석사학위논문

고차경계요소법을 이용한 파와 구조물의 비선형 상호작용 해석

제주대학교 대학원

해양정보시스템공학과

고 혁 준

2008년 2월

Nonlinear Interaction between Waves and a Structure Using the Higher Order Boundary Element Method

Hyeok-Jun Koh

(Supervised by Professor Il-Hyoung Cho)

A Thesis submitted in partial fulfillment of the requirement for the degree of Master of Engineering

2008. 2

Department of Oceanic Information and System Engineering

GRADUATE SCHOOL

CHEJU NATIONAL UNIVERSITY

고차경계요소법을 이용한
파와 구조물의 비선형 상호작용 해석

지도교수 조 일 형

고 혁 준

이 논문을 공학석사 학위논문으로 제출함

2008년 2월

고혁준의 공학석사 학위논문을 인준함

심사위원장 _____ 인

위　　원 _____ 인

위　　원 _____ 인

제주대학교 대학원

2008년 2월

SUMMARY

The demand for the coastal space utilization is increasing as the standard of living improves and necessity of safe coastal structure is also being concerned as the intensity of natural disasters increases. But the reliable numerical tool for designing coastal structure in heavy ocean condition has not been existed. Numerical Wave Tank(NWT) that is developed as the basic frame on the interaction between waves and a structure can consider the nonlinear effect in order to give the correct and reliable results. NWT is also able to execute the wide range of parametric study for the numerical model with the reduced time and expense, compared to the laboratory experiment. In this thesis, the nonlinear interaction between waves and a structure(submerged horizontal plate, submerged step) as well as the nonlinear wave generation in 2-diemensional wave tank have been investigated under the assumption of nonlinear potential theory.

Boundary value problem for NWT was transformed into Boundary Integral Equation(BIE) using Green's identity. In order to obtain the unknown values along the boundary, the boundaries enclosing the fluid domain were divided into several elements. And then a higher order Boundary Element Method(BEM), which expresses a higher order shape function and node value for shapes and variables, was applied to each element. A higher order Taylor expansion was used for updating the free surface shape and the potential value in time. Numerical calculation has been performed to verify the nonlinear interaction between waves and a structure(horizontal plate and a submerged step). It was found that the reflection and transmission coefficients by a structure shows good agreements with the experimental results of Patarapanich and Cheong(1989) and Losada(1997) respectively.

Moreover, it was noted that the higher harmonics, which is generated in shallow water due to a horizontal plate or a submerged step installed in NWT, is transferred to the transmission side. The variety of regular and irregular waves by controlling the wavemaker motion was generated in NWT for future analysis of nonlinear interaction between irregular waves and a structure.

목 차

SUMMARY i

목 차 iii

그림 및 표 목차 v

제 1 장 서 론 1

제 2 장 문제의 정식화 7

2.1 지배방정식과 경계조건식 8

2.2 시간 적분 12

제 3 장 수치 모델 19

3.1 경계적분 방정식 19

3.2 경계적분 방정식의 이산화 21

3.2.1 경계값 문제의 정의 21

3.2.2 경계요소를 이용한 경계적분 방정식의 이산화 22

3.2.3 좌표 변환 24

3.3 조파판에 의한 파의 생성 30

3.4 불규칙파 재현 기법 33

3.5 파 흡수 기법 36

3.6 교차점(intersection point) 취급 방법 38

3.7 시간 간격 최적화 기법 39

3.8 시간 전개 기법 40

제 4 장 해석 결과 및 적용 41

4.1 규칙파 생성 예 41
4.1.1 신뢰성 검증 42
4.1.2 파형 검증 45
4.1.3 소파 성능 검증 50
4.2 규칙파와 수평판 52
4.2.1 신뢰성 검증 53
4.2.2 반사율과 투과율 계산 54
4.2.3 고차 조화항 해석 58
4.3 사각형 잠제 66
4.3.1 신뢰성 검증 67
4.3.2 반사율과 투과율 계산 68
4.3.3 고차 조화항 해석 71
4.4 불규칙파 생성 예 76
4.4.1 신뢰성 검증 77
4.4.2 스펙트럼 비교 78
4.4.3 불규칙파의 파형 분석 79
제 5 장 결 론 82
참 고 문 헌 84
부 록 91
A. CADMAS-SURF 91
B. 입사파와 반사파의 분리기법 94
C. 계수 c_{ij} 와 F_j 98
감사의 글 101

그림 및 표 목차

Fig. 2.1. Computational domain for boundary element method.....8

Fig. 2.2 Orthogonal curvilinear (s,n) system.....14

Fig. 3.1 Transformation of coordinates on the boundary.....25

Fig. 3.2. Rigid body motion(translation and rotational motion).....31

Fig. 3.3. Variation of damping function in a damping zone 37

Fig. 4.1. Definition sketch of numerical wave tank for wave generation.....41

Fig. 4.2. Check of accuracy by the volume change error $(\varepsilon_v : -)$ and continuity error $(\varepsilon_c : \cdots)$ 44

Fig. 4.3. Wave signals measured at $x = 16\text{m}$ $(\cdots)$ and starting point of damping zone $(-)$. .46

Fig. 4.4. Wave signals measured at $x = (a),(b):16\text{m},(c):15\text{m}$ $(\cdots)$ and starting point of damping zone $(-)$. 47

Fig. 4.5. Wave snap shot at sec after starting of wavemaker.....49

Fig. 4.6. Reflection coefficient as a function of the length of damping zone 50

Fig. 4.7. Definition sketch of numerical wave tank for submerged plate.....52

Fig. 4.8. Check of accuracy by the volume change error (ε_v) and continuity error (ε_c) during computations for $d/L = 0.2$, $d'/d = 0.3$, and $B/L' = 0.5$. 53

Fig. 4.9. Comparison of reflection and transmission coefficients for $d/L = 0.2$, $d'/d = 0.3$, and $H/L = 0.012$ (Experiment:▲, linear potential:—, CADMAS-SURF:●, BEM: ■). 55

Fig. 4.10. Comparison of reflection and transmission coefficients for $d/L = 0.2$, $B/L = 0.5$, and $H/L = 0.012$ (Experiment:▲, linear potential:—, CADMAS-SURF: ●, BEM:■). 57

Fig. 4.11. Comparison of higher harmonic transmission coefficients(1st:●, 2nd:■, 3rd:▲)between BEM(—) and CADMAS-SURF(⋯) for $d/L = 0.2$, $d'/d = 0.3$, and $H/L = 0.012$. 59

Fig. 4.12. Comparison of higher harmonic transmission coefficients(1st:●, 2nd:■, 3rd:▲)between BEM(—) and CADMAS-SURF(⋯) for $d/L = 0.2$, $B/L = 0.5$, and $H/L = 0.012$. 60

Fig. 4.13. Wave signal(BEM:—, CADMAS-SURF:⋯) measured at reflection side(10.2 m) and transmission side(23 m) for $d/L = 0.2$, $B/L = 0.5$, and $d'/d = 0.4$. 62

Fig. 4.14. Wave signal(BEM:—, CADMAS-SURF:⋯) measured at reflection side(10.2 m) and transmission side(23 m) for $d/L = 0.2$, $B/L = 0.5$, and $d'/d = 0.2$ 63

Fig. 4.15. Surface elevation (a) and first three normalized wave harmonic amplitudes (b) at $t = 35$ sec for $d/L = 0.2$, $B/L = 0.5$, and $d'/d = 0.4$. 64

Fig. 4.16. Surface elevation (a) and first three normalized wave harmonic amplitudes (b) at $t = 35$ sec for $d/L = 0.2$, $B/L = 0.5$, and $d'/d = 0.2$ 65

Fig. 4.17. Definition sketch of numerical wave tank for submerged breakwater. 66

Fig. 4.18. Check of accuracy by the volume change error $(\varepsilon_v : -)$ and continuity error $(\varepsilon_c : \cdots)$ during computations for $T = 2.7$ sec., $H = 0.0253$ m, and $kh = 0.54$ ...67

Fig. 4.19. Comparison of reflection(Experiment:▲, BEM:●) and transmission (Experiment:△, BEM:○) coefficients.....70

Fig. 4.20. Comparison of higher harmonic transmission coefficients(1st:●, 2nd:■, 3rd:▲). ...72

Fig. 4.21. Surface elevation (a) and first three normalized wave harmonic amplitudes (b) at $t = 85$ sec for $T = 2.5$ sec, $H = 0.0196$ m, and $kh = 0.58$ 73

Fig. 4.22. Surface elevation (a) and first three normalized wave harmonic amplitudes (b) at $t = 85$ sec for $T = 1.6$ sec, $H = 0.0308$ m, and $kh = 0.99$ 74

Fig. 4.23. Surface elevation (a) and first three normalized wave harmonic amplitudes (b) at $t = 85$ sec for $T = 1.2$ sec, $H = 0.0319$ m, and $kh = 1.47$ 75

Fig. 4.24. Definition sketch of numerical wave tank for irregular wave generation.....76

Fig. 4.25. Check of accuracy by the volume change error $(\varepsilon_v : -)$ and continuity error $(\varepsilon_c : \cdots)$ 77

Fig. 4.26. Comparison of the target spectrum and the estimated spectrum obtained from wave signals 78

Fig. 4.27. Wave signals measured at $\mathbf{x = 15m}$ 80

Fig. 4.28. Surface elevations at $\mathbf{t = 100\ sec}$ 81

Table 4.1. Incident wave parameters for calculations of reflection and transmission coefficients.....69

제 1 장 서 론

경제가 발전하면서 육상 공간의 부족 및 환경오염 등의 이유로 해안 및 해양 공간의 이용은 계속 증가되고, 국민 소득이 높아짐에 따라 해양 레저 스포츠 증가에 따른 해안공간에 대한 관심이 높아지고 있는 추세이다. 또한 지구 온난화로 인한 태풍과 폭풍해일 등 자연재해의 강도는 점차 증가하는 상황에서 기존의 해안 및 해양 구조물 설계기법은 이러한 상황 변화에 대해 충분한 대처 능력을 갖지 못하는 실정이다. 앞으로의 해안 및 해양 구조물 설계기술은 점차 높아지는 파의 강도변화를 충분히 고려한 정확한 해석 및 모형실험 기법들이 개발되어야 하며 이를 바탕으로 해안 및 해양 구조물들이 개발, 제작, 건설 되어야 한다. 해안 및 해양 구조물 설계기술에 널리 활용되고 있는 수치파동수조를 이용한 파와 구조물의 수치해석기법은 선형이론에서는 고려할 수 없는 비선형 효과를 포함할 수 있으며, 수리모형실험에 비하여 시간과 비용을 크게 줄일 수 있어 개발 모델의 광범위한 성능 평가를 위하여 널리 사용되고 있다.

수치파동수조와 관련된 수치해석기법에는 유한차분법(finite difference method), 유한요소법(finite element method), 경계요소법(boundary element method) 등 여러 가지가 있다. 유한차분법은 해석영역을 직교격자망으로 분할하고 격자망의 폭을 충분히 작은 것으로 가정하여 미분방정식을 차분방정식(difference equation)으로 이산화하는 방법이다. 이 방법은 이산화의 수순이 명쾌하고 쉽게 사용할 수 있다는 장점을 가진 반면, 직교격자망에서는 곡선경계의 형상을 정확하게 표현할 수 없다는 단점을 가지고 있다. 2차원 비압축성, 점성유체를 대상으로 하며 복잡한 자유표면 형상 해석을 가능케 한 Hirt and Nichols(1981)의 VOF(volume of fluid)법은 유한차분법의 대표적인 수치기법으로 마찰이나 박리와 같은 점성효과를 고

려할 수 있고 쇄파(breaking wave)와 같은 강한 비선형 현상을 재현할 수 있는 장점을 가지고 있으나 상대적으로 많은 계산시간과 컴퓨터 용량을 요구한다는 단점을 갖고 있다. VOF법을 수치파동수조에 적용한 연구로는 일본의 연안개발기술연구 센터에서 개발된 CADMAS-SURF(2003), Van der Meer 등의 SKYLLA(1992), Troch의 VOFbreak(1997) 등이 있다. 특히 CADMAS-SURF는 부분셀(partial cell parameter)을 도입하여 셀 내에 사면을 표현할 수 있는 NASA-VOF2D(Torrey el al., 1985) 기법을 적용하고 있으며, 사용자가 구조물의 형태 및 입사파의 조건 등을 쉽게 입력하여 필요한 결과물을 얻을 수 있는 범용 프로그램이다. 국내에서는 김도삼 등(2001, 2002)이 VOF법에 기초한 2차원 수치파동수조를 이용하여 잠제 천단에서 쇄파의 재현과 잠제에 의한 수심의 급변화로 발생하는 잠제 상단에서의 강한 비선형 성분파를 관찰하였다. 또한 허동수 등(2003)은 불규칙파를 조파하여 잠제 배후에서 쇄파로 인한 파랑 에너지의 감소를 확인하였다.

유한요소법은 해석영역을 요소라 불리는 작은 영역으로 분할하여 미분방정식의 해를 구하는 방법으로서, 삼각형 또는 부등 사변형의 요소를 주로 사용하므로 유한차분법에 비하여 곡선경계를 잘 표현할 수 있지만 유한차분법과 마찬가지로 많은 계산시간과 컴퓨터 용량을 요구하는 단점을 보인다. 수면파 문제로의 유한요소법 적용은 Taylor(1969)의 항만진동 문제를 시작으로 하여, Berkhoff(1972), Sakai(1975)등은 선형 포텐셜이론에 근거한 완경사 방정식(mild slope equation)을 유한요소법으로 풀어 파의 회절 및 산란 문제에 적용하였다. 강비선형 포텐셜 모델에 대한 2차원 파동문제로의 유한요소법 적용은 비선형인 자유표면조건과 방사경계면 처리의 어려움이 있어 그 적용 예가 많지 않다. 관련 논문으로는 Ikekawa(1973)가 슬러싱(sloshing) 문제에 적용하였고, Kurada(1979)는 원기둥에 작용하는 비선형 파력을 섭동법(perturbation method)을 사용하여 표현하였고 수치기법으로 유한요소법을 사용하였다. 유한 진폭파의 재현과 부유체 운동 문제에 적용한 예로는 Takikawa의 연구 등이 대부분이다.

유한차분법과 유한요소법과 같이 해석영역을 격자나 요소로 분할하는 방법과 달리 경계요소법은 특이점을 해석영역을 둘러싼 경계면에 분포시켜 해를 구하는 방법이다. 시간에 따른 자유수면의 변화로 해석영역내의 격자나 요소를 매 시간마다 다시 수정해야 하는 유한차분법이나 유한요소법과 달리 경계요소법은 경계면상의 절점(nodal point)에서의 미지수 즉, 수면형상과 포텐셜 값이 시간에 따라 변하며 해석영역 내부의 미지수들은 경계면상의 미지수들로부터 쉽게 얻어지므로 해석영역 내의 격자나 요소를 매시간 마다 재수정하는 번거로움을 피할 수 있다. 미지수들이 경계면상의 절점에만 위치하므로 유한차분법과 유한요소법에 비하여 계산용량과 계산시간을 크게 줄일 수 있다. 또한 시간에 따른 변화가 큰 자유표면상에 절점을 선택적으로 조밀하게 분포시킬 수 있어 적은 절점의 개수에 비하여 정확한 결과를 얻을 수 있다. 그러나 쇄파 발생 시 계산을 지속할 수 없다는 점과 마찰과 박리에 의한 점성효과를 고려할 수 없다는 단점을 지니고 있다. 초기에는 주로 주기성을 갖는 파의 전파와 유체영역 내부에 물체가 없는 경우에 대한 해석(Dommermuth 등, 1988)이 대부분을 차지하였으나, 최근에는 비선형파와 물체와의 상호작용이 주로 연구되고 있다. 고차경계요소법(higher order boundary element method)은 경계요소 위에서 미지함수를 일정하게 근사 시키는 일정요소법(constant panel method) 및 미지함수를 1차함수로 근사하여 나타내는 1차요소법과 대별하여 경계요소 내의 미지함수를 2차함수 이상으로 근사하여 나타내는 경계요소법을 통칭한다(성홍근·Grilli, S.T., 2005). Romate(1989)는 고차경계요소법을 이용하여 비선형 진행파문제를 다루었고, Broeze(1993)는 해저지형의 변화에 의해 생성되는 비선형파의 생성 및 회절을 계산하였다. 한편, 3차 이상의 고차경계요소법으로는 스플라인(spline)함수를 활용하는 기법과, 일반적인 2차 경계요소기법을 확장하여 적용하는 방법이 있다. 스플라인을 이용하는 방법은 Ortiz and Douglass(1993)와 Pelekasis 등(1992)의 연구 등에서 나타난 바와 같이, 포텐셜과 그 시간 미분치의 분포를 스플라인 함수를 이용하여 내삽하고 적절한

끝단 조건을 부과하는 방법을 사용한다. Grilli 등(2001)은 Grilli 등(1989)이 제안한 2차원 파동문제에 대한 3차 경계요소법을 3차원 공간으로 확장하였고, 성 등(2005)은 Grilli 등(2001)의 3차 경계요소법을 해석해와 비교하여 정확도와 수렴성을 확인하였다.

지난 30여년 동안 비선형 자유표면 경계조건을 고려한 2차원 강비선형 포텐셜 유동(Fully Nonlinear Potential Flow)을 해석하기 위하여 많은 모델들이 개발되어왔다(Longuet-Higgins and Cokelet, 1976, Grilli 등, 1989 등). 초기의 모델들은 주로 심해파(deep water wave)에 한정되어 쇄파(breaking wave)의 물리적 특성을 연구하는 목적으로 사용되었으나, Subramanya and Grilli(1994)는 강비선형 포텐셜 유동 해석 모델에 조파판에 의한 파의 생성과 수조 끝단에 소파장치와 같은 역할을 하는 흡수/방사 기법을 적용하여 해안의 경사면(slope)에서의 천수효과(shoaling effect)로 발생하는 쇄파의 생성을 수치해석하였다. 또한 Grilli and Horrillo(1997)은 비선형 포텐셜 유동을 근거로 한 고차 경계요소법을 사용하여 완경사면(mild slope)을 따라 진행하는 주기파의 비선형 특성을 살펴보았다. 또한 비선형 이론해석을 통하여 구한 스트림 함수파(streamfunction wave)와 고립파(solitary wave)를 피스톤 타입의 조파판에 적용하여 원하는 파고와 주기를 갖는 비선형파를 발생하였으며, 수조의 끝단 전면에 파 흡수 영역(wave absorbing beach)를 설치하여 반사파를 최소화하였다.

본 연구에서 사용한 수치파동수조는 자유표면 형상과 포텐셜 값을 고차 테일러 전개식(higher-order Taylor expansions)을 사용하여 라그랑지안(Lagrangian) 관점에서 물입자의 이동경로와 속도포텐셜 값을 시간에 따라 새롭게 하였다. 자유표면상의 물입자의 이동과 포텐셜 값의 시간에 따른 변화를 구하기 위하여 오일러 좌표계에서 매 시간마다 경계값 문제를 풀어야 하는데 이를 위하여 먼저 경계면상의 속도포텐셜과 Green함수에 Green정리를 적용하여 경계적분방정식(boundary integral equation)을 유도한다. 경계적분방정식을 수치적으로 풀기 위하

여 경계면을 여러 개의 요소들로 분할하여 각 요소안에 여러 개의 절점(nodal point)을 두어 요소내의 형상과 변수들을 고차 형상함수(shape function)와 절점에서의 값들로 표현하는 고차경계요소법을 사용하였다(Brebbia, C.A., 1978). 수치파동수조내에서의 파의 생성과 전파 그리고 소멸과정을 살펴보기 위하여 조파판에 원하는 파고와 주기에 해당하는 수평방향 운동변위와 속도를 부과하여 규칙파와 불규칙파를 생성하였고, 수조내에서의 파형의 변화를 살펴보았으며 수조 끝단에 적용한 방사경계면과 파 흡수영역을 설치하여 반사파 없이 방사경계면을 통하여 파가 잘 빠져나가는 가를 살펴보았다. 수조내의 일정한 위치에 수치 파고계를 여러 개 설치하여 수치 소파장치의 반사율을 구하였으며 불규칙파생성시 불규칙파 생성을 위하여 조파판에 적용된 스펙트럼과 수치 파고계에서 측정한 파형을 FFT변환(fast fourier transform)을 통하여 얻은 스펙트럼을 비교하여 수치파동수조내에서 불규칙파 생성의 가능성을 살펴보았다.

또한 비선형파와 구조물간의 상호작용의 적용 예로 수면 아래 일정 깊이 잠긴 수평판과 해저면으로부터 일정한 높이를 갖는 사각형 잠제에 대해 반사율과 투과율을 구하였다. 잠제에 대한 연구로는 Newman(1965)이 불투과성 계단형 바닥에 의한 파의 반사 및 투과율을 적분방정식을 이용하여 해석하였다. 양윤모 등(1987)은 1열 및 다열 불투과성 잠제에 대한 반사율과 투과율을 수치해석하고 실험 결과와 비교하여 다열 잠제가 1열 잠제에 비해 파랑제어 효과가 우수함을 밝혔다. Kobayashi and Wurhanto(1989)는 불투과성 잠제로 입사하는 규칙파에 대한 반사파와 투과파의 거동특성을 수치해석하고 에너지 소산의 공간 변화율, 평균 수면차, 단위 폭 당 질량 전달율 등을 산정하였다. 김도삼 등(2000)은 다열 잠제에 대한 파랑의 투과율과 반사율을 경계적분방정식을 이용하여 해석하고 다열 잠제의 파랑특성을 제시하였고, 김도삼 등(2001, 2002)과 허동수 등(2003)은 각각 규칙파 및 불규칙파와 잠제의 상호작용을 VOF법을 이용하여 해석하였다. Losada 등(1989)은 불연속해저면 위를 지나는 고립파의 특성을 수조 및 수치실험을 통

하여 확인하였고, Rey 등(1992)은 잠제를 지나는 파에 대한 축소 모형 실험으로부터 2차조화항이 발생함을 확인하여 Takano(1969)와 Mei and Black(1969)의 선형 수치 모델과 비교하였다. 또한 Driscoll(1991)은 불투과성 잠제 통과 시 발생하는 고차조화항에 대한 실험을 실시하여 Grilli 등(1989)과 Losada(1991)의 선형 모델 수치 결과와 비교하였다. Losada 등(1997)은 수중 투과 및 불투과성 잠제로 규칙파를 입사할 경우 발생하는 조화항에 대한 실험을 실시하여 잠제의 깊이와 파고의 상관관계를 해석하였다.

수평판이 방파제로서 활용될 수 있다는 연구논문(Ijima 등, 1970; Liu and Iskandarani, 1991)들이 발표되면서 많은 이론적인 연구들이 주로 선형 포텐셜이론에 근거하여 규칙파 중 수평판에 의한 반사율과 투과율을 해석하는데 집중되어 왔다. Siew and Hurley(1977)는 입사파의 파장과 수평판의 길이가 잠긴 깊이에 비하여 길다는 장파근사법(long wave approximation)을 사용하여 수평판에 의한 투과율과 반사율을 정합점근전개법(matched asymptotic expansion method)을 사용하여 해석적으로 구하였다. Liu and Iskandarani(1991)는 비진행파 성분을 포함한 고유함수전개법(eigenfunction expansion method)을 사용하여 Siew and Hurley(1977)의 장파근사해법을 보완한 해석해를 구하였다. Patarapanich and Cheong(1989)는 수평판의 길이와 잠긴깊이를 바꿔가면서 체계적인 모형실험을 수행하고, 그 결과를 유한요소법(finite element method)을 사용한 수치해석 결과와 비교하였다. 이상의 연구들은 선형포텐셜 이론에 근거한 결과이므로 비선형 현상인 수중 물체 주변에서의 고차 조화항 발생문제는 주로 모형 실험에 의존할 수 밖에 없었다(Dick and Brebner, 1968; Losada 등, 1997; Brossard and Chagdali, 2001). 본 연구에서는 파랑과의 비선형 상호작용으로 수평판 상부에서 발생하는 고차 조화항들을 구하였으며, 고차 조화항과 수평판의 잠긴 깊이 및 길이와의 관계를 살펴보았다.

제 2 장 문제의 정식화

수치파동수조에 대한 초기값/경계값 문제는 비점성, 비압축성 유체, 비회전성 유동을 가정하여 속도포텐셜을 도입한 2차원 강비선형 포텐셜 이론에 바탕을 두었다. 2 장에서는 지배방정식과 각 경계면에서 만족하는 경계조건들을 유도하고 경계면에서의 속도포텐셜과 Green 함수에 Green 정리를 적용하여 경계적분방정식을 유도하는 과정을 소개한다. 주어진 시간단계에서의 경계값 문제는 오일러 좌표계에서 살펴보았으며, 시간진행에 따른 자유표면 형상과 속도포텐셜 값의 변화는 고차 Taylor 전개식을 이용하여 라그랑지안 좌표계에서 수행되었다. 이러한 수치 해석방법을 MEL(Mixed Eulerian Lagrangian) 또는 Semi-Langrangian 방법이라 부르며 시간영역에서의 비선형 자유표면 해석에 많이 사용된다.

2.1 지배방정식과 경계조건식

수치계산을 위하여 조파판이 놓인 위치와 정수면이 만나는 점을 원점으로 잡고, 파의 진행방향을 양의 방향 x 좌표로 하며 상방향을 양의 방향 z 좌표로 하는 직교 좌표계(Cartesian coordinate system)를 사용하였다. 유체를 비점성, 비압축성, 비회전 운동으로 가정하면 속도포텐셜 ϕ 을 도입할 수 있고, 이로부터 유체영역 $(\Omega(t))$ 내에서의 속도포텐셜과 그의 시간미분 값은 식 (2.1) 와 같이 2차원 라플라스(Laplace)방정식을 만족한다.

$$\nabla^2\phi = 0 \qquad in \quad \Omega(t) \qquad (2.1)$$

$$\nabla^2\phi_t = 0$$

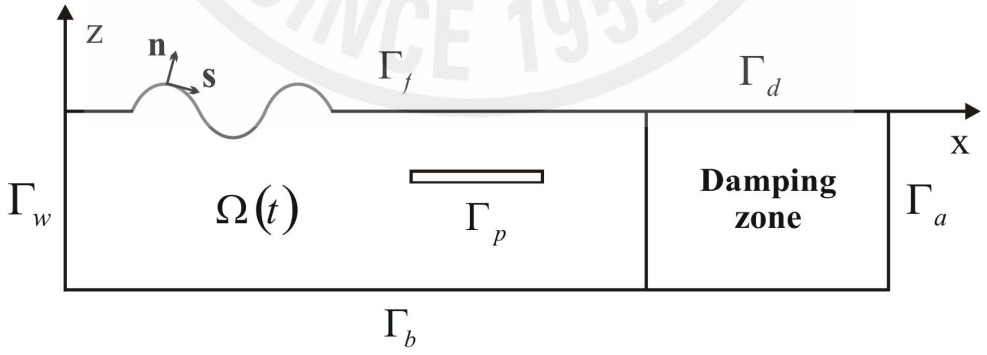


Fig. 2.1. Computational domain for boundary element method.

JEJU NATIONAL UNIVERSITY · SINCE 1952 · 제주대

본 연구에서 사용한 수치파동수조는 Fig. 2.1과 같이 유체영역을 감싸는 전 경계면(Γ)을 자유표면(Γ_f), 조파(Γ_w), 감쇠(Γ_d), 방사(Γ_a), 바닥(Γ_b), 및 구조물(Γ_p) 경계면으로 구분하고, 각 경계면을 만족하는 경계조건식을 부여하였다.

먼저 자유표면 경계면(Γ_f)에서의 속도포텐셜은 식(2.2)와 식(2.3)과 같이 기하학적(kinematic) 경계조건과 동역학적(dynamic) 경계조건을 만족한다.

$$\frac{D\mathbf{r}}{Dt} = \mathbf{u} = \nabla\phi \qquad \text{on} \quad \Gamma_f(t) \tag{2.2}$$

$$\frac{D\phi}{Dt} = -gz + \frac{1}{2}\nabla\phi\cdot\nabla\phi - \frac{P_a}{\rho} \qquad \text{on} \quad \Gamma_f(t) \tag{2.3}$$

여기서 $\mathbf{r} = (x,z)$과 $\mathbf{u} = (u,w)$는 자유표면상의 물 입자의 위치 벡터와 속도 벡터이고 g는 중력 가속도이며, ρ는 유체의 밀도를 나타내고 P_a는 자유표면에서의 압력을 나타낸다. 식(2.2)와 (2.3)에 나타난 시간 전미분은 식(2.4)와 같이 정의된다.

