -\omega \epsilon \mu \mathbf{E} - i\sigma \mu \mathbf{E} - \zeta \mu k \mathbf{E} \quad (4-24)$$

가 되며, 맥스웰 방정식 (3-4)식의 세째, 네째 식을 이용하면 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \mathbf{k} \times (\mathbf{k} \times \mathbf{E}) &= \omega \mathbf{k} \times \mathbf{B} \\ &= \omega (-\epsilon \mu \omega \mathbf{E} - i\sigma \mu \mathbf{E} - \zeta \mu k \mathbf{E}) \\ &= (-\epsilon \mu \omega^2 - \mu \zeta \omega k - i\sigma \mu \omega) \mathbf{E} \\ &= (-\epsilon_0 \epsilon_r \mu_0 \omega^2 - \mu_0 \zeta \omega k - i\sigma \mu_0 \omega) \mathbf{E} \\ &= \left(-\frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_r - \mu_0 \zeta \omega k - i\sigma \mu_0 \omega\right) \mathbf{E} \end{aligned} \quad (4-25)$$

$$\text{결국, } -k^2 \mathbf{E} = -\left(\frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_r + \mu \zeta \omega k + i\sigma \mu_0 \omega\right) \mathbf{E} \quad (4-26)$$

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \left(\epsilon_r + \frac{\zeta k}{\epsilon_0 \omega} + i\frac{\sigma}{\epsilon_0 \omega}\right) \quad (4-27)$$

이 되고, 복소 유전 상수는 다음과 같이 표현된다.

$$\hat{\epsilon}_r = \epsilon_r + \frac{\zeta k}{\epsilon_0 \omega} + i\frac{\sigma}{\epsilon_0 \omega} \quad (4-28)$$

이 식을 (3-16)식과 비교하면 $\zeta k / (\epsilon_0 \omega)$ 항이 첨가 되고, HL단위계에서는 SI단위계를 가우스단위계로 전환한 다음 4π 를 1로 바꾸면 복소 유전상수는

$$\hat{\epsilon}_r = \epsilon \mu + \frac{\zeta c k}{\omega} + i \frac{\sigma \mu}{\omega} \quad (4-29)$$

로 나타난다.

$\hat{\epsilon}_r \neq 0$ 이고 $\mathbf{k} \cdot \mathbf{E} = 0$ 이면, 가로전자기파의 분산관계는 동일한 방법으로 (3-13)식에서

$$\hat{k} = \sqrt{\hat{\epsilon}_r} \frac{\omega}{c} = \hat{n} \frac{\omega}{c} \quad (4-30)$$

와 같이 되고, 복소 굴절률 \hat{n} 도

$$\hat{n} = n + i\kappa = \sqrt{\hat{\epsilon}_r} = \sqrt{\epsilon_r + \frac{\zeta k}{\epsilon_0 \omega} + i \frac{\sigma}{\epsilon_0 \omega}} \quad (4-31)$$

로 나타낼 수 있다.

(4-30)식을 (4-31)에 대입하면 $k_r = n\omega/c$ 및 $k_i = \kappa\omega/c = \alpha$ 인 관계가 성립하나, 이때 n 값은 보통의 전자기학 교재에서 기술하는 ζ 가 0 일 때와는 다르게 표현된다. 그러므로 k_r 이 (3-24)식과 같지 않다. 새로운 $\zeta k / (\epsilon_0 \omega)$ 항이 나왔기 때문이다.



4. 표피깊이

표피깊이에서 활성상수 ζ 가 존재하면, (3-27)식에서 복소 유전 상수는 다음과 같고

$$\hat{\epsilon}_r = \epsilon_{rr} + i\epsilon_{ni} = \epsilon_r + \frac{\zeta k}{\epsilon_0 \omega} + i \frac{\sigma}{\epsilon_0 \omega} \quad (4-32)$$

$\epsilon_{ni} = \frac{\sigma}{\epsilon_0 \omega}$ 이기 때문에 (3-34)식과 같게 된다. 그래서 ζ 가 0 인 경우와 0 이 아닌 경우가 같은 것처럼 보이나 사실 두 개의 표피깊이는 다르다. 왜냐하면 (3-34) 식에서 각진동수 ω 값이 각각 다르기 때문이다.

ζ 가 0인 경우, 즉 (3-16)식에서 ω 는 다음의 방정식

$$k^2 = \frac{\omega}{c^2} (\epsilon_r + i \frac{\sigma}{\epsilon_0 \omega}) \quad (4-33)$$

에서

$$\begin{aligned} \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_r &= k^2 - i \frac{\omega \sigma}{\epsilon_0 c^2} \\ \omega^2 &= \frac{c^2}{\epsilon_r} (k^2 - i \frac{\omega \sigma}{\epsilon_0 c^2}) \\ \omega^2 &= (\frac{1}{\epsilon_r} - i \frac{\omega \mu_0 \sigma}{k^2 \epsilon_r}) c^2 k^2 \end{aligned} \quad (4-34)$$

로 표현된다.

$\zeta \neq 0$ 인 경우에 ω 는 식 (4-26)에서

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_r + \frac{\zeta \omega k}{c^2 \epsilon_0} + i \frac{\omega \sigma}{\epsilon_0 c^2}$$

이고

$$\frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_r = k^2 - \frac{\zeta \omega k}{c^2 \epsilon_0} - i \frac{\omega \sigma}{\epsilon_0 c^2}$$

이므로

$$\begin{aligned} \omega^2 &= \frac{c^2}{\epsilon_r} (k^2 - \frac{\zeta \omega k}{c^2 \epsilon_0} - i \frac{\omega \sigma}{\epsilon_0 c^2}) \\ &= \frac{1}{\epsilon_r} (1 - \frac{\zeta \omega}{c^2 \epsilon_0 k} - i \frac{\omega \sigma}{\epsilon_0 c^2 k^2}) c^2 k^2 \\ &= (\frac{1}{\epsilon_r} - \frac{\zeta \mu_0 \omega}{k \epsilon_r} - i \frac{\omega \mu_0 \sigma}{k^2 \epsilon_r}) c^2 k^2 \end{aligned} \quad (4-35)$$

로 나타난다. (4-34)식과 (4-35)를 비교하면 ω 가 다른 값이 나옴을 알 수 있다.

그래서 표피깊이 δ 값은 활성상수 ζ 가 존재하면 다른 값이 된다. 그리고 HL단

위계에서 ω^2 는 활성상수 ζ 가 0이 아닐 때

$$(\frac{1}{\epsilon \mu} - \frac{\omega \zeta}{\epsilon \mu c k} - i \frac{\omega \sigma}{\epsilon c^2 k^2}) c^2 k^2 \quad (4-36)$$

으로 표현된다.

5. 활성상수의 차원

등방성 매질에서 활성상수 ζ 가 존재할 때 굴절률과 표피깊이를 나타내는 새로운 항이 정확한지를 차원분석을 통하여 확인해 보겠다. 먼저 SI단위계에서 차원분석한 다음 일반적으로 전자기 현상을 기술할 때 사용하는 HL단위계에서도 구해보겠다.

1) SI단위계

SI단위계(국제단위계)의 기본 물리량의 차원을 길이를 L, 질량을 M, 시간을 T, 전류를 I 로 표기²⁴⁾하면, (2-22)식에서 전류밀도 J의 차원은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$[J] = L^{-2} M^0 T^0 I^1 \quad (4-38)$$

(2-22)식에서 첫 번째 항에서 유전율 ϵ 은

$$[\epsilon] = L^{-3} M^{-1} T^4 I^2 \quad (4-39)$$

로 나타내며, 같은 방법으로 둘째, 셋째 항의 μ , ζ 도 다음과 같이 표현된다.

$$[\mu] = L^1 M^1 T^{-2} I^2 \quad (4-40)$$

$$[\zeta] = L^{-2} M^{-1} T^3 I^2 \quad (4-41)$$

이로부터, SI단위계에서는 전자기 상수 ϵ , μ , ζ 모두가 차원을 갖고 있다. 그리고 파수 k 의 차원은 L^{-1} 이며 각진동수 ω 의 차원은 T^{-1} 이다. 또한 전기전도도 σ 의 차원은 다음과 같다.

$$[\sigma] = L^{-3} M^{-1} T^3 I^2 \quad (4-42)$$

비전도성 매질에서 굴절률 $n = (\epsilon_r)^{1/2}$ 인데 SI단위계에 ϵ_r 는 ϵ / ϵ_0 로서 차원은 다음과 같이 무차원이 된다.

$$[\epsilon_r = \epsilon / \epsilon_0] = \frac{L^{-3} M^{-1} T^4 I^2}{L^{-3} M^{-1} T^4 I^2} = L^0 M^0 T^0 I^0 \quad (4-43)$$

여기서 유전율 ϵ 과 진공중의 유전율 ϵ_0 는 모두 같은 차원이고 SI단위계에서 ϵ_r 은 무차원이 되며, 굴절률도 무차원이다.