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{u}\cdot\nabla \tag{2.4}$$

바닥(Γ_b)과 구조물(Γ_p)에서의 법선방향 속도와 그의 시간미분 값은 다음 식(2.5)와 같다. 식(2.5)의 두번째 식은 $\left(\frac{\partial\phi}{\partial t}, \frac{\partial^2\phi}{\partial t\partial n}\right)$에 대한 경계적분방정식을 풀 때 필요한 경계조건이다.

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = 0$$

$$\text{on} \quad \Gamma_b, \ \Gamma_p \tag{2.5}$$

$$\overline{\frac{\partial^2 \phi}{\partial t \partial n}} = 0$$

실제 수리모형실험의 2차원 파동수조와 같은 방법으로 원하는 파고와 파장을 갖는 파형을 생성하기 위하여 피스톤 타입(piston type)의 조파판을 수조 좌측 끝 조파 경계면 (Γ_w) 에 설치하였다. 피스톤 타입 조파판의 법선방향 속도는 다음 식 (2.6) 과 같다.

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = \mathbf{u}_p \cdot \mathbf{n} = \frac{\overline{\frac{\partial \mathbf{x}_p}{\partial t}}}{\sqrt{1 + \left(\frac{\partial \mathbf{x}_p}{\partial t} \right)^2}} \qquad \text{on} \quad \Gamma_w(t) \tag{2.6}$$

여기서 $\mathbf{x}_p(t)$ 는 조파판의 수평방향 변위로 시간의 함수이다. 법선방향 속도의 시간 미분값은 아래와 같다.

$$\overline{\frac{\partial^2 \phi}{\partial t \partial n}} = \frac{\partial}{\partial t}\left(\mathbf{u}_p \cdot \mathbf{n} \right) = [\frac{d(\mathbf{u}_p \cdot \mathbf{n})}{dt} - \mathbf{u}_p \cdot \nabla(\mathbf{u}_p \cdot \mathbf{n})] \tag{2.7}$$

여기서 $\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{u}_p \cdot \nabla$ 는 조파판의 운동변위 $\mathbf{x}_p(t)$ 에 따른 시간 미분값을 의미한다.

수조의 우측 끝단(Γ_a) 방사 경계면에서의 경계조건으로 Clément(1996)가 도입한 파 흡수 조건식(wave absorbing condition)을 적용하였다. 파 흡수 조건식을 유도하기 위하여 아래와 같이 시간영역에서의 방사경계조건식을 사용한다.

$$\frac{\partial \phi(z,t)}{\partial n} = \frac{1}{c(t)} \frac{\partial \phi(z,t)}{\partial t} \qquad on \quad \Gamma_a(t) \tag{2.8}$$

여기서 $c(t)$는 파속으로 이전 시간단계의 값으로부터 얻거나 장파에서의 파속인 $\sqrt{gd}$로 잡는다. 또한 식 (2.8)의 속도포텐셜은 방사 경계면을 따라 변하는 z의 함수이다. 따라서 z 방향에 따라 평균을 취하면 다음 식 (2.9)와 같이 Clément(1996)가 도입한 파 흡수 조건식(wave absorbing condition)을 유도할 수 있다.

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = \frac{1}{\rho d \sqrt{gd}} \int_{-d}^{\eta(t)} p_D(t,z)\, dz \qquad on \quad \Gamma_a(t) \tag{2.9}$$

여기서 $p_D(=-\rho \partial \phi / \partial t)$는 방사 경계면에서의 선형 동압력을 나타내므로 식 (2.9)의 적분값은 방사 경계면에 작용하는 동유체력을 뜻한다.

2.2 시간 적분

시간 $t+\Delta t$ 에서 자유 표면의 새로운 형상 $\mathbf{r}(t+\Delta t)$ 과 속도포텐셜 값 $\phi(\mathbf{r}(t+\Delta t))$ 을 계산하기 위하여 자유표면상에서 위치벡터 $\mathbf{r}(t)$ 와 속도포텐셜 $\phi(\mathbf{r}(t))$에 대한 Taylor 전개를 수행하였다. N 차항까지 고려할 경우, Taylor 전개식은 위치벡터와 속도포텐셜의 전미분과 시간 간격 Δt 의 함수로 아래와 같이 표현된다.

$$\overline{\mathbf{r}}(t+\Delta t)=\mathbf{r}(t)+\sum_{k=1}^{N}\frac{(\Delta t)^k}{k!}\frac{D^k\mathbf{r}(t)}{Dt^k}+\mathrm{O}\left[(\Delta t)^{N+1}\right] \tag{2.10}$$

$$\overline{\phi}(\mathbf{r}(t+\Delta t))=\phi(\mathbf{r}(t))+\sum_{k=1}^{N}\frac{(\Delta t)^k}{k!}\frac{D^k\phi(\mathbf{r}(t))}{Dt^k}+\mathrm{O}\left[(\Delta t)^{N+1}\right] \tag{2.11}$$

여기서 식 (2.10), (2.11) 의 마지막 항은 절삭에 대한 에러항을 나타낸다. 본 연구에서는 2차항$(N=2)$ 만을 고려하여 수치계산을 수행하였다.

식 (2.10), (2.11) 의 1차항(Δt) 계수 $\left(\frac{D\mathbf{r}}{Dt},\frac{D\phi}{Dt}\right)$는 식 (2.2) 와 (2.3) 에서 시간 t 에서의 자유표면 형상과 $\left(\phi,\frac{\partial\phi}{\partial n}\right)$로부터 얻어진다. 그러나 2차항($\left((\Delta t)^2\right)$) 계수 $\left(\frac{D^2\mathbf{r}}{Dt^2},\frac{D^2\phi}{Dt^2}\right)$ 는 시간 t 에서의 $\left(\frac{\partial\phi}{\partial t},\frac{\partial^2\phi}{\partial t\partial n}\right)$ 값들을 알아야 한다. 이를 위하여 $\left(\frac{\partial\phi}{\partial t},\frac{\partial^2\phi}{\partial t\partial n}\right)$에 대한 경계적분 방정식을 추가로 풀어야 하며 경계면에서의 관련 함수의 경계조건식들은 2.1절에서 이미 언급하였다.

자유표면상에 2차항$\left((\Delta t)^2\right)$ 계수$\left(\frac{D^2\mathbf{r}}{Dt^2},\frac{D^2\phi}{Dt^2}\right)$를 구하기 위하여 국소 좌표계

$(\mathbf{s},\mathbf{n})$ 을 사용하여 Taylor 전개식 (2.10), (2.11) 의 계수를 표현하였다(Fig. 2.1 참조). 여기서 $\mathbf{s}$ 는 자유표면상의 접선방향의 단위벡터이며 $\mathbf{n}$ 는 법선방향의 단위벡터이다.

기하학적 자유표면 경계조건식 (2.2) 는 식 (2.10) 에서 자유 표면의 위치 벡터 $\mathbf{r}$ 에 대한 1차항 계수를 제공한다. 위치 벡터 $\mathbf{r}$ 에 대한 전미분은 다음과 같다.

$$\frac{D\mathbf{r}}{Dt}=\frac{\partial\phi}{\partial s}\mathbf{s}+\frac{\partial\phi}{\partial n}\mathbf{n} \tag{2.12}$$

전미분식 (2.4) 를 식 (2.2) 에 적용하면, 식 (2.10) 의 2차 계수의 일반적인 표현식을 얻을 수 있다.

$$\frac{D^2\mathbf{r}}{Dt^2}=\frac{D\mathbf{u}}{Dt}=\frac{\partial\mathbf{u}}{\partial t}+\mathbf{u}\cdot\nabla\mathbf{u} \tag{2.13}$$

정의에 의해서 식 (2.13) 의 우변 제1항은 식 (2.14) 와 같다.

$$\frac{\partial\mathbf{u}}{\partial t}=\nabla\frac{\partial\phi}{\partial t}=\frac{\partial^2\phi}{\partial t\partial s}\mathbf{s}+\frac{\partial^2\phi}{\partial t\partial n}\mathbf{n} \tag{2.14}$$

식 (2.14) 의 $\mathbf{s}$ 와 $\mathbf{n}$ 은 식 (2.15), (2.16) 과 같이 정의 된다(Fig. 2.1 참조).

$$\mathbf{s}=\left[\cos\beta,\sin\beta\right],\ \mathbf{n}=\left[-\sin\beta,\cos\beta\right] \tag{2.15}$$

여기서 β 는 x 축과 자유표면의 접선이 이루는 각으로 다음 식 (2.16) 으로부터 얻어진다(Fig. 2.2 참조).

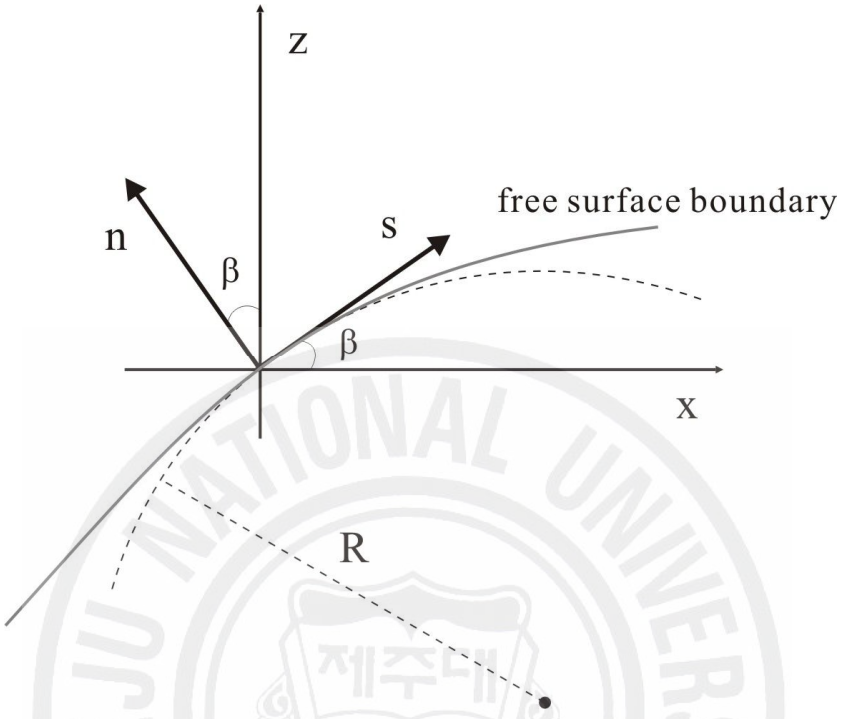


Fig. 2.2 Orthogonal curvilinear (s,n) system

$$\cos\beta = \frac{\partial x}{\partial s}\ ,\ \sin\beta = \frac{\partial z}{\partial s} \tag{2.16}$$

식 (2.15)로부터 방향성을 고려한 $(\mathbf{s},\mathbf{n})$의 미분값은 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{\partial \mathbf{s}}{\partial s} = \frac{\partial \beta}{\partial s}\mathbf{n}\ ,\ \frac{\partial \mathbf{n}}{\partial s} = -\frac{\partial \beta}{\partial s}\mathbf{s} \tag{2.17}$$

$$\frac{\partial \mathbf{s}}{\partial n} = \frac{\partial \beta}{\partial n}\mathbf{n}\ ,\ \frac{\partial \mathbf{n}}{\partial n} = -\frac{\partial \beta}{\partial n}\mathbf{s} \tag{2.18}$$

식 (2.13)의 우변 제2항은 식 (2.19)와 같이 표현되며,

$$\mathbf{u}\cdot\nabla\mathbf{u}=\nabla\phi\cdot\left[\frac{\partial\nabla\phi}{\partial s}\mathbf{s}+\frac{\partial\nabla\phi}{\partial n}\mathbf{n}\right] \tag{2.19}$$

s 와 **n** 의 직교성(orthogonality)을 이용하면 다음 식 (2.20)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{u}\cdot\nabla\mathbf{u}=\frac{\partial\phi}{\partial s}\frac{\partial\nabla\phi}{\partial s}+\frac{\partial\phi}{\partial n}\frac{\partial\nabla\phi}{\partial n}$$

또는

$$\begin{aligned}\mathbf{u}\cdot\nabla\mathbf{u}=&\frac{\partial\phi}{\partial s}\left[\left(\frac{\partial^2\phi}{\partial s^2}\mathbf{s}+\frac{\partial\phi}{\partial s}\frac{\partial\mathbf{s}}{\partial s}\right)+\frac{\partial^2\phi}{\partial s\partial n}\mathbf{n}+\frac{\partial\phi}{\partial n}\frac{\partial\mathbf{n}}{\partial s}\right]\\&+\frac{\partial\phi}{\partial n}\left[\mathbf{s}\left(\frac{\partial^2\phi}{\partial n\partial s}+\frac{\partial\beta}{\partial s}\frac{\partial\phi}{\partial s}\right)+\frac{\partial^2\phi}{\partial n^2}\mathbf{n}\right]\end{aligned} \tag{2.20}$$

여기서 $\frac{\partial\beta}{\partial n}=0$ 이다. 식 $(2.15)\sim(2.18)$를 이용하면 연속성 $(\nabla\cdot\mathbf{u}=0)$과 비회전성 $(\nabla\times\mathbf{u}=0)$을 식 (2.21)와 식 (2.22)로 변환시킬 수 있다.

$$\frac{\partial^2\phi}{\partial s^2}+\frac{\partial^2\phi}{\partial n^2}-\frac{\partial\beta}{\partial s}\frac{\partial\phi}{\partial n}=0 \tag{2.21}$$

$$\frac{\partial^2\phi}{\partial s\partial n}=\frac{\partial^2\phi}{\partial n\partial s} \tag{2.22}$$

위의 두 식을 이용하여 식 (2.20)을 다음 식 (2.23)과 같이 표현 할 수 있고,

$$\mathbf{u}\cdot\nabla\mathbf{u}=\frac{\partial\phi}{\partial s}\left[\left(\frac{\partial^2\phi}{\partial s^2}-\frac{\partial\beta}{\partial s}\frac{\partial\phi}{\partial n}\right)\mathbf{s}+\left(\frac{\partial^2\phi}{\partial n\partial s}+\frac{\partial\beta}{\partial s}\frac{\partial\phi}{\partial s}\right)\mathbf{n}\right]$$
$$+\frac{\partial\phi}{\partial n}\left[\left(\frac{\partial^2\phi}{\partial n\partial s}-\frac{\partial\beta}{\partial s}\frac{\partial\phi}{\partial s}\right)\mathbf{s}+\left(-\frac{\partial^2\phi}{\partial s^2}+\frac{\partial\beta}{\partial s}\frac{\partial\phi}{\partial n}\right)\mathbf{n}\right]$$

또는

$$\mathbf{u}\cdot\nabla\mathbf{u}=\left\{\frac{\partial\phi}{\partial s}\frac{\partial^2\phi}{\partial s^2}+\frac{\partial\phi}{\partial n}\frac{\partial^2\phi}{\partial n\partial s}\right\}\mathbf{s}$$
$$+\left\{\frac{\partial\phi}{\partial s}\frac{\partial^2\phi}{\partial n\partial s}-\frac{\partial\phi}{\partial n}\frac{\partial^2\phi}{\partial s^2}+\frac{\partial\beta}{\partial s}\left[\left(\frac{\partial\phi}{\partial s}\right)^2+\left(\frac{\partial\phi}{\partial n}\right)^2\right]\right\}\mathbf{n} \tag{2.23}$$

식 (2.13), (2.14), 그리고 식 (2.23)을 이용하여 식 (2.10)의 2차항 계수의 최종식을 식 (2.24)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{D^2\mathbf{r}}{Dt^2}=\left\{\frac{\partial^2\phi}{\partial t\partial s}+\frac{\partial\phi}{\partial s}\frac{\partial^2\phi}{\partial s^2}+\frac{\partial\phi}{\partial n}\frac{\partial^2\phi}{\partial n\partial s}\right\}\mathbf{s}$$
$$+\left\{\frac{\partial^2\phi}{\partial t\partial n}-\frac{\partial\phi}{\partial n}\frac{\partial^2\phi}{\partial s^2}+\frac{\partial\phi}{\partial s}\frac{\partial^2\phi}{\partial n\partial s}+\frac{\partial\beta}{\partial s}\left[\left(\frac{\partial\phi}{\partial s}\right)^2+\left(\frac{\partial\phi}{\partial n}\right)^2\right]\right\}\mathbf{n} \tag{2.24}$$

같은 방법으로 동역학적 자유 표면 경계 조건에 대해 풀어보면, 식 (2.3)은 다음과 같이 식 (2.11)에서의 자유표면 포텐셜 ϕ에 대한 1차항의 계수를 제공한다.

$$\frac{D\phi}{Dt} = -gz + \frac{1}{2}\left[\left(\frac{\partial\phi}{\partial s}\right)^2 + \left(\frac{\partial\phi}{\partial n}\right)^2\right] - \frac{P_a}{\rho} \tag{2.25}$$

식 (2.11) 의 2차항 계수는 식 (2.25) 의 전미분을 통하여 얻을 수 있다.

$$\frac{D^2\phi}{Dt^2} = -g\frac{Dz}{Dt} + \frac{1}{2}\frac{D}{Dt}(\nabla\phi\cdot\nabla\phi) - \frac{D}{Dt}\left(\frac{P_a}{\rho}\right) \tag{2.26}$$

식 (2.2), (2.15) 을 이용하여 다음 식 (2.27) 을 얻을 수 있다.

$$\frac{Dz}{Dt} = w = \frac{\partial\phi}{\partial n}\cos\beta + \frac{\partial\phi}{\partial s}\sin\beta \tag{2.27}$$

식 (2.26) 의 오른쪽의 두번째 항은 정의에 의해서 다음 식 (2.28) 이 표현된다.

$$\frac{1}{2}\frac{D}{Dt}(\nabla\phi\cdot\nabla\phi) = \mathbf{u}\cdot\frac{D\mathbf{u}}{Dt} = \mathbf{u}\cdot\frac{\partial\mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u}\cdot(\mathbf{u}\cdot\nabla\mathbf{u}) \tag{2.28}$$

s 와 **n** 의 직교성과 식 (2.2), 식 (2.12), 식 (2.14), 그리고 식 (2.23) 를 이용하여 다음 식 (2.29) 와 식 (2.30) 이 유도된다.

$$\mathbf{u}\cdot\frac{\partial\mathbf{u}}{\partial t} = \frac{\partial\phi}{\partial s}\frac{\partial^2\phi}{\partial t\partial s} + \frac{\partial\phi}{\partial n}\frac{\partial^2\phi}{\partial t\partial n} \tag{2.29}$$

$$\begin{aligned}\mathbf{u}\cdot(\mathbf{u}\cdot\nabla\mathbf{u}) = {} & \frac{\partial\phi}{\partial s}\left[\frac{\partial\phi}{\partial s}\frac{\partial^2\phi}{\partial s^2} + \frac{\partial\phi}{\partial n}\frac{\partial^2\phi}{\partial n\partial s}\right] \\ & + \frac{\partial\phi}{\partial n}\left[\frac{\partial\phi}{\partial s}\frac{\partial^2\phi}{\partial n\partial s} - \frac{\partial\phi}{\partial n}\frac{\partial^2\phi}{\partial s^2} + \frac{\partial\beta}{\partial s}(\nabla\phi\cdot\nabla\phi)\right]\end{aligned} \tag{2.30}$$

식 $(2.26)\sim(2.30)$ 을 결합하면, 식 (2.11) 에서의 2차항 계수의 최종식 (2.31) 를 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}\frac{D^2\phi}{Dt^2} &= \frac{\partial\phi}{\partial s}\left\{\frac{\partial^2\phi}{\partial t\partial s}+\frac{\partial\phi}{\partial s}\frac{\partial^2\phi}{\partial s^2}+\frac{\partial\phi}{\partial n}\frac{\partial^2\phi}{\partial n\partial s}\right\} \\ &+\frac{\partial\phi}{\partial n}\left\{\frac{\partial^2\phi}{\partial t\partial n}-\frac{\partial\phi}{\partial n}\frac{\partial^2\phi}{\partial s^2}+\frac{\partial\phi}{\partial s}\frac{\partial^2\phi}{\partial n\partial s}+\frac{\partial\beta}{\partial s}\left[\left(\frac{\partial\phi}{\partial s}\right)^2+\left(\frac{\partial\phi}{\partial n}\right)^2\right]\right\} \\ &-g\left\{\frac{\partial\phi}{\partial n}\cos\beta+\frac{\partial\phi}{\partial s}\sin\beta\right\}-\frac{1}{\rho}\frac{Dp_a}{Dt}\end{aligned} \qquad (2.31)$$

제 3 장 수치 모델

3.1 경계적분 방정식

이 절에서는 주어진 지배방정식과 경계조건식들로 이루어진 경계값 문제를 Green 정리를 이용하여 경계적분 방정식으로 변환하는 과정을 소개한다. Green 정리에 이용되는 Green 함수는 $\mathbf{x} \neq \mathbf{x}_l$ 일 때 2차원 라플라스 방정식을 만족하며 $\mathbf{x} = \mathbf{x}_l$ 일 때 폭발하는 특이점을 갖는다. 따라서 G 는 식 (3.1) 을 만족한다.

$$\nabla^2 G(\mathbf{x}, \mathbf{x}_l) + \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_l) = 0 \qquad (3.1)$$

여기서 $\delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_l)$ 는 Dirac-delta 함수를 나타낸다. 윗식을 만족하는 Green 함수 $G(\mathbf{x}, \mathbf{x}_l)$ 는 다음 식 (3.2) 과 같이 로그함수로 주어진다(Brebbia, C.A,, 1978).

$$G(\mathbf{x}, \mathbf{x}_l) = -\frac{1}{2\pi} \log|\mathbf{x} - \mathbf{x}_l| \qquad (3.2)$$

식 (3.1) 와 속도포텐셜에 대하여 Green 정리를 적용하면 다음 식 (3.3) 을 얻을 수 있다.

$$\phi(\mathbf{x}_l) = \int_{\Gamma(x)} \left[G(\mathbf{x}, \mathbf{x}_l) \frac{\partial \phi}{\partial n}(\mathbf{x}) - \phi(\mathbf{x}) \frac{\partial G}{\partial n}(\mathbf{x}, \mathbf{x}_l) \right] d\Gamma(\mathbf{x}) \qquad (3.3)$$

위 식은 $\mathbf{x}_l$ 이 유체영역 내부에 있을 때 적용되는 식이며 $\mathbf{x}_l$ 이 경계면상에

있을 때는 식(3.3)은 아래 식으로 바뀐다.

$$\alpha(\mathbf{x}_l)\phi(\mathbf{x}_l)=\int_{\Gamma(x)}\left[\frac{\partial\phi}{\partial n}(\mathbf{x})G(\mathbf{x},\mathbf{x}_l)-\phi(\mathbf{x})\frac{\partial G}{\partial n}(\mathbf{x},\mathbf{x}_l)\right]d\Gamma(\mathbf{x}) \qquad (3.4)$$

여기서 $\mathbf{x}=(x,z)$ 는 경계면을 따른 적분을 표현하는 위치벡터를 나타내며 $\mathbf{x}_l=(x_l,z_l)$은 경계면상에 놓인 선점에서의 위치벡터이고, $\alpha(\mathbf{x}_l)$은 $\mathbf{x}_l$에서 두 접선 사이의 내각을 나타내는 형상계수이다.

2장에서 언급하였듯이 자유표면상의 물입자의 이동경로와 속도포텐셜 값의 시간에 따른 변화를 구하기 위해서는 Taylor 전개식의 2차항의 계수를 알아야 하며 이 값들을 구하기 위하여 $\left(\frac{\partial\phi}{\partial t},\frac{\partial^2\phi}{\partial t\partial n}\right)$에 대한 경계값 문제를 풀어야 한다. 앞에서와 같이 $\left(\frac{\partial\phi}{\partial t},\frac{\partial^2\phi}{\partial t\partial n}\right)$에 대한 경계적분방정식은 다음과 같다.

$$\alpha(\mathbf{x}_l)\frac{\partial\phi}{\partial t}(\mathbf{x}_l)=\int_{\Gamma(x)}\left[\frac{\partial^2\phi}{\partial t\partial n}(\mathbf{x})G(\mathbf{x},\mathbf{x}_l)-\frac{\partial\phi}{\partial t}(\mathbf{x})\frac{\partial G}{\partial n}(\mathbf{x},\mathbf{x}_l)\right]d\Gamma(\mathbf{x}) \qquad (3.5)$$

3.2 경계적분 방정식의 이산화

3.2.1 경계값 문제의 정의

경계면에서의 미지의 변수$\left(\phi \; or \; \frac{\partial \phi}{\partial t}\right)$를 u라 지칭하고, 경계조건에 따라 전체 경계면을 Dirichlet 경계조건(u가 주어짐)이 주어진 경계면과 Neumann 경계조건($\frac{\partial u}{\partial n}$가 주어짐)이 부여된 경계면으로 구분하였다. Dirichlet 경계면$\left(\Gamma_d\right)$에서의 미지수는 $\frac{\partial u}{\partial n}$이며 Neumann 경계면$\left(\Gamma_n\right)$에서의 미지수는 u이다. 자유표면 경계면은 Dirichlet 경계면에 속하며, Neumann 경계면으로는 조파경계면, 바닥경계면, 구조물경계면, 그리고 방사경계면이 해당된다.

$$\Gamma_n \equiv \Gamma_w \cup \Gamma_a \cup \Gamma_b \cup \Gamma_p \qquad \Gamma_d \equiv \Gamma_f \tag{3.6}$$

따라서 선점 $\mathbf{x}_l$에서의 경계적분방정식은 다음 식$\left(3.7\right)$과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned}\alpha\left(\mathbf{x}_l\right)u\left(\mathbf{x}_l\right) = &\int_{\Gamma_n(x)}\left[\overline{\frac{\partial u}{\partial n}}\left(\mathbf{x}\right)G\left(\mathbf{x},\mathbf{x}_l\right) - u\left(\mathbf{x}\right)\frac{\partial G}{\partial n}\left(\mathbf{x},\mathbf{x}_l\right)\right]d\Gamma\left(\mathbf{x}\right) \\ &+\int_{\Gamma_d(x)}\left[\frac{\partial u}{\partial n}\left(\mathbf{x}\right)G\left(\mathbf{x},\mathbf{x}_l\right) - \overline{u}\left(\mathbf{x}\right)\frac{\partial G}{\partial n}\left(\mathbf{x},\mathbf{x}_l\right)\right]d\Gamma\left(\mathbf{x}\right)\end{aligned} \tag{3.7}$$

여기서 윗첨자 □는 경계조건식으로부터 이미 알고 있는 값을 나타내며 $\alpha\left(\mathbf{x}_l\right)$은 $\mathbf{x}_l$에서의 내각$\left(\theta_l\right)$으로서 다음 식과 같이 표현된다.

$$\alpha(\mathbf{x}_l) = \frac{\theta_l}{2\pi} \tag{3.8}$$

$G(\mathbf{x}, \mathbf{x}_l)$ 은 식 (3.2) 와 같은 로그 함수이고, $\frac{\partial G}{\partial n}$ 는 법선방향 미분값을 나타낸다.

$$G(\mathbf{x}, \mathbf{x}_l) = -\frac{1}{2\pi}\log r_l$$

$$\frac{\partial G}{\partial n}(\mathbf{x}, \mathbf{x}_l) = -\frac{1}{2\pi}\frac{\mathbf{r}_l \cdot \mathbf{n}}{r_l^2} \tag{3.9}$$

$$r_l = |\mathbf{r}_l|\ ,\ \mathbf{r}_l = \mathbf{x} - \mathbf{x}_l$$

여기서 r_l 은 적분점 $\mathbf{x}$ 와 선점 $\mathbf{x}_l$ 사이의 거리를 나타낸다.

3.2.2 경계요소를 이용한 경계적분 방정식의 이산화

경계적분 방정식 (3.7) 을 풀기 위하여 경계면을 m 개의 절점을 갖는 요소 (M_Γ) 들로 분할한다. k 번째 요소 Γ_e^k 안에서의 형상 $(\mathbf{x})$ 과 변수 $\left(u, \frac{\partial u}{\partial n}\right)$ 를 요소 k 내의 j 절점에서 1의 값을 갖고 나머지 절점 $(i \neq j)$ 에서 0의 값을 갖는 $\mathbf{x}$ 에 대한 $(m-1)$ 차의 다항식으로 정의된 고차 형상함수를 이용하여 이산화하였다. 형상함수는 m 개의 절점 $(j = 1, \ldots, m)$ 과 M_Γ 개의 요소 $(k = 1, \ldots, M_\Gamma)$ 에 대하여 $N_{kj}^{m-1}(\mathbf{x})$ 로 나타내었다.

편의를 위하여 이산화 작업으로부터 얻은 각 요소 Γ_e^k 를 좌표 변환을 통하여 기준요소 Γ_ξ 로 사상시키고 형상함수의 집합을 기준요소(reference element)에

서 해석적으로 정의하였다(Fig.3.1 참조). 이러한 Isoparametric 기준 요소의 좌표는 $\xi=[-1,1]$ 이다. 경계 Γ_e^k 와 대응하는 k 번째 요소 위의 형상 $\left(\mathbf{x}^k\right)$ 와 변수 $\left(u^k,\frac{\partial u^k}{\partial n}\right)$ 는 절점에서의 값 $\left(\mathbf{x}_j^k,U_j^k,\frac{\partial U_j^k}{\partial n}\right)$ 과 기준요소에서 정의된 형상함수 $N_j^{m-1}(\xi)$ 로 다음 식 (3.10) 과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned}
&\mathbf{x}^k(\xi)=N_j^{m-1}(\xi)\mathbf{x}_j^k \\
&u^k(\xi)=N_j^{m-1}(\xi)U_j^k \qquad j=1,\ldots,m \quad \text{on} \quad \Gamma_\xi \\
&\frac{\partial u^k}{\partial n}(\xi)=N_j^{m-1}(\xi)\frac{\partial U_j^k}{\partial n}
\end{aligned} \tag{3.10}$$

여기서 j 는 각 요소에서의 절점을 나타낸다. 절점 $\mathbf{x}_i^k\,(i=1,\ldots,m)$ 에서의 $u^k(\xi)$ 는 U_i^k 와 같다는 식으로부터

$$u^k\left(\xi\left(\mathbf{x}_i^k\right)\right)=N_j^{m-1}(\xi_i)U_j^k=U_i^k$$

또는

$$\delta_{ij}U_j^k=U_i^k \tag{3.11}$$

을 얻을 수 있다. 여기서 δ_{ij} 는 Kronecker delta 함수이다. $N_j^{m-1}(\xi)$ 는 ξ 에 대한

$m-1$차의 다항식으로 정의되었기 때문에 m개의 절점을 갖는 기준 요소의 i번째 절점 ξ_i에 대하여 다음 식을 얻을 수 있다.

$$N_j^{m-1}(\xi_i)=\delta_{ij} \qquad i,j=1,\ldots,m \quad \text{on} \quad \Gamma_\xi \qquad (3.12)$$
$$\xi_i=(2i-m-1)/(m-1)$$

식(3.12)을 이용하여 $m-1$차의 다항식을 구할 수 있다. 예를 들어, 3차 기준 요소$(m=4)$에 대한 형상함수는 다음 식과 같이 나타낼 수 있다.

$$N_1^3(\xi)=\frac{1}{16}(1-\xi)(9\xi^2-1),\quad N_2^3(\xi)=\frac{9}{16}(1-\xi^2)(1-3\xi)$$
$$N_3^3(\xi)=\frac{9}{16}(1-\xi^2)(1+3\xi),\quad N_4^3(\xi)=\frac{1}{16}(1+\xi)(9\xi^2-1) \qquad (3.13)$$

3.2.3 좌표 변환

3.2.3.1 자코비안(Jacobian)과 법선방향 벡터

경계요소법에서의 적분은 실제 경계요소 Γ_e^k에서 기준요소 Γ_ξ로 변환되어 계산된다. k번째 경계요소 Γ_e^k에서 기준요소 Γ_ξ로의 변환은 식(3.14)와 같은 자코비안 $J^k(\xi)$에 의해서 이루어진다(Fig. 3.1 참조).

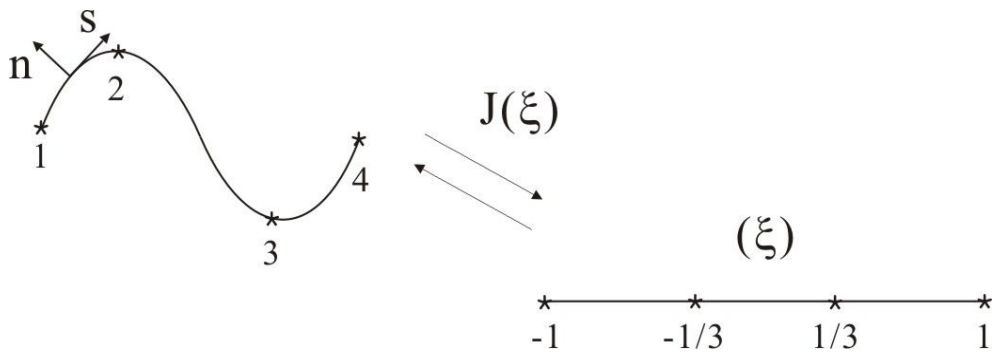


Fig. 3.1 Transformation of coordinates on the boundary.

$$J^k(\xi)=\frac{\partial s^k}{\partial \xi}(\xi)=\left[\left(\frac{\partial x^k}{\partial \xi}\right)^2+\left(\frac{\partial z^k}{\partial \xi}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}} \tag{3.14}$$

위의 식은 식(3.10)에 의해서 다음과 같이 표현된다.

$$J^k(\xi)=\left[\left(\frac{dN_j^{m-1}}{d\xi}(\xi)x_j^k\right)^2+\left(\frac{dN_j^{m-1}}{d\xi}(\xi)z_j^k\right)^2\right]^{\frac{1}{2}} \quad \text{on} \quad \Gamma_\xi \tag{3.15}$$

$$j=1,\ldots,m;\ k=1,\ldots,M_\Gamma$$

같은 방법으로 식(2.15)에 주어진 법선방향의 단위벡터를 좌표 변환하면 다음 식(3.16)으로 표현된다.

$$\mathbf{n}^k(\xi)=\left(-\sin\beta^k(\xi),\cos\beta^k(\xi)\right) \tag{3.16}$$

(2.16)과 (3.10), (3.15)를 이용하면 식(3.16)은 아래와 같이 바뀐다.

$$\mathbf{n}^k(\xi) = \frac{1}{J^k(\xi)}\left[-\frac{\partial z^k}{\partial \xi}, \frac{\partial x^k}{\partial \xi}\right] \tag{3.17}$$

$$\mathbf{n}^k(\xi) = \frac{1}{J^k(\xi)}\left[-\frac{dN_j^{m-1}}{d\xi}(\xi) z_j^k, \frac{dN_j^{m-1}}{\partial \xi}(\xi) x_j^k\right] \tag{3.18}$$

(3.16)과 (3.18)을 비교하면 접선방향의 단위벡터 $s^k(\xi) = \left(\cos\beta^k(\xi), \sin\beta^k(\xi)\right)$도 쉽게 구할 수 있다.

3.2.3.2 접선방향 미분(s-derivatives)

k 번째 요소내에서 변수 $\left(\phi, \frac{\partial \phi}{\partial n}\right)$, 또는 $\left(\frac{\partial \phi}{\partial t}, \frac{\partial^2 \phi}{\partial t \partial n}\right)$를 나타내는 $v^k(\xi)$와 그 변수들의 절점에서의 값을 나타내는 V_j^k를 사용하여 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial v^k}{\partial s}(\xi) &= \frac{\partial v^k}{\partial \xi}(\xi)\frac{\partial \xi}{\partial s}(\xi) \\ \frac{\partial v^k}{\partial s}(\xi) &= \frac{1}{J^k(\xi)}\frac{dN_j^{m-1}}{d\xi}(\xi) V_j^k \end{aligned} \tag{3.19}$$

같은 방법으로 2번 미분값도 쉽게 구할 수 있다.

$$\frac{\partial^2 v^k}{\partial s^2}(\xi)=\frac{\partial}{\partial s}\left\{\frac{\partial v^k}{\partial s}(\xi)\right\}=\frac{1}{J^k(\xi)}\frac{\partial}{\partial \xi}\left\{\frac{1}{J^k(\xi)}\frac{\partial v^k}{\partial \xi}(\xi)\right\}$$

$$=\frac{1}{J^k(\xi)}\left\{\frac{-1}{\left(J^k(\xi)\right)^2}\frac{\partial J^k}{\partial \xi}(\xi)+\frac{1}{J^k(\xi)}\frac{\partial^2 v^k}{\partial \xi^2}(\xi)\right\}$$

$$\frac{\partial^2 v^k}{\partial s^2}(\xi)=\frac{1}{\left(J^k(\xi)\right)^2}\left\{\frac{d^2N_j^{m-1}}{d\xi^2}(\xi)-\frac{1}{J^k(\xi)}\frac{dN_j^{m-1}}{d\xi}(\xi)\times\frac{d^2N_j^{m-1}}{d\xi^2}(\xi)\left[\cos\beta^k(\xi)x_i^k+\sin\beta^k(\xi)z_i^k\right]\right\}V_j^k$$

$$(3.21)$$

$\frac{\partial\beta}{\partial s}=-\frac{\partial n}{\partial s}\cdot s$ 으로부터 법선방향의 단위벡터 (3.18) 을 s 에 대해 미분한 뒤 접선방향 단위벡터를 내적하면 k 번째 요소에서 $\frac{\partial\beta}{\partial s}$ 의 값을 구할 수 있다.

$$\frac{\partial\beta^k}{\partial s}(\xi)=\frac{1}{\left(J^k(\xi)\right)^2}\frac{d^2N_i^{m-1}}{d\xi^2}(\xi)\left[\cos\beta^k(\xi)z_i^k-\sin\beta^k(\xi)x_i^k\right] \qquad (3.22)$$

3.2.3.3 대수방정식

경계적분방정식 (3.7) 의 오른쪽 항의 경계면을 따른 적분은 식 (3.10) 을 이용하여 직교좌표에서 분할된 각 요소에 대한 적분값을 모든 요소 $(l=1,\ldots,M_\Gamma)$ 에 대하여 합하여 구할 수 있다. 전 경계면을 N_{Γ_d} 개의 절점과 M_{Γ_d} 개의 요소로 이루어진 Dirichlet 경계면(경계 조건 $\bar{u}$), 그리고 N_{Γ_n} 개의 절점과 M_{Γ_n} 개의 요소로 이루어진 Neumann 경계면(경계 조건 $\overline{\frac{\partial u}{\partial n}}$)으로 구분하여 이산화시키면 다음 식 (3.23) 을 얻을 수 있다.

$$
\begin{aligned}
\alpha(\mathbf{x}_l)U_l + \sum_{k=1}^{M_{\Gamma_n}} \left\{ \left[\int_{\Gamma_e^k(x)} N_j^{m-1}(x) \frac{\partial G}{\partial n}(\mathbf{x}, \mathbf{x}_l) d\Gamma(\mathbf{x}) \right] U_j^k \right\} \\
- \sum_{k=1}^{M_{\Gamma_d}} \left\{ \left[\int_{\Gamma_e^k(x)} N_j^{m-1}(x) G(\mathbf{x}, \mathbf{x}_l) d\Gamma(\mathbf{x}) \right] \frac{\partial U_j^k}{\partial n} \right\} \\
= \sum_{k=1}^{M_{\Gamma_n}} \left\{ \left[\int_{\Gamma_e^k(x)} N_j^{m-1}(x) G(\mathbf{x}, \mathbf{x}_l) d\Gamma(\mathbf{x}) \right] \overline{\frac{\partial U_j^k}{\partial n}} \right\} \\
- \sum_{k=1}^{M_{\Gamma_d}} \left\{ \left[\int_{\Gamma_e^k(x)} N_j^{m-1}(x) \frac{\partial G}{\partial n}(\mathbf{x}, \mathbf{x}_l) d\Gamma(\mathbf{x}) \right] \overline{U_j^k} \right\}
\end{aligned}
\tag{3.23}
$$

적분을 계산하기 위하여 좌표 변환을 실시하여 요소$\left(\Gamma_e^k\right)$를 기준요소$\left(\Gamma_\xi\right)$로 사상시키고 형상함수와 절점에서의 값에 대하여 Global numbering을 채택하면 위 식은 다음 식으로 바뀐다.

$$
\begin{aligned}
\alpha(\mathbf{x}_l)U_l + \sum_{k=1}^{M_{\Gamma_n}} \left\{ \left[\int_{\Gamma_\xi(x)} N_p^{m-1}(\xi) \frac{\partial G}{\partial n}(\mathbf{x}^k(\xi), \mathbf{x}_l) J(\xi) d\xi \right] U_p \right\} \\
- \sum_{k=1}^{M_{\Gamma_d}} \left\{ \left[\int_{\Gamma_\xi(x)} N_s^{m-1}(\xi) G(\mathbf{x}^k(\xi), \mathbf{x}_l) J(\xi) d\xi \right] \frac{\partial U_s}{\partial n} \right\} \\
= \sum_{k=1}^{M_{\Gamma_n}} \left\{ \left[\int_{\Gamma_\xi(x)} N_p^{m-1}(\xi) G(\mathbf{x}^k(\xi), \mathbf{x}_l) J(\xi) d\xi \right] \overline{\frac{\partial U_p}{\partial n}} \right\} \\
- \sum_{k=1}^{M_{\Gamma_d}} \left\{ \left[\int_{\Gamma_\xi(x)} N_s^{m-1}(\xi) \frac{\partial G}{\partial n}(\mathbf{x}^k(\xi), \mathbf{x}_l) J(\xi) d\xi \right] \overline{U_s} \right\}
\end{aligned}
\tag{3.24}
$$

여기서 하첨자 s와 p는 각각 경계 Γ_d와 Γ_n에서 절점에 대한 global numbering 이고, J^k는 요소 Γ_e^k에서 Γ_ξ로의 변환에 대한 Jacobian 함수이다.

$$K_{n_{lj}} = \sum_{k=1}^{M_\Gamma} \left\{ \int_{\Gamma_\xi} N_j^{m-1}(\xi) \frac{\partial G}{\partial n}\left(\mathbf{x}^k(\xi), \mathbf{x}_l\right) J^k(\xi)\, d\xi \right\} = \sum_{k=1}^{M_\Gamma} I_{n_{lj}}^k$$

$$K_{d_{lj}} = \sum_{k=1}^{M_\Gamma} \left\{ \int_{\Gamma_\xi} N_j^{m-1}(\xi) G\left(\mathbf{x}^k(\xi), \mathbf{x}_l\right) J^k(\xi)\, d\xi \right\} = \sum_{k=1}^{M_\Gamma} I_{d_{lj}}^k \qquad (3.25)$$

$$l = 1, \ldots, N_\Gamma \; ; \; s = 1, \ldots, N_{\Gamma_d} \; ; \; p = 1, \ldots, N_{\Gamma_n} \; ; \; N_\Gamma = N_{\Gamma_d} + N_{\Gamma_N}$$

여기서 j 는 s 또는 p 를 나타내는 global index이다. 식 (3.25) 를 이용하여 식 (3.24) 를 정리하면 식 (3.26) 과 같은 대수방정식을 얻을 수 있다. 이 방정식을 풀어 각 경계면에서의 미지수를 계산한다.

$$\left[c_{lp} + K_{n_{lp}} \right] U_p - K_{d_{ls}} \frac{\partial U_s}{\partial n} = K_{d_{lp}} \overline{\frac{\partial U_p}{\partial n}} - \left[c_{ls} + K_{n_{ls}} \right] \overline{U_s} \qquad (3.26)$$

여기서 c_{lj} 는 대각선 계수 c_{ll} 이 식 (3.6) 의 형상계수 $\alpha(\mathbf{x}_l)$ 를 갖는 대각선 행렬이다. 대각선 계수는 절점이 유체 영역 Ω 안$\left(\theta_l = 2\pi \text{ in } (3.7)\right)$에 있을 때는 1, 경계면 Γ 위$\left(\theta_l = \pi\right)$에 있을 때는 $1/2$, 또는 유체 영역 Ω 밖$\left(\theta_l = 0\right)$에 있을 때는 0 의 값을 갖는다.

3.3 조파판에 의한 파의 생성

본 연구에서 사용된 피스톤 타입의 조파판은 조파 경계면$\left(\Gamma_w(t)\right)$에 설치 되어 있으며, $\left(\frac{\partial\phi}{\partial t},\frac{\partial^2\phi}{\partial t\partial n}\right)$에 경계값 문제를 풀기 위하여 $\frac{\partial^2\phi}{\partial t\partial n}$ 값을 조파 경계면에 부여하여야 한다. 이를 구하기 위하여 Cointe(1989)가 제안한 임의의 형상에 대한 강체 운동의 결과를 적용시켰다.

$$\overline{\frac{\partial^2\phi}{\partial t\partial n}}=(\ddot{\alpha}\cdot\mathbf{n})+\dot{\theta}\left[(\dot{\alpha}\cdot\mathbf{s})-\frac{\partial\phi}{\partial s}\right]-\frac{\partial^2\phi}{\partial n\partial s}(\dot{\alpha}\cdot\mathbf{s})+\frac{\partial^2\phi}{\partial s^2}(\dot{\alpha}\cdot\mathbf{n}) \tag{3.27}$$

여기서 α는 강체 표면 위에 위치한 점에서의 위치벡터이고, θ는 질량중심 $\mathbf{x}_g$에서의 회전각을 나타낸다. 윗첨자 $(\cdot)$는 식(2.7)과 같이 강체 운동에 대한 절대 시간 미분값$\left(\frac{d}{dt}\right)$을 나타낸다.

식 (3.27) 에서 물체의 표면 위의 점에서의 속도 $\left(\dot{\alpha}=\left(\dot{\alpha},\dot{\beta}\right)\right)$ 와 가속도 $\left(\ddot{\alpha}=\left(\ddot{\alpha},\ddot{\beta}\right)\right)$를 유도하자. r_g를 $\alpha=(\alpha,\beta)$와 $\mathbf{x}_g=\left(x_g,z_g\right)$의 거리라고 한다면(Fig. 3.2 참조), 다음 식(3.28)를 얻을 수 있고,

$$\begin{aligned}\alpha&=x_g+r_g\cos\theta\\ \beta&=z_g+r_g\sin\theta\end{aligned} \tag{3.28}$$

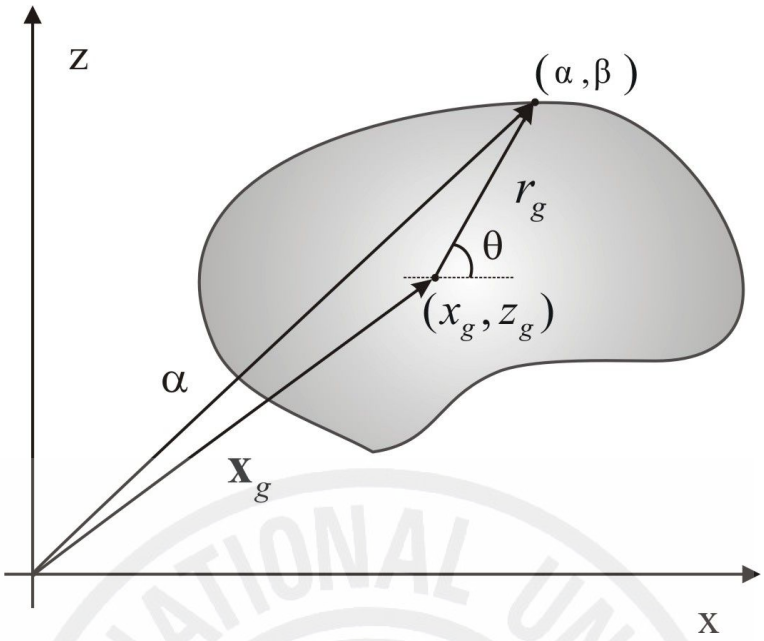


Fig. 3.2. Rigid body motion(translation and rotational motion)

r_g 는 어떠한 강체 운동에 대하여도 일정하므로 식 (3.29) 와 식 (3.30) 을 얻을 수 있다.

$$\dot{\alpha} = \dot{x}_g + r_g \sin\theta\dot{\theta} = \dot{x}_g - (\beta - z_g)\dot{\theta}$$
$$\dot{\beta} = \dot{z}_g + r_g \cos\theta\dot{\theta} = \dot{z}_g - (\alpha - x_g)\dot{\theta} \qquad (3.29)$$

$$\ddot{\alpha} = \ddot{x}_g - r_g \cos\theta\dot{\theta}^2 - r_g \sin\theta\ddot{\theta}$$

$$\ddot{\beta} = \ddot{z}_g - r_g \sin\theta\dot{\theta}^2 + r_g \cos\theta\ddot{\theta}$$

또는

$$\ddot{\alpha} = \ddot{x}_g - \left(\alpha - x_g\right)\dot{\theta}^2 - \left(\beta - z_g\right)\ddot{\theta}$$
$$\ddot{\beta} = \ddot{z}_g - \left(\beta - z_g\right)\dot{\theta}^2 + \left(\alpha - x_g\right)\ddot{\theta} \tag{3.30}$$

이상의 임의의 형상에 대한 결과를 가지고 피스톤 타입의 조파판에 적용하면 식 (3.31)을 얻을 수 있다.

$$\mathbf{n} = \left[-1, 0\right], \qquad \mathbf{s} = \left[0, 1\right] \qquad \dot{\theta} = \ddot{\theta} = 0$$
$$\alpha = \mathbf{x}_p = \left[x_p(t), z\right], \quad \dot{\alpha} = \mathbf{u}_p = \left[u_p(t), 0\right], \quad \ddot{\alpha} = \dot{\mathbf{u}}_p = \left[\dot{u}_p(t), 0\right] \tag{3.31}$$

$$\dot{\alpha} \cdot \mathbf{n} = -u_p, \qquad \ddot{\alpha} \cdot \mathbf{n} = -\dot{u}_p, \qquad \dot{\alpha} \cdot \mathbf{s} = 0$$

식 (2.6)과 식 (3.27), (3.31)으로부터 조파 경계면에서의 경계조건을 구할 수 있다.

$$\overline{\frac{\partial \phi}{\partial n}} = -u_p(t)$$
$$on \quad \Gamma_{r1}(t) \tag{3.32}$$
$$\overline{\frac{\partial^2 \phi}{\partial t \partial n}} = -\dot{u}_p(t) - u_p(t)\frac{\partial^2 \phi}{\partial s^2}$$

여기서 $\frac{\partial^2 \phi}{\partial s^2} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2}$ 이며, $\dot{u}_p = \ddot{x}_p(t)$는 조파판의 가속도를 나타낸다.

3.4 불규칙파 재현 기법

불규칙파는 주파수와 파고가 다른 여러 개의 규칙파의 합성으로 나타낼 수 있다. 각 규칙파의 에너지가 주파수에 대해서 어떻게 분포하고 있는가를 나타낸 것을 주파수 스펙트럼이라 하고, 각 파수에 대해서 나타낸 것을 파수 스펙트럼이라 하며, 이들을 총칭하여 에너지 스펙트럼이라 한다. 따라서 불규칙파는 파의 에너지 스펙트럼으로부터 각 성분별 파고와 주파수를 도출하고 0 과 2π 사이의 난수에 의해서 발생하는 위상차를 가지고 만들 수 있다. 그러나 수치 조파판을 사용하여 파를 생성할 경우 조파판의 초기 가속도를 서서히 증가시키지 않으면 자유 표면에서의 특이 거동(numerical instability)이 발생하여 수치 오류를 유발하므로 본 논문에서는 램프(ramp)함수 $D(t)$를 사용하여 조파판을 서서히 작동시켜 이러한 현상을 억제하였다.

조파판의 수평운동 변위 $x_p(t)$는 식(3.33)과 같이 조파판의 왕복변위(stroke)와 어느 일정한 시간동안 0과 1사이의 값을 갖는 램프함수의 곱으로 표현되며 왕복변위 $S(t)$는 주파수 ω_i, 위상 ϕ_i, 그리고 조파판의 진폭 $A_i(=S(t)/2)$을 가지고 식(3.33)과 같이 표현된다. 이때 조파판의 진폭은 전달함수$\left(T(\omega_i,d)\right)$를 통하여 파의 진폭 $a_i(=H_i/2)$와 식(3.34)와 같은 관계를 갖게 된다. 피스톤 타입의 조파판인 경우 $T(\omega_i,d)$는 주파수(또는 파수)와 수심의 함수로 식(3.34)와 같이 주어진다.

$$x_p(t)=S(t)D(t) \qquad \text{with} \qquad S(t)=\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{2}A_i\left[1-\cos\left(\omega_i t-\phi_i\right)\right] \tag{3.33}$$

$$A_i = \frac{a_i}{T(\omega_i, d)} \qquad \text{with} \qquad T\left(k_i(\omega_i, d), d\right) = \frac{4\sinh^2 k_i d}{2k_i d + \sinh 2k_i d} \tag{3.34}$$

여기서 파수 $\left(k_i(\omega_i, d)\right)$ 는 선형 분산식 $\left(\omega_i^2 = gk_i \tanh k_i d\right)$ 으로부터 구할 수 있다. 파의 진폭 (a_i) 은 목표(target) 스펙트럼 $S(\omega)$ 의 대부분의 에너지가 ω_L 에서 ω_H 의 범위내에 분포하고 그 사이를 M 개의 주파수 밴드(frequency band)로 나눈다면, 다음 식 (3.35) 와 같이 표현된다.

$$a_i = \sqrt{2S(\hat{\omega}_i)\Delta\omega} \qquad \text{with} \qquad \hat{\omega}_i = \frac{(\omega_{i-1} - \omega_i)}{2},\ \Delta\omega = \frac{\omega_H - \omega_L}{M} \tag{3.35}$$

조파판을 서서히 작동하기 위하여 도입한 램프함수 $D(t)$ 는 다음 식 (3.36) 과 같이 표현된다.

$$D(t) = \frac{\tanh(\mu t_\varepsilon) + \tanh\left[\mu(t - t_\varepsilon)\right]}{1 + \tanh(\mu t_\varepsilon)} \tag{3.36}$$

여기서 μ 는 다음 식 (3.37) 과 같이 정의된다.

$$\mu = \frac{2.3025}{t_\varepsilon} \qquad \text{with} \qquad t_\varepsilon = \frac{T_{damp}}{2} \tag{3.37}$$

T_{damp} 는 입력값으로 주어진다. 식 (3.36) 에 주어진 램프함수는 $t = 0$ 일 때 $D(t) = 0$ 이며, $t = t_\varepsilon$ 일 때 $D(t) = 1$ 을 갖는다.

식 (3.33) 의 시간 미분값으로부터 조파판의 속도(식 (3.38))와 가속도(식 (3.39))를 알 수 있다.

$$u_p(t) = \dot{S}D + S\dot{D}$$

$$\dot{S}(t) = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2} A_i \omega_i \sin(\omega_i t + \phi_i) \tag{3.38}$$

$$\dot{D}(t) = \frac{\mu \sinh^2\left[\mu(t - t_\varepsilon)\right]}{1 + \tanh(\mu t_\varepsilon)}$$

$$\dot{u}_p(t) = \ddot{S}D + 2\dot{D}\dot{S} + S\ddot{D}$$

$$\ddot{S}(t) = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2} A_i \omega_i^2 \cos(\omega_i t + \phi_i) \tag{3.39}$$

$$\ddot{D}(t) = -2\mu^2 \frac{\tanh\left[\mu(t - t_\varepsilon)\right]\operatorname{sech}^2\left[\mu(t - t_\varepsilon)\right]}{1 + \tanh(\mu t_\varepsilon)}$$

위에 주어진 식들은 식 (3.32) 의 두번째 식을 구할 때 사용된다.