활성상수 ζ 가 있을 때 비전도성 매질에서 나온 새로운 항 $\mu_0 \zeta c^2 k / \epsilon$ 의 차원분석하면 μ_0 는 $L M T^{-2} I^{-2}$ 이고, c 차원은 $L T^{-1}$ 이며 (4-41)식의 ζ 의 차원에 의해 새로운 항의 차원은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & [\mu_0 \zeta c^2 k / \omega] \\ & = L M T^{-2} I^{-2} \times L^{-2} M^{-1} T^3 I^2 \times L^2 T^{-2} \times L^{-1} \times T^{-1} \\ & = L^0 M^0 T^0 I^0 \end{aligned} \quad (4-44)$$

이것은 새로운 항이 ϵ_r 과 같이 무차원임을 나타내어, 새로운 식이 정확하다는 것을 뜻한다.

다음으로 전도성 매질에서 (4-28)식의 새로 나온 항 $\zeta k / (\epsilon_0 \omega)$ 에 대해 차원 분석하기 위해, 각각의 차원을 대입하면

$$\begin{aligned} [\zeta k / (\epsilon_0 \omega)] & = (L^{-2} M^{-1} T^3 I^2 \times L^{-1}) / (L^{-3} M^{-1} T^4 I^2 \times T^{-1}) \\ & = L^0 M^0 T^0 I^0 \end{aligned} \quad (4-45)$$

로 표현된다. 이로 부터, 전도성 매질에서도 새로운 항이 무차원임을 알 수 있다.

표피깊이에서는 (4-45)식의 새로운 항 $\zeta \mu_0 \omega / (k \epsilon_r)$ 을 각각의 차원을 대입 하면 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} [- \zeta \mu_0 \omega / (k \epsilon_r)] \\ & = (L^1 M^1 T^{-2} I^2 \times L^{-3} M^{-1} T^3 I^2 \times T^{-1}) / L^{-2} \\ & = L^0 M^0 T^0 I^0 \end{aligned} \quad (4-46)$$

표피깊이에서도 활성상수 ζ 가 첨가된 항이 정확하다는 것을 알 수 있다.

2) HL단위계

HL단위계는 가우스 단위계에서 나타나는 4π 계수를 1로 바꾸면 된다. 그래서 가우스 단위계와 같은 차원 값을 갖게 된다. 즉, 기본량의 차원은 L, M, T로 주어진다.

(4-12)식, (4-29)식, (4-36)식에 나온 비전도성, 전도성 매질, 표피깊이에서 활성화 상수 ζ 가 첨가된 새로운 항의 차원을 분석해 보겠다.

우선 HL단위계에서 ϵ , μ , ζ 의 차원을 구하기 위해, (2-22)식을 HL단위계로 표현하면 다음과 같다.

$$\mathbf{J}_{\text{ind}} = -i(\epsilon - 1)\omega\mathbf{E} + i(1 - \mu^{-1})\mathbf{k} \times \mathbf{B} - i\zeta\omega\mathbf{B} \quad (4-47)$$

전류밀도 \mathbf{J} 의 차원은

$$[\mathbf{J}] = L^{-1/2}M^{1/2}T^{-2} \quad (4-48)$$

가 되며, (4-47)식의 첫 번째 항에서 유전율 ϵ 의 차원은 다음과 같다.

$$[\epsilon] = L^0M^0T^0 \quad (4-49)$$

이상에서와 같이 μ , ζ 의 차원도 무차원이 된다. 바로, 전자기 상수 ϵ , μ , ζ 는 HL단위계에서 무차원 상수가 된다.