3.5 파 흡수 기법

제한된 길이의 조파 수조내에서 반사파를 최소화하기 위하여 감쇠 영역 (Γ_d)과 함께 방사 경계면(Γ_a)에서 Clément(1996)가 소개한 파 흡수 조건식을 적용하였다. 파 흡수 조건식에 대해서는 2장에서 자세히 소개하였고, 이 절에서는 감쇠 영역(damping zone)에 대해 설명하고자 한다. 감쇠 영역은 식(2.3)에 주어진 동역학적 자유표면 경계조건에서 자유표면에서의 압력(P_a)을 식(3.40)과 같이 감쇠함수(ν)를 포함하는 압력(P)으로 대체한 경계조건식인 식(3.41)을 사용하였다.

$$P(x,\eta,t)=\nu(x,t)\frac{\partial\phi(x,\eta,t)}{\partial n} \qquad on \quad \Gamma_d(t) \tag{3.40}$$

$$\frac{D\phi}{Dt}-\frac{1}{2}\nabla\phi\cdot\nabla\phi+g\eta+\frac{P}{\rho}=0 \qquad on \quad \Gamma_d(t) \tag{3.41}$$

여기서 η는 수면 변위를 나타내며, 감쇠함수$\nu(x,t)$는 갑작스런 감쇠 영역의 도입에 따른 반사파를 방지하기 위하여 식(3.42)와 같이 감쇠 영역을 따라 서서히 증가하다 일정한 감쇠 값을 갖도록 하였다.

$$\begin{aligned}\nu(x,t)&=0.5\nu_0(t)\rho\sqrt{gd}\left(\frac{\tanh(\mathbf{x}-\mathbf{x}_l-\gamma)}{\tanh(\gamma)}+1\right) && 0\le\mathbf{x}-\mathbf{x}_l<2\gamma\\ &=\nu_0(t)\rho\sqrt{gd} && 2\gamma<\mathbf{x}-\mathbf{x}_l\le l\end{aligned} \tag{3.42}$$

여기서 $\nu_0(t)$는 무차원화된 감쇠계수로 본 연구에서는 상수 0.3을 주었다. d는 수심, 2γ은 감쇠영역의 길이(l)중에서 시작점부터 감쇠계수가 변하는 영역의

길이를 나타내며, 이 값 이후에는 일정한 감쇠계수 $\left(\nu_0(t)\rho\sqrt{gd}\right)$ 를 갖는다. $\mathbf{x}_l=\left(x_l,z_l\right)$은 감쇠영역의 시작점을 나타내는 위치벡터이다(Fig. 3.3 참조)

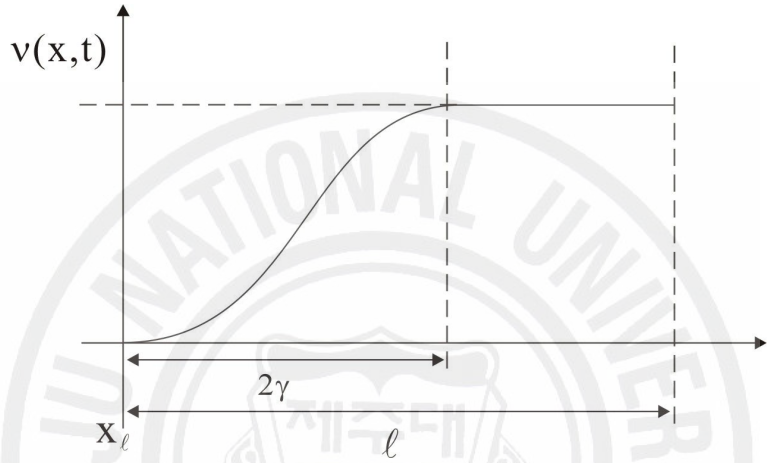


Fig. 3.3. Variation of damping function in a damping zone

3.6 교차점(intersection point) 취급 방법

교차점은 서로 다른 경계면들이 교차하는 점으로 예를 들면 자유표면 경계면과 조파판 경계면이 만나는 교차점이 한 예이다. 이 경우 조파판의 운동을 램프함수를 이용하여 서서히 증가시키지 않으면 강한 특이거동을 나타나며 이러한 특이거동은 전체 수치해에 영향을 주어 수치적인 불안정성을 초래한다. 또한 수치해석적인 문제점으로는 교차점에서 서로 다른 경계조건들이 부과되면 법선방향의 단위벡터가 교차점이 어느 경계면에 속하느냐에 따라 달라지게 된다. 따라서 교차점에서 정밀한 수치계산을 하지 않으면 수치 오차가 필연적으로 발생하게 된다. 수치 오차를 없애기 위하여 이중 접점(double node) 기법을 사용하였다. 즉, 교차점에 2개의 절점을 부과하여 각각은 서로 다른 법선방향의 벡터를 갖게 되며 각 접점은 인접한 서로 다른 경계면의 끝 요소에 속하게 되어 다른 경계조건이 적용된다.

3.7 시간 간격 최적화 기법

파가 진행하면서 해석영역의 체적(m)과 에너지(e)의 변화에 따른 수치적인 오류가 발생하므로 매 시간 단계마다 수치 계산의 정밀도를 점검 해야 한다. 일반적으로, 오차가 0.05%보다 클 때 수치계산을 중단한다.

Grilli and Svendsen(1990)은 일정수심(d) 위를 진행하는 고립파 해석 시, 계산모델의 수치 오차가 경계요소의 크기(Δx_0)와 차수$(\text{quadratic,cubic,}\ldots)$, 그리고 시간 간격$(\Delta t_0)$에 대한 함수임을 입증하였고, 이를 기본으로 하여 계산 모델의 최적 시간 간격을 선택하는 기법을 개발하였다. 본 연구에서는 Grilli and Svendsen(1990)이 개발한 시간 간격 최적화 기법을 적용하였다.

전 경계면에서 2차 isoparametric 요소를 사용하였을 때, 일정 시간 간격에서 Courant 수가 0.5에 접근할 때 m과 e에서의 오차가 최소가 된다.

$$C_0 = \sqrt{gd}\,\frac{\Delta t_0}{\Delta x_0} \approx 0.5 \tag{3.43}$$

라그랑지안 시간 적분을 따르는 자유표면에서의 절점들은 물입자의 속도가 큰 영역에서는 절점들이 모이는 현상이 발생하므로 일정한 시간마다 자유표면의 절점들을 균일하게 재 배치하는 수치기법(regridding)을 도입하였다. 본 연구에서는 20마디의 시간간격마다 자유표면의 절점들을 재 배치하였다. 또한 최적의 시간 간격을 식(3.43)에 주어진 Courant 수 C_0와 자유표면에서 절점들의 최소간격 $\Delta\left|\mathbf{r}(t)\right|^{\min}$을 가지고 다음 식$(3.44)$와 같이 구한다.

$$\Delta t = C_0\,\frac{\Delta\left|\mathbf{r}(t)\right|^{\min}}{\sqrt{gd}} \tag{3.44}$$

3.8 시간 전개 기법

각 경계면이 Dirichlet 경계조건 또는 Neumann 경계조건인가에 따라 초기조건으로 ϕ 또는 $\frac{\partial \phi}{\partial n}$ 가 주어지면 식 (3.26) 에 주어진 대수방정식을 풀어 경계면상의 함수 $\left(\phi, \frac{\partial \phi}{\partial n}\right)$ 값들이 모두 결정된다. 이 값들로부터 다음 시간단계에서의 새로운 값 $\left(\phi \text{ or } \frac{\partial \phi}{\partial n}\right)$ 을 구하고, 이 값들을 다시 초기값으로 하여 새로운 시간에서의 함수 $\left(\phi, \frac{\partial \phi}{\partial n}\right)$ 값을 구한다. 이러한 계산과정을 원하는 시간까지 반복함으로써 시간영역에서의 해를 구한다.

본 연구에서는 Taylor의 전개식을 적용하여 2차항까지만 고려하였다. 양해법인 Taylor 전개식을 이용한 시간 적분 방법은 기존의 Runge-Kutta와 Adams-Bashforth-Moulton 수치적분 방법보다 안정성이 우수하며, 같은 정확도에 대하여 시간간격을 늘릴 수 있어 효율적이다. 식 (3.39) 의 오른쪽의 2차항 계수들은 시간 t 에서의 시간 미분값 $\left(\frac{\partial \phi}{\partial t}, \frac{\partial^2 \phi}{\partial t \partial n}\right)$ 을 알아야 한다. 이 값들을 얻기 위하여 앞에서와 같이 경계면을 따라 초기조건 $\left(\frac{\partial \phi}{\partial t} \text{ or } \frac{\partial^2 \phi}{\partial t \partial n}\right)$ 을 주고 이산화식 (3.26) 을 한 번 더 풀어 경계면에서 미지함수 $\left(\frac{\partial \phi}{\partial t}, \frac{\partial^2 \phi}{\partial t \partial n}\right)$ 들을 구한다.

제 4 장 해석 결과 및 적용

4.1 규칙파 생성 예

수치파동수조 내에서의 파의 생성과 전파 그리고 소멸과정을 살펴보기 위하여 구조물 없이 길이 30m, 수심 1m를 갖는 수치파동수조에 피스톤 타입의 수치 조파판을 이용하여 파고(H) 0.02m와 주기(T) 1.134sec를 갖는 규칙파를 생성하였다(Fig. 4.1 참조). 수조 우측 끝 방사 경계면에 Clément(1996)가 소개한 파흡수조건식을 적용하여 파가 자유롭게 빠져나가도록 하였고, 그 앞에는 감쇠영역을 설치하여 반사파가 최소가 되게 하였다. 또한 감쇠영역의 길이를 파장에 비례하여$(0.5L \sim 5L)$ 변화시키면서 소파 기능의 변화를 살펴보았다.

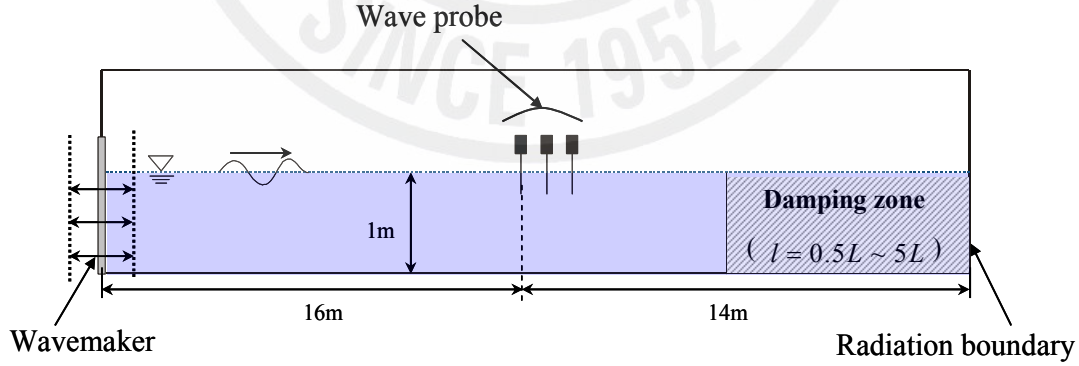


Fig. 4.1. Definition sketch of numerical wave tank for wave generation.

4.1.1 신뢰성 검증

수치파동수조내에서의 파형의 변화를 살펴보기에 앞서 비선형 포텐셜 이론에 근거한 경계요소법의 수치계산 신뢰성을 검증하기 위하여 식 (4.1) 과 (4.2) 를 이용하여 수조내의 체적변화율 (ε_v) 과 질량보존율 (ε_c) 을 구하여 그 결과를 Fig. 4.2에 나타내었다.

$$\varepsilon_v = \left[\int_\Gamma z dx - V_0 \right] / V_0 \qquad (4.1)$$

$$\varepsilon_c = \left[\int_\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial n} d\Gamma \right] \Delta t / V_0 \qquad (4.2)$$

여기서 V_0 는 유체영역의 초기체적을 나타낸다. 감쇠영역의 길이 $((a):0.5L,(b):1L,(c):2L,(d):4L)$ 를 바꿔가면서 체적변화율 (ε_v) 과 질량보존율 (ε_c) 을 살펴보았다. 모든 케이스에 대해 약 17~35초 사이에 0.005% 체적변화율이 감소하는 것을 볼 수 있다. 감소가 시작되는 시점은 최초 입사파가 수치파동수조 우측 끝의 방사 경계면에 도달하였을 때의 시각이고, 감소가 끝나서 일정한 진동이 시작되는 시점은 최초 입사파가 조파 경계면으로 되돌아 왔을 때의 시각이었다. 소파성능이 미약한 (a) 의 경우 34초 이후에서는 $\pm 0.7 \times 10^{-3}\%$, 나머지 $(b),(c),(d)$ 에서는 $\pm 1.5 \times 10^{-4}\%$ 의 오차를 보였다. 질량보존율에 대해서는 (a) 의 경우 소파가 제대로 이루어 지지 않아 35초 이후에서 조파 초기에 비하여 오차가 약간 증가하여 $\pm 6 \times 10^{-7}\%$ 의 오차를 보였으며, 나머지 $(b),(c),(d)$ 에서는 큰 변화 없이 $\pm 4 \times 10^{-7}\%$ 의 오차를 일정하게 유지하였다.

전반적으로 감쇠영역이 길어짐에 따라 더욱 안정적으로 오차의 진동이 이루어지고 있으며, 그 값이 매우 작으므로 경계요소법을 이용한 수치파동수조의 수치계산 결과를 신뢰할 수 있었다.

JEJU NATIONAL UNIVERSITY · SINCE 1952 · 제주대

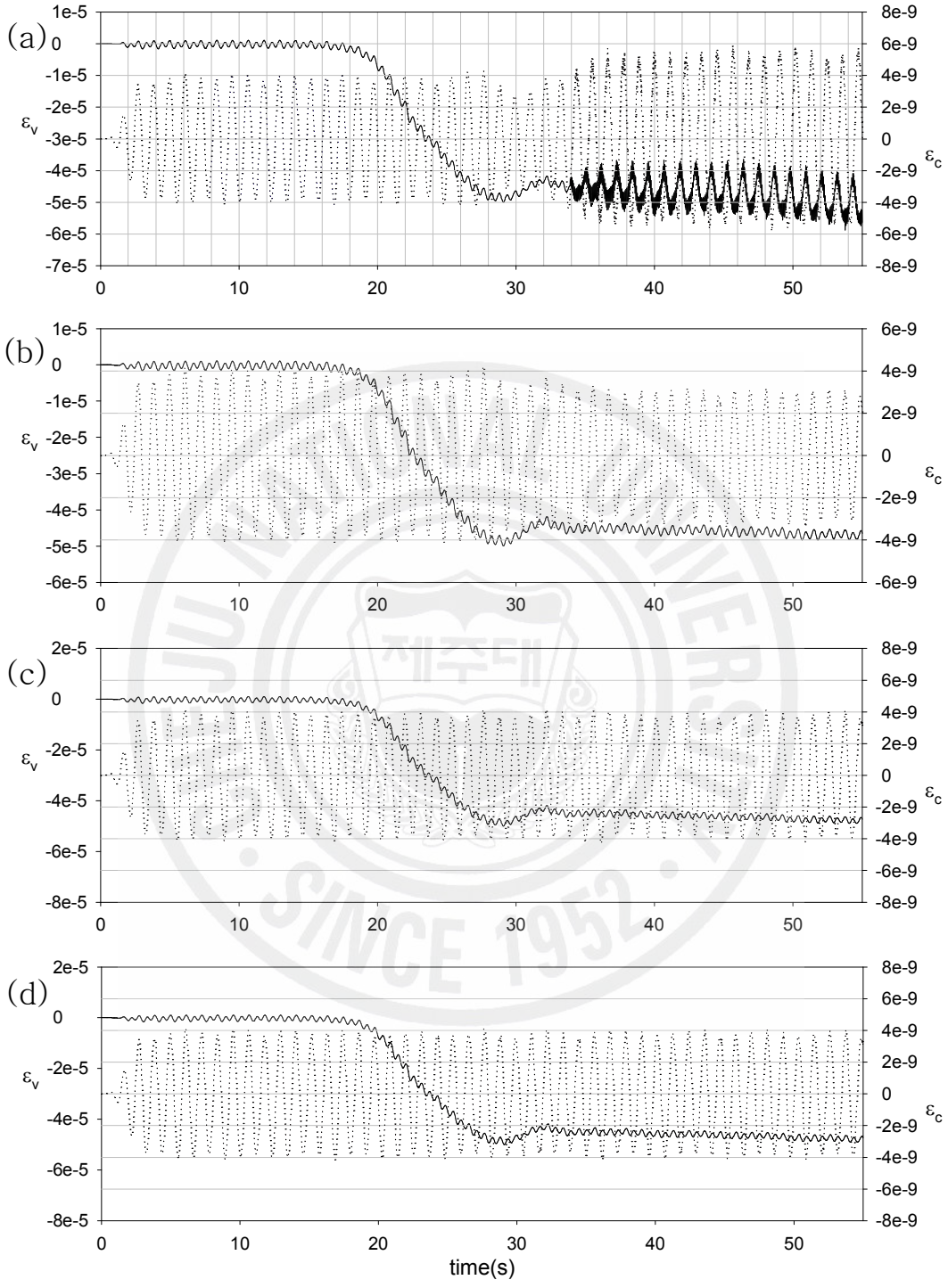


Fig. 4.2. Check of accuracy by the volume change error $(\varepsilon_v : -)$ and continuity error $(\varepsilon_c : \cdots)$

4.1.2 파형 검증

수조내에서의 파형 변화를 살펴보기 위하여, 조파기에서 16m 떨어진 위치에 설치한 수치 파고계와 감쇠영역이 시작되는 지점에 설치한 수치 파고계로부터 획득한 시계열 데이터를 이용하여 자유표면의 수위변동을 확인하였다. Fig. 4.3은 설치된 파고계로부터 획득한 시계열 그래프이다. 실선은 감쇠영역이 시작되기 바로 전에서의 파형이고 점선은 조파판에서 16m 떨어진 위치에서 측정된 파형이다. 감쇠영역의 길이가 $0.5L$ 인 (a) 의 경우 감쇠영역에서 파의 감쇠가 제대로 이루어지지 않아 반사파로 인하여 시간이 지날수록 다른 결과들에 비하여 파고가 높아지고 일정치 않은 파형을 보여주고 있다. 그러나 $(b),(c),(d)$ 에서는 시간의 변화와 상관없이 초기의 과도기가 지나면 주어진 입사파의 조건을 만족하는 규칙파가 형성됨을 볼 수 있고, 수치 파고계 설치 위치에 관계없이 일정한 파형을 보여 주고 있다.

Fig. 4.4는 진폭과 파장의 변화에 따른 시계열 그래프이다. 실선은 감쇠영역이 시작되기 바로 전에서의 파형이고 점선은 조파판에서 $(\mathrm{a}),(b)$:16m, (c):15m 떨어진 위치에서 측정된 파형이다. 진폭과 파장이 각각 0.01m , 2m 인 (a) 의 경우 파형은 주어진 조건을 잘 만족하고 있으나, 진폭을 0.05m 로 증가한 (b) 의 경우 파형경사가 선형파 이론의 범위를 벗어나 주어진 조건에 비하여 진폭이 감소하였음을 보여주고 있다. 그러나 그림 (c) 와 같이 파장을 5m 로 증가시키면, 파형경사가 선형파 이론을 만족하므로 주어진 파 조건을 잘 표현하고 있다.

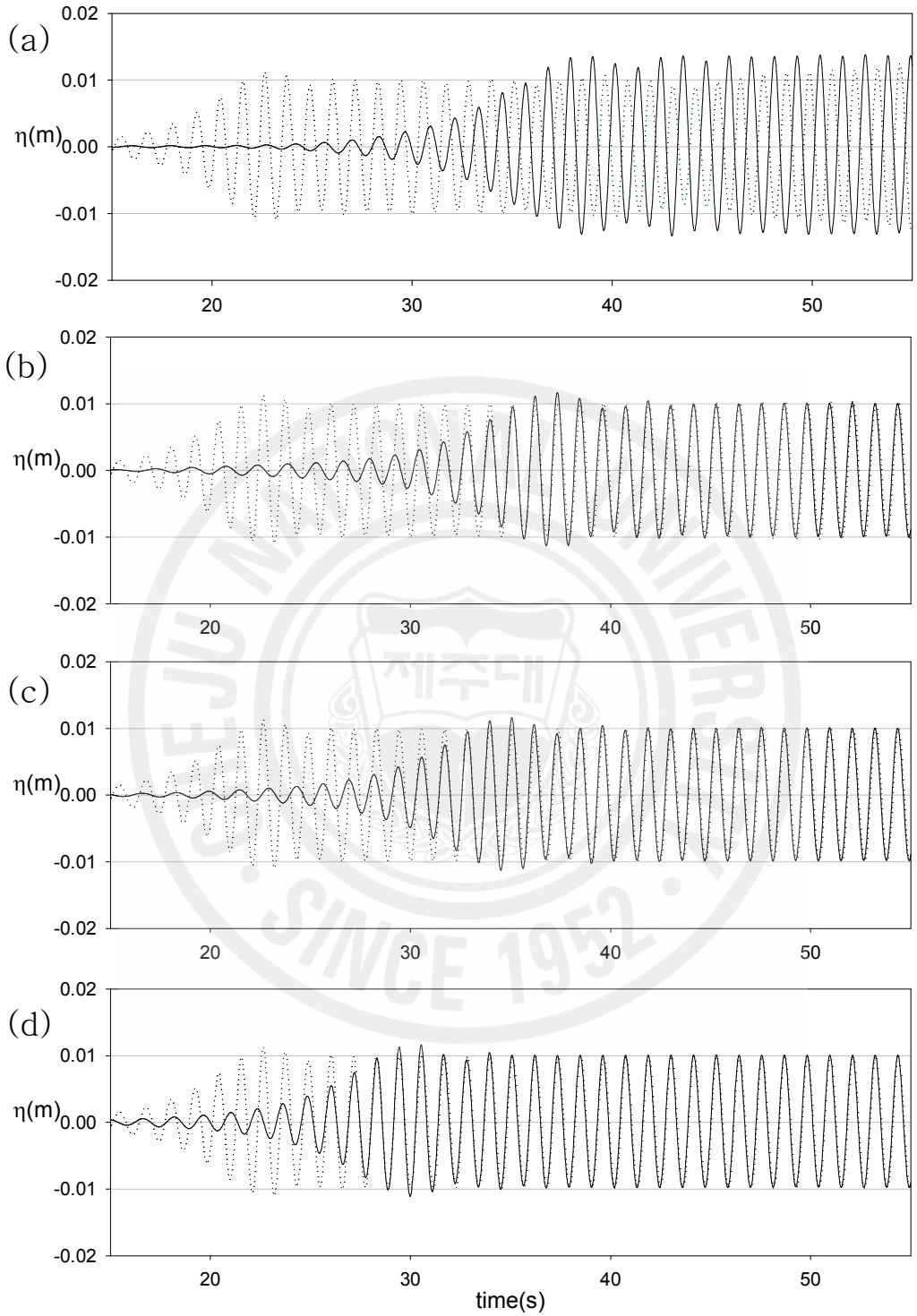


Fig. 4.3. Wave signals measured at $x = 16\,\mathrm{m}\ (\cdots)$ and starting point of damping zone $(-)$.

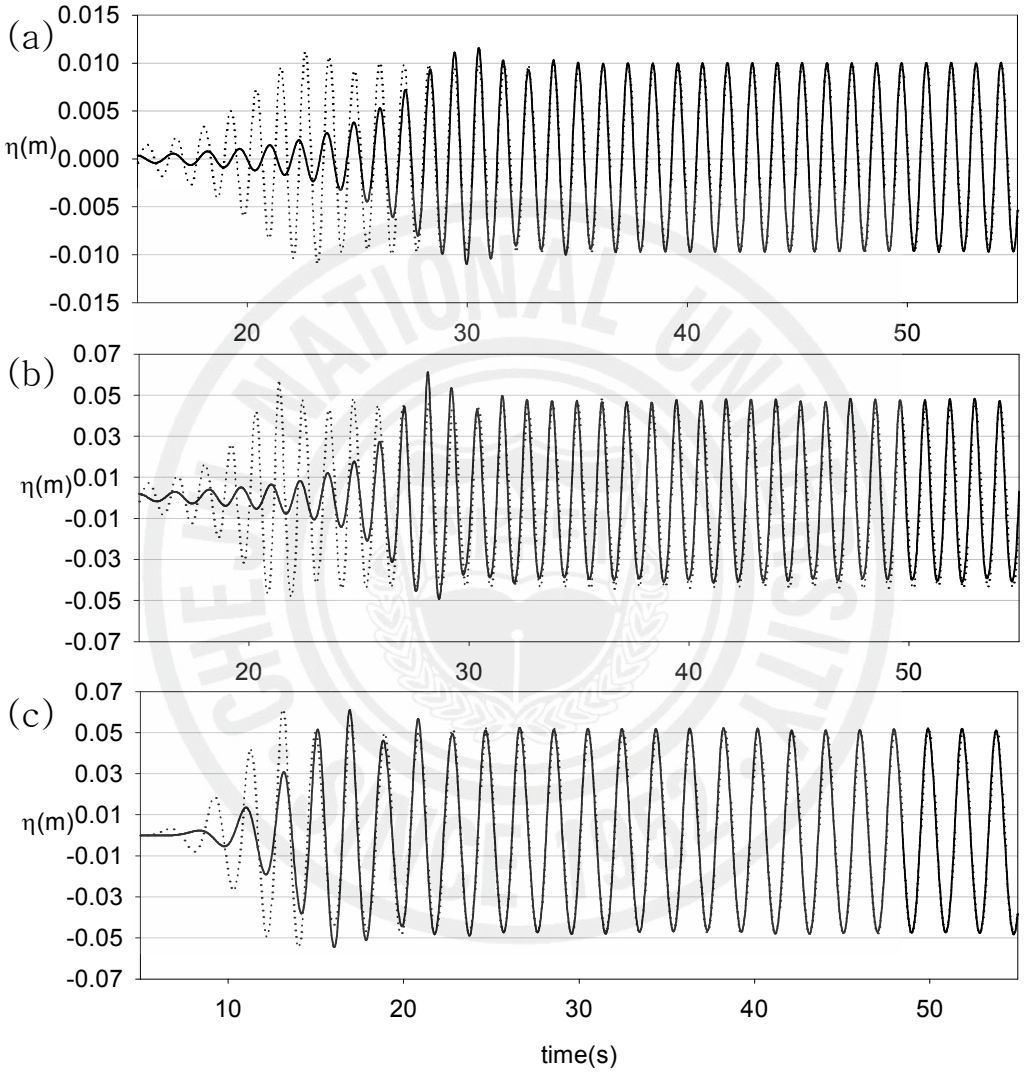


Fig. 4.4. Wave signals measured at $x = (a), (b)$:*16*m, (c):*15*m $(\cdots)$ and starting point of damping zone $(-)$.

Fig. 4.5는 피스톤 조파판의 운동으로 파를 발생시킨 후 55초가 지났을 때의 파형을 나타낸 그래프이다. Fig. 4.3과 유사하게 수조 끝단에서 발생하는 반사파로 인하여 그림 (a) 에서는 파형이 일정치 않은 변조된 파형(modulated wave)을 보이며, $(b),(c),(d)$ 에서는 거의 일정한 진폭을 갖는 규칙파형을 보이고 있다. 이로부터 감쇠영역의 길이가 입사파의 파장보다 길면 반사파를 줄여 신뢰성 있는 결과를 줄 수 있음을 이 그림들로부터 확인할 수 있다. 그러나 수조파동수조 내에 구조물이 들어가면 구조물에 의한 산란된 파형이 발생하므로 충분한 감쇠영역을 두는 것이 바람직하다.