뿐만 아니라, (4-12)식에서의 새로운 항 $\zeta\mu ck/\omega$ 의 차원을 분석하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} [\zeta\mu ck/\omega] &= (L^0M^0T^0 \times L^0M^0T^0 \times LT^{-1} \times L^{-1}) / T^{-1} \\ &= L^0M^0T^0 \end{aligned} \quad (4-50)$$

이와 같이 (4-12)식의 새로운 항 차원은 굴절률의 차원과 같음을 알 수 있고, (4-29)식에서 새로운 항 $\zeta ck/\omega$ 차원은 각각의 차원을 대입하면

$$\begin{aligned}
 [\zeta c k / \omega] &= (L^0 M^0 T^0 \times L T^{-1} \times L^{-1}) / T^{-1} \\
 &= L^0 M^0 T^0
 \end{aligned}
 \tag{4-51}$$

로 나타내어 진다.

또한, 표피깊이의 각진동수에서 새로 나온 항 $\omega \zeta / \epsilon \mu c k$ 의 차원은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 [\omega \zeta / \epsilon \mu c k] \\
 &= (T^{-1} \times L^0 M^0 T^0) / (L^0 M^0 T^0 \times L^0 M^0 T^0 \times L T^{-1} \times L^{-1}) \\
 &= L^0 M^0 T^0
 \end{aligned}
 \tag{4-52}$$

지금까지 알아 본 바와 같이 모든 식이 정확함을 확인할 수 있었다.

V. 결 론

등방성 매질에서의 활성상수에 관한 본 연구에서, 물질속에서 활성상수 ζ 가 존재할 수 있음을 알았고, 그에 따른 비전도성 매질과 전도성 매질에서의 굴절률과 파의 속도를 구하였다. 그리고 표피 깊이에서도 각진동수 ω 값이 활성상수 ζ 가 존재하면서 다른 값이 나옴을 알게 되었는데 요약하면 다음과 같다. 아울러 새로 첨가된 ζ 항의 관련된 모든 식은 차원분석을 하여 확인하였다.

첫째, 활성상수 ζ 가 0 이 아닌 경우 비전도성 등방성 매질에서의 굴절률은 $(\epsilon_r + \mu_0 \zeta c^2 k / \omega)^{1/2}$ 가 되어 $\zeta = 0$ 일 때와는 달랐고, 두 원편광 가로 전파의 속도는 $c / (\epsilon_r + \mu_0 \zeta c^2 k / \omega)^{-1/2}$, $c / (\epsilon_r - \mu_0 \zeta c^2 k / \omega)^{-1/2}$ 이 되어 광학 활성에서 좌·우 원편광 두 파의 속도가 다르게 나타났다. 그리고 새로운 $\mu_0 \zeta c^2 k / \omega$ 항이 더 첨가되면서 다른 전파 속도를 나타냈다.

둘째, 전도성 있는 등방성 매질에서 활성상수 ζ 가 0 이 아닌 경우 굴절률은 $(\epsilon_r + \frac{\zeta k}{\epsilon_0 \omega} + i \frac{\sigma}{\epsilon_0 \omega})^{1/2}$ 가 된다. 복소 굴절률 \hat{n} 는 $n + ix$ 로 나타나는데, 전자기파의 위상 속도는 c/n 로 ζ 가 0 인 경우와 0 이 아닌 경우 $\zeta k / (\epsilon_0 \omega)$ 항 때문에 다르게 나타났다. 흡수 계수도 2α 즉, $2(x\omega)/c$ 로 각진동수 ω 가 ζ 가 0 인 경우와 0 이 아닌 경우가 서로 다르기 때문에 굴절률이 다르게 나타났다. 새로운 $\zeta k / (\epsilon_0 \omega)$ 항이 나오면서 굴절률과 흡수계수가 다르게 나타난다.

셋째, 표피깊이 δ 는 $(2/(\mu_0 \omega \sigma))^{1/2}$ 로 나타나는데 활성상수 $\zeta = 0$ 일 때 ω 는 $(\frac{1}{\epsilon_r} - i\frac{\omega \mu_0 \sigma}{k^2 \epsilon_r}) c^2 k^2$ 이 되고, $\zeta \neq 0$ 일 때는 새로운 $-\zeta \mu_0 \omega / (k \epsilon_r)$ 항이 첨가 되면서 ω 는 $(\frac{1}{\epsilon_r} - \frac{\zeta \mu_0 \omega}{k \epsilon_r} - i\frac{\omega \mu_0 \sigma}{k^2 \epsilon_r}) c^2 k^2$ 로 되어서 표피깊이 값이 달라졌다.