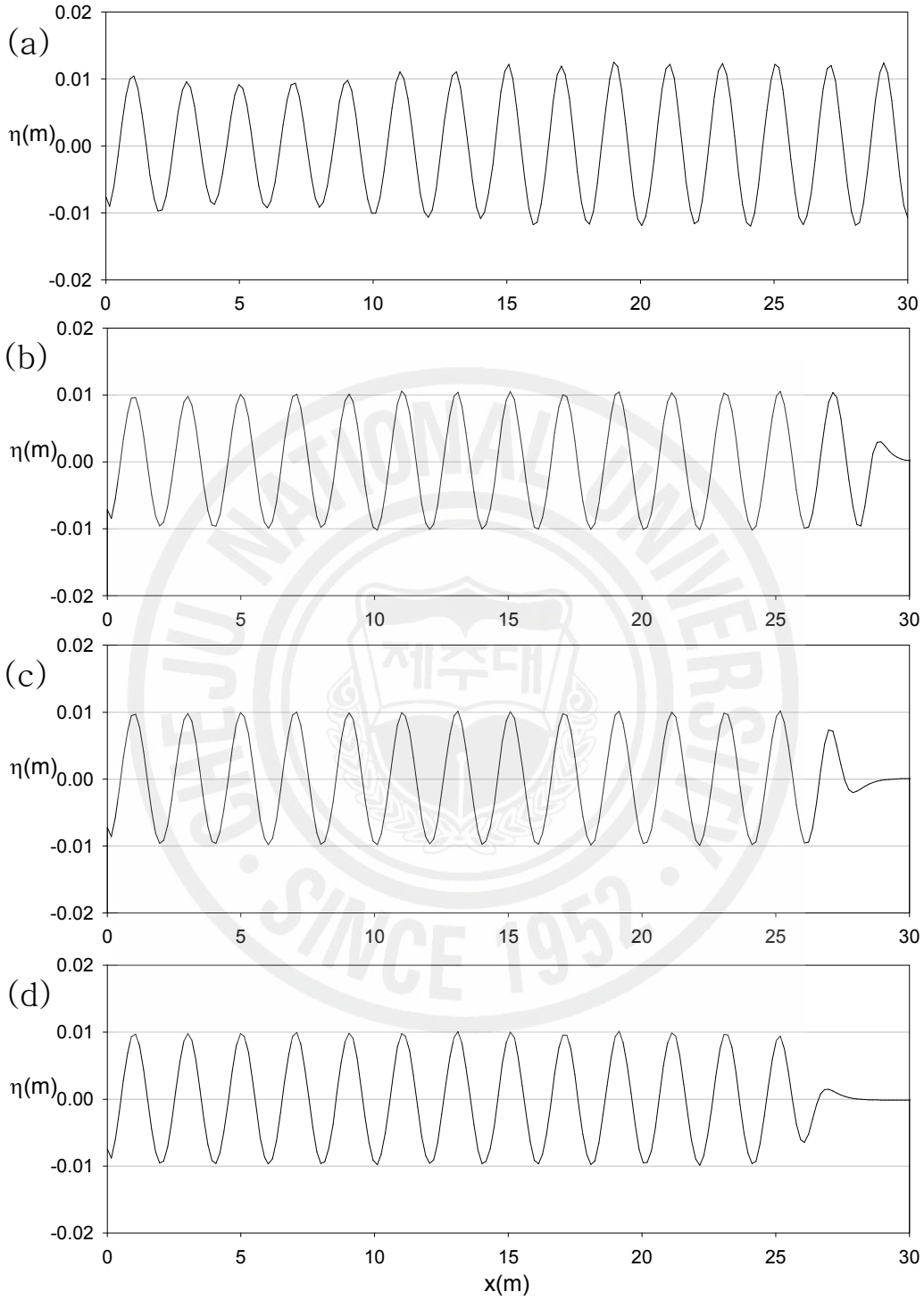


Fig. 4.5. Wave snap shot at sec after starting of wavemaker

4.1.3 소파 성능 검증

최적의 감쇠영역 선정에 대한 체계적이고 과학적인 조사를 위하여 감쇠영역의 길이를 파장에 비례하여 $(0.5L \sim 5L)$ 변화시키면서 반사율을 측정하였다. 반사율은 조파기에서 16m 떨어진 거리로부터 0.4m 의 간격을 갖는 3개의 수치파고계를 설치하여 획득한 시계열 데이터를 최소자승법(least square method)을 사용하여 입사파와 반사파로 분리하여 계산하였다(부록 B 참조).

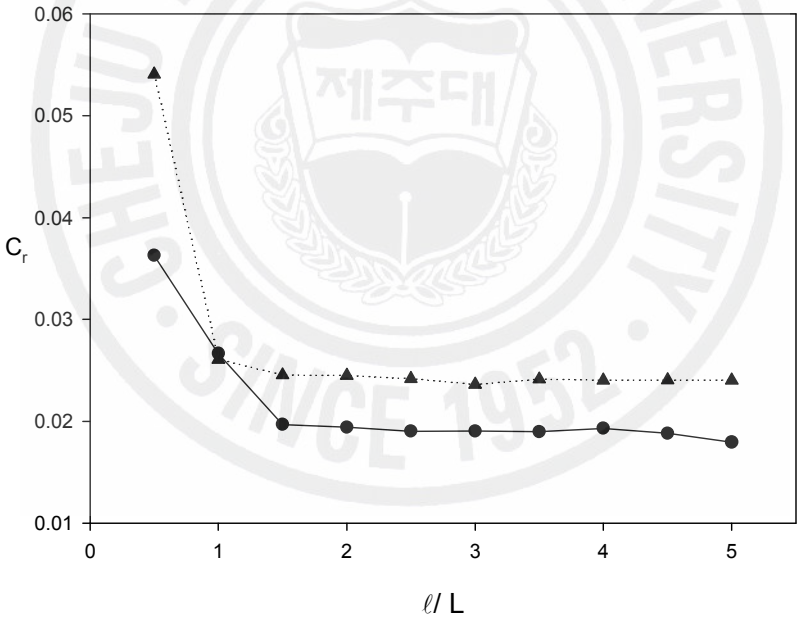


Fig. 4.6. Reflection coefficient as a function of the length of damping zone .

Fig. 4.6에서 삼각형(▲)은 식 (3.42) 의 감쇠영역 (l) 과 2γ 의 길이가 같을 때 즉, 감쇠영역내에서 감쇠계수가 서서히 증가하여 감쇠영역의 끝에서

$\nu(x,t)=\nu_0(t)\rho\sqrt{gd}$ 값을 가질 때의 반사율이며, 동그라미(●)는 $2\gamma/l=2/3$ 인 경우로 감소계수가 서서히 증가하다가 감쇠영역 전체길이의 $2/3$ 지점부터 일정한 값 $\left(=\nu_0(t)\rho\sqrt{gd}\right)$ 갖는 경우의 반사율이다. 감쇠영역의 길이가 파장의 길이와 같은 경우 $(1L)$ 를 제외한 나머지 영역에서는 $2\gamma/l=2/3$ 인 경우의 반사율이 감쇠영역의 길이에 관계없이 더 작은 값을 보이고, $2L$ 이후에서 거의 일정한 반사율을 나타내고 있다. 본 연구에서는 구조물 삽입에 따른 산란파의 발생을 고려하여 감쇠영역의 길이를 충분히 잡아 이후 모든 수치계산에서 감쇠영역을 $4L$ 로 하여 반사파를 최소로 하였다.

JEJU NATIONAL UNIVERSITY · SINCE 1952 · 제주대

4.2 규칙파와 수평판

수면 아래 일정 깊이 잠긴 수평판은 흐름이 수평판 상하를 통하여 자유롭게 통과할 수 있기 때문에 조류나 흐름 등을 방해하지 않고 파랑만을 제어할 수 있을 뿐만 아니라 태풍과 같은 악기상에 직접적으로 노출이 되지 않아 환경 친화적이면서 강한 내구성을 갖는 방파제이다. 또한 중량이 가볍기 때문에 연약지반에서도 설치가 가능하며, 방파제로부터 반사되는 파의 에너지를 줄여 방파제 주변에서 운항하는 선박의 안정성에 도움을 준다(고혁준 · 조일형, 2007).

규칙파와 수면 아래 일정 깊이 잠긴 수평판 사이의 비선형 상호작용을 규명하기 위하여 본 연구의 수치파동수조와 Navier Stokes 방정식과 엄밀한 자유표면 경계조건식을 푸는 CADMAS-SURF를 이용하여 수치 실험을 수행하였다.

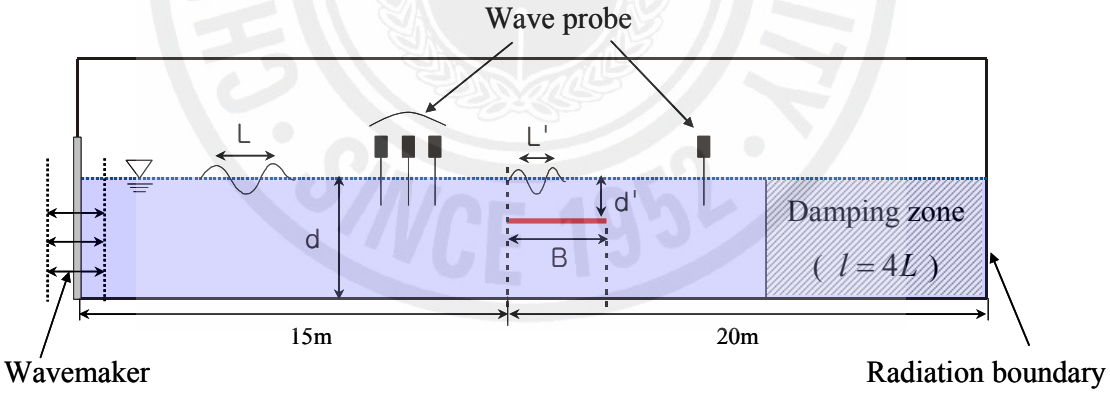


Fig. 4.7. Definition sketch of numerical wave tank for submerged plate.

수치계산모델로 길이 35m, 수심 0.5m를 갖는 수치파동수조에 두께 1cm, 길이 B를 갖는 수평판을 조파기로부터 15m 떨어진 위치에 고정하였다. 수조 좌측 경계면에 피스톤 타입의 수치 조파판을 설치하여 파고 H와 파장 L을 갖는 파를 발생하였다. 수조 우측 경계면에 Clément(1996)가 소개한 파 흡수경계를 두어

파가 자유롭게 빠져나가도록 하였고, 그 앞에는 길이 $4L$ 을 갖는 파 흡수영역을 설치하여 반사파가 최소가 되게 하였다. 또한 조파기로부터 10.2m 떨어진 거리로부터 0.4m 의 간격을 갖는 3개의 수치파고계로부터 반사율을 측정하였다(Fig. 4.7 참조).

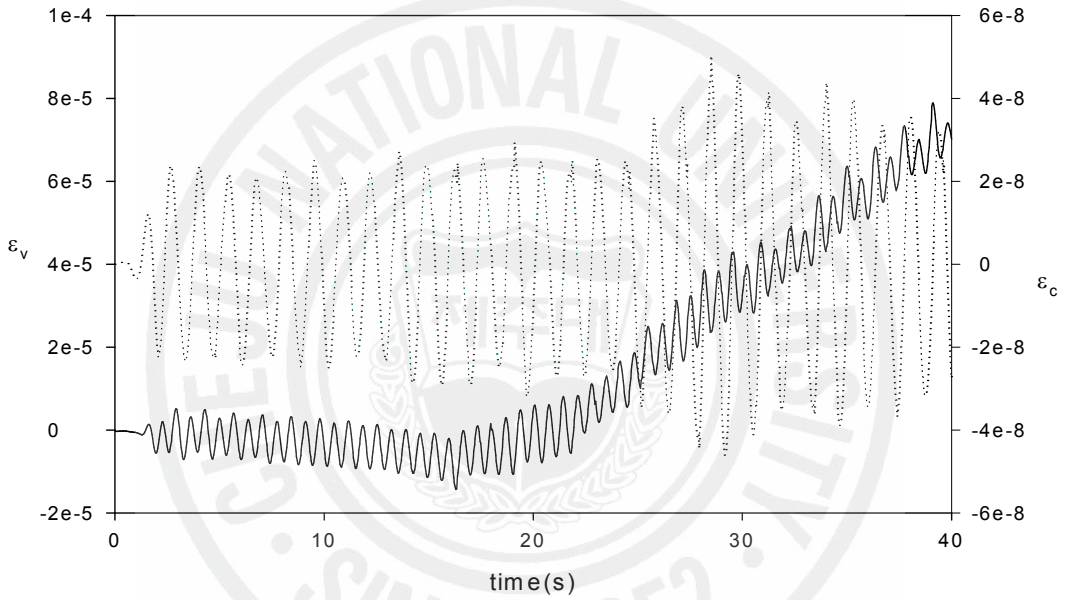


Fig. 4.8. Check of accuracy by the volume change error (ε_v) and continuity error (ε_c) during computations for *d/L = 0.2*, *d'/d = 0.3*, and *B/L' = 0.5*.

4.2.1 신뢰성 검증

계산에 앞서 수치 계산 신뢰성을 검증하기 위하여 수조내의 체적변화율(ε_v)과 질량보존율(ε_c)을 구하여 그 결과를 Fig. 4.8에 나타내었다.

시간에 따른 체적변화율은 30초 근방에서 증가하여 최고 9.5×10^{-3}% 내외의

오차를 보였으며, 질량보존율은 최대 $\pm 5.0\times10^{-6}\%$ 내외의 오차를 나타내었다. 이로부터 수치파동수조내에 설치한 수평판에 의한 파랑변형에 대한 수치계산 결과를 신뢰할 수 있었다.

4.2.2 반사율과 투과율 계산

수평판의 길이와 잠긴 깊이에 변화에 따른 반사율(C_r)과 투과율(C_t)을 해석하였다.

Fig. 4.9는 쇄파가 발생하지 않는 조건인 수심과 파장의 비율(d/L)이 0.2, 수평판의 잠긴 깊이와 수심의 비율(d'/d)이 0.3, 그리고 파형경사(H/L)가 0.012일 때 수평판 상부에 형성된 파의 파장으로 무차원화 시킨 수평판의 길이(B/L')에 따른 투과율(a)과 반사율(b)을 나타낸 그림이다. 그림에서 실선은 선형 포텐셜 이론에 기반을 두고 주파수 영역에서 해석한 반사율과 투과율로서 수치해석 방법은 일정요소(constant element) 경계요소법을 사용하였다. 그림에서 보듯이 CADMAS-SURF와 Patarapanich and Cheong(1989)의 모형실험 결과는 잘 일치하는 반면, 선형 이론의 결과는 고차 조화항으로의 에너지 전이 현상과 점성 효과에 의한 에너지 감쇠를 고려하지 못하여 상대적으로 가장 큰 값을 보이고 있다. 수평판 양 끝 단에서의 박리와 와류의 영향을 포함하고 있지 않지만 고차 조화항으로의 에너지 전이를 고려한 BEM의 결과는 반사율에서는 선형이론과 잘 일치하지만 고차 조화항들이 주로 발생하는 투과율에서는 선형이론의 결과와 다소 차이를 보이고 있다. 즉, 수평판의 길이가 짧은 경우는 고차 조화항으로의 에너지 전이 형상이 약하여 BEM의 결과는 선형이론의 결과와 큰 차이를 보이지 않다가 수평판의 길이가 길어짐에 따라 에너지 전이 형상이 크게 일어나 CADMAS-SURF의 결과와 일치함을 보이고 있다.

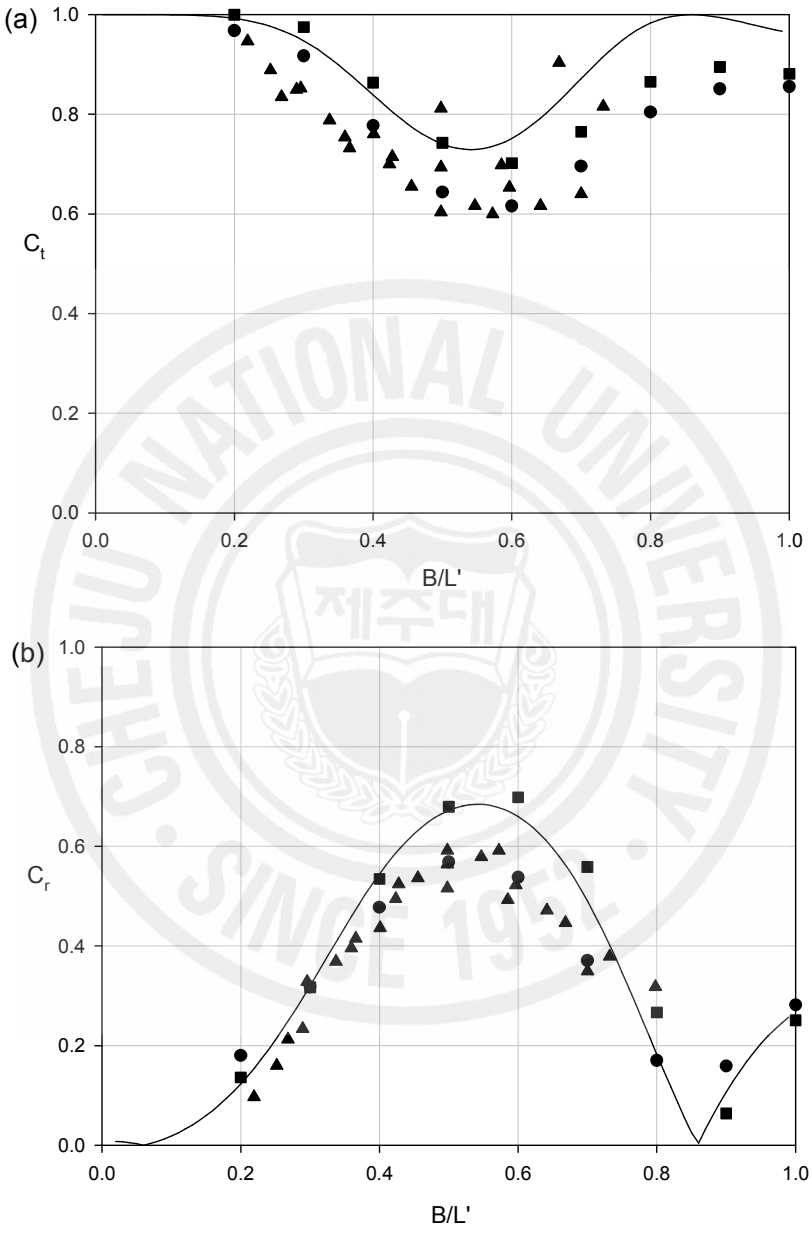


Fig. 4.9. Comparison of reflection and transmission coefficients for *d/L = 0.2*, *d′/d = 0.3*, and *H/L = 0.012* (Experiment:▲, linear potential:—, CADMAS-SURF:●, BEM:■).

Fig. 4.10은 수심과 파장의 비율(d/L)이 0.2, 수평판의 길이와 파장의 비율(B/L)이 0.5, 그리고 파형경사(H/L)가 0.012일 때 수평판의 잠긴 깊이 변화에 따른 투과율(a)과 반사율(b)을 나타낸 그림이다. 그림에서 d'/d가 0.2보다 작은 영역은 Patarapanich and Cheong(1989)이 실시한 모형 실험에서 확인된 수평판 위 수면에서의 쇄파 발생 영역으로서 BEM의 결과값을 신뢰할 수 없어 그림에서 제외시켰다. CADMAS-SURF와 수리모형 실험 결과는 정성적으로 잘 일치하였고, 선형이론의 결과는 예상대로 그보다 큰 값을 보이고 있다. BEM의 결과는 반사율에서는 선형이론의 결과보다 다소 큰 값을 보이지만 정성적으로는 일치함을 보여주고 있다. 투과율에서는 Fig. 4.9와 유사하게 잠긴 깊이가 깊을 때는 비선형 현상이 약하여 선형이론의 결과와 일치하다가 잠긴 깊이가 얕아질수록 고차 조화항으로의 에너지 전이가 일어나 선형이론의 결과와 큰 차이를 보이면서 CADMAS-SURF의 결과값으로 접근하는 것을 볼 수 있다.

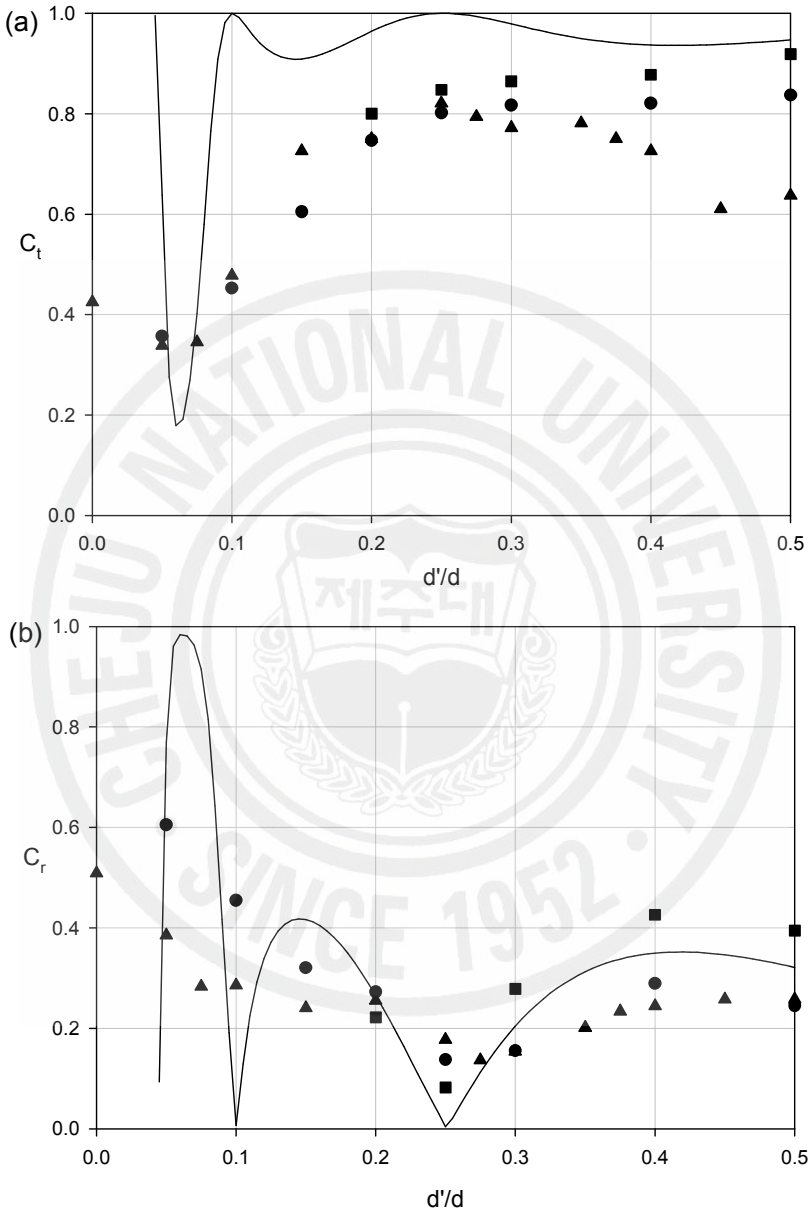


Fig. 4.10. Comparison of reflection and transmission coefficients for *d/L = 0.2*, *B/L = 0.5*, and *H/L = 0.012* (Experiment:▲, linear potential:—, CADMAS-SURF:●, BEM:■).

4.2.3 고차 조화항 해석

주파수 ω를 갖는 입사파가 수평판을 통과하면서 1차 조화항뿐만 아니라 고차 조화항$(2\omega, 3\omega, \ldots)$들이 발생하는 현상은 천수역에서의 대표적인 비선형 현상으로 알려져 있으며, 극단적으로 투과영역에서 1차 조화항이 사라지고 2차 조화항만 남는 현상을 SHG(second harmonic generation)이라 부른다. 지금까지 밝혀진 고차 조화항들의 발생원인은 크게 두 가지로 요약될 수 있다. 먼저 바닥의 지형변화나 수중에 놓인 물체에 의하여 수심이 얕아져 천수역으로 변했을 때 입사파와의 비선형 상호작용으로 고차 조화항들이 발생한다. 또한 구조물 양단 모서리에서 발생하는 박리나 와류가 수면과의 상호작용을 통하여 고차 조화항들을 발생시킨다.

Fig. 4.9와 Fig. 4.10에서 나타난 고차조화항으로의 에너지 전이 현상을 명확하게 밝히기 위하여 투과파를 조화분석한 후 주파수별로 투과율을 계산하였다.

Fig. 4.11은 Fig. 4.9의 투과파를 조화분석한 그래프로서 실선은 BEM의 결과이며 점선은 CADMAS-SURF의 결과이다. 동그라미(●)로 표시된 1차 조화항에서는 BEM이 수평판에서의 마찰과 수평판 양단에서의 박리나 와류와 같은 점성의 영향을 고려하지 못하므로 CADMAS-SURF의 결과에 비하여 조금 큰 값을 나타내고 있다. 그러나 사각형(■)과 삼각형(▲)으로 표시된 2차, 3차 조화항에서의 BEM 및 CADMAS-SURF 값이 거의 일치하여 수평판의 길이 변화에 대한 수평판 양단에서의 박리와 와류에 의하여 발생하는 고차 조화항의 영향은 거의 무시할 수 있음을 알 수 있다. 또한 2차 조화항에서 수평판의 길이가 길어짐에 따라 그 값이 증가하고 있는데, 이것이 Fig. 4.9의 투과율에서 B/L'이 큰 영역의 BEM과 CADMAS-SURF의 결과가 선형이론의 결과와 차이를 보이는 이유이다.

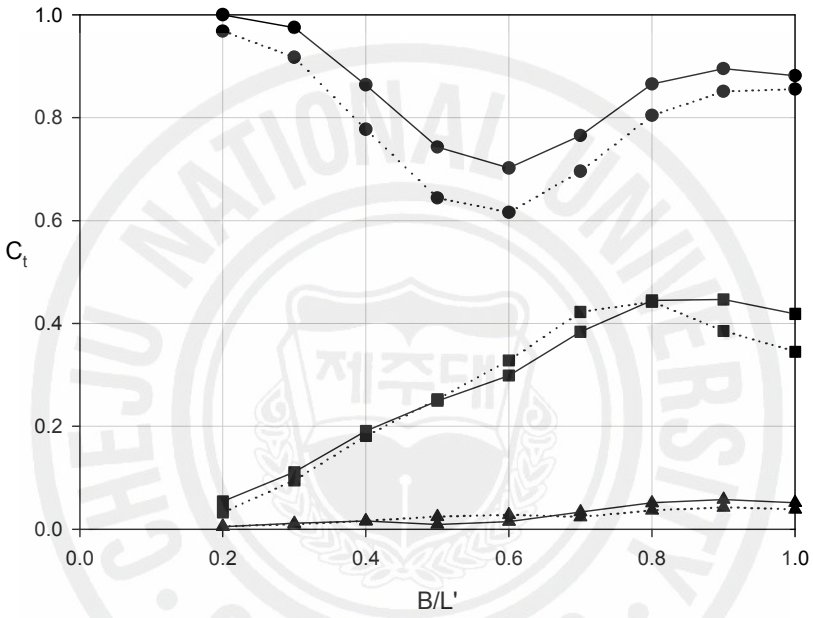


Fig. 4.11. Comparison of higher harmonic transmission coefficients(1st:●, 2nd:■, 3rd:▲)between BEM(—) and CADMAS-SURF(⋯) for *d/L = 0.2*, *d′/d = 0.3*, and *H/L = 0.012*.

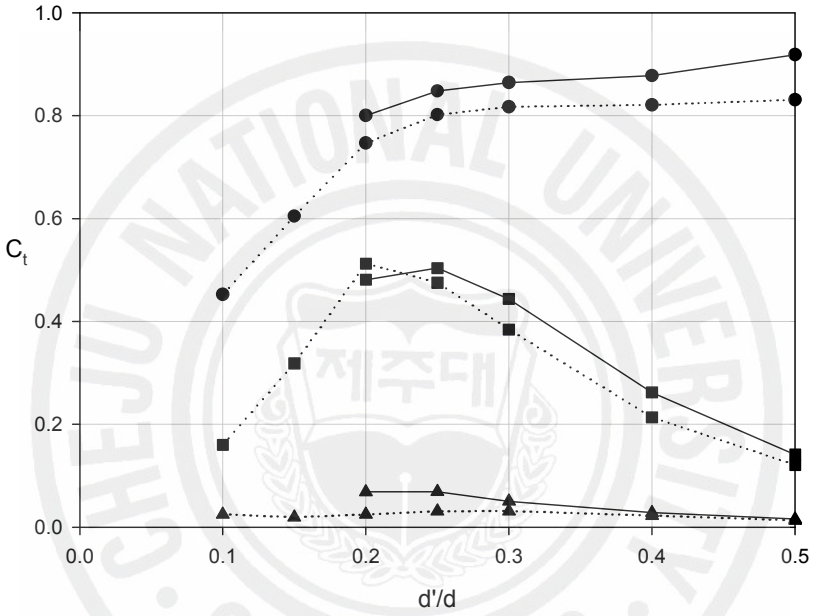
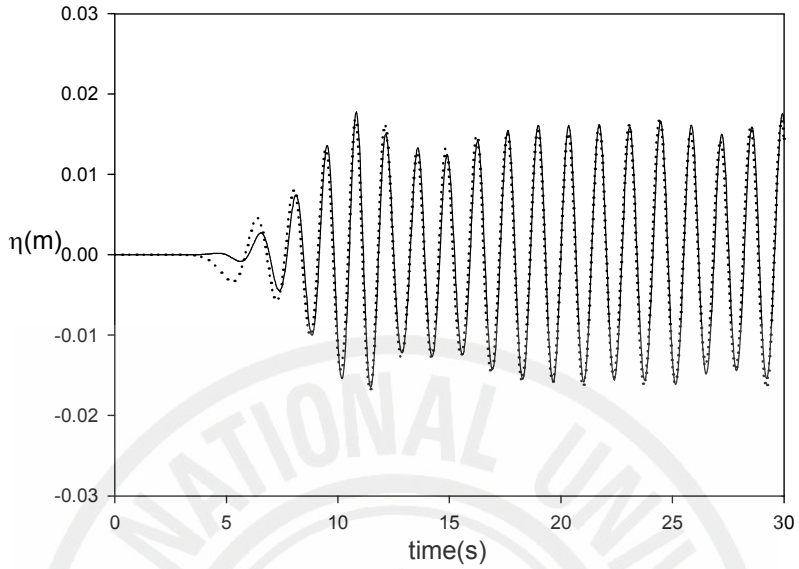


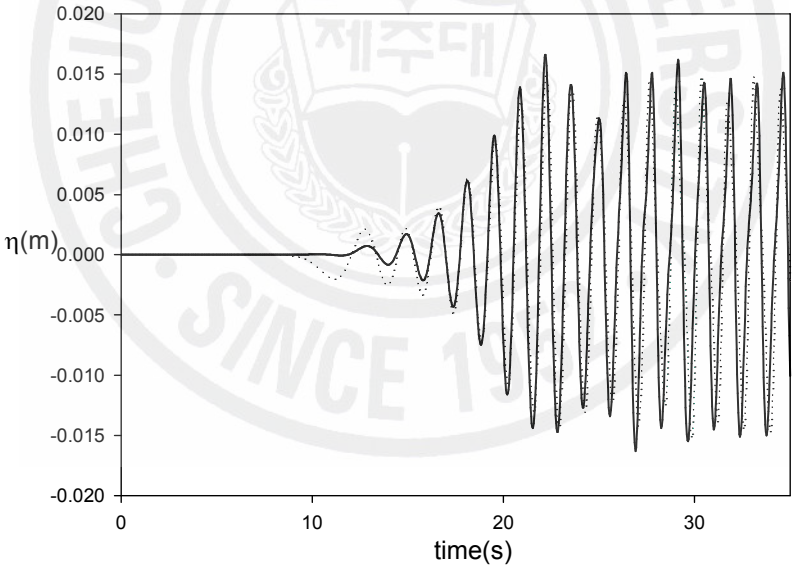
Fig. 4.12. Comparison of higher harmonic transmission coefficients(1st:●, 2nd:■, 3rd:▲)between BEM(—) and CADMAS-SURF(⋯) for *d/L = 0.2*, *B/L = 0.5*, and *H/L = 0.012*.

Fig. 4.13은 $d/L=0.2$, $B/L=0.5$, 그리고 무차원화된 잠긴깊(d'/d)가 0.4일 경우에 수평판의 좌측(반사영역)과 우측(투과영역)에 놓인 파고계로부터 측정된 수위변동 시계열 그래프이다. BEM과 CADMAS-SURF의 수위 변화는 투과 영역에서 파정과 파저에서의 CADMAS-SURF의 결과가 BEM에 비하여 다소 완화된 것을 제외하곤 서로 잘 일치함을 나타내고 있다. 그러나 Fig. 4.14와 같이 무차원화된 잠긴 깊이(d'/d)가 0.2로 낮아지면 두 결과의 차이가 나타나는 것을 볼 수 있다. 특히 수평판을 통과한 투과 영역에서 잠긴 깊이가 얕을수록 고차 조화항이 더 많이 발생하는 것을 볼 수 있다.

Fig. 4.15와 Fig. 4.16은 $d/L=0.2$, $B/L=0.5$일 때, $t=35\text{sec}$에서의 수면 변위와 수평판 주변에 설치된 여러 개의 파고계로부터 획득한 시계열 데이터를 조화분석하여 1~3차 조화항의 파고를 입사파의 파고로 나눈 진폭비를 보여주고 있다. 무차원화된 잠긴깊이(d'/d)가 0.4인 Fig. 4.15에서는 잠긴 깊이가 상대적으로 깊어 비선형 현상에 의한 고차 조화항의 발생이 크지 않아 투과 영역에서 파형의 왜곡이 적게 나타나며, 2차 조화항의 진폭비는 0.3미만으로 1차 조화항에 비하여 작다. 그러나 Fig. 4.16에서 보듯이 무차원화된 잠긴깊이(d'/d)를 0.2로 낮추면, 투과 영역의 고차 조화항들 중에서 특히 2차 조화항이 크게 발생하여 2차 조화항에 의한 파형의 왜곡이 크게 나타나고, 이 때 2차 조화항의 진폭비는 1차 조화항과 거의 비슷함을 볼 수 있다.

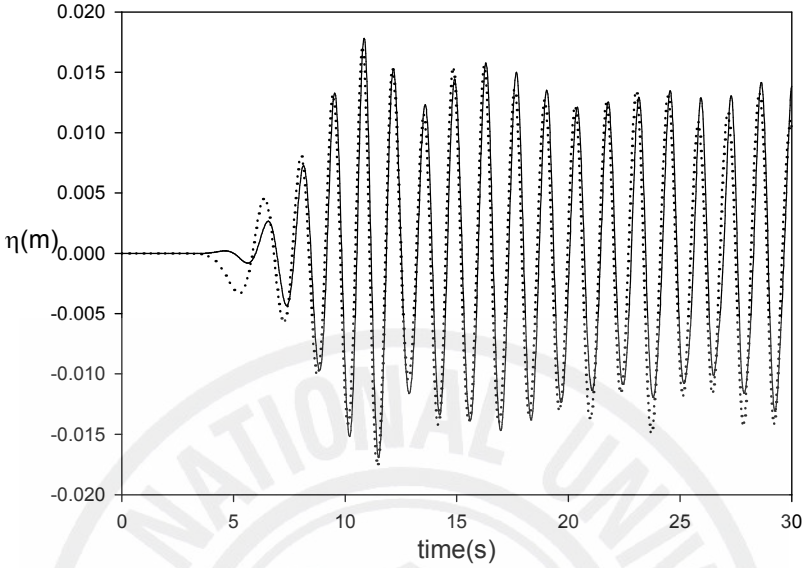


(a) wave probe on reflection side

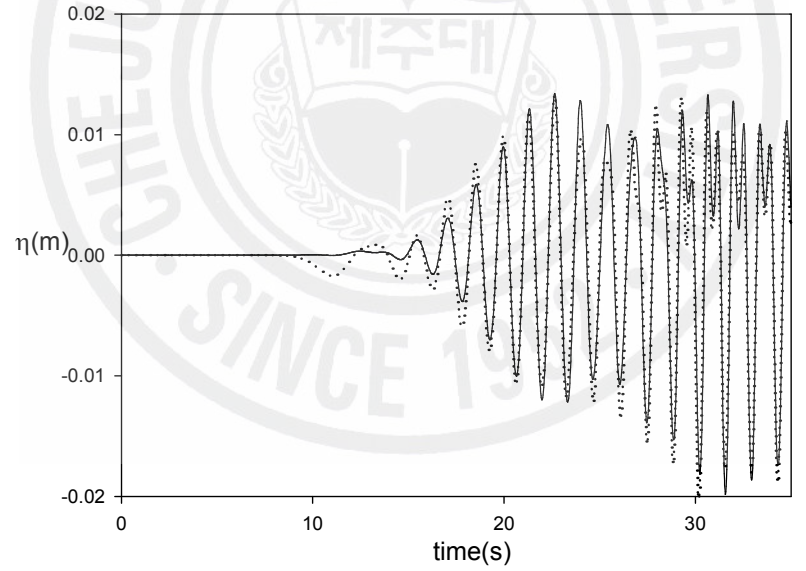


(b) wave probe on transmission side

Fig. 4.13. Wave signal(BEM:—, CADMAS-SURF:⋯) measured at reflection side(*10.2* m) and transmission side(*23* m) for *d/L = 0.2* , *B/L = 0.5* , and *d′/d = 0.4* .



(a) wave probe on reflection side



(b) wave probe on transmission side

Fig. 4.14. Wave signal(BEM:—, CADMAS-SURF:⋯) measured at reflection side(*10.2* m) and transmission side(*23* m) for *d/L = 0.2* , *B/L = 0.5* , and *d′/d = 0.2* .

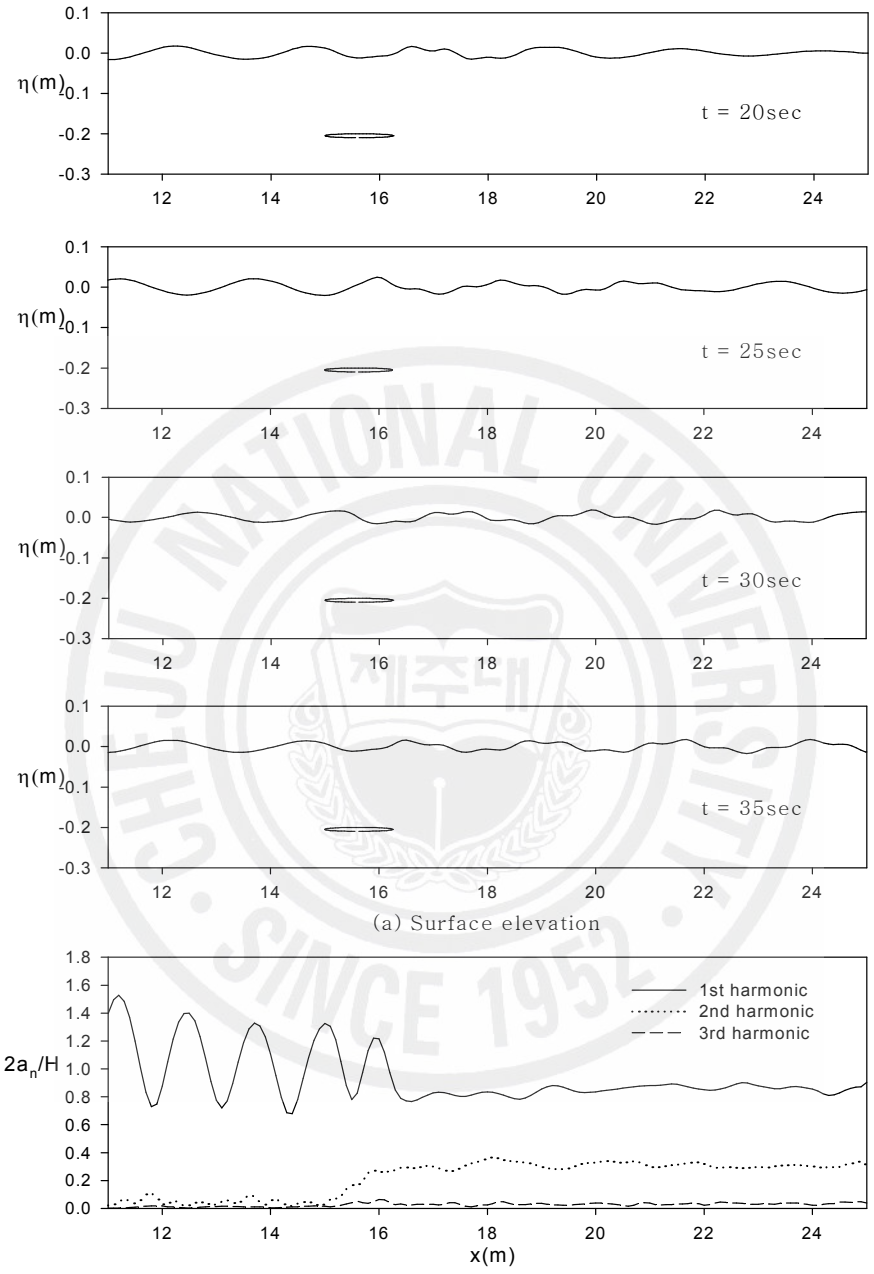


Fig. 4.15. Surface elevation (a) and first three normalized wave harmonic amplitudes (b) at $t = 35$ sec for $d/L = 0.2$, $B/L = 0.5$, and $d'/d = 0.4$.

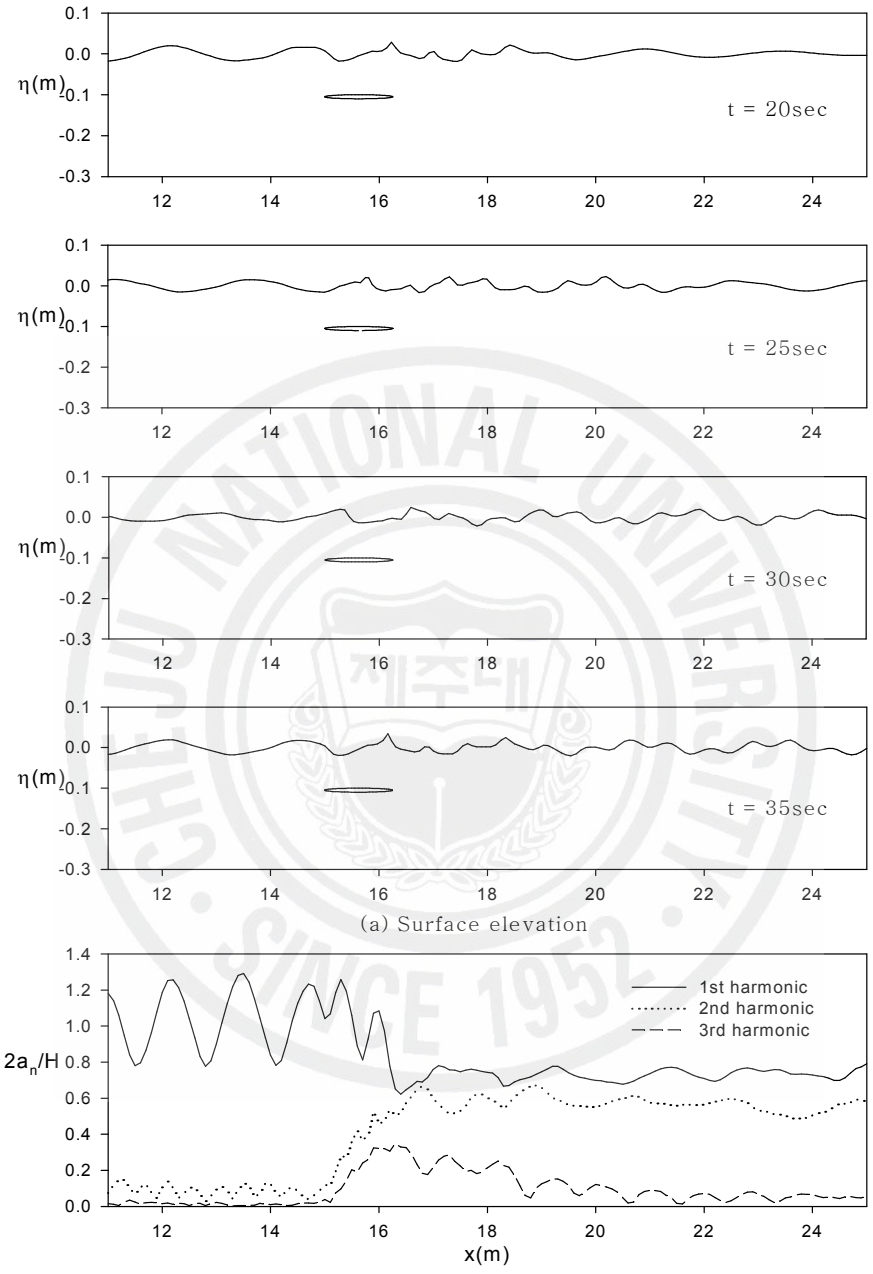


Fig. 4.16. Surface elevation (a) and first three normalized wave harmonic amplitudes (b) at $t = 35$ sec for $d/L = 0.2$, $B/L = 0.5$, and $d'/d = 0.2$.

4.3 사각형 잠제

잠제는 수중에 위치하기 때문에 상부를 통하여 항내. 외 해수의 교환이 용이하고 수면위로 노출되지 않기 때문에 경관상 우수하며, 중력식 사석방파제에 비하여 높이가 낮아 공사비를 절감할 수 있는 장점이 있다.

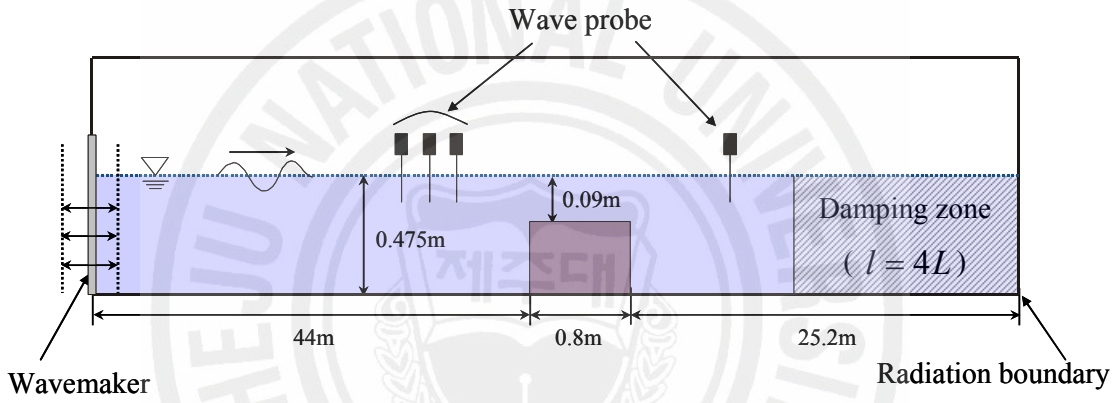


Fig. 4.17. Definition sketch of numerical wave tank for submerged breakwater.

수치계산모델로 길이 70m, 수심 0.475m 를 갖는 수치파동수조에 높이 0.385m, 길이 0.8m 를 갖는 잠제를 조파기로부터 44m 떨어진 위치에 고정하였다. 수조 좌측 경계면에 피스톤 타입의 수치 조파판을 설치하여 파고 H 와 파장 L 을 갖는 파를 발생하였다. 수조 우측 경계면에 Clément(1996)가 소개한 파 흡수경계를 두어 파가 자유롭게 빠져나가도록 하였고, 그 앞에는 길이 $4L$ 을 갖는 파 흡수영역을 설치하여 반사파가 최소가 되게 하였다. 또한 조파기로부터 34m 떨어진 거리로부터 0.4m 의 간격을 갖는 3개의 수치파고계로부터 획득한 시계열 데이터를 최소자승법을 사용하여 반사율을 구하였다(Fig. 4.17 참조).

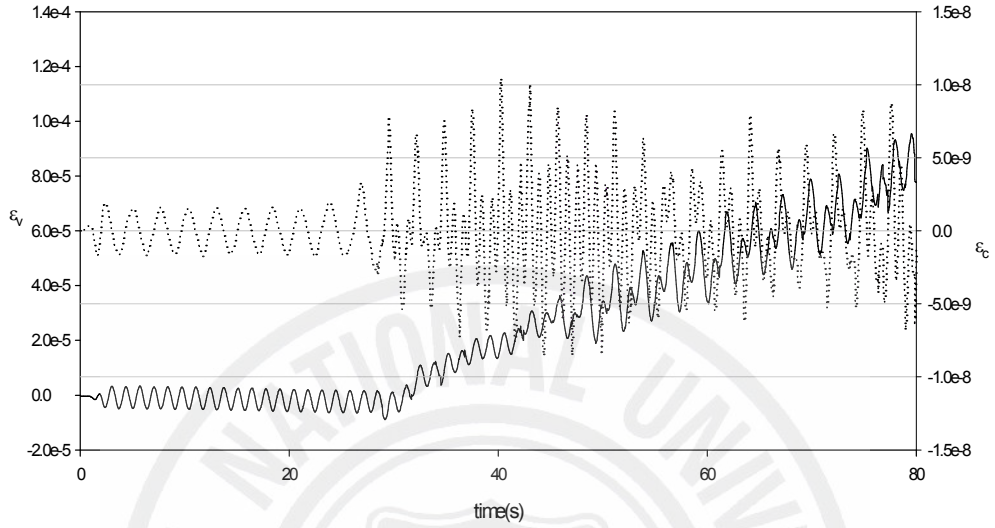


Fig. 4.18. Check of accuracy by the volume change error $(\varepsilon_v : -)$ and continuity error $(\varepsilon_c : \cdots)$ during computations for *T = 2.7* sec., *H = 0.0253* m, and *kh = 0.54* .

4.3.1 신뢰성 검증

계산에 앞서 수치 계산 신뢰성을 검증하기 위하여 수조내의 체적변화율(ε_v)과 질량보존율(ε_c)을 구하여 그 결과를 Fig. 4.18에 나타내었다.

시간에 따른 체적변화율은 30초 근방에서 그 값이 증가하여 최고 9.0×10^{-3}% 내외의 오차를 보였으며, 질량보존율은 $\pm1.0\times10^{-6}$% 내외의 오차를 나타내었다. 이로부터 수치파동수조내에 설치한 잠제에 의한 파랑변형에 대한 수치계산 결과를 신뢰할 수 있었다.

4.3.2 반사율과 투과율 계산

입사파의 파수 변화에 따른 반사율(C_r)과 투과율(C_t)을 해석하였다. Table 4.1과 같이 총 16 케이스의 조건을 갖는 입사파와 잠제의 상호작용에 대한 수치계산을 실시하였고, 각 결과값을 수심과 파장의 비(kh)의 변화에 따라 Fig. 4.19와 같이 나타내었다.

반사율은 Losada 등.(1997)의 모형 실험결과와 정량적인 값 차이는 나타나지만 정성적인 경향은 대체적으로 일치하고 있다. kh가 1.07 부근에서 최대 반사율(0.56)을 보이며, 1.6 이상일 때 0 에 가까운 값을 나타내고 있다. 입사파의 파장에 따른 투과율 곡선의 형태는 계산결과와 실험결과가 같지만 계산결과가 실험결과에 비하여 일정한 값(약 0.2)만큼 높게 평가됨을 볼 수 있다. 에너지 보존 관점으로 볼 때 모형실험에서의 오차로 판단된다.

Table 4.1. Incident wave parameters for calculations of reflection and transmission coefficients.

case	$T(s)$	$H(cm)$	kh	Ursell No.
1	0.8	3.32	3.00	0.92
2	0.9	3.27	2.39	1.15
3	1.0	3.12	1.99	1.36
4	1.1	3.10	1.69	0.15
5	1.2	3.19	1.47	0.94
6	1.3	2.94	1.31	2.34
7	1.4	2.79	1.17	2.51
8	1.5	2.64	1.07	3.11
9	1.6	3.08	0.99	3.10
10	1.7	2.91	0.91	3.31
11	1.8	2.66	0.85	4.34
12	1.9	2.26	0.79	4.57
13	2.1	2.55	0.71	5.10
14	2.3	2.77	0.64	5.22
15	2.5	1.96	0.58	6.93
16	2.7	2.53	0.54	8.78

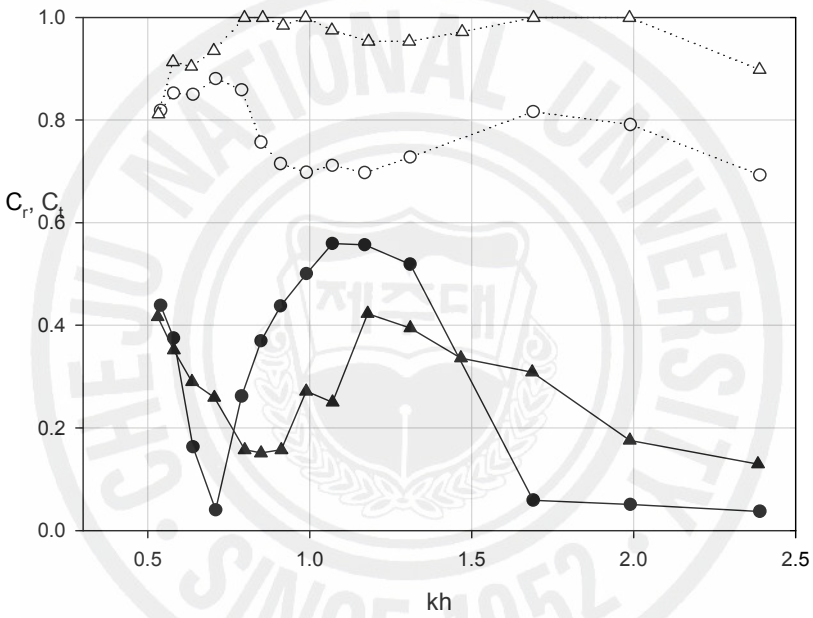


Fig. 4.19. Comparison of reflection(Experiment:▲, BEM:●) and transmission (Experiment:△, BEM:◯) coefficients.

4.3.3 고차 조화항 해석

Fig. 4.20은 Fig. 4.19의 투과파를 조화분석한 그래프로서 동그라미(●)는 1차 조화항, 사각형(■)과 삼각형(▲)은 각각 2차, 3차 조화항이다. $0.5 < kh < 1.0$인 단파영역에서는 1차 조화항의 투과율은 0.8, 1차 조화항의 투과율은 0.4, 그리고 3차 조화항의 투과율은 0.2 값을 갖다가 $kh > 1.0$ 인 장파영역에서는 1차 조화항의 투과율은 0.8 보다 다소 낮게 일정한 값을 유지하지만 파장이 길어질수록 2차와 3차 조화항은 급격이 줄어드는 것을 볼 수 있다. 즉, 파장이 길어질수록 또는 수심이 낮아질수록 고차 조화항 성분은 큰 값을 갖는다

Fig. 4.21 ~ 4.23은 파의 주기, 파고, 그리고 상대파수를 각각 Table 4.1의 2번, 8번, 그리고 12번 케이스와 같은 조건을 주었을 때, $t = 75 \sim 85$sec 에서의 수면 변위와 잠제 주변에 설치된 여러 개의 파고계로부터 획득한 시계열 데이터를 조화분석하여 1~3차 조화항의 파고를 입사파의 파고로 나눈 진폭비를 보여주고 있다. Fig. 4.21은 다른 조건과 비교하여 파장이 상대적으로 가장 긴 경우의 그래프를 나타낸다. 파가 잠제를 지나면서 모든 조화항의 값은 큰 변화없이 일정하게 나타나고 있으며, 그에 따른 수면 변위 또한 거의 일정한 값을 보이고 있다. Fig. 4.22에서는 잠제를 통과하면서 1차 조화항의 값이 일정하게 나타나는 반면, 2차 조화항에서 주기적인 진동이 나타남을 보이고 있으며 3차 조화항은 잠제를 지나서 감소하는 경향을 보여주고 있다. 수면 변위는 2차 조화항 성분의 증가로 인하여 파의 불규칙성이 Fig. 4.21보다 크게 나타나고 있다. Fig. 4.23은 Fig. 4.22와 반대로 잠제를 통과하면서 1차조화항의 값은 진동을 하는 반면, 2차 조화항은 일정한 값을 보이고 있다.