참 고 문 헌

1. E. U. Condon ; Theories of optical rotatory power, Rev. Mod. Phys. 9, pp. 432-457 (1937).
2. José F. Nieves, Palash B. Pal ; Third electromagnetic constant of an isotropic medium, Am. J. Phys. 62 (3), pp.207-216 (1994).
3. D. Halliday , R. Resnick and J. Walker ; Fundamentals of Physics , 4th. ed., John Wiley and Sons, Inc., New York, pp.740-757 (1993).
4. 오철한 (Paul Lorrain, Dale R. Corson저) ; 기초전자기학, 서울, 학문사, pp. 106-320 (1987).
5. Edward M. Purcell, Electricity and Magnetism, Berkely Physics Course Vol. 2, McGraw-Hill, New York, pp.330-331 (1989).
6. 김종오 (G. R. Fowels저) ; 현대광학, 서울, 과학서적센타, pp.38-39 (1979).
7. J. D. Jackson ; Classical Electrodynamics ,Wiley, New York, pp.56-90 (1975).
8. 강우형 외 3인(Roald K. Wangsness저) ; 전자기학, 서울, 한동 도서출판, p.232 (1988).
9. 박덕규 ; 전자기학, 서울, 청문각, p.98, (1996).
10. 박덕규 ; 전자기학, 서울, 청문각, p.198 (1996).
11. 강주상 (Mary L. Boas저) ; 수리물리학, 서울, 이우출판사, pp.133-135 (1984).
12. 정원모 (Arthur Beiser저) ; 현대물리학, 서울, 탐구당, pp.479-482 (1983).
13. 전유방 (J. C. Polkinghome저) ; 소립자 연극, 서울, 전파과학사, p.73, (1985).

14. 전유방 (J. C. Polkinghome저) ; 소립자 연극, 서울, 전파과학사, pp.76-79 (1985).
15. 전유방 (J. C. Polkinghome저) ; 소립자 연극, 서울, 전파과학사, pp.80-81 (1985).
16. 박덕규 ; 전자기학, 서울, 청문각, pp.286-301 (1996).
17. 한명수 (高野義郎저) ; 물리학의 재발견[下], 소립자와 시간공간, 서울, 전파과학사, p.245 (1981).
18. 장준성의 6인 ; 현대 광학, 서울대학교 광학 연구회, 서울, 교문사, p.266 (1996).
19. J. D. Jackson ; Classical Electrodynamics ,Wiley, New York, p.275 (1975).
20. B. Rossi ; Optics ,Addision-Wesley, Reading MA, pp.67-102 (1957).
21. 김병희 외 ; 성문 이화학 사전, 서울, 성문각, p.105 (1983).
22. 권녕대의 2인 (Francis A. Jenkins, Harvey E. White 저) ; 광학, 서울, 문운당, pp.603-617 (1979).
23. 장준성의 6인 ; 현대 광학, 서울대학교 광학 연구회, 서울, 교문사, p.247 (1996).
24. 박기수 (William Hayt 저) ; 전자기학, 서울, 청문각, pp.516-521 (1981).

<Abstract>

The Activity Constant of an Isotropic Medium*

Kang , Chang - Hyeon

Physics Education Major

Graduate School of Education, Cheju National University

Cheju, Korea

*Supervised by Professor **Kang , Jeong - Woo***

The physical significance of the activity constant ζ , which is needed to describe electrodynamics of an isotropic medium, is discussed in electroconductive media and non-electroconductive media.

In non-electroconductive media, where the sources of the charge density ρ and current density \mathbf{J} , and the conductance σ vanish, the speed of propagation and the refractive index of two circularly polarized transverse modes are different, and the physical phenomena called as the optical activity take place.

Also in electroconductive media, in which energy of electromagnetic wave through the medium is damped, the phase velocity and the absorption coefficient of the electromagnetic waves depend on ζ . The skin depth and the angular frequency also depend on ζ .

* A thesis submitted to the Committee of the Graduate School of Education, Cheju National University in partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Education in August, 1997.