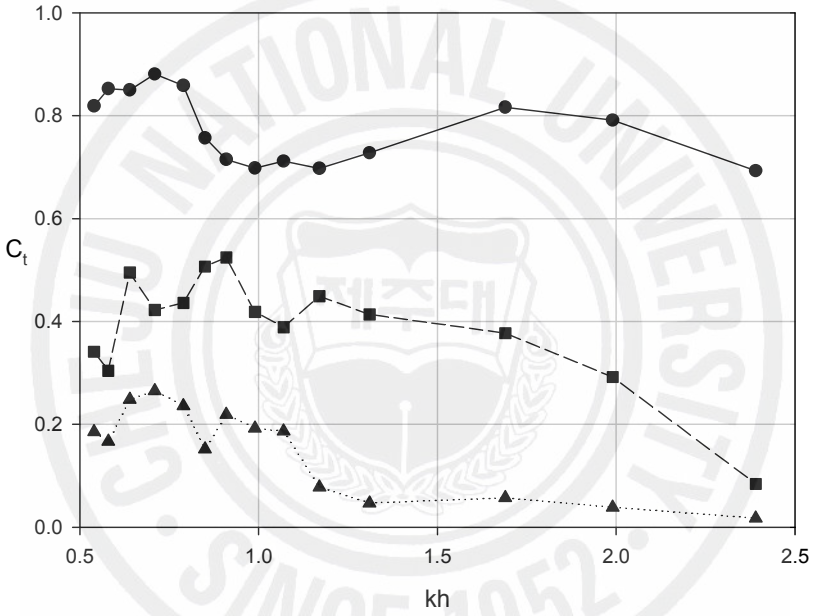
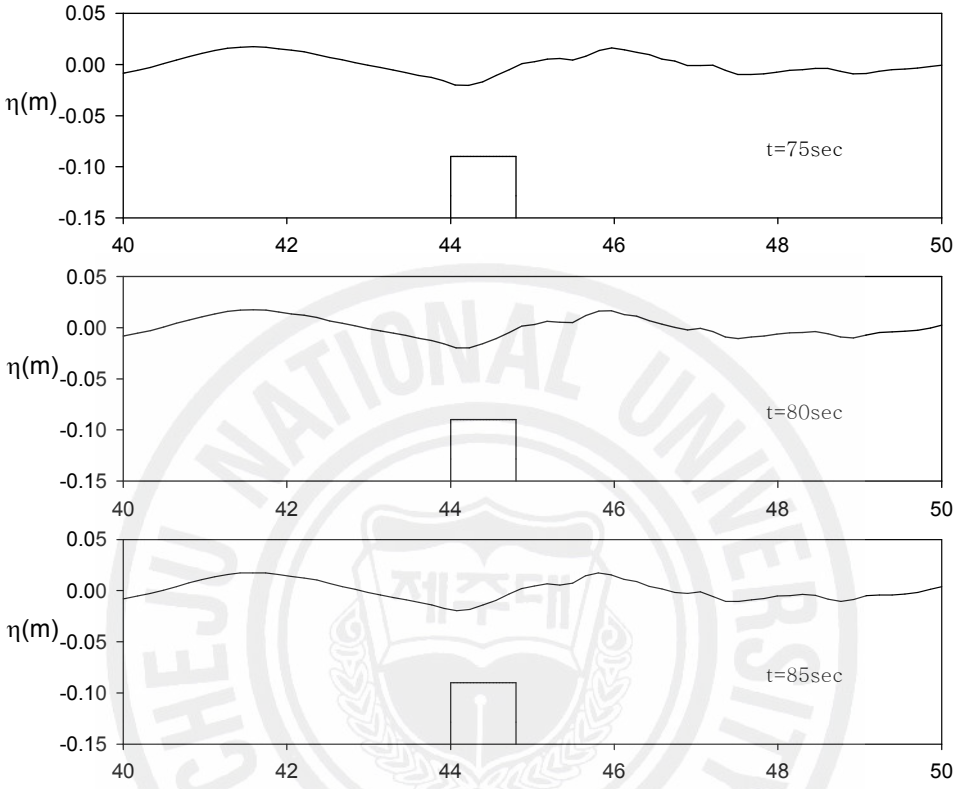
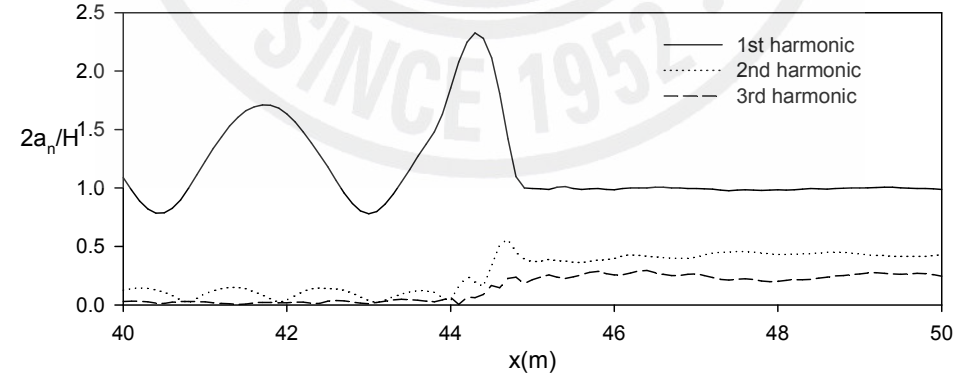


Fig. 4.20. Comparison of higher harmonic transmission coefficients(1st:●, 2nd:■, 3rd:▲).

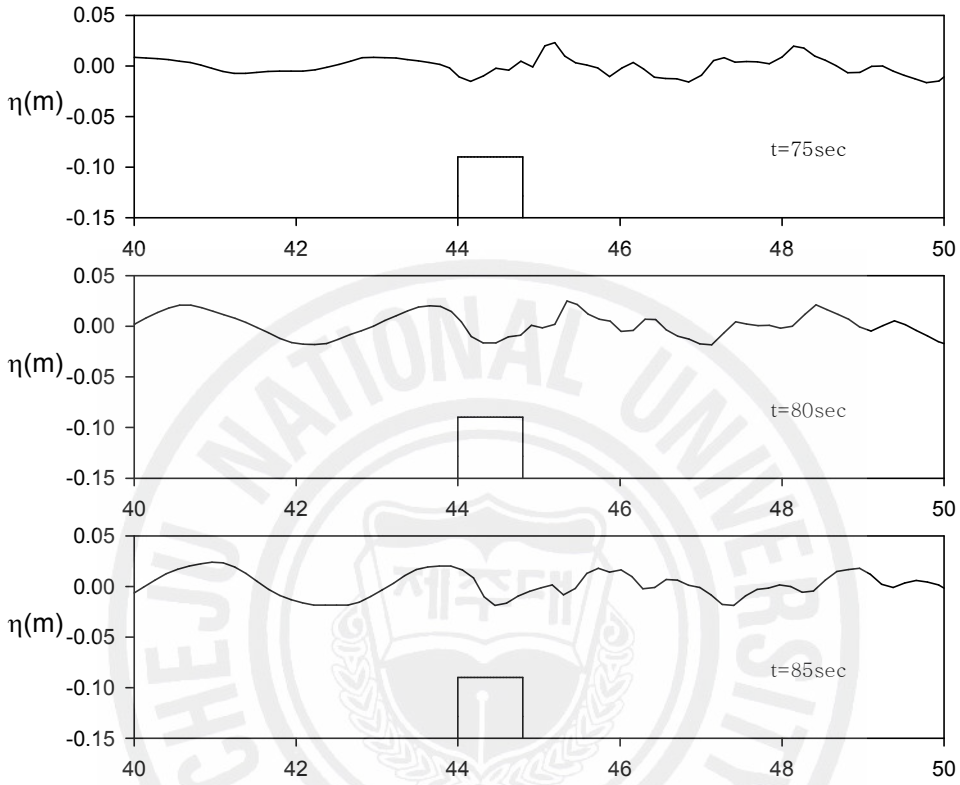


(a) Surface elevation

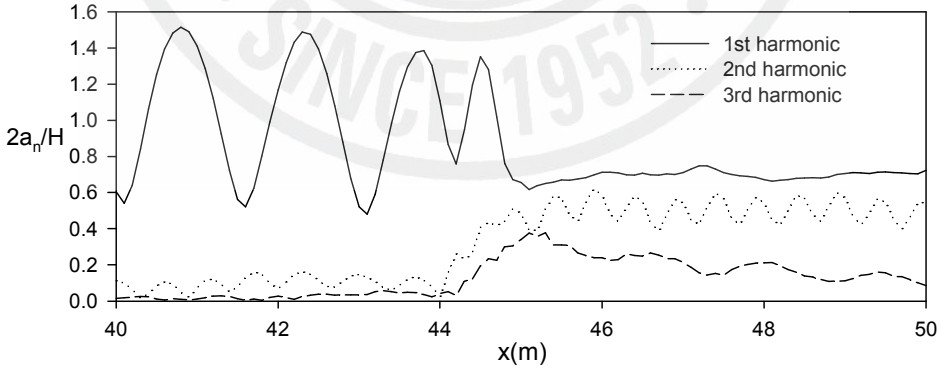


(b) Wave harmonic amplitude

Fig. 4.21. Surface elevation (a) and first three normalized wave harmonic amplitudes (b) at *t = 85* sec for *T = 2.5* sec, *H = 0.0196* m, and *kh = 0.58* .

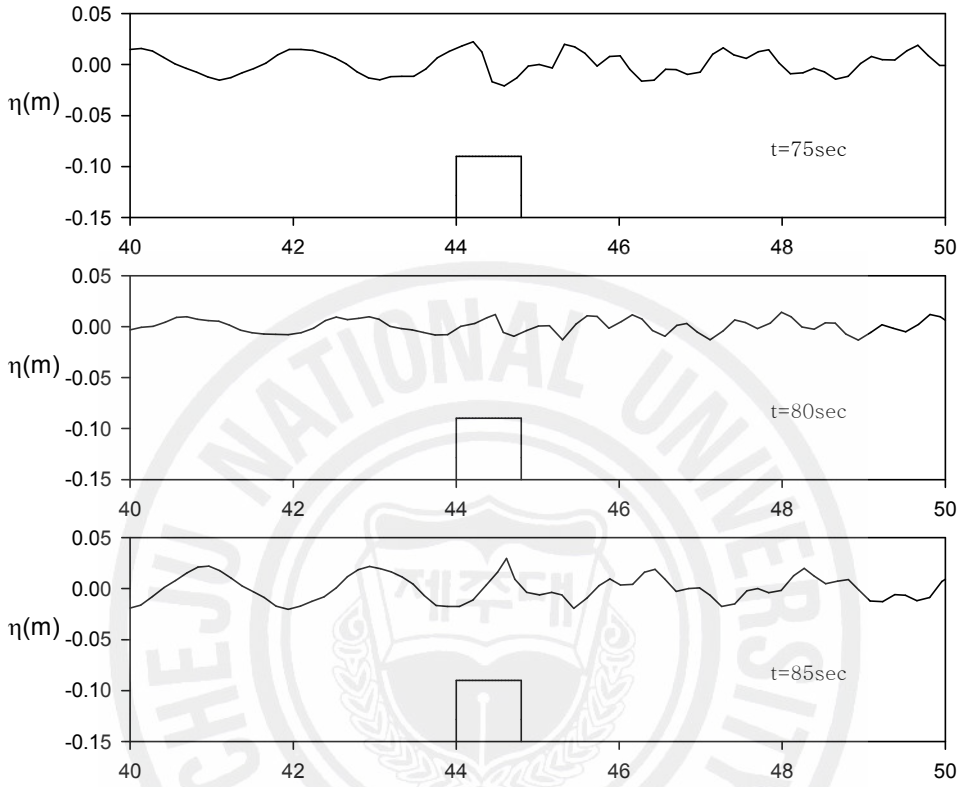


(a) Surface elevation

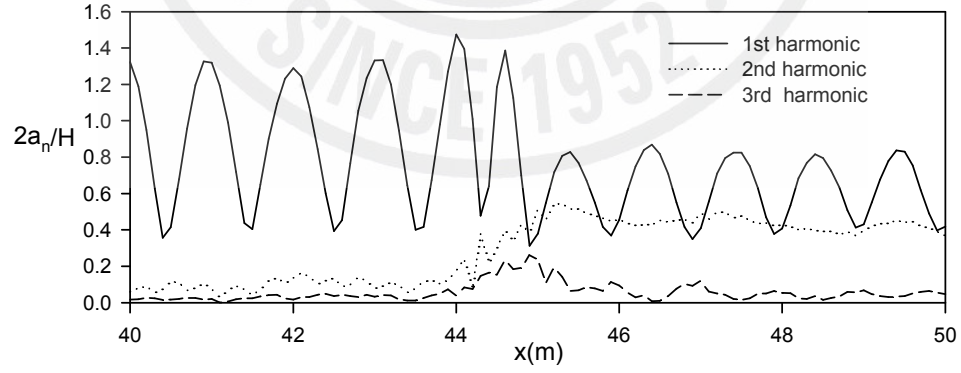


(b) Wave harmonic amplitude

Fig. 4.22. Surface elevation (a) and first three normalized wave harmonic amplitudes (b) at $t = 85$ sec for $T = 1.6$ sec, $H = 0.0308$ m, and $kh = 0.99$.



(a) Surface elevation



(b) Wave harmonic amplitude

Fig. 4.23. Surface elevation (a) and first three normalized wave harmonic amplitudes (b) at $t = 85$ sec for $T = 1.2$ sec, $H = 0.0319$ m, and $kh = 1.47$.

4.4 불규칙파 생성 예

수치파동수조내에서 불규칙파의 생성이 가능한 가를 살펴보기 위하여 길이 30m, 수심 1m를 갖는 수치파동수조에 피스톤 타입의 수치 조파판을 설치하고, 앞에서 마찬가지로 수조 우측 경계면에 Clément(1996)가 소개한 파 흡수경계를 두어 파가 자유롭게 빠져나가도록 하였고, 그 앞에는 10m 길이를 갖는 감쇠영역을 설치하여 반사파가 최소가 되게 하였다(Fig. 4.24 참조).

불규칙파의 조파를 위하여 스펙트럼과 조파판의 관계식 (3.33), (3.38), 그리고 (3.39)를 이용하여 불규칙파를 생성하였고, 적용된 스펙트럼과 수치 파고계에서 측정한 파형을 FFT변환(fast fourier transform)을 통하여 얻은 스펙트럼을 비교하여 수치파동수조내에서 불규칙파 생성의 가능성을 살펴보았다.

본 연구에서는 불규칙파의 재현을 위하여 P-M(Pierson-Moskowitz) 스펙트럼을 사용하였고 입력값으로 들어가는 유의파고는 0.1m, 최대주파수는 4.0rad/sec 이다.

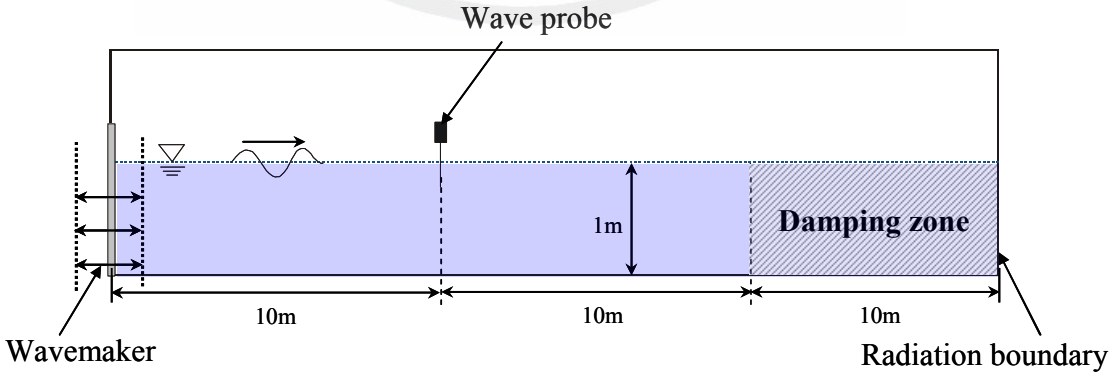


Fig. 4.24. Definition sketch of numerical wave tank for irregular wave generation.

4.4.1 신뢰성 검증

계산에 앞서 수치 계산 신뢰성을 검증하기 위하여 수조내의 체적변화율(ε_v)과 질량보존율(ε_c)을 구하여 그 결과를 Fig. 4.25에 나타내었다.

시간에 따른 체적변화율은 규칙파와 같이 초기 파랑이 파 흡수 경계에서 조파판으로 갈 때까지 0.005% 정도 감소하였고, 그 후 약 0.03% 내외의 오차를 보였으며, 질량보존율은 $\pm 3\times10^{-6}$% 내외의 오차를 나타내었다. 오차의 진동이 불규칙적으로 이루어지지만 최대 오차의 크기가 적으므로 수치계산 결과를 신뢰할 수 있었다.

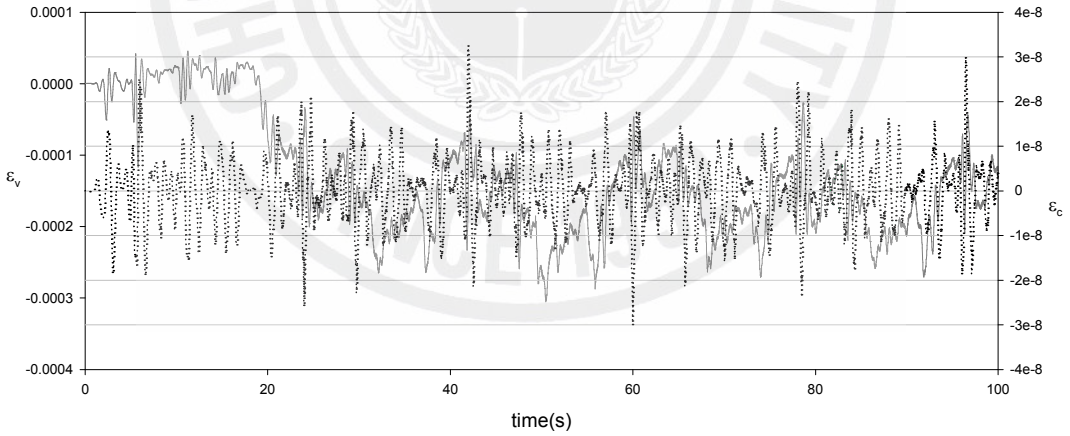


Fig. 4.25. Check of accuracy by the volume change error $(\varepsilon_v : -)$ and continuity error$(\varepsilon_c : \cdots)$.

4.4.2 스펙트럼 비교

P-M(Pierson-Moskowitz) 스펙트럼을 사용하여 생성된 불규칙 파형의 시계열 데이터를 FFT변환(fast Fourier transform)하여 얻은 스펙트럼과 주어진 P-M 스펙트럼을 Fig. 4.26에서 비교하였다. 파형의 시계열 데이터는 조파판에서 10m 떨어진 위치에 설치한 수치 파고계를 설치하여 구하였다. 주어진 P-M 스펙트럼과 시계열 데이터를 FFT변환하여 얻은 스펙트럼은 대체적으로 잘 일치하였으나, 높은 주파수 영역과 낮은 주파수 영역에서는 약간의 오차가 발생함을 보여주고 있다.

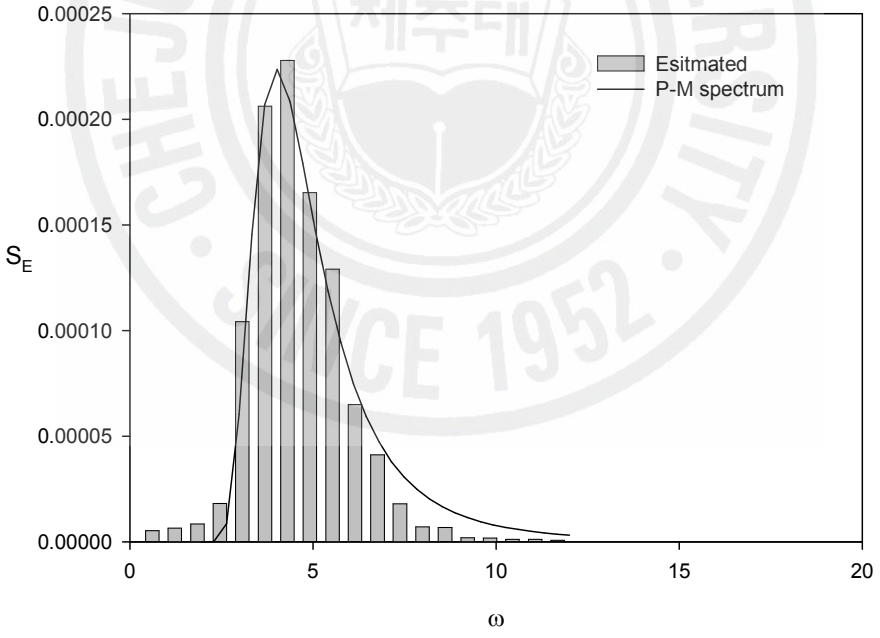


Fig. 4.26. Comparison of the target spectrum and the estimated spectrum obtained from wave signals

4.4.3 불규칙파의 파형 분석

유의파고 $(0.1\mathrm{m})$ 와 최대주파수 $(4.0\,\mathrm{rad/sec})$ 가 주어졌을 때 P-M 스펙트럼을 이용하여 조파판의 운동변위를 구하고 이로부터 수치파동수조내에서 불규칙 파형을 재현한다. Fig. 4.27은 조파판에서 10m 떨어진 위치에 설치한 파고계를 이용하여 측정된 수위변동이다. 전형적인 불규칙 파형이 잘 나타나고 있음을 보여주고 있다.

Fig. 4.28은 조파 후 100초가 지났을 때의 수조 전체길이에 따른 파형의 변화를보여주고 있다. 앞서 살펴본 시계열 데이터와 같이 불규칙적인 파형을 잘 보여주고 있으며, 우측 끝단 앞에 설치한 감쇠영역에 의하여 파 에너지가 감쇠됨을 보여주고 있다.

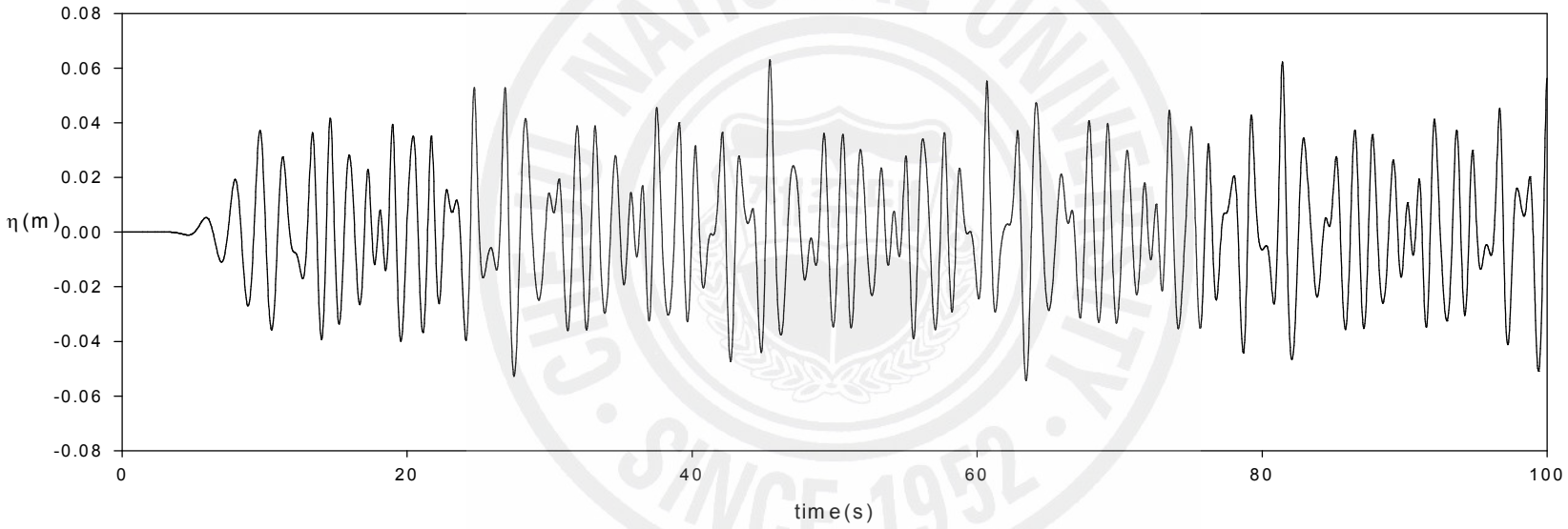


Fig. 4.27. Wave signals measured at x = 15m .

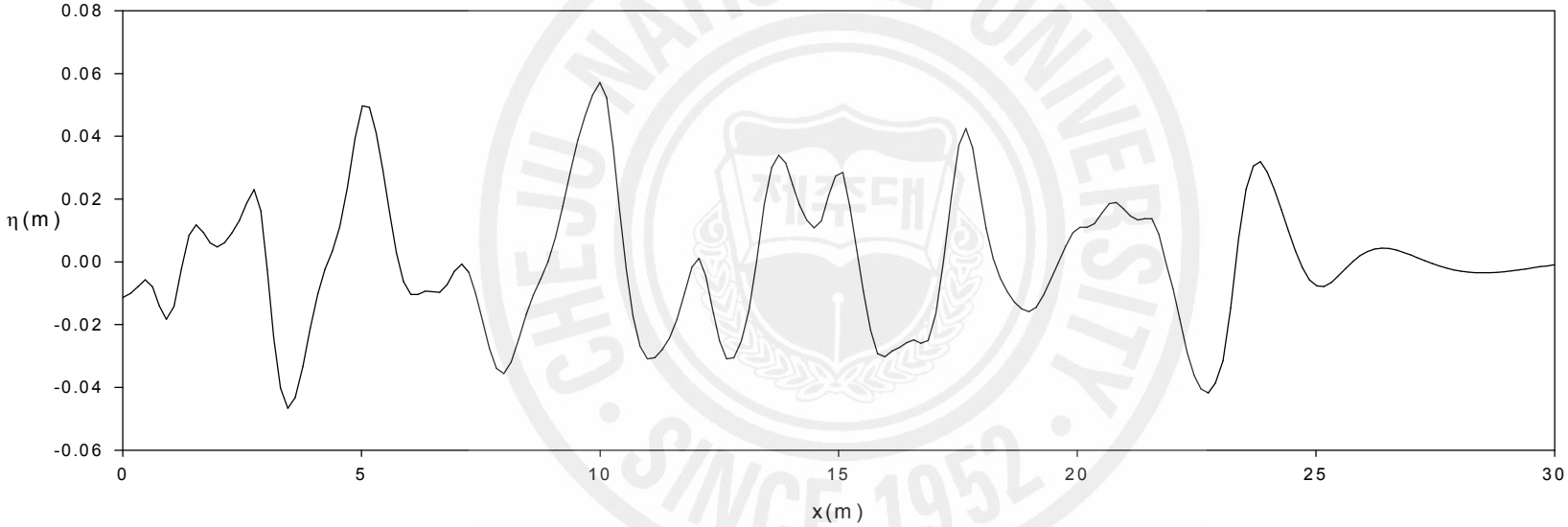


Fig. 4.28. Surface elevations at t = 100 sec .

제 5 장 결 론

본 연구에서는 파와 구조물의 비선형 상호작용 해석을 위하여 고차경계요소법을 적용한 수치파동수조를 이용하였다. 먼저 구조물 없이 규칙파와 불규칙파의 생성을 통하여 파 재현성과 조파 및 소파 장치를 검증하였고, 최종적으로 해양구조물로 수평판 및 잠제를 설치하여 파와의 비선형 상호작용에 대한 해석을 실시하였다.

수치파동수조내에서 자유표면 형상과 포텐셜 값을 구하기 위하여 고차 테일러 전개식을 사용하였고, 매 시간마다 경계값 문제를 새롭게 풀기 위하여 속도포텐셜(속도포텐셜의 시간 미분값)과 Green 함수에 Green 정리를 적용하여 경계값 문제를 경계적분방정식으로 바꾸었다. 경계면을 여러 개의 요소들로 구분하고 각 요소내에서의 형상과 변수들을 형상함수와 절점에서의 값들로 표현하는 고차경계요소법을 적용하여 경계적분방정식을 이산화하였다. 이산화 과정을 통하여 얻어진 대수방정식을 풀어 경계면에서의 미지수들을 구하였다. 파의 생성을 위하여 좌측 끝 단, 조파 경계면에 피스톤 타입의 조파판을 설치하였고, 반대편 끝 단, 방사 경계면에 clément(1996)의 파 흡수 조건식과 감쇠영역을 설치하여 반사파를 최소로 하였다. 또한 교차점 문제를 해결하기 위하여 이중접점기법을 사용하였고, 시간 간격을 최적화 하기 위하여 Grilli and Svendsen(1990)이 개발한 최적화 기법을 사용하였다.

파와 구조물 간의 비선형 상호작용을 살펴보기에 앞서 구조물 없이 수치파동수조에서 파 생성을 재현하였다. 이로부터 조파 경계에서의 파의 생성, 수조내에서의 파의 전파, 그리고 감쇠영역과 파 흡수 경계에서의 파의 소멸을 확인하였다. 갑작스런 조파판 운동 시 발생하는 특이 거동을 억제하기 위하여 조파

판에 램프 함수를 적용하여 조파판의 운동을 일정시간 동안 서서히 작동하도록 하였으며, 감쇠영역의 길이를 바꿔가면서 계산을 수행한 결과 반사파를 최소로 하는 최적의 감쇠 영역 길이$(4L)$를 확보하였다.

파와 수평판 및 사각형 잠제와의 비선형 상호작용에 대하여 수치 계산을 실행한 결과, 수치파동수조를 사용하여 얻은 반사율과 투과율은 Patarapanich and Cheong(1989)과 Losada(1997)의 모형 실험 결과와 대체적으로 잘 일치하였다. 이로부터 고차경계요소법을 적용한 수치파동수조는 파와 구조물의 상호작용 해석을 효과적으로 수행할 수 있음을 확인하였다. 또한 수평판과 잠제의 설치로 생긴 구조물 상부의 천수역에서 비선형 상호작용으로 고차 조화항들이 발생하여 투과영역으로 전파됨을 확인하였다.

불규칙파와 구조물 간의 비선형 상호작용문제에 본 연구에서의 수치파동수조를 적용하기 위한 첫 단계로서 불규칙파 생성을 재현하였다. P-M(Pierson-Moskowitz) 스펙트럼을 이용하여 조파판의 운동변위를 구하고, 이로부터 수치파동수조내에서 불규칙 파형을 재현하였다. 수조내에 설치된 수치 파고계로부터 획득한 불규칙 파형의 시계열 데이터를 FFT변환시켜 파 스펙트럼을 구하고, 원래의 P-M(Pierson-Moskowitz) 스펙트럼과 비교하여 두 결과가 잘 일치함을 확인하였다.

향후 불규칙파와 구조물의 비선형 상호작용 해석을 통하여 고차조화항의 특성에 대하여 심도있게 다룰 필요가 있다. 또한 현재 해양공학에서 가장 이슈가 되고 있는 파와 부유 구조물의 상호작용을 해석하기 위하여 자유표면 일부분에 부유체 경계 조건을 적용하는 연구 또한 앞으로 관심 있게 다룰 분야이다.

참 고 문 헌

고혁준, 조일형 (2007). 규칙파와 수평판의 비선형 상호작용에 의한 고차 조화항 발생. 한국해안 · 해양공학회지, 19(5), 484-491.

김도삼 (2000). 다열 잠제에 의한 파랑의 전달율과 반사율. 대한토목학회논문집, 20(1-B), 85-94.

김도삼, 이광호, 허동수, 김정수 (2001). VOF법에 기초한 불투과 잠제 주변 파동장의 해석, 대한토목학회논문집, 21(1), 31-35.

김도삼, 이광호, 김정수 (2002). 수중투과성구조물에 의한 쇄파를 수반한 파랑변형 및 유속장 해석. 한국해안 · 해양공학회지, 14(2), 171-181.

박우선, 오영민, 전인식 (1992). 최소자승법에 의한 입 · 반사파의 분리기법. 한국해안 · 해양공학회지, 4(3), 139-145.

성홍근, Grilli, S.T. (2005). 3차원 비선형 자유표면유동의 수치해석을 위한 3차경계요소법의 정확도와 수렴성 고찰. Journal of Ships & Ocean Engineering, 40, 31-41.

수치파동수로 연구회 (2003). 수치파동수로의 연구 및 개발(CADMAS-SURF).

양윤모, 이문찬, 김종석 (1987). 잠제의 반사와 투과율에 관한 연구. 부산대학교 도시연구보, 1, 1-11.

허동수, 김도삼 (2003). VOF법에 의한 불규칙파동장에 있어서 불투과잠제에 의한 파랑에너지 변형 특성. 한국해안 · 해양공학회지, 15(4), 207-213.

倉田克彦·井島武士 (1979). 波動解析への有限要素法の適用. 海岸工學講演會論文集, 26, 92-95.

坂井藤一·月岡康一 (1975). 波動解析への有限要素法の適用(第3報) – 地形および構造物によろ波散亂について–. 海岸工學講演會論文集, 36, 714-785.

瀧川 清·田淵幹修 (1986). 浮体の有限振幅運動と非線形抗力について. 海岸工學講演會論文集, 33, 551-555.

Berkhoff, J. C. W. (1972). Computation of combined refraction-diffraction. Proc. 13th, ICCE, 471-190.

Brebbia, C.A. (1978). The Boundary Element Method for Engineers. John Wiley & Sons, U.K.

Broeze, J. (1993). Numerical Modeling of Nonlinear Free Surface Waves with a 3D Panel Method. PhD Thesis, University of Twente.

Brossard, J. and Chagdali, M. (2001). Experimental investigation of the harmonic generation by waves over a submerged plate. Coastal Eng., 42, 277-290.

Clément, A. (1996). Coupling of two absorbing boundary conditions for 2D time-domain simulations of free surface gravity waves. J. of Comp. phys., 126, 139-151

Cointe, R. (1990). Numerical simulation of a wave Channel. Engineering Analysis with Boundary Elements, 7(4), 167-177.

Dick, T.M. and Brebner, A. (1968). Solid and permeable submerged breakwaters. Proc. 11th Coastal Eng. Conference, London, Ⅱ, 1141-1158.

Dommermuth, D.G., Yue, D.K.P., Lin, W.M., Rapp, R.J., Chan, E.S. and Melville, W.K., (1988). Deep-water plunging breakers: a comparison between potential theory and experiments. J. Fluid Mech., 184, 267-288

Driscoll, A.M. (1991). Generation and transmission of water wave harmonics past a submerged obstacle. M.Sc. Thesis, College of Civil Engineering, University of Delaware.

Grilli, S.T., Skourup, J. and Svendsen, I.A. (1989). An Efficient Boundary Element Method for Nonlinear Water Waves, Engineering Analysis of Boundary Elements, 6(2), 97-107.

Grilli, S.T. and Svendsen, I.A. (1990). Corner Problems and Global Accuracy in the Boundary Element Solution of Nonlinear Wave Flows. Engineering Analysis with Boundary Elements, 7(4), 178-195.

Grilli, S.T. and Horrillo, J. (1997). Numerical Generation and Absorption of Fully Nonlinear Periodic Waves. Journal of Engineering Mechanics, 123(10), 1060-1069.

Grilli, S.T., Guyenne, P. and Dias, F. (2001). A Fully Nonlinear Model for Three-dimensional Overturning Waves over an Arbitrary Bottom. International Journal of Numerical Methods in Fluids, 35, 829-867.

Hirt, C.W. and Nichols, B.F. (1981). Volume of Fluid(VOF) method for dynamics of free boundaries. J. of Computational Physics., 39, 201-225.

Ijima, H., Ozaki, h., Eguchi, Y. and Kobayashi, A. (1970). Breakwater and quay wall by horizontal plates. Proc. 12th Conf. Coastal Eng., ASCE, 3, 1537-1556.

Kobayashi, N. and Wurjanto, A. (1989). Wave transmission over submerged breakwaters. J. of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering, ASCE, 115(5), 662-680.

Kyung Doug Suh, Woo Sun Park, Beom Seok Park (2001). Separation of incident and reflected waves in wave-current flumes. . Coastal Eng., 43, 149-159.

Liu, P. L.-F. and Iskandarani, M. (1991). Scattering of Short-Wave groups by submerged horizontal plate. J. Waterway Port Coastal Ocean Eng., ASCE, 117, 235-246.

Longuet-Higgins, M.S. and Cokelet, E.D. (1976). The deformation of steep surface waves on water, I. A numerical method of computations. Proc. Roy. Soc. London, 1976, Ser. A, 350, 1-26.

Losada, I.J., Patterson, M.D. and Losada, M.A. (1997). Harmonic generation past a submerged porous step. Coastal Eng., 31, 281-304.

Losada, M.A., Vidal, C., Medina, R. (1989). Experimental study of the evolution of a solitary wave at an abrupt junction. J. Geophys. Res., 94(C10), 14557-14566.

Losada, I.J. (1991). Estudio de la propagación de un tren lineal de ondas por un medio discontinuo. Ph.D. Thesis, Universidad de Cantabria.

Mei, C.C. and Black, J.L. (1969). Scattering of surface waves by rectangular obstacles on waters of finite depth. J. Fluid Mechan. 28, 499-511

Newman, J.N. (1965). Propagation of water waves over an infinite step. J. of Fluid Mech., 23, 399-415.

Ortiz., J. C. and Douglass, S. L. (1993). Overhauser boundary elements solution for periodic water waves in the physical plane, Engineering Analysis with Boundary Elements. 11(1), 47-54.

Patarapanich, M. and Cheong, H.F. (1989). Reflection and transmission characteristics of regular and random waves from a submerge horizontal plate. Coastal Eng., 13, 161-182

Pelekasis, N. A., Tsamopoulos, J. A. and Manolis, G. D. (1992). A hybrid finite-boundary element method for inviscid flows with free surface. J. of Comp. phys., 101(2), 231-251.

Rey, V., Belzons, M., Guazzelli, E., (1992). Propagation of surface gravity waves over a rectangular submerged bar. J. Fluid Mechan., 235, 453-479.

Romate, J. E. (1989). The numerical simulation of nonlinear gravity waves. J. Computational Phys., 99, 135-145.

Siew, P.F. and Hurley, D.G. (1977). Long surface waves incident on a submerged horizontal plate. J. of Fluid Mech., 83(1), 141-151.

Subramanya, R. and Grilli, S.T. (1994). Domain Regridding in the Computation of Nonlinear Waves. In Proc. 2nd Intl. Workshop on Bound. Elements in Fluid Mech, Southampton, UK, 139-150.

Takano, K. (1969). Effects d'un obstacle parallelepipedique sur la propagation de la houle. La Houille Blanche, 2, 247-267.

Taylor, C., B. S. Patil and O. C. Zienkiewicz (1969). Harbour oscillation, a numerical treatment for undamped natural modes. Proc. Inst. Civil Eng., 43, 141-155.

Torrey, M.D., Cloutman, L.D., Mjolsness, R.C. and Hirt, C.W. (1985). NASA-VOF2D ; a computer program for incompressible flows with free surfaces. Report LA-10612-ms. Los Alamos Scientific Report, Los Alamos, NM, USA.

Troch, P. (1997). VOFbreak, a numerical model for simulation of wave interaction with rubble mound breakwater. Proc. 27th IAHR Congress, San Francisco, USA, 1366-1371.

Van der Meer, J. W., Petit, H. A. H., van den Bosch, P., Klopman, G.. and Broekens, R. D. (1992). Numerical simulation of wave motion on and in coastal structures. Proceeding 23rd International Confenence on Coastal Engineering, Venice, Italy, 1772-1784.

JEJU NATIONAL UNIVERSITY · SINCE 1952 · 제주대

부 록

A. CADMAS-SURF

CADMAS-SURF의 기본 방정식은 2차원 비압축성 점성유체를 대상으로 한 연속방정식과 Navier-Stokes 방정식을 다공체 모델(porous body model)에 근거하여 확장한 다음 식$(A.1)$, 식$(A.2)$, 식$(A.3)$을 사용한다.

· 연속방정식

$$\frac{\partial \gamma_x u}{\partial x}+\frac{\partial \gamma_z w}{\partial z}=S_\rho \qquad (A.1)$$

· 운동방정식

$$\lambda_v \frac{\partial u}{\partial t}+\frac{\partial \lambda_x uu}{\partial x}+\frac{\partial \lambda_z wu}{\partial z}=-\frac{\gamma_v}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial x}\left[\gamma_x \nu_e\left(2\frac{\partial u}{\partial x}\right)\right] +\frac{\partial}{\partial z}\left[\gamma_z \nu_e\left(2\frac{\partial u}{\partial z}+\frac{\partial w}{\partial x}\right)\right]-D_x u+S_u-R_x \qquad (A.2)$$

$$\lambda_v \frac{\partial w}{\partial t}+\frac{\partial \lambda_x uw}{\partial x}+\frac{\partial \lambda_z ww}{\partial z}=-\frac{\gamma_v}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z}+\frac{\partial}{\partial x}\left[\gamma_x \nu_e\left(\frac{\partial w}{\partial x}+\frac{\partial u}{\partial z}\right)\right] +\frac{\partial}{\partial z}\left[\gamma_z \nu_e\left(2\frac{\partial w}{\partial z}\right)\right]-D_x u+S_w-R_x-\gamma_v g \qquad (A.3)$$

여기서 ρ는 유체의 밀도를 나타내며, ν_e는 분자동점성계수와 와동점계수의

합, γ_v 는 공극률을 의미하고, γ_x , γ_z 는 수평, 연직 방향의 면적투과율이다. D_x, D_z 는 에너지 감쇠대를 위한 계수이고, S_ρ , S_u , S_w 는 조파소스를 위한 소스항을 의미한다.

λ_v , λ_x , λ_z 는 관성력 계수 C_M 을 가지고 식 $(A.4)$ 와 같이 나타나며, 우변의 제 2항이 구조물로부터 받은 관성력의 효과를 나타낸다.

$$\begin{aligned} \lambda_v &= \gamma_v + (1-\gamma_v) C_M \\ \lambda_x &= \gamma_x + (1-\gamma_x) C_M \\ \lambda_z &= \gamma_z + (1-\gamma_z) C_M \end{aligned} \qquad (A.4)$$

또한, 다공체로부터의 저항력 R_x , R_z 는 유속의 제곱에 비례하는 형태로 아래의 식 $(A.5)$ 와 같이 모델화하였다.

$$\begin{aligned} R_x &= \frac{1}{2}\frac{C_D}{\Delta x}(1-\gamma_x) u\sqrt{u^2+w^w} \\ R_z &= \frac{1}{2}\frac{C_D}{\Delta z}(1-\gamma_z) w\sqrt{u^2+w^w} \end{aligned} \qquad (A.5)$$

여기서 Δx , Δz 는 수평, 연직방향의 격자 간격을 나타내며, C_D 는 저항계수이다.

자유표면 해석모델은 복잡한 표면형상 해석이 가능한 Hirt and Nichols(1981)의 VOF법을 적용하였다. VOF함수 F는 유체의 체적율을 나타내므로 유체영역뿐만 아니라 기체영역까지 적용이 가능하다. VOF함수 F는 기체셀인 0부터 1까지의 범위로 나타내고, 그 사이의 값은 표면셀로 처리하여 자유표면을 추적한다. F

에 대한 이류방정식은 다음 식$(A.6)$와 같다.

$$\gamma_v \frac{\partial F}{\partial t} + \frac{\partial \gamma_x uF}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_z wF}{\partial z} = S_F \qquad (A.6)$$

여기서 S_F는 조파소스를 위한 소스항이다.

해석영역 양단에서의 반사파를 제거하기 위한 무반사모델로서 Sommerfeld 방사경계조건과 함께 에너지 감쇠대를 적용하였다.

에너지 감쇠대는 식$(A.7)$과 식$(A.8)$의 운동방정식에 아래 식과 같이 유속에 비례하는 감쇠항을 부가하였다.

· x방향 유속의 감쇠항 = $-D_x u$

$$D_x = \theta_x \sqrt{\frac{g}{h}} \left(\frac{x - x_0}{l} \right)^N \qquad (A.7)$$

· z방향 유속의 감쇠항 = $-D_z w$

$$D_z = \theta_z \sqrt{\frac{g}{h}} \left(\frac{x - x_0}{l} \right)^N \qquad (A.8)$$

여기서 h는 수심, l과 x_0는 에너지 감쇠대의 길이와 시작점을 나타낸다. N은 분포함수의 차수이고 θ_x와 θ_z는 무차원 계수이다.

B. 입사파와 반사파의 분리기법

최소자승법에 의한 입사파와 반사파의 분리기법은 각 파고계로부터 계측된 데이터에 포함된 오차의 제곱의 합을 최소화하여 입사파와 반사파를 분리하는 방법으로서, 두 지점 또는 그 이상의 지점에서 동시 파랑의 시계열자료가 주어지면 분리가 가능하다(박 등, 1992;Suh 등., 2001).

파고가 H 이고 주파수가 ω 인 규칙파가 구조물에 입사할 경우, 구조물 전면에서의 파랑은 입사파와 반사파의 중첩으로 표시가 가능하다. 입사파 (η_i) 와 반사파 (η_r) 를 다음 식 $(B.1)$ 과 같이 조화함수로 나타냈을 때, 구조물의 전방에 설치된 파고계에 계측된 파랑은 다음 식 $(B.2)$ 와 같이 입사파와 반사파의 합으로 나타낼 수 있다.

$$\eta_i(t) = \frac{H_i}{2}\cos(kx - \omega t + \phi_i)$$
$$\eta_r(t) = \frac{H_r}{2}\cos(kx - \omega t + \phi_r) \qquad (B.1)$$

$$\eta_n(t) = \frac{H_i}{2}\cos(kx_n - \omega + \varepsilon_i) + \frac{H_r}{2}\cos(kx_n - \omega + \varepsilon_r) + e_n(t) \qquad (B.2)$$

여기서 ϕ 는 위상각을 나타내며, $x_n(n=1,\ldots,N)$ 은 기준점으로부터 n 번째 파고계까지의 거리를 나타낸다. $e_n(t)$ 는 n 번째 파고계에서 계측된 파랑의 비선형 상호간섭과 시그널 노이즈 등에 기인한 계측오차를 나타내며, 밑첨자 i 와 r 은 각각 입사파와 반사파를 의미한다. 삼각함수 공식을 이용하면 위의 식 $(B.2)$ 는 다음 식 $(B.3)$ 과 같이 정리할 수 있다.

$$\eta_n(t) = X_1 \cos(\omega t - kx_n) + X_2 \cos(\omega t + kx_n) + X_3 \sin(\omega t - kx_n) - X_4 \sin(\omega t - kx_n) + e_n(t) \quad (B.3)$$

여기서 $X_j (j = 1,2,3,4)$는 입 · 반사파의 파고 및 위상에 관련된 미지수로 다음과 같다.

$$X_1 = \frac{H_i}{2} \cos\phi_i$$

$$X_2 = \frac{H_r}{2} \cos\phi_r$$

$$X_3 = \frac{H_i}{2} \sin\phi_i \quad (B.4)$$

$$X_4 = \frac{H_r}{2} \sin\phi_r$$

입사파와 반사파를 분리하기 위한 계측 시스템의 에러는 다음 식$(B.5)$와 같이 N 개의 파고계로부터 T_m 시간 동안 계측된 시계열 자료에 포함된 에러 제곱의 합으로 정의할 수 있다.

$$\varepsilon = \sum_{n=1}^{N} \int_0^{T_m} \left[e_n(t) \right]^2 dt \quad (B.5)$$

이 때 입 · 반사파의 파고 및 위상은 이를 X_j에 대해서 최소화함으로써 구할 수 있다.

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial X_j} = 0 \tag{B.6}$$

최소화 과정의 결과로부터 아래와 같은 대수방정식에서 구할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{14} \\ & c_{22} & c_{23} & c_{24} \\ & & c_{33} & c_{34} \\ & \text{symm.} & & c_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \end{Bmatrix} \tag{B.7}$$

여기서 c_{ij} 는 식 $(B.3)$ 우변의 X_j 에 곱해진 계수에 관련되며, F_j 는 이 계수와 각 파고계로부터 측정된 파형에 관련된다(부록 C. 참조).

식 $(B.7)$ 로부터 X_j 가 계산되면, 입사파 및 반사파의 위상은 식 $(B.4)$ 의 관계로부터 다음 식 $(B.8)$ 과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \phi_i &= \tan^{-1} \frac{X_3}{X_1} \\ \phi_r &= \tan^{-1} \frac{X_4}{X_2} \end{aligned} \tag{B.8}$$

파고는 다음 식 $(B.9)$ 로부터 계산된다.

$$\begin{aligned} H_i &= \frac{2(X_1 + X_3)}{\cos\phi_i + \sin\phi_i} \\ H_r &= \frac{2(X_2 + X_4)}{\cos\phi_r + \sin\phi_r} \end{aligned} \tag{B.9}$$

실험 파랑이 불규칙파인 경우, 각 파고계로부터 계측된 시그널을 Fourier 변환하여 각 파랑 성분별로 적용하면 분리가 가능하다.

JEJU NATIONAL UNIVERSITY · SINCE 1952 · 제주대

C. 계수 c_{ij} 와 F_j

식 $(B.7)$ 의 계수 c_{ij} 는 식 $(B.3)$ 의 우변 X_j 의 계수에 관련되어 다음과 같이 정의된다.

$$c_{11} = \sum_{n=1}^{N} \int_0^{T_m} \cos^2(\omega t - kx_n)\, dt$$
$$= \sum_{n=1}^{N} \left[\frac{T_m}{2} + \frac{1}{4\omega} \left\{ \sin 2(\omega T_m - kx_n) + \sin 2kx_n \right\} \right]$$

$$c_{12} = \sum_{n=1}^{N} \int_0^{T_m} \cos(\omega t - kx_n) \cos(\omega t + kx_n)\, dt$$
$$= \sum_{n=1}^{N} \left[\frac{T_m}{2} \cos 2kx_n + \frac{1}{4\omega} \sin 2\omega T_m \right]$$

$$c_{13} = \sum_{n=1}^{N} \int_0^{T_m} \cos(\omega t - kx_n) \sin(\omega t - kx_n)\, dt$$
$$= \sum_{n=1}^{N} \frac{1}{4\omega} \left[\cos 2(\omega T_m - kx_n) + \cos 2kx_n \right]$$

$$c_{14} = \sum_{n=1}^{N} \int_0^{T_m} -\cos(\omega t - kx_n) \sin(\omega t + kx_n)\, dt$$
$$= \sum_{n=1}^{N} \left[-\frac{T_m}{2} \sin 2kx_n + \frac{1}{4\omega} (\cos 2\omega T_m - 1) \right]$$

$$c_{22} = \sum_{n=1}^{N} \int_0^{T_m} \cos^2(\omega t + kx_n)\, dt$$
$$= \sum_{n=1}^{N} \left[\frac{T_m}{2} + \frac{1}{4\omega} \left\{ \sin 2(\omega T_m + kx_n) - \sin 2kx_n \right\} \right]$$

$$c_{23} = \sum_{n=1}^{N} \int_0^{T_m} \cos\left(\omega t + kx_n\right) \sin\left(\omega t - kx_n\right) dt$$
$$= \sum_{n=1}^{N} \left[-\frac{T_m}{2} \sin 2kx_n - \frac{1}{4\omega} \left(\cos 2\omega T_m - 1\right) \right]$$

$$c_{24} = \sum_{n=1}^{N} \int_0^{T_m} -\cos\left(\omega t + kx_n\right) \sin\left(\omega t + kx_n\right) dt$$
$$= \sum_{n=1}^{N} \frac{1}{4\omega} \left[\cos 2\left(\omega T_m + kx_n\right) - \cos 2kx_n \right]$$

$$c_{33} = \sum_{n=1}^{N} \int_0^{T_m} \sin^2\left(\omega t - kx_n\right) dt$$
$$= \sum_{n=1}^{N} \left[\frac{T_m}{2} - \frac{1}{4\omega} \left\{ \sin 2\left(\omega T_m - kx_n\right) + \sin 2kx_n \right\} \right]$$

$$c_{34} = \sum_{n=1}^{N} \int_0^{T_m} -\sin\left(\omega t - kx_n\right) \sin\left(\omega t + kx_n\right) dt$$
$$= \sum_{n=1}^{N} \left[-\frac{T_m}{2} \cos 2kx_n + \frac{1}{4\omega} \sin 2\omega T_m \right]$$

$$c_{44} = \sum_{n=1}^{N} \int_0^{T_m} \sin^2\left(\omega t - kx_n\right) dt$$
$$= \sum_{n=1}^{N} \left[\frac{T_m}{2} - \frac{1}{4\omega} \left\{ \sin 2\left(\omega T_m + kx_n\right) - \sin 2kx_n \right\} \right]$$

F_j 는 다음과 같이 정의되며, 적분값은 수치적으로 결정할 수 있다.

$$F_1 = \sum_{n=1}^{N} \int_0^{T_m} \cos\left(\omega t - kx_n\right) \eta_n\left(t\right) dt$$

$$F_2 = \sum_{n=1}^{N} \int_0^{T_m} \cos\left(\omega t + kx_n\right) \eta_n\left(t\right) dt$$

$$F_3 = \sum_{n=1}^{N} \int_0^{T_m} \sin\left(\omega t - k x_n\right) \eta_n\left(t\right) dt$$

$$F_4 = \sum_{n=1}^{N} \int_0^{T_m} -\sin\left(\omega t + k x_n\right) \eta_n\left(t\right) dt$$

감사의 글

5년 전, 한 교양 교과목을 들으면서 무심코 ‘해양공학’이란 단어를 마음 한 구석에 담아 두게 되었습니다. 그리고 ‘해양공학’은 석사과정을 마치는 저에게 있어 가장 큰 즐거움을 주는 학문이 되었고, 앞으로도 계속하여 간직하고 싶은 미래가 되었습니다. 이러한 모든 일들이 가능하게끔 저를 이끌어 주신 조일형 교수님께 머리 숙여 깊은 감사를 드립니다. 그리고 바쁘신 와중에도 논문심사를 맡아 세심하게 검토하고 지적하여 주신 김남형 교수님께 감사를 드립니다. 대학원 생활을 하는 동안 많은 가르침과 동시에 많은 조언을 해 주신 배진호 교수님, 팽동국 교수님, 김준영 교수님, 이종현 교수님, 또한 학부 때부터 가르침을 주신 김석종 교수님, 방익찬 교수님, 고유봉 교수님과 짧은 기간이었지만 보다 넓은 가르침을 주신 인하대 조철희 교수님께도 진심으로 감사를 드립니다. 그리고 2년 전 아무것도 모르던 저에게 처음으로 수치파동수조에 대하여 가르침을 주시고 많은 자료를 선뜻 내어주신 FMC technologies의 류상수 박사님께 죄송하다는 말씀과 더불어 감사의 말씀을 드립니다.

3년 동안 같은 곳에서 나보다 한 걸음 앞서서 모든 일을 도와주었던 승우와 석사 1학기 때부터 많은 도움을 주었던 민정, 잉, 레디, 아닐에게도 이 자리를 빌어 고마운 마음을 전합니다. 대학원 생활을 하는 동안 같이 고생했던 태훈이, 태희, 술친구이자 사랑스런 후배 정희, 잠수지존 정훈, 마노, 관석이, 한국으로 안 돌아오시길 바라는(^^) 남권호 박사님에게도 감사의 말을 전합니다. 그리고 항상 따뜻하게 조언을 해 주시는 김병엽 박사님과 조교 생활에 많은 도움을 주었던 경범이, 성호형, 일본에서 열심히 공부중인 민석이형과 부상자 강일이에게도 고마움을 전합니다.

그리고 항상 티격태격 거리지만 듬직하고 사랑스런 나의 친구 영주와 가족분들, 20년지기 나의 영원한 벗 창훈이와 제수씨, 다쳐먹자 멤버 승종, 승환, 윤승, 정운, 경원, 동원, 많은 기쁨을 나누어 주었던 진이, 은수, 혁건, 은진, 은정, 소영,

근희, 서울에 갈 때마다 술친구로 희생(?)해주는 멋진 동기 주형이와 제수씨, 그리고 일팸 가족 상욱선배, 수근선배, 덕훈선배, 동진선배, 경민선배, 성관선배, 경환이, 태건이에게도 가슴에 두었던 감사의 말을 전합니다.

끝으로 저를 믿고 한 걸음 뒤에서 묵묵히 지켜봐 주시는 아버지와 언제나 저를 위해 기도해 주시는 어머니, 꿈을 위해 노력하시는 형님과 막내 범준이, 항상 저를 응원해주시는 이모와 이모부들께 진심으로 감사를 드립니다. 그리고 언제나 같은 곳에서 나에게 힘이 되어준 사랑스런 나의 성화와 성화 어머님에게도 감사를 드립니다.

작은 씨앗에서 크고 알찬 열매를 맺는 나무가 되도록 노력하겠습니다.

2008년 1